Handbuch

der

Elektrotechnik

bearbeitet von

Professor Dr. **H. Ebert,** München. — Ingenieur **H. Eisler,** Wien. — Betriebsingenieur Dr. **B. Gleichmann,** München. — Professor Dr. **C. Heinke,** München. — Direktor **R. O. Heinrich,** Berlin. — Chefingenieur **J. Heubach,** Niedersedlitz. — Ober-Postinspektor **O. Jentsch,** Berlin. — Professor Dr. **J. Kollert,** Chemnitz. — Professor Dr. **F. Niethammer,** Brünn. — Vorsteher des Telegraphen-Betriebsbureaus des Reichs-Postamts **J. Noebels,** Berlin. — Direktor **Karl Pichelmayer,** Wien. — Oberingenieur **H. Pohl,** Berlin. — Ingenieur **F. Ross,** Wien. — Postdirektor **A. Schluckebier,** Berlin. — Ingenieur **E. Schulz,** München. — Direktor Dr. **E. Sieg,** Kalk bei Cöln. — Oberingenieur **B. Soschinski,** Berlin. — Direktor **K. Wilkens,** Berlin. — Physiker **R. Ziegenberg,** Berlin

herausgegeben von

Dr. C. Heinke

Professor der Elektrotechnik an der technischen Hochschule in München.

Erster Band:

Die Elektrophysik
und die
Theorie des Elektromagnetismus

von

C. Heinke und **H. Ebert.**

Zweite und dritte Abteilung.

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1904.

Die Elektrophysik

und die

Theorie des Elektromagnetismus

von

Dr. C. Heinke und **Dr. H. Ebert.**

Zweite Abteilung:

Die elektrischen Ausgleichvorgänge. Der Ferromagnetismus.

Mit 355 Abbildungen.

Bearbeitet

von

Dr. C. Heinke.

Dritte Abteilung:

Die Theorie des Elektromagnetismus.

Mit 17 Abbildungen.

Bearbeitet

von

Dr. H. Ebert.

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1904.

Druck von Fischer & Wittig in Leipzig.

Schlusswort.

Die zweite Abteilung dieses Bandes wurde im wesentlichen nach den nämlichen Grundsätzen bearbeitet wie die erste. Auch hier wurde weniger Nachdruck auf Vollzähligkeit der einschlägigen Anschauungen und Versuchsergebnisse gelegt als auf eine Durchdringung bis zur Erlangung einer möglichst einheitlichen und, wo es meine Kräfte und der gegenwärtige Stand des Wissens irgend angängig erscheinen liessen, organischen Darstellung des vielgestaltigen Stoffes. Dieses Bestreben hat mich sowohl in dem Abschnitt über die elektrischen Ausgleichvorgänge, als namentlich auch bei Darstellung der etwas verwickelten ferromagnetischen Erscheinungen geleitet. In beiden Fällen wurde in Auswahl und Darstellung des Stoffes zwar auf den Charakter des ganzen Werkes Rücksicht genommen, aber auch eine etwas weitergehende Behandlung nicht vermieden, wo grundlegende physikalische Erscheinungen in Frage kommen, welche vielleicht nur zum Teil direktes technisches Interesse besitzen, um so mehr aber für die zukünftige Entwicklung unseres Wissens über das Wesen der Elektrizität von Bedeutung zu werden versprechen.

Im besonderen ist hier an die beiden letzten verheissungsvollen Triebe am Baume der Elektrizitätswissenschaft gedacht: die rein dynamisch aufgefassten Erscheinungen der elektrischen Wellen und die gegenwärtig überwiegend materiell aufgefassten Leitungserscheinungen in Gasen.[1]) Beide Erscheinungsgruppen wurden aus den obenerwähnten Gründen, grade wegen

[1]) Die neueste Entwicklung der radioaktiven Strahlungen, welche zu einer Unterscheidung in die elektrisch aktiven α, β, γ-Strahlen und die elektrisch indifferenten „Emanationen" geführt hat, wurde nicht mehr berücksichtigt. So interessant diese Beobachtungen und Vorstellungen auch sind — nach ihnen gliche die α-Strahlung in dem verhältnismässig geringen Durchdringungsvermögen und in der Grösse der Ladungsträger etwa den Atomionen der „Kanalstrahlen", die β-Strahlung in Durchdringungsvermögen und Grösse der Ladungsträger etwa den Elektronionen der Kathodenströmung, die γ-Strahlung etwa den sekundär induzierten Röntgenstrahlen, während die Emanation endlich als eine materielle Ausschleuderung, vielleicht ein Edelgas (Helium), aus den hierdurch, etwa nach Art der Abschleuderung planetarischer Gebilde verkleinerten und elementar veränderten Radium-Atomen u. s. f. aufzufassen wäre — so kompliziert und klärungsbedürftig sind auf der anderen Seite die Erscheinungen und Hilfsvorstellungen dieses Gebietes. In dem gegenwärtigen Stadium erschienen sie daher zur näheren Behandlung noch nicht ausgereift genug, um eine den Leser verwirrende Wirkung vermeiden zu können, abgesehen davon, dass sie teilweise aus dem Gebiet der Elektrophysik herausleiten dürften.

ihres scheinbar gegensätzlichen Charakters, etwas eingehender behandelt, schon auf Grund meiner inneren Überzeugung, dass auch dieser scheinbare Gegensatz sich von einem höheren Standpunkte aus als Ergänzung darstellt, auch wenn man vorläufig die neueste Richtung der in stürmischer Entwicklung begriffenen Elektronentheorie noch nicht als Anfang dieser Lösung betrachten will.

Ob es nämlich der von ABRAHAM und W. KAUFMANN wieder aufgenommenen Theorie von H. A. LORENTZ gelingen wird, die von der radikalsten Richtung angestrebte Elektrisierung der Mechanik durch Erklärung der Gravitation auf elektromagnetischem Wege zu einer wissenschaftlich haltbaren Auffassung zu verdichten, kann zweifelhaft erscheinen, wenn man den hierzu notwendigen Umsturz der bisherigen Grundsätze sowohl der Mechanik als auch der Elektrizitätslehre in Rücksicht zieht. Trotzdem ist schon der Versuch der Umschweissung der bisherigen materiellen Vorstellungen auf dem Elektronengebiet in solche mit rein dynamischem Charakter höchst charakteristisch.

Vorläufig scheint aber eine Ausscheidung aller materiellen Hilfsvorstellungen grade auf diesem Gebiet mit Rücksicht auf unsere geistigen Vorstellungsbedürfnisse noch verfrüht zu sein, wenn sie überhaupt je ganz möglich wird, was ich bezweifeln muss. Aus diesem Grunde wurde die von mir gewählte Darstellungsweise beibehalten, zumal sie eine bequeme Anpassung an die auch sonst benutzten Hilfsvorstellungen gestattet. In ihren Grundzügen von MAXWELL herrührend, nehmen sie eine glückliche Mittelstellung zwischen den dynamischen und materiellen Auffassungen ein und gestatten deshalb eine ziemlich einheitliche Darstellungsweise, die auch ferner eine Angliederung der teils unerlässlichen, teils gedankenökonomisch wertvollen Hilfsvorstellungen für die magnetischen Erscheinungen ermöglicht, wie sie im letzten Abschnitt durchgeführt ist.[1])

[1]) Die Bearbeitung von H I, 2 erfolgte in den Jahren 1900 bis Ostern 1903. Der Umstand, dass die Durcharbeitung einiger Abschnitte mehr Mühe und Zeit beanspruchte, als es vielleicht jetzt den Anschein besitzt, liess nach der erwünschten Zweiteilung des ersten Bandes eine grössere Beschleunigung in dem Erscheinen der zweiten Abteilung nicht rätlich erscheinen.

Ähnliche Umstände haben wohl auch bei anderen Bänden die Fertigstellung verhindert und verzögern im Interesse des Inhaltes das Erscheinen erheblich über die anfänglich für das Handbuch in Aussicht genommene Frist. Im letzten Jahre haben ausserdem noch völlig unvorhergesehene Zwischenfälle das Erscheinen dreier weiterer Bände des Handbuches vereitelt bezw. bis in das nächste Jahr verzögert. Dies war einmal der beklagenswerte, plötzliche Tod unseres Mitarbeiters F. JORDAN (Bremen), dessen Bd. VII bereits im Erscheinen begriffen war, als er uns entrissen wurde; leider waren die hinterlassenen Aufzeichnungen so unvollständig, dass für den Hauptteil eine völlig neue Bearbeitung Platz greifen musste. Glücklicherweise ist es gelungen hierfür die schätzenswerte Kraft des Herrn Direktor K. WILKENS (Berlin) zu gewinnen, doch wird naturgemäss das Erscheinen von Bd. VII durch diesen Wechsel stark verzögert.

Das Erscheinen von Bd. III und VI, welches gleichfalls für dieses Jahr bestimmt in Aussicht genommen war, wurde leider durch das unerwartet gesteigerte Nervenleiden zweier Mitarbeiter für je einen Abschnitt der beiden Bände vereitelt, da hier ebenfalls ein neuer Ersatz gesucht werden musste. Auch hier gelang es zwar, völlig geeignete

Mit Rücksicht auf einen mässigen Umfang des Bandes wurde der in das Gebiet der kosmischen Physik hinüberreichende Erdmagnetismus nicht behandelt. Hierfür sei auf das kürzlich bei S. HIRZEL erschienene umfangreiche Werk von ARRHENIUS über „kosmische Physik" verwiesen, ebenso für die an die Elektrizitätslehre anschliessende Optik auf das gleichfalls bei S. HIRZEL erschienene „Lehrbuch der Optik" von DRUDE. Hingegen wurden auch in H I, 2 wieder mehrfach Ausführungen, welche besonders treffend erschienen, im Wortlaut eingefügt und durch kleineren Druck kenntlich gemacht.

Das obenerwähnte Bestreben, das ganze Stoffgebiet von einem einheitlichen Standpunkt, sagen wir demjenigen eines technischen Physikers, aus zu durchdringen und zu organisieren, hat auf der einen Seite zu einer neuen Einteilung des Stoffes geführt. Hierbei musste auch das bisher von der Allgemeinheit viel zu wenig beachtete Gebiet der Wellenstromerscheinungen den ihm gebührenden Platz zugewiesen erhalten. Dies erschien um so mehr geboten, als aus den letzten Jahren grade die interessantesten Erweiterungen der Elektrophysik vielfach diesem Gebiet angehören — es sei nur auf die Phänomene des Gleichstromlichtbogens hingewiesen — und meine früheren Arbeiten (über Wellenströme), welche zuerst eine Klärung dieses Gebietes nach messtechnischer und energetischer Richtung anstrebten, in allen wesentlichen Punkten bestätigt haben.

Auf der anderen Seite führte jenes Bestreben zur stärkeren Betonung des philosophischen Untergrundes der Erscheinungen und ihrer Auffassungen. In dieser persönlichen Note, welche dem Streben nach Einheitlichkeit entspringt und sicherlich in einem individuellen Hange des Verfassers wurzelt, liegt vielleicht eine gewisse Gefahr, die aber schliesslich allen Eigenbestrebungen innewohnt. Ob es mir gelungen ist, hier das richtige Mass zu halten und den Mittelweg zu finden zwischen der trockenen objektiven Registrierung der Forschungsergebnisse und dem anderen Extrem, dieselben in ein vorgefasstes philosophisches System zu zwängen, wage ich selbst nicht zu entscheiden; darin sehe ich aber klar, dass Bereicherungen des bearbeiteten Gebietes, oder doch wenigstens Anregungen zu neuen Gesichtspunkten und Auffassungen ausser von der in erster Linie stehenden Sonderforschung, nur von einer derartig persönlichen Verarbeitung und Zusammenschweissung des Gesamtgebietes zu erwarten sind. Nach dieser Seite erschien mir der zu erhoffende Gewinn, sowohl für die Leser als möglicherweise auch für die Wissenschaft selbst, neben dem persönlichen Bedürfnis, mich mit dem ganzen Gebiet von einem bestimmten Standpunkt aus abzufinden, so viel grösser als nach der anderen, dass die Anordnung und die Art der Bearbeitung, als Ganzes genommen, unter einem gewissen inneren Zwange erfolgten. Im einzelnen

Kräfte zu gewinnen in Herrn Direktor J. HEUBACH anstelle des Herrn J. JONAS und in Herrn Oberingenieur SOSCHINSKI anstelle des Herrn Prof. Dr. TEICHMÜLLER, aber auch hier war eine Verzögerung im Erscheinen unvermeidlich.

Bei der Umzeichnung der Figuren für H I, 2 war mir anfänglich Herr Ingenieur HORSCHITZ, später mein Assistent, Herr Diplomingenieur G. HOMMEL in dankenswerter Weise behilflich, letzterer auch beim Lesen der Korrektur. Für einen Teil der Figuren konnten auch hier bereits vorhandene Klischees benutzt werden.

dürfte manches verbesserungsfähig sein, das gebe ich ohne weiteres zu, doch scheint mir dies gegenüber einer grösseren Harmonie von geringerer Bedeutung, namentlich für den vorliegenden Zweck. Die Sammelbearbeitungen der neueren Wissenschaft und ihrer Ergebnisse haben nach meiner Ansicht grade in dieser Richtung manches gut zu machen, um eine bessere Anpassung an die eigentlichen Bedürfnisse der Allgemeinheit zu erlangen. Nur so dürfte es auch möglich sein, den Wissenschaften in der Gesamtheit der menschlichen Geistesbildung einen besseren Anschluss an die Künste zu bereiten, deren Darbietungen nicht als Gegensätze sondern als Ergänzungen zu den Darstellungen der Wissenschaftsergebnisse aufgefasst sein wollen.

Irschenhausen bei München, im Oktober 1903.

C. Heinke.

Inhaltsverzeichnis.

Vierter Abschnitt.

Die elektrischen Ausgleichvorgänge.

Einleitung.

A. Die beständigen Ausgleichvorgänge.

1. Die Beziehungen der Stromstärke zu Spannung und Ausgleichwiderstand.

2. Die Einteilung der elektrischen Ausgleichvorgänge.

3. Die energetische Seite der Ausgleichgrössen.

4. Die Zusammensetzung von Stromkreisen.

5. Verteilung des elektrischen Ausgleichs über den Leiterquerschnitt.

6. Das magnetische Feld stromdurchflossener Leiter.

B. Die unbeständigen Ausgleichvorgänge und elektrischen Schwingungen.

C. Die elektrischen Leiter.

1. *Metallisch leitende Materialien.*

2. *Leitung durch mitgeführte Ladungen (Konvektion).*

D. Erscheinungen an den Leitergrenzen und energetische Umsetzungen bei elektrischen Ausgleichvorgängen.

1. Wirkung von Grenzflächen.

2. Umsetzung in andere Energieformen.

Fünfter Abschnitt.

Der Ferromagnetismus.

A. Geschichtliche Entwickelung und Hilfsvorstellungen.

1. Geschichtliche Entwickelung des Elektromagnetismus.

2. Magnetische Hilfsvorstellungen.

B. Die ferromagnetischen Begriffe und Erscheinungen.

C. Die ferromagnetischen Materialien.

Zusammenstellung der mehrfach in H. I, 2 gebrauchten Symbole und ihrer Bedeutung.

Die beigefügten Zahlen verweisen für die nähere Erläuterung auf die Artikelnummer. Wo die Symbole vorübergehend eine andere als die vorstehende Bedeutung besitzen, ist diese stets an der betreffenden Stelle selbst angegeben.

A = Arbeit; im Abschnitt V Ummagnetisierungsarbeit (285).

A_h = Hysteresearbeit im Gegensatz zu A_w (Wirbelstromarbeit) (306).

A_d = Ummagnetisierungsarbeit bei drehender Hysterese (305).

A_l = Ummagnetisierungsarbeit bei linearer Hysterese (305).

AW = Amperewindungen.

$\alpha = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left[\sqrt{(g^2+b^2)+(r^2+s^2)}+(gr-bs)\right]}$ als Parameter im Abschnitt IV A (170).

$\alpha = \dfrac{R}{2L}$ als Dämpfungsglied im Abschnitt IV B (195).

α_Q = Temperaturkoeffizient des Widerstandes im Abschnitt IV C (212).

α_k = Temperaturkoeffizient der Leitfähigkeit im Abschnitt IV C (212).

$\alpha_e = \omega_e \cdot t$ = Phasenwinkel der Spannung (144).

$\alpha_i = \omega_i \cdot t$ = Phasenwinkel der Stromstärke (144).

B = spezifische magnetische Induktion (Kraftlinien auf 1 cm^2) (289).

B' = maximale Induktion bei Wechselmagnetisierung $\tilde{B}$ (300).

B_f = magnetische Induktion des Ferrikums (292).

B_0 = magnetische Induktion im Zwischenmedium (292).

$(B')_m$ = mittlere Maximalinduktion in einem Querschnitt (300).

B, H-Kurve = graphische Darstellung der Beziehung zwischen B und H (290).

$b = \omega \cdot c$ als wirksame Susceptanz der Längeneinheit in Abschnitt IV A (169).

$\beta = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left[\sqrt{(g^2+b^2)+(r^2+s^2)}-(gr-bs)\right]}$ als Parameter in Abschnitt IV A (170).

$\beta = \sqrt{\dfrac{1}{LC}-\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2}$ als Schwingungsglied in Abschnitt IV B (195).

β_Q bezw. β_k = zweiter Temperaturkoeffizient, vgl. α_Q bezw. α_k.

C = Kapazität einer Leiteranordnung.

C_J = Initialkapazität bei Polarisationszellen (261).

c_e = Kurvenfaktor der Spannungswelle (144).

c_i = Kurvenfaktor der Stromwelle (144).

c_1, c_2 = Masssystem- oder andere Konstante.

γ = Entmagnetisierungsfaktor (291).

D = Druckdifferenz bezw. Direktionskraft im allgemeinen Ausgleichgesetz (142) bezw. im magnetischen Ausgleichgesetz $N = D : S_m$ (289).

d = Entfernung (Abstand, Durchmesser).

d = Jonendichte in Abschnitt IV C (229).

δ = Längendimension z. B. Blechdicke in Abschnitt V.

E = elektrische Spannung (allgemein).

$\bar{E}$ = elektrische Gleichspannung.

$\tilde{E}$ = „ Wechselspannung (effektiver Mittelwert).

$\overset{w}{E}$ = Wellenspannung (152).

$\overset{w}{E}_g$ = Gleichspannungsniveau einer Wellenspannung.

$\overset{w}{E}_\sim$ = Wechselkomponente (äquivalenter Effektivwert) einer Wellenspannung.

$\tilde{E}_r$ = arbeitleistende Komponente.

$\tilde{E}_l$ = Leerkomponente ($\tilde{E}_\mu$) (160).

$\tilde{E}_{1,2}$ = Effektivwert der Spannung zwischen Fernleitung (Klemme) 1 und 2 (165).

E_R = Spannungskomponente zur Überwindung des elektromagnetischen Reibungswiderstandes (OHMschen Widerstandes).

$\tilde{E}_L$ = Spannungskomponente zur Überwindung des elektromagnetischen Trägheitswiderstandes (Selbstinduktion).

$\tilde{E}_c$ = Spannungskomponente zur Überwindung des elastischen Widerstandes (des Dielektrikums).

E_g = Summen- bezw. Generatorspannung.

$\tilde{E}_\mu$ = umgesetzte Spannungskomponente, welche durch magnetisches Wechselfeld kompensiert wird.

E_A = Anodenfall in Abschnitt IV C (248).

E_K = Kathodenfall in Abschnitt IV C (248).

e = Momentanwert der Spannung; als Index bedeutet es: in Beziehung auf die Spannung z. B. ω_e.

e' = Maximalwert bei periodischer Wechselspannung.

ε = Basis der natürlichen Logarithmen d. h. 2·718 in Abschnitt IV A und B.

ε = elektrisches Elementarquantum mit etwa $4{\cdot}2 \cdot 10^{-10}$ ESE in Abschnitt IV C, 2 (240).[1])

F = mechanische Kraft.

f = Formfaktor in Abschnitt IV (168).

φ = Phasenverschiebungswinkel (zwischen Spannung und Stromstärke) im Kreisdiagramm.

G = Gewicht (283).

g = wirksame Konduktanz der Längeneinheit in Abschnitt IV A (169).

g als Index eines einfachen Symbols, z. B. J_g deutet eine Summen- bezw. Generatorgrösse an.

g als Index einer Wellenstromgrösse, z. B. $\overset{w}{J}_g$ deutet das Gleichstromniveau an (152).

H = magnetisches Gefälle oder spezifische magnetische Antriebskraft (Druckdifferenz), auch „Feldstärke" (289).

H' = Reinbetrag, welcher bei gemischtem Kreislauf auf das Ferrikum entfällt (292).

H'' = Reinbetrag, welcher bei gemischtem Kreislauf auf das Interferrikum entfällt.

[1]) Neuerdings zu $3{\cdot}4 \cdot 10^{-10}$ ESE angenommen.

h = Materialkoeffizient der Hysterese nach STEINMETZ (sonst mit η bezeichnet) in Abschnitt V (302).

J = elektrische Stromstärke (allgemein).

$\bar{J}$ = „ Gleichstromstärke.

$\tilde{J}$ = „ Wechselstromstärke (144).

$\overset{w}{J}$ = elektrische Wellenstromstärke (152).

$\overset{w}{J}_g$ = Höhe des Gleichstromniveaus der Wellenstromstärke (152).

$\overset{w}{J}_\sim$ = Wechselkomponente der Wellenstromstärke (Effektivwert).

$\tilde{J}_\mu$ = Magnetisierungskomponente (300).

$\tilde{J}_r$ = arbeitleistende Komponente (150).

$\tilde{J}_l$ = Leerkomponente einer periodischen Wechselstromstärke (150).

i = Momentanwert der Stromstärke; als Index bedeutet es: in Beziehung auf Stromstärke z. B. ω_i.

i' = Maximalwert einer periodischen Stromstärkekurve.

I = Magnetisierungsintensität in Abschnitt V (292).

I, H Kurve = graphische Darstellung der Beziehung zwischen I und H (293).

$K = \dfrac{k \cdot q}{ml}$ als Konduktanz oder (totales) Leitungsvermögen (149).

K_p^r = wirksame Konduktanz bei Parallelschaltung (145).

k = Leitfähigkeit oder spezifisches Leitungsvermögen in $\mho \cdot \left(\dfrac{m}{mm^2}\right)$ als Materialkoeffizient der Leitung in Abschnitt IV C (209).

k_{Hg} = k bezogen auf Quecksilber als Einheitsmaterial (209).

k_{15} = k bei 15° C.

$k = \varepsilon^{\alpha\tau}$ als Dämpfungsfaktor in Abschnitt IV B (196).

$\varkappa$ = Dielektrizitätskonstante in Abschnitt IV A und B.

$\varkappa = k \cdot 10^4$ als spezifisches Leitvermögen nach KOHLRAUSCH in Abschnitt IV C (230).

$\varkappa$ = magnetische Suszeptibilität in Abschnitt V (292).

L = Selbstinduktionskoeffizient einer Leiteranordnung.

L_1 = Selbstinduktionskoeffizient einer Leiteranordnung bei eisenfreier Umgebung.

L_w = wirksamer Selbstinduktionskoeffizient (142).

l = Länge (eines Leiters bezw. Kraftlinienweges).

l_A = elektrolytische Beweglichkeit des Anions (229).

l_K = elektrolytische Beweglichkeit des Kations.

ln = log · nat.

λ = $ln\, k = \alpha \tau$ als natürliches logarithmisches Dekrement in Abschnitt IV B (196).

λ = Wellenlänge bei elektrischen Schwingungen in Abschnitt IV A und B (168).

λ = „freie Weglänge" eines Gasions in Abschnitt IV C (252).

$\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$ als Äquivalent-Leitvermögen nach KOHLRAUSCH in Abschnitt IV C (232).

m = Verhältnis der Resonanzwirkung in Abschnitt IV A (147).

m = Masse eines Ladungsträgers in Abschnitt IV C (251).

m = Dimensionsverhältnis (Länge : Querschnitt) in Abschnitt V (291).

m als Index eines einfachen Symboles bezeichnet „magnetisch" im Gegensatz von el (elektrisch).

m als Index einer Klammergrösse z. B. $(\mu)_m$ oder $(B)_m$ bezeichnet den mittleren Wert im Querschnitt (300).

μ = magnetische Permeabilität (289).

μ als Index bedeutet: auf Magnetisierung bezüglich z. B. $\mathfrak{J}_\mu$.

μ_f = Permeabilität des Ferrikums gegenüber μ_0 im Zwischenmedium (292).

μ_g = mittlere Permeabilität eines gemischten Kreislaufes (291).

$\tilde{\mu}$ = Wechselstrompermeabilität (300).

$\overline{\mu}$ = Gleichstrompermeabilität (300).

μ_c = Permeabilität bei zirkularer Magnetisierung (299).

μ_a = Permeabilität bei achsialer Magnetisierung (299).

N = magnetisches Kraftlinienfeld (allgemein) (289).

$\overline{N}$ = magnetisches Gleichfeld.

$\tilde{N}$ = " Wechselfeld.

N = " Wellenfeld (263).

$\mathring{N}$ = " Drehfeld (274).

N_t = (totale) verkettete Kraftlinienzahl (mit einer Leiteranordnung).

N_{el} = elektrisches Kraftlinienfeld bezw. Anzahl elektrischer Kraftlinien.

Momentanwert eines veränderlichen Kraftlinienfeldes (275).

n' = Maximalwert eines Wechselfeldes (275).

Verhältnis der Zeitkonstanten in 196.

Einheitsgeschwindigkeit der Jonen in Abschnitt IV C (245).

magnetischer Streuungskoeffizient in Abschnitt IV D (275) und in V (292).

$\pi \cdot z = 2\pi \cdot u$ = Polargeschwindigkeit bei Sinusfunktionen (144).

$\frac{d\alpha_e}{dt} = c_e \cdot z$ = Polargeschwindigkeit der Wechselspannung bei beliebiger Kurvenform (144).

$\omega_i = \frac{d\alpha_i}{dt} = c_i \cdot z$ = Polargeschwindigkeit der Wechselstromstärke bei beliebiger Kurvenform (144).

$\frac{1}{L \cdot C}$ $\pi \cdot z = \frac{\pi}{\tau}$ als Charakteristik der Eigenschwingung eines Systems in Abschnitt IV B (194).

p als Index deutet Parallelschaltung an z. B. R_p.

Q = Elektrizitätsmenge (elektrische Ladung).

q = Momentanwert einer Ladung (Verschiebung aus der Nulllage) in Abschnitt IV B (193).

$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = i$ = Änderung der Ladung (Momentanstromstärke) (193).

$\frac{d\dot{q}}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{di}{dt}$ = Beschleunigung des Ausgleiches (Stromstärkeänderung) (193).

q = Querschnitt in Abschnitt IV C und V.

$R = \frac{l}{q \cdot k}$ = (totaler) elektrischer Widerstand einer Leiterstrecke nach OHM (Gleichstromwiderstand) in Abschnitt IV (209).

R = magnetischer Reibungswiderstand in Abschnitt V (286).

R_w = wirksamer (reduzierter) Widerstand eines Leitersystems bei Wechselstrom (142 und 176).

R_p = wirksamer (reduzierter) Parallelschaltungswiderstand (142).

wirksamer Widerstand der Längeneinheit (169).

ϱ = Materialkoeffizient des elektrischen Widerstandes in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ spezi-

fischer Widerstand) in Abschnitt IV C (209).

$\varrho_t = \varrho$ bei der Temperatur t z. B. $\varrho_{25} = \varrho$ bei 25° C.

S = elastischer oder Spannwiderstand.

$S_d = \frac{l}{q \cdot \varkappa} = \frac{1}{C}$ = dielektrischer Spannwiderstand (einer Isolierschicht).

$S_m = \frac{l}{q \cdot \mu}$ = magnetischer Widerstand (einer Kraftlinienbahn) (286).

s = resultierende Reaktanz auf die Längeneinheit (einer Leitung) in Abschnitt IV A (169).

s = spezifisches Gewicht (einer Lösung) in Abschnitt IV C (232).

s als Index bezeichnet in Abschnitt V die magnetischen Sättigungswerte (287).

σ = Scheitelfaktor bei Wechselkurven z. B. $\sigma_e = e' : \tilde{E}$ (303).

$T = \frac{1}{u} = \frac{2}{z} = \frac{2\pi}{\omega}$ bezw. $\frac{2\pi}{\beta}$ = Zeitdauer einer Periode (Vollschwingung) in Abschnitt IV A und B (144 bezw. 200).

$T = \frac{L}{R}$ = Zeitkonstante eines induktiven Stromkreises (T_L) in Abschnitt IV B (187).

$T_C = C \cdot R$ = Zeitkonstante eines kapazitiven Stromkreises in Abschnitt IV B (190).

t = laufende Zeit in Abschnitt IV A und B; t_1, t_2 u. s. w. Zeitpunkte.

$\tau = \frac{T}{2}$ = Zeitdauer einer einfachen Schwingung in der Schwingungstheorie (194).

τ als Einheit für T_C in 191.

t = Temperatur in Abschnitt IV C und in V.

μ, t-Kurve = graphische Darstellung der Beziehung zwischen μ und Temperatur t (295).

$u = \frac{z}{2}$ = sekundliche Periodenzahl oder Frequenz (144).

v = mechanische Geschwindigkeit.

VA = Voltampere.

VA_g = Produkt aus Gleichspannungsniveau in Volt und Gleichstromniveau in Ampere (158).

W = umgesetzte elektrische Leistung in Watt.

$\tilde{W}$ = Wechselstromleistung (157).

$\tilde{W}_h$ = Leistung (in Watt) zur Deckung der Ummagnetisierungsarbeit.

$\tilde{W}_w$ = Leistung (in Watt) zur Deckung der Wirbelstromarbeit (306).

$\overset{w}{W}$ = Wellenstromleistung (mittlere) (159).

$\overset{w}{w}$ = Wellenstromleistung (Momentanwert) (159).

w über einem Symbol deutet den Wellenstromcharakter der Grösse an (152).

w als Index deutet eine wirksame Grösse bei Wechselstrom an (142); in 306 bezieht es sich auf Wirbelstromgrössen.

w = Windungszahl in 182 und in Abschnitt V.

x = laufende Entfernung (vom Leiteranfang oder -ende) (168).

η = Äquivalentkonzentration nach Kohlrausch in Abschnitt IV C (229).

η_L = photoelektrischer Wirkungsgrad in Abschnitt IV D (271).

Z = Ausgleichwiderstand (in scheinbaren Ohm) bei Wechselstrom (Wechselstromwiderstand) in Abschnitt IV A (142).

$z = 2u$ = sekundliche Wechselzahl (144) bezw. Halbschwingungen (194).

⌉ ⌋ = Zeichen für rechtwinklig geometrische Zusammensetzung von Komponenten (169).

∼ = Zeichen für Wechselstromcharakter.

Abkürzungen:

ESE = elektrostatische Einheiten
EMM = elektromagnetische Einheiten
MMK = magnetemotorische Kraft
EMK = elektromotorische Kraft
$\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ = Ohm auf 1 Meter und 1 Quadratmillimeter Querschnitt.
$\mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right)$ = Mho „ 1 „ „ 1 „ „
Mf = Mikrofarad.

Abkürzungen bei Citaten:

ETZ = Elektrotechnische Zeitschrift (Berlin bei J. Springer) mit Jahreszahl und Seite.
Ph. Z. = Physikalische Zeitschrift (Leipzig bei S. Hirzel) mit Jahrgangsnummer und Seite
H. I, 1 = Handbuch der Elektrotechnik (Leipzig bei S. Hirzel) mit Bandzahl und Abteilung.
Die Verweise innerhalb H. I, 2 in fetten Ziffern geben die Artikelnummer an.
S. E. V. = Sammlung elektrotechnischer Vorträge (Stuttgart bei F. Enke) mit Angabe der Band- und Heftnummer bezw. der Seite.
El. = The Elektrician (London) mit Bandnummer und Seite.
L'éclair. electr. 15,471 = L'éclairage électrique Band 15 Seite 471.
W. S. B. = Wiener Sitzungsberichte (der Akademie) mit Bandnummer und Seite.
T. R. S. = Transactions of Royal Society (London) „ „ „ „
P. R. S. = Procedings „ „ „ „ „ „ „ „
Phil. Mag. = Philosophical Magazine mit Bandnummer und Seite.
Z. f. Ph. Ch. XIV, 622 = Zeitschrift für physikalische Chemie (Leipzig) Bd. XIV, Seite 622.
Z. f. I. = Zeitschrift für Instrumentenkunde.
M. & J. = MASKART & JOUBERT, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus (deutsch bei J. Springer, Berlin).
P. A. 34, 418 = POGGENDORFS Annalen, Band 34, Seite 418.
WIED. Ann. 68, 327 = WIEDEMANNS Annalen, Band 68, Seite 327 (Leipzig bei A. Barth).
A. d. Ph. 1, 526 = Annalen der Physik Band 1, Seite 526 (Leipzig bei A. Barth).
Wd. III, 784 = WIEDEMANN, Elektrizität, Band III, Artikel 784 (nicht Seite).
Wk. IIIb, 141 = WINKELMANN, Handbuch der Physik (1893), Band III, Abteilung 2, Seite 141.
MAXWELL Tr. I, 315 = Treatise, Band I, Artikel 315.
F. KOHLRAUSCH & HOLBORN, 101 = Leitvermögen der Elektrolyte (Leipzig 1898 bei Teubner) S. 101.
STEINMETZ W. E. § 114 = Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen (Berlin 1900) § 114.
FELDMANN, W. Tr. = Wechselstrom-Transformator (Leipzig bei Leiner) mit Band und Seite.
J. J. THOMSON = Die Entladung der Elektrizität durch Gase (Leipzig 1900 bei A. Barth) mit Hinweis auf die Seite. NB. Ein grösseres Werk desselben Verfassers ist vor kurzem erschienen.
J. STARK = Die Elektrizität in Gasen (Leipzig 1902 bei A. Barth) mit Hinweis auf die Seite.
DU BOIS, M. Kr. = Magnetische Kreise (Berlin 1894 bei J. Springer).
EWING, M. J. = Magnetische Induktion (Übersetzung Berlin 1892 bei J. Springer).
a. a. O. = am angeführten Orte (mit Bezug auf das letzte Zitat).

Druckfehlerberichtigungen.

Seite 17 Zeile 2 von unten lies: bestimmte anstatt bestimmten.

„ 26 „ 12 „ oben „

$$\frac{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}\,\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}} \text{ anstatt } \frac{\sqrt{R_1^2 + \omega L_1^2}\,\sqrt{R_2^2 + \omega L_2^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}}.$$

„ 117 „ 2 „ unten lies: Näherungswert anstatt Nährungswert.

„ 138 „ 6 „ „ „ seine Achse „ eine Achse.

„ 149 sind in Fig. 173 b und 173 c die mit IV bezeichneten Feilichtbilder zu vertauschen.

„ 155 Zeile 20 von oben lies: Arbeitsleistungen anstatt Arbeitleistungen.

„ 173 „ 11 „ unten „ $\frac{\bar{E}}{8550}$ anstatt $\frac{\bar{E}}{6840}$.

„ 174 „ 4 „ oben „ $\frac{6840}{1710}$ „ $\frac{6840}{1700}$.

„ 187 „ 8 „ unten „ $\nu = \frac{L}{CR^2}$ anstatt $\frac{L}{R C_2}$.

„ 191 „ 7 „ oben „ $\frac{C R_1 R_2 + L}{2\, C L R_1}$ anstatt $\frac{C R_1 R_2 + L}{C L R_1}$.

„ 191 „ 15 „ unten „ $\frac{a^2}{4}$ anstatt $\frac{a_2}{4}$.

„ 201 „ 15 „ oben „ $\tilde{E} \cdot \omega C$ anstatt $E \omega C$.

„ 253 „ 3 „ unten „ Konstantan anstatt Konstanten.

„ 292 „ 4 „ oben „ betreffenden „ betreffende.

„ 307 „ 21 „ „ „ potentielle „ potentiellen.

„ 308 „ 26 „ „ „ ist „ bildet.

Vierter Abschnitt.

Die elektrischen Ausgleichvorgänge.

Einleitung.

Die Ausführungen über den elektrischen Spannungszustand (in H. I, 1) haben sich bereits mehrfach auf Erscheinungen erstreckt, welche man als elektrische Ausgleichvorgänge im weiteren Sinne auffassen könnte. Hierzu wären folgende elektrische Bewegungsvorgänge zu rechnen: erstens der Vorgang der „Verschiebung" im Dielektrikum selbst (**112**); zweitens der Vorgang bei der Verteilung der gegensätzlichen Ladungen, welche durch „Influenz" auf zusammenhängenden Leiteroberflächen im elektrischen Felde herbeigeführt wird (**117**); drittens der Vorgang bei der mechanischen Bewegung von Ladungsträgern durch elektrische (ponderomotorische) Kräfte (**137**). Aus überwiegend praktischen Gründen sollen im folgenden gesondert diejenigen elektrischen Ausgleichvorgänge behandelt werden, welche man kurzweg als elektrische Ströme zu bezeichnen pflegt. Die Unterscheidung ist zwar wiederum nicht mit voller Schärfe durchführbar (**111**), vielmehr sind auch hier verbindende Übergangserscheinungen vorhanden, trotzdem wird es praktisch zulässig erscheinen, die elektrischen Ströme in einer Strombahn mit meist linearer Hauptausdehnung als Ausgleichvorgänge im engeren Sinne auszuscheiden. **140.** Rückblick auf die Entwickelung der Hauptbegriffe.

Die nächste, gleichfalls praktisch gebotene Unterscheidung der elektrischen Strömungen, welche stets in vollkommen geschlossener S t r o m b a h n und in mehr oder weniger geschlossener L e i t e r b a h n verlaufen, dürfte folgende sein: einmal der Ausgleich eines elektrisch gespannten Systems ohne erneuerte Zufuhr elektrischer Spannungsenergie, wie z. B. die Entladung eines nach seiner Ladung von der Spannungsquelle isolierten Kondensators; ein zweites Mal der Ausgleich in einem Stromkreis mit ständiger Erneuerung der Spannungsenergie an einer oder mehreren Stellen des Stromkreises durch sogenannte Strom- bezw. Spannungsquellen (vgl. **80** bis **108**).

Im allgemeinen könnte man die erste Klasse der elektrischen Ausgleichvorgänge als solche bezeichnen, bei welchen eine bestimmte und begrenzte Menge an elektrischer Spannungs e n e r g i e, welche vorher im System aufgespeichert wurde, ins Spiel kommt, d. h. durch S t r o m b i l d u n g zur Um-

setzung gelangt. Die zweite Klasse würde hingegen durch die stetige Zufuhr und Umsetzung einer bestimmten elektrischen Leistung während des Ausgleichvorganges charakterisiert sein. Die letztgenannten Ausgleichvorgänge sind jenen sowohl an praktischer Wichtigkeit als auch in den meisten Fällen an Einfachheit der Verhältnisse weitaus überlegen. Beide Gründe sprechen hinsichtlich der Reihenfolge in der Behandlung für eine Voranstellung der beständigen elektrischen Ausgleichvorgänge.

Die geschichtliche Entwickelung hat gezeigt, wie die hier zu betrachtenden elektrischen Ausgleichvorgänge (im engeren Sinne) aus den Wirkungen des elektrischen „Stromes" erst qualitativ und später zum Teil auch quantitativ erkannt und begrifflich zerlegt wurden. Teilt man diese Ausgleichwirkungen ein in solche innerhalb der Strombahn und solche ausserhalb derselben, also im magnetischen Felde des Stromes, so waren es zuerst die Licht- und Wärmeerscheinungen in der Strombahn (**2** und **6**), welche den Ausgleich der gespannten Reibungselektrizität kenntlich machten. Die von dem Strom bewirkten chemischen Zersetzungserscheinungen in elektrolytischen Leitern wurden erst mit Hilfe von Voltas „Säule" einer eingehenderen Untersuchung zugänglich (**12**). Noch später erfolgte die Auffindung der nach ihrem Entdecker Peltier benannten elektro-thermischen Stromwirkung. Von den Feldwirkungen des elektrischen Ausgleiches im Stromleiter wurde der Einfluss auf eine Magnetnadel zuerst aufgefunden (**16**), bald gefolgt von der Entdeckung der magnetisierenden Wirkung des Stromes und der richtenden Beeinflussung anderer stromdurchflossener Leiterteile (**22**); hieran schloss sich die Auffindung der Induktionserscheinungen, welche durch die Stromänderungen hervorgebracht wurden (**19**), und schliesslich die der elektrooptischen Wechselwirkungen (**39**). Alle diese qualitativen Entdeckungen fanden in der nachfolgenden Zeit bis zur Gegenwart ihre Ergänzung und Erweiterung (**34** ff.) durch Untersuchung der verschiedensten Sonderfälle der elektrischen Ausgleichvorgänge.

Die Untersuchung der Ausgleichvorgänge in quantitativer Beziehung lieferte die grundlegenden Formulierungen, welche sich besonders an die Namen Ampère, Biot-Savart, Ohm, Faraday, Joule, sowie weiterhin Maxwell und Hertz knüpfen; sie liessen einen grossen Einfluss auf die begriffliche Ausbildung erkennen, wenn auch einige Grundbegriffe aus den älteren reibungselektrischen Erscheinungen herübergenommen wurden. Diese führten auf Grund der geschichtlichen Entwickelung zuerst naturgemäss auf die Begriffe der „Elektrizitätsmenge" und der Spannung (damals als Dichte der „elektrischen Atmosphäre" oder auch nur als „Intensität" bezeichnet). Es wurde weiterhin gezeigt, wie Volta den Spannungsbegriff auf die Erscheinungen des Galvanismus übertrug, d. h. auf seine „Säule", welche den elektrischen Spannungszustand mit Hilfe chemo-elektrischer Energieumsetzung ständig erneuerte (**10**); wie Ampère zum erstenmal eine scharfe Trennung der Hauptbegriffe Spannung und Strom einführte, und wie gleichzeitig die Intensität des elektrischen Ausgleichs als „Stromstärke" in den Grundgesetzen von Ampère und Biot benutzt wurde (**23**); wie der zwar schon früher durch Davy und andere verwendete Begriff des elektrischen Widerstandes erst durch Ohm (**24**) zu seiner vollen Bedeutung gelangte; wie zuerst durch Ohms Formulierung die Abhängigkeit der elektrischen Ausgleichstärke (Stromstärke J) von der Spannungsgrösse E (EMK) einerseits, von den Eigenschaften des Leitungsweges (Widerstand R) andererseits klar zu Tage trat. Es lässt sich

ferner erkennen, dass die Hauptbegriffe erst durch die genaueren quantitativen Untersuchungen wenn nicht ihre Entstehung, so doch ihre allgemeinere Bedeutung erlangten.

Die Ausbildung der Begriffe und die Formulierung ihrer Beziehungen kann daher auch eine geschichtliche Abhängigkeit von den zur Verfügung stehenden Erzeugern der elektrischen Spannung und den Messmitteln nicht verleugnen. Auch die Analogien, welche andere, bereits bekannte Gebiete der Physik darbieten, üben einen natürlichen, der Kontinuität jeder Wissenschaftsentwickelung entstammenden Einfluss aus. Die Beobachtung lehrte, dass bei leitender Verbindung zwischen elektrisch geladenen Körpern mit verschiedenem Spannungszustand in ganz entsprechender Weise ein Ausgleich stattfindet, wie zwischen kommunizierenden Gefässen mit anfangs verschieden hohem Niveau der Flüssigkeitsspiegel, oder wie zwischen wärmeleitend verbundenen Raumgebieten mit verschieden hoher Temperatur. Die Benutzung des Bildes der „Strömung" für den elektrischen Ausgleich wie beim Wasser- oder Wärmestrom lag daher nahe, doch ist es gut, wenn bei all den hieraus folgenden bequemen und für sehr viele Zwecke ausserordentlich ökonomischen Begriffen und Bezeichnungen für die elektrischen Ausgleichvorgänge nie aus dem Auge verloren wird, dass es sich in letzter Linie doch stets nur um eine Analogie oder Hilfsvorstellung handelt.

Diesen analogen Vorgängen entsprechend kann man auch bei den elektrischen Ausgleichvorgängen zwei Hauptklassen (vgl. oben) unterscheiden: einerseits solche, bei denen ohne Erneuerung des energetischen Abstandes oder Fallraumes und unter stetiger Verminderung desselben das Ende des Vorganges durch Erreichung eines gleichen Niveaus herbeigeführt wird; andererseits solche, bei denen durch die energetische Pumpwirkung an einer bestimmten Stelle trotz des Ausgleiches oder Stromes die Niveaudifferenz aufrecht erhalten bleibt, und das Ende des Vorganges durch Unterbrechen der Pumpwirkung bezw. Absperrung des Ausgleichweges herbeigeführt wird. Die ersteren sind im folgenden als unbeständige, die letzteren als beständige bezeichnet. Namentlich bei letzteren drängt sich, von einem etwas höheren Standpunkt aus betrachtet, der Kreislaufcharakter als eine charakteristische und wichtige Seite der Erscheinung auf.

Bereits im Jahre 1824 hatte von einem solchen hohen Standpunkt aus betrachtet Sadi Carnot den Vorgang bei der Dampfmaschine als einen Wasserkreislauf: Kessel — Zylinder — Kondensator — Kessel aufgefasst, mit einer ständigen Hebung des Wärmeniveaus (Temperatur) durch den geheizten Kessel, wobei also dieser letztere die Kreislaufstelle darstellte, von der der bewegende Antrieb für den Kreislaufvorgang als Ganzes ausging. Einen ähnlichen Kreischarakter mit stärkerer Hervorkehrung des rein mechanischen Moments bietet der Wasserkreislauf: Wolken — Niederschlag — Flüsse — Meere — Wolken mit der Verdunstungswärme als der hebenden oder Niveauunterschiede verursachenden Kraft.

In besonders ausgeprägter und gewöhnlich auch leichter übersehbarer Form erscheint der elektrische Kreislauf mit den verschiedenen, im vorausgegangenen behandelten Ursachen zur Erzeugung beständiger Niveaudifferenzen (elektrischer Spannungen oder EMKK) an denjenigen Stellen des Kreislaufes, welche man als Stromquellen zu bezeichnen pflegt. Ähnlich wie oben der geheizte Kessel, sind es für den kreislaufartig sich vollziehenden elektrischen Ausgleich oder Strom die Stellen der Umwandlung irgend einer

nichtelektrischen Energieform in elektrische, welche die elektrische Pumpwirkung verrichten und die elektrische Niveaudifferenz aufrecht erhalten. Diese letztere wurde in der älteren Elektrophysik mit Rücksicht auf die vorliegende Arbeitsfähigkeit, oder auch den erforderlichen Arbeitsbedarf, jeder herabsinkenden bezw. gehobenen Elektrizitätsmenge Q allgemein als Potentialdifferenz und das Niveau als Potential bezeichnet. Die Technik hat diese Bezeichnungsweise so gut wie gänzlich aufgegeben und verwendet durchgehends die aus anderen Zweigen der Technik übernommene Bezeichnung „Spannung“, wobei als Bild die Verhältnisse bei anderen gespannten Fluidis, wie Druckwasser oder auch Druckluft, Dampf u. s. w., herangezogen werden. Diese Ausbreitung der Analogiebezeichnungen im technischen Sinne ist nicht nur folgerichtig, sondern auch für die Elektrotechnik entschieden vorteilhaft. Die Greifbarkeit des Spannungsbegriffes gegenüber dem Begriff des Potentials bezw. der Potentialdifferenz der Elektrophysik, welcher eine ungleich grössere wissenschaftliche Durchbildung voraussetzt, schliesst so viele praktische Vorteile ein, dass der Ersatz der für die meisten nebelhaften Potentialbezeichnung durch die „Spannung“ nicht zu beklagen ist. Allerdings legt diese Bezeichnung, welche wegen ihrer besseren Vorstellbarkeit ungleich klarer wirkt, ähnlich wie diejenige des „Stromes“, eine ganz bestimmte Hilfsvorstellung zu Grunde.

Das Herausgreifen gewisser zur Messung benutzter Erscheinungsseiten der elektrischen Ausgleichvorgänge und die Abstraktion nach einer bestimmten Richtung führten zur Formulierung von Gesetzen. Die innere Bedeutung derselben und ihr Zusammenhang mit anderen grundlegenden Gesetzen der Physik wurde, wie bei dem Gesetz von Ohm, vielfach erst später erkannt.

Der Kernpunkt der Formulierung Ohms liegt in der Trennung aller die elektrische Ausgleichstärke J bedingenden Umstände in die beiden gegensätzlichen Hauptbegriffe: die „oberste Thatsache“ auf elektrischem Gebiet unter dem Namen der EMK bezw. Spannung und den elektrischen Widerstand. Der Vorstellung wird also jene als (aktiv) treibendes und nach Ausgleich strebendes Moment, dieser als (passiv) hemmendes und die Ausgleichstärke J beschränkendes Moment erscheinen. Die Ausgleichstärke J selbst, welche in ihren Wirkungen zum Bewusstsein gelangt und im vorliegenden Falle durch ihre Feldwirkung gemessen wurde, bildet dabei gleichsam den Mittelpunkt der Betrachtung. Dass diese Betonung der elektrischen Stromstärke bei einem elektrischen Ausgleichvorgang aber zu einer gewissen Einseitigkeit führen kann, musste wohl Faraday zuerst empfinden, als er die quantitative Verbindung zwischen den reibungselektrischen und galvanischen Ausgleichvorgängen aufsuchte (25). Durch Heranziehung der elektrolytischen Zersetzung als Messmittel wurde die wichtige, aber bisher ungeklärte Beziehung zwischen den Grundbegriffen „Elektrizitätsmenge“ Q und „Stromstärke“ $J = \frac{Q}{t}$ aufgedeckt. Gleichzeitig drängte sich ihm aber instinktiv die Erkenntnis auf, dass durch die Elektrizitätsmenge, welche in der Zeiteinheit zum Ausgleich gelangte, der ganze Ausgleichvorgang nicht ausreichend charakterisiert werden könne, dass hierbei vielmehr noch die Berücksichtigung anderer wichtiger Verhältnisse zu erfolgen habe. Diese energetische Seite der elektrischen Ausgleichvorgänge wurde für bestimmte Verhältnisse zum erstenmal quantitativ von Joule berührt und hat an Bedeutung stetig gewonnen, so dass sie namentlich bei Wechselstrom und verwandten Verhält-

nissen mit an die erste Stelle gerückt ist und neben den Beziehungen der drei Grundbegriffe im Ausgleichgesetz eine eingehende Betrachtung beansprucht.

Ohms Formulierung, welche die Beziehung der drei Hauptgrössen: Stromstärke, Spannung und Widerstand darstellt, ist aber nur unter der ausdrücklichen Voraussetzung erfolgt, dass jede der drei Grössen innerhalb der in Betracht kommenden Zeit unveränderlich ist. Die Unabhängigkeit des metallischen Leitungswiderstandes einer bestimmten Kreislaufstrecke bei konstanter Temperatur von der Stromstärke ist der Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen (vgl. Wk. IIIa, 178ff.), doch schliesslich stets mit dem Ergebnis, dass die Giltigkeit des Ohmschen Gesetzes die weitgehendste experimentelle Bestätigung fand. Hierbei ist stillschweigend eine Ausscheidung der elektrischen Ausgleichverhältnisse bei Beginn und am Schluss des Vorganges vorausgesetzt, so dass das eigentliche Ohmsche Gesetz in seiner ursprünglichen Fassung nur für stationäre Gleichstromverhältnisse Giltigkeit besitzt. Die Abstraktion nach dieser Seite ist vom praktischen Standpunkte durchaus natürlich, aber immerhin ist es für eine umfassendere Betrachtung eine etwas vom Zufall beeinflusste Abstraktion, die z. B. bei der Formulierung der mechanischen Fallgesetze sich nicht nach der Seite der stationär gewordenen Ausgleichgeschwindigkeit erstreckte, sondern auf das Anfangsstadium, d. h. nach Seite der Ausgleichbeschleunigung. Beim elektrischen Ausgleichvorgange umfasst das Anfangsstadium, welches dem anfänglichen irdischen Fallvorgange entsprechen würde, gewöhnlich nur Zeiträume, die ausserordentlich viel kleiner und für menschliche Beobachtungen nur sehr schwer und auf indirektem Wege zugänglich sind. Innerlich besteht aber eine nahe Verwandtschaft zwischen Ohms Formulierung des elektrischen Ausgleichvorganges $\left(J = \frac{E}{R}\right)$ und derjenigen Galiläis für den Fallvorgang:

$$\text{Beschleunigung gegen die Erde } a = \frac{\text{Erdanziehung } P}{\text{träge Masse } M}.$$

Diese Beziehung geht nämlich praktisch für Körper mit grosser Mediumsreibung und verhältnismässig geringer träger Masse, z. B. für ein lockeres Stück Watte, sehr rasch in die Gleichung für stationäre Bewegung über:

$$\text{konstante Geschwindigkeit } v = \frac{\text{treibende Kraft } P}{\text{Reibungswiderstand am Medium } R},$$

eine Formulierung, welche der elektrischen durch Ohm analog ist. (Weiteres vgl. Heinke ETZ 1892, 615.)

Selbst wenn man die energetischen Verhältnisse bei elektrischen Ausgleichvorgängen ausscheidet und gesondert behandelt, so gestaltet sich die Beziehung zwischen den drei Grundgrössen doch heute ausserordentlich mannigfaltig, falls alle Möglichkeiten in Betracht gezogen werden sollen. In einer derartigen Übersicht aller elektrischen Ausgleichbeziehungen erscheint die ursprüngliche Formulierung Ohms als ein einzelner, wenn auch praktisch sehr wichtiger Sonderfall. Behält man auch im folgenden die anfängliche Fassung $\left(J = \frac{E}{R}\right)$ bei, welche die Stromstärke J als Folgeerscheinung von gegebener Spannung E und vorhandenem Ausgleichwiderstand R im

Stromkreis erscheinen lässt (Fig. 78), so betrachtet OHMS Gesetz den Ausgleich J bei der Kombination von konstanter Gleichspannung $\overline{E}$ mit unveränderlichem Ausgleichwiderstand $\overline{R}$ nach Eintritt stationärer Verhältnisse. Einleitung und Schluss des Bewegungsvorganges wären unter Berücksichtigung des elektromagnetischen Trägheitswiderstandes der Selbstinduktion bereits neu zu formulieren (**187**), auch wenn keine weitere Komplizierung durch parallelgeschaltete Kapazität angenommen wird.

Das Auftreten des Wechselstromes, besser die Einführung einer Spannung $\tilde{E}$ als „oberste Thatsache" oder EMK in den Stromkreis, welche nicht mehr konstant, sondern mit der Zeit rasch, aber periodisch und zum Nullwert symmetrisch variiert, brachte eine Erweiterung der Ausgleichbeziehungen mit sich. Die Folgeerscheinungen der Einführung eines periodisch veränderlichen Antriebes mit Schwingungscharakter sind so vielseitig, dass auch hier sogleich eine Unterteilung hinsichtlich der Betriebsverhältnisse vorgenommen werden muss, da eine unmittelbare allgemeine Behandlung eine Häufung von Komplizierungen einschliessen und die Übersicht zu sehr erschweren würde. Die Ausgleicherscheinungen würden alsdann nämlich elektrische Schwingungen in der denkbar weitesten Fassung darstellen. Die erste Unterteilung hätte alle Ausgleicherscheinungen, bei welchen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elektromagnetischen Antriebes praktisch nicht als begrenzt ins Spiel kommt, von denjenigen zu trennen, bei welchen dieses der Fall ist. Letztere könnte man als das Reich der elektrischen Schwingungen im engeren Sinne bezeichnen, erstere als Wechselstromerscheinungen von gegenwärtig technischer Bedeutung. Werden die engeren Wechselstromerscheinungen zunächst behandelt, so ist bei ihnen also gegenüber der elektrischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit ($v = 3 \cdot 10^{10}$ cm $= 300\,000$ km) die Länge des Stromkreises und die sekundliche Schwingungszahl (halbe Wechselzahl) als so klein angenommen, dass in einem beliebigen Zeitmoment die Ausgleichstärke an jeder Stelle des Stromkreises mit vollem Ausgleichquerschnitt die nämliche ist. Dies besagt, dass J praktisch nur eine Funktion der Periodenzeit ist, nicht aber der Entfernung vom Zentrum des Antriebes $\tilde{E}$. Bei den elektrischen Schwingungen im engeren Sinne, welche die Elektrooptik mit einschliessen (**35**), würde der momentane Ausgleich oder die Elongation eine Funktion der Zeit und der Entfernung von der Erregungsstelle sein. Übergangserscheinungen zwischen beiden bilden ausserordentlich lange Fernleitungen mit verteilter Kapazität und Selbstinduktion in Verbindung mit höheren Wechselzahlen oder mit höheren Harmonischen eines technischen Wechselstromes (Obertönen) (**168**ff.), sowie eine weitgehende Steigerung der Wechselzahl allein, wie bei den zuerst von TESLA gebauten Hochfrequenzmaschinen. Den Schwingungen im engeren Sinne gehören alle durch oscillierende Entladungen erhaltenen Ausgleicherscheinungen an, seien es nun die gewöhnlich als Teslaschwingungen bezeichneten etwa von der Grössenordnung 10^6 in der Sekunde, deren oscillatorischer Charakter von FEDDERSEN zuerst experimentell nachgewiesen wurde (**35**), seien es die mit kleineren Werten von Kapazität und Selbstinduktion erhaltenen HERTZschen Schwingungen von der Grössenordnung 10^8 oder die noch höher gesteigerten, also den Lichtschwingungen noch mehr angenäherten von RIGHI. Alle diese oscillierenden Entladungen würden bei ihrer ziemlich starken Dämpfung der Schwingungen innerhalb einer Einzelentladung (**200**) von uns zu den unbestän-

digen Ausgleichvorgängen gezählt werden können und sollen auch daselbst behandelt werden. Als technisch im Vordergrund des Interesses stehend sollen daher die Ausgleicherscheinungen des technischen Wechselstromes zuerst folgen, welche von der Endlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elektrischen Antriebes unabhängig sind.

Es ist einleuchtend, dass bei Konstanz des Nennerwertes (R) in der Ohmschen Formulierung $J = \frac{E}{R}$ der Ausgleich die Form einer Wechselströmung ($\tilde{J}$) annimmt, wenn eine Wechselspannung ($\tilde{E}$) wirksam ist. Auch konnte diese Seite der Erscheinung durch Unterscheidung der Momentanwerte von den Mittel- bezw. Messwerten (**100**) und durch Einführung analoger Werte für $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ berücksichtigt werden ohne die Notwendigkeit einer Formulierungsänderung. Schwieriger war bereits die Abfindung mit dem Einfluss der Selbstinduktion auf die Ausgleich*stärke*, da die Selbstinduktion bei Wechselströmung den Ausgleichwiderstand *dauernd* beeinflusst und nicht nur vorübergehend wie bei Gleichstrom. Möglich wurde dies, ohne die Formulierung Ohms zu sprengen, durch die von Maxwell zuerst eingeführte Erweiterung des Widerstandsbegriffes. Unter Zusammenfassung des Ohmschen Stromkreiswiderstandes R mit dem elektromagnetischen Trägheitswiderstand L (Selbstinduktionskoeffizient) zu dem *gemeinsamen* Ausgleichwiderstand (Wechselstromwiderstand) $Z = \sqrt{R^2 + \omega_i^2 L^2}$ (vgl. Fig. 95 in **149**) war auch hier die Grundfassung in der Gestalt $\tilde{J} = \frac{\tilde{E}}{Z}$ gewahrt geblieben. Allerdings nur insoweit die Intensität $\tilde{J}$ des Ausgleichs für sich allein in Frage kam, während die praktisch wichtige energetische Seite noch die Hinzufügung eines Phasenfaktors bedingte.

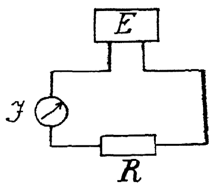


Fig. 78.

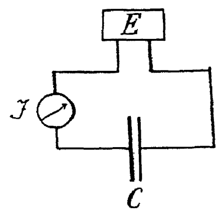


Fig. 79.

Die Ladestromvorgänge bei Vorhandensein (Fig. 79) einer Kapazität C, welche nach den Hilfsvorstellungen als *elastischer* Widerstand (**65**) eingeführt werden kann, der *einseitig* nur einen beschränkten Ausgleich gestattet, hatte man bei Gleichspannung ($\overline{E}$) mit Hilfe der Einführung einer variablen Gegen-EMK bei C behandelt, welche je nach dem Ladezustand von C sich ändert (vgl. **190**). Bei Wechselstrom macht jedoch die wünschenswerte Einheitlichkeit der Formulierung wiederum eine Erweiterung des Widerstandsbegriffes notwendig. Durch Einführung des reziproken Kapazitätsbegriffes als dielektrischer Verschiebungswiderstand oder auch Spannwiderstand (**65**) $S_d = \frac{1}{C}$ ist auch hier die Bildung eines Ausgleichwiderstandes $\left(\frac{1}{\omega_e C}\right)$ möglich. Hierdurch wird C im Stromkreis $\tilde{J}$ einen Einfluss ausüben, der, ähnlich wie oben L, die Intensität $\tilde{J}$ nach der Gleichung

$$\tilde{J} = \frac{\tilde{E}}{Z}$$

bedingt, nur dass C sich in allen Punkten zu L (nach Art eines Spiegelbildes) symmetrisch verhält. Bei endlicher Grösse von R wäre hierbei

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega_e^2 C^2}},$$

bei Gegenwart von R und L aber

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega_i L - \frac{1}{\omega_e C}\right)^2}$$

(siehe **145**).

Wenn der Rahmen des OHMschen Gesetzes sich auch hierfür erweiterungsfähig zeigte, obwohl eigentlich die nur auf Gleichstromverhältnisse zugeschnittene Formulierung längst überschritten und der Charakter von Spannung E, Widerstand R und damit auch der Ausgleichform J verändert war, so ist das in folgendem Umstand zu suchen: OHMS Formulierung, obwohl Sonderfall, fällt der Grundbeziehung nach mit einem weit allgemeineren Ausgleichgesetz $\left(A = \frac{D}{W}\right)$ zusammen, welches sich nicht nur allen elektromagnetischen Vorgängen anpassen lässt, sondern weit über diesen Rahmen hinaus den Bewegungs- oder Ausgleichvorgängen fast aller Gebiete der Physik, ja sogar noch weiter der Naturwissenschaft überhaupt (vgl. ETZ 1895, 509 sowie S. E. V. Bd. I, Heft 5—6).

Als Beispiel für die Anpassungsfähigkeit der OHMschen Formulierung sei nur noch eine neuerliche Verwendung des Ausgleichgesetzes auf dem Gebiet der Chemie (vgl. NERNST 1901, Ph. Z. III, 66) hier erwähnt:

Der Verlauf eines chemischen Prozesses ist zwar proportional der wirkenden chemischen Kraft, aber er hängt ausserdem auch noch von der Grösse der Widerstände ab, die im betreffenden Fall zu überwinden sind. Auch bei sehr grosser Affinität kann die Reaktionsgeschwindigkeit verschwindend klein sein, wofür ein Gemenge von Wasserstoff und Sauerstoff ein Beispiel bildet; trotz der grossen Affinität dieser Elemente bleiben sie bei gewöhnlicher Temperatur so gut wie vollkommen passiv, weil der zu überwindende chemische Widerstand sehr gross ist. Genau wie die Intensität eines galvanischen Stromes der wirkenden elektromotorischen Kraft direkt und dem entgegenstehenden elektrischen Widerstande indirekt proportional ist, so gilt für die rein chemischen Prozesse ein analoges Gesetz: die Reaktionsgeschwindigkeit ist der chemischen Kraft oder der chemischen Affinität direkt und dem chemischen Widerstand indirekt proportional. In einem galvanischen Elemente werden beide Gesetze, das OHMsche Grundgesetz der elektrischen Ströme und das chemische Grundgesetz des Reaktionsverlaufs identisch, weil hier galvanischer und chemischer Widerstand zusammenfallen, die Reaktionsgeschwindigkeit nach FARADAYS Gesetz der Stromintensität gleich wird und die Kraft der chemischen Affinität des stromliefernden Prozesses in dem betrachteten galvanischen Elemente einfach seine elektromotorische Kraft ist. Ebenso aber wie das OHMsche Gesetz auch auf elektrische Ketten Anwendung findet, in denen keinerlei chemische Prozesse sich abspielen, wie bei den Dynamomaschinen oder den Thermosäulen, so gilt das analoge chemische Grundgesetz auch bei Reaktionen, in denen, wie z. B. bei Verbrennungserscheinungen, das Auftreten galvanischer Ströme nicht nachgewiesen und, wenn es sich lediglich um die Einwirkung zwischen elektrischen Isolatoren handelt, geradezu ausgeschlossen ist. Immerhin weist die grosse Ähnlichkeit der beiden besprochenen Gesetze bereits auf eine Beziehung zwischen chemischem Prozess und galvanischem Strome oder besser galvanischer Entladung hin.

Aus den vorstehenden Überlegungen ersehen wir bereits, dass die Bestimmung der elektromotorischen Kraft eines galvanischen Elementes uns gleichzeitig die Grösse der Affinität des betreffenden stromliefernden chemischen Prozesses liefert.

Zu bemerken wäre hierzu, dass die hierin erwähnte „grosse Ähnlichkeit der Gesetze“ auch zwischen einander viel weniger nahestehenden Ausgleichvorgängen, als die vorstehend erwähnten, vorhanden ist, wenn die Formulierung analog erfolgt (vgl. oben). Der Grund hierfür ist wohl darin zu suchen, dass die gesetzmässige Formulierung jedes Ausgleichvorganges mit Hilfe einer der Ohmschen verwandten Begriffsbildung erfolgen kann, ein Umstand, der auf eine tiefere gemeinschaftliche Wurzel hinweist. Unter diesem Gesichtspunkte kann man jedes Ausgleichgesetz irgend eines Gebietes als die Sondergestaltung des Kausalnexus ansehen, vielleicht in der Fassung: Die Grösse der Wirkung entspricht der Ursache, wobei die Ursache in zwei ursächliche Momente zerlegt wird, deren eines den Trieb nach Ausgleich in seiner Grösse ausdrückt, während das andere als Ausgleichwiderstand die Ursachen zusammenfasst, welche bedingend oder in ihrer Passivität verzögernd wirken und von der aktiven Ursache zu überwinden sind. Während die treibende Ursache D (Kraft) zwar auf jedem Gebiet eine eigene Bezeichnung erfährt wie EMK, chemische Affinität u. s. f., so wird sie innerhalb des Gebietes doch bei allen Vorgängen qualitativ dieselbe bleiben; die bedingende Ursache wird aber verschiedenen Charakter aufweisen und je nach ihrer Zugehörigkeit zu einer der drei Hauptklassen (Trägheitswiderstand, Reibungswiderstand, elastischer Widerstand) auch die Form des erzielten Ausgleiches, der Wirkung, bedingen.

Erfolgt auch, wie es im folgenden geschehen soll, eine Beschränkung dieser Kreislaufbeziehungen auf die elektrischen Grössen, so hat nach unserem heutigen Wissensstande doch der Begriff der dritten Gleichungsgrösse, welcher zur Charakterisierung des Ausgleichweges dienen soll, eine derartige Erweiterung erfahren, dass seine Zerfällung eine Notwendigkeit geworden ist. Diese Unterteilung des Begriffes „Widerstand“, welche zur Vermeidung von Missverständnissen erforderlich wird, kann nun in zweierlei Weise erfolgen: einmal durch Bildung völlig neuer Worte unter Belassung der Bezeichnung Widerstand für den ursprünglichen engen Begriff; ein zweites Mal durch unterscheidende Zusatzbezeichnungen zu „Widerstand“ als dem verallgemeinerten Begriff. Das erste ist z. B. durch Einführung der Bezeichnung „Impedanz“ für den Wechselstromwiderstand geschehen. Diese Neubildungen auf „anz“ (**149**) unter Zurückgreifen auf lateinische Wortstämme werden mit Rücksicht auf die Internationalität sich für die Fachausdrücke des speziellen Wechselstromtechnikers kaum umgehen oder wesentlich verbessern lassen. Die Allgemeinheit kommt aber mit einer viel kleineren Zahl von Begriffen mit besonderen Benennungen aus. Für diese Hauptbegriffe wird alsdann aber auch eine deutsche Bezeichnung erwünscht sein, für welche eine Unterscheidung durch charakterisierende Beiwörter Vorteile bietet. Für dieses zweite Vorgehen möge das Folgende als ein Vorschlag angesehen werden (vgl. hierzu Ph. Z. I, 334).

Zur vollständigeren Charakterisierung der Verhältnisse des Ausgleichweges erscheint zunächst eine Dreiteilung des allgemeinen Begriffes Widerstand nötig; erstens Ausgleichwiderstand (Z), zweitens effektiver oder Leistungswiderstand (R_w), drittens Ohmscher Widerstand (R). Der Ausgleichwiderstand Z in scheinbaren Ohm wird hierbei vom Standpunkte der verallgemeinerten Ausgleichbeziehung $J = \frac{E}{Z}$ den Zusammenhang zwischen Stromstärke J und Spannung E richtig angeben und für Wechselstrom $(\tilde{E}$ bezw. $\tilde{J})$

als Wechselstromwiderstand mit der „Impedanz“ zusammenfallen. In Sonderfällen, wie bei stationärem Gleichstrom, ferner bei Wechselstrom mit induktionsfreier Belastung und ohne Leistung im Felde, wird Z mit R_w und R zusammenfallen. Der wirksame (effektive) oder Leistungswiderstand R_w (effektive Resistanz vgl. **149**) wird benötigt, wenn die energetische Seite des Ausgleichvorganges in den Vordergrund tritt gegenüber jener Ausgleichbeziehung; er wird bei technischem Wechselstrom in der Gleichung

$$\tilde{W} = \tilde{J}^2 \cdot R_w$$

als R_w die reduzierten Ohm angeben, wenn $\tilde{W}$ die elektrische Leistung in Watt, z. B. mit dem Wattmeter gemessen, und $\tilde{J}$ die effektive Wechselstromstärke in Ampère bezeichnet, z. B. mit Hitzdrahtinstrument gemessen. Wie die Gleichung

$$\tilde{W} = \tilde{J}^2 \cdot R_w = \tilde{J} \cdot \tilde{E} \cdot \cos\varphi = \tilde{J} \cdot \tilde{E}_r$$

erkennen lässt, besteht auch die Beziehung

$$\tilde{J} \cdot R_w = \tilde{E}_r,$$

wenn E_r die sogenannte arbeitleistende Spannungskomponente (vgl. **149**) bezeichnet. Wenn im Felde des Stromkreises irgend welche Arbeit geleistet wird, sei es elektrische, magnetische oder dielektrische, so wird R_w nicht mit R zusammenfallen, aber in Z enthalten sein, z. B. in der Form

$$Z = \sqrt{R_w^2 + (\omega L_w)^2},$$

wobei L_w den wirksamen oder äquivalenten Selbstinduktionskoeffizienten, beide in Reihenschaltung aufgefasst, bezeichnet (**176** ff.). Für einen unverzweigten Stromkreis wird stets $R_w > R$ sein, da R_w ausser der in der Strombahn selbst umgesetzten elektrischen Leistung

$$W_R = \tilde{J}^2 \cdot R$$

noch die zu deckende Leistung im Felde

$$W - W_R = \tilde{J}^2 \cdot R_w - \tilde{J}^2 \cdot R$$

darzustellen hat. Für verzweigte Stromkreise gelten die Parallelschaltungsgesetze unter Zerlegung des Parallelzweiges für sich in der hier angegebenen Weise (**145**).

Für Parallelschaltung ungleich bequemer, wenn nicht notwendig, ist der Begriff der Ausgleichfähigkeit (Admittanz). Neben dem Ohmschen Widerstand R in Ω ergab sich die Benutzung der reziproken Leitfähigkeit (Konduktanz) $\left(\frac{1}{R}\right)$ in *Mho*. Die Summe der parallelen Leitfähigkeiten $\Sigma\left(\frac{1}{R}\right)$ mit der Spannung $\tilde{E}$ an den Enden multipliziert, liefert alsdann die Ausgleichstärke. Der Hinzutritt von L und C bei Wechselspannung $\tilde{E}$ liefert die später (**145**) abgeleiteten Ausdrücke für die einzelne und die Summen-

leitfähigkeit. Auch in diesem Falle kann eine effektive Leitfähigkeit $\left(\frac{1}{R_p}\right)$ eingeführt werden, welche die Vermehrung der Leitfähigkeit durch die zu leistende Feldarbeit zum Ausdruck bringt, da bei gleichbleibender Endspannung, z. B. $\tilde{E}$, die arbeitleistende Stromkomponente $\tilde{J}_r$ und damit auch $\tilde{J}$ wachsen muss, um die Vermehrung der Leistung

$$\tilde{W} = \tilde{E} \cdot \tilde{J} \cdot \cos\varphi = \tilde{E} \cdot \tilde{J}_r$$

bei Arbeit im Felde zu ermöglichen. Soll entsprechend der Gleichstromgleichung

$$\overline{W} = \overline{E} \cdot \overline{J} = \frac{\overline{E}^2}{R}$$

die effektive Leitfähigkeit $\left(\frac{1}{R_p}\right)$ die Energiegleichung

$$\tilde{W} = \frac{\tilde{E}^2}{R_p}$$

liefern, so folgt einmal, dass der Formulierung für Reihenschaltung

$$\tilde{J} \cdot R_w = \tilde{E}_r$$

hier für Parallelschaltung die Beziehung

$$\frac{\tilde{E}}{R_p} = J_r$$

entspricht; ferner dass R_w und R_p nur für reinen Ohmschen Widerstand einander gleichen, im allgemeinen, d. h. bei Vorhandensein von L oder C bezw. L und C, von einander völlig verschieden sind und in der Beziehung

$$\frac{R_w}{R_p} = \cos^2\varphi$$

stehen, wie aus den Gleichungen

$$\tilde{W}^2 = \tilde{E}^2 \cdot \tilde{J}^2 \cdot \cos^2\varphi = (\tilde{J}^2 \cdot R_w) \cdot \left(\frac{\tilde{E}^2}{R_p}\right) \text{ folgt.}$$

Gleichsam als Ergänzung zu der praktisch bereits vielfach verwendeten Zerlegung (**149**) der gesamten (gemessenen) Spannung $\tilde{E}$ bezw. Stromstärke $\tilde{J}$ in je zwei Komponenten, der Arbeits- oder Leistungskomponente

$$\tilde{E}_r = \tilde{E} \cdot \cos\varphi \text{ bezw. } \tilde{J}_r = \tilde{J} \cdot \cos\varphi$$

und der wattlosen oder Leerkomponente

$$\tilde{E}_\mu = \tilde{E} \cdot \sin\varphi \text{ bezw. } \tilde{J}_\mu = \tilde{J} \cdot \sin\varphi,$$

würde auch der Ausgleichwiderstand Z eine entsprechende Zerlegung zulassen in den Arbeits- oder Leistungswiderstand

$$R_w = \frac{\tilde{E}}{\tilde{J}} \cdot \cos\varphi$$

bezw. der effektiven Leitfähigkeit

$$\frac{1}{R_p} = \frac{\tilde{J}}{\tilde{E}} \cdot \cos\varphi$$

einerseits, den wattlosen oder Leerwiderstand, z. B.

$$\left(\omega L_w = \frac{\tilde{E}}{\tilde{J}} \cdot \sin\varphi\right)$$

bezw. Leitfähigkeit

$$\left(\frac{1}{\omega L_p} = \frac{\tilde{J}}{\tilde{E}} \cdot \sin\varphi\right) \quad \text{andererseits.}$$

Je mehr die energetische Seite der elektrischen Ausgleichvorgänge gegenüber der Strom-Spannungsbeziehung in den Vordergrund tritt, um so mehr scheint die Einführung eines Begriffes für R_w erwünscht. Dieselbe würde auch nur folgerichtig sein. Die Ausdehnung des Begriffes „Widerstand“ über die Grenzen der Strombahn selbst hinaus durch Hinzuziehung der Feldwirkung in Gestalt des Ausgleichwiderstandes (Impedanz) scheint auch für die energetische Seite eine entsprechende begriffliche Ergänzung zu verlangen, welche das ganze Feld mit umfasst. Der nur für stationäre Gleichstromverhältnisse eingeführte Ohmsche Widerstandsbegriff müsste hiernach eine zweiseitige Erweiterung seiner engen Grenzen erfahren, um nicht nur der Ausgleichformel $\left(J = \frac{E}{R}\right)$, sondern auch der Energiegleichung

$$W = J^2 \cdot R = \frac{E^2}{R}$$

genügen zu können. Weiteres über die Begriffe des Ausgleichwiderstandes und des Leistungswiderstandes, welche den Ohmschen Widerstand ergänzen, werden die folgenden Abschnitte zu behandeln haben.

Diese Auffassung und Darstellung der elektrischen Ausgleichvorgänge ist aber, soweit L und C in Frage kommt, nicht die einzig mögliche, wenn auch die gegenwärtig gebräuchlichste und praktisch wichtigste. Anstatt die Beschreibung des thatsächlichen Verhältnisses zwischen der Ausgangsspannung (EMK) E und der Ausgleichstärke J in der Formel $J = \frac{E}{R}$ durch Änderung des Nenners zu ermöglichen ohne Benutzung des Zählers, kann auch die Umkehrung zum Ziele führen. In diesem Falle wird durch Einführung von Gegenspannungen (Gegen-EMKK) der Zähler so lange reduziert, bis er durch Division des unverändert als Nenner belassenen Ohmschen Widerstandes R die thatsächliche Stromstärke J ergiebt. Alsdann muss z. B. an Stelle des Ausgleichwiderstandes

$$\tilde{Z} = \sqrt{R^2 + (\omega_i L)^2}$$

(bei Wechselstrom), d. i. Vergrösserung des Nenners R durch den geometrisch additiven elektromagnetischen Trägheitswiderstand (ωL), eine Verkleinerung

des Zählers treten, und zwar in Gestalt einer geometrisch subtraktiven Selbstinduktionsspannung. An Stelle von

$$\tilde{J} = \frac{\tilde{E}}{\sqrt{R^2 + (\omega_i L)^2}}$$

erhält man also

$$\tilde{J} = \frac{\sqrt{\tilde{E}^2 - \tilde{E}_S{}^2}}{R},$$

wenn $\tilde{E}_S = \tilde{J} \cdot \omega_i \cdot L$, wobei aber auch für viele Fälle die effektiven Werte für R und L, wie sie aus der Leistung W folgen, einzusetzen wären.

Eine Vorausberechnung von R_w und L_w wird allerdings meist nur sehr angenähert, ja für manche Fälle der Praxis wohl überhaupt nicht durchführbar sein, weshalb alle diese Begriffe und Beziehungen für den Konstrukteur nur eine sehr beschränkte Wichtigkeit besitzen werden, für messtechnische Überlegungen und Zerlegungen aber trotzdem wertvoll bleiben. Wie man sieht, wird aber die Einführung von E_S in den Zählerausdruck der Auffassung bezw. Behandlung als Widerstand in mancher Beziehung nachstehen. Die Selbstinduktion als Gegenspannung wurde übrigens schon früher (**105**) näher behandelt.

Ähnlich kann man auch den Einfluss einer Kapazität auf den elektrischen Ausgleich durch Einführung einer Gegenspannung

$$E_C = \frac{J}{\omega_e C}$$

zum Ausdruck bringen, wobei in Reihenschaltung mit L die Gleichung

$$\tilde{J} = \frac{\sqrt{\tilde{E}^2 - (\tilde{E}_S - \tilde{E}_C)^2}}{R} \quad \text{entsteht.}$$

Diese Darstellung führt also dazu, eine Differenz der Ausgangsspannung (EMK) und einer Anzahl von Gegenspannungen zu bilden, bis als Rest schliesslich die Spannung $\tilde{E}_R = \tilde{J} \cdot R$ zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes bleibt. Schliesslich kann auch diese noch als Gegenspannung eingeführt werden, wodurch man auf die Nullgleichung für die Teilspannungen gelangt. Hinsichtlich des letzten Punktes möge noch auf die von einzelnen angeregte Auffassung des Ohmschen Widerstandes als einer durch den Strom geweckten thermo-elektrischen Gegenspannung hingewiesen sein, die mancherlei interessante Gesichtspunkte gewährt (**221**).

Diesem Bestreben, möglichst alle elektrischen Widerstandsklassen als Gegenspannungen aufzufassen, könnte man ein anderes gegenüberstellen, auch die einseitig wirkenden Gegenspannungen, wie diejenige von Polarisationszellen, ferner eines laufenden Motors oder auch eines Lichtbogens, als Ausgleichwiderstände einzuführen. Praktisch wird das eine oder andere Extrem wohl hin und wieder zur Anwendung gelangen und für manche Betrachtungen gewisse Vorteile gewähren können, im allgemeinen hat man aber auch hier einen Mittelweg eingehalten (**160**). Diese normale Auffassung, welche der folgenden Darstellung zu Grunde liegt, behandelt den Einfluss der Selbstinduktion, sowie denjenigen der dielektrischen Verschiebung (reziproken Kapazität) als Arten des Ausgleichwiderstandes neben dem Ohmschen

Widerstand. Wechselinduktion, Polarisationsspannung u. dgl. werden jedoch als EMKK bezw. Gegenspannungen eingeführt, d. h. mit dem Zähler der Ausgleichformel in Verbindung oder in ihm zum Ausdruck gebracht.

Was die Zusammenfassung der Ausgleichvorgänge zu Hauptgruppen anlangt, so scheint nach unserem heutigen Wissensstande und der Bedeutung, welche die energetische Seite als Grundlage gewonnen hat, folgende Haupteinteilung berechtigt. Das enge Gebiet der Vorgänge mit stationärer Ausgleichstärke, welche sich nur auf Gleichstrom bezieht und das eigentliche OHMsche Gesetz umfasst, wird erweitert zu dem Gebiet aller beständigen elektrischen Ausgleichvorgänge. Allerdings darf die Bezeichnung beständig nur dahin verstanden werden, dass der Mittelwert der Spannung und Stromstärke ebenso wie der erforderliche mittlere Leistungsbetrag konstant bleibt, wenn die Zeit von der Dauer einer Periode als unterer Grenze bei periodischen Vorgängen bis zu einer beliebig grossen Anzahl von aufeinanderfolgenden Perioden variiert wird. Als praktisches Kriterion für beständige Ausgleichvorgänge wird gewöhnlich die Zeitdauer zu gelten haben, welche für eine sicher durchführbare eindeutige Messung jener drei Grössen erforderlich ist. Alle rascher veränderlichen aber nicht periodisch wiederkehrenden Vorgänge würden von jener abzutrennen sein zu einer besonderen Gruppe von unbeständigen Ausgleichvorgängen. Praktisch werden die beiden Unterabteilungen grösstenteils zusammenfallen mit Ausgleichvorgängen unter stetiger Erneuerung des Spannungszustandes als „oberster Thatsache“, d. h. Zufuhr elektrischer Leistung, und solche ohne Spannungserneuerung bezw. Zufuhr elektrischer Energie.

A. Die beständigen Ausgleichvorgänge.

I. Die Beziehungen der Stromstärke zu Spannung und Ausgleichwiderstand.

143. *Grenzfälle des Ausgleichgesetzes bei Gleichspannung.*

Die Mannigfaltigkeit der elektrischen Ausgleichvorgänge, d. i. Grösse und Verlauf der Stromstärke i abhängig von der Gleich- oder Wechselspannung als „oberster Thatsache“ und den verschiedenen Widerstandsarten als beschränkendem Moment, macht bereits eine Einteilung wünschenswert, welche die Übersicht erleichtert. Dies wird am besten erreicht, wenn man zunächst die typischen oder Grenzfälle formuliert und dadurch alle wirklichen Fälle, welche zwischen jenen liegen, einschliesst. In Wirklichkeit wird man streng genommen zwar stets gemischte Fälle antreffen, jedoch werden dieselben entweder ohne weiteres eine praktisch zulässige Abstraktion nach einem der Grenzfälle gestatten oder, falls dies nicht möglich ist, doch jederzeit eine Zerlegung in Komponenten, welche den Grenzfällen entsprechen. Dieses Vorgehen wird für die Bewältigung aller Vorgänge notwendig und ausreichend sein, sowohl bei praktischen, nicht zahlenmässig exakten Überlegungen als auch bei theoretisch-mathematischer Behandlung. Geht man zunächst von Leitungskoeffizienten wie R, L, C aus, welche während der Betrachtungszeit unveränderlich bleiben, so werden für jede Spannungsklasse (Gleich- oder Wechselspannung) die drei typischen oder Grenz-

fälle des elektrischen Ausgleichs erhalten, wenn man jede der drei Hauptklassen des elektrischen Ausgleichwiderstandes im Stromkreise allein und rein vorhanden annimmt. Diese drei Hauptklassen sind der OHMsche (Reibungs-) Widerstand R, der elektromagnetische (Trägheits-) Widerstand L und der dielektrische (Elastizitäts-) Widerstand $S_d = \frac{1}{C}$, wobei die Bezeichnungen in Klammern sich auf die mechanischen Hilfsvorstellungen beziehen, welche die geistige Fassung der unsichtbaren Vorgänge erleichtern. Ist im Stromkreis nur je eine dieser drei Widerstandsarten vorhanden, so ergiebt sich für konstante Gleichspannung $\overline{E}$ als „oberster Thatsache" folgendes Schema:

$$\overline{E}$$

L	R	$S_d = \frac{1}{C}$
$\frac{di}{dt} = \frac{\overline{E}}{L}$	$i' = \overline{J} = \frac{\overline{E}}{R}$	$Q = \int i \cdot dt = \frac{\overline{E}}{S_d} = \overline{E} \cdot C$
$g = \frac{dv}{dt} = \frac{\overline{P}}{M}$	$v = \frac{\overline{P}}{R}$	$\lambda = \int v \cdot dt = \frac{\overline{P}}{S} = \overline{P} \cdot C.$

Die drei typischen elektrischen Ausgleichformen entsprechen also mechanisch der Beschleunigung g, der Geschwindigkeit v und der elastischen Verschiebung λ, wie die drei unterhalb hinzugefügten mechanischen Formeln erkennen lassen. Hierbei ist als konstanter Bewegungswiderstand im ersten Falle nur zu beschleunigende oder träge Masse M, im zweiten nur zu überwindende Reibung R am Medium der Bewegungsbahn und im dritten nur elastischer Deformationswiderstand (Spannwiderstand) S des Mediums in der Bewegungsrichtung vorausgesetzt, und im letzteren Falle die Verschiebungsgrösse für die Einheit der wirkenden Kraft mit C bezeichnet.

Die elektrischen Ausgleichvorgänge bei Gleichspannung $\overline{E}$ als „oberster Thatsache" in Verbindung mit den verschiedenen Kombinationen der drei existierenden Widerstandsklassen (L, R, C) im Stromkreis führt beim Ein- und Ausschalten auf die später (187 ff.) zu betrachtenden instabilen Verhältnisse. Hier wären deshalb anschliessend die Ausgleichvorgänge beim Übergang zur Wechselspannung $\tilde{E}$ zu untersuchen. Hierbei soll wiederum zunächst der Wert der Leitungskoeffizienten L, R, C als unveränderlich innerhalb der Periodenzeit vorausgesetzt, sowie für die periodische, zum Nullwert symmetrische Spannung ($\tilde{E}$) der Verlauf nach der Sinuswelle angenommen werden. Die letztere Annahme ist für eine allgemeinere mathematische Behandlung notwendig und für die meisten praktischen Bedürfnisse ausreichend wegen des zulässigen Ersatzes abweichender Kurvenformen durch eine messtechnisch und energetisch äquivalente Sinuswelle. Die Einführung der letzteren gestattet auch bei allen folgenden Formulierungen den Übergang von den Maximalwerten zu den Messwerten, wie weiter unten (**151**) angegeben, ohne weiteres auszuführen.

Wirkt die nach der Gleichung $e = e' \cdot \sin \alpha$ veränderliche „oberste Thatsache" auf einen Stromkreis, welcher die drei verschiedenen Widerstandsklassen in konstanten Beträgen enthält, so wird bei Konstanz der Nenner- **144.** Grenzfälle des Ausgleich-

gesetzes bei Wechsel-spannung.

werte der resultierende elektrische Ausgleich die Form eines Wechselstromes mit Sinusform besitzen müssen. Die Beziehung zwischen Spannung $\tilde{E}$ und Strom $\tilde{J}$ wird durch die Periodizität beider Grössen gegenüber den Beziehungen des stationären Gleichstromes (OHMs Gesetz) eine Mannigfaltigkeit mehr erhalten. Hier wird nämlich nicht nur das Verhältnis der einfachen Messgrössen (Intensitäten) von Spannung und Strom alle möglichen Werte durchlaufen können, sondern auch die gegenseitige Periodenstellung in Gestalt der Phase (**157**). Die wichtigsten Kombinationen der Widerstandsklassen ergeben neun Fälle: die drei typischen Grenzfälle des erzeugten Wechselstromes werden durch Vorhandensein je einer Widerstandsklasse im Stromkreis erhalten, drei weitere bei Kombination der Widerstandsklassen in Parallelschaltung, die drei letzten Fälle endlich bei Reihenschaltung. Für die drei Grenzfälle erhält man folgendes Schema

$$e = e' \cdot \sin\alpha$$

L	R	$S_d = \frac{1}{C}$
$\frac{di}{dt} = \frac{e' \sin\alpha}{L}$	$i = \frac{e' \sin\alpha}{R}$	$i \cdot dt = (e' \sin\alpha) \cdot C$
$i_L = \left(\frac{e'}{\omega L}\right) \sin(\alpha_e - 90^0)$	$i_R = \left(\frac{e'}{R}\right) \sin\alpha_e$	$i_C = (e' \cdot \omega \cdot C) \sin(\alpha_e + 90^0)$
$i_L = i' \cdot \sin(\alpha_e - 90^0)$	$i_R = i' \cdot \sin\alpha_e$	$i_C = i' \cdot \sin(\alpha_e + 90^0)$
$\bar{J}_L \quad \bar{E}$	$\bar{J}_R = \frac{\bar{E}}{R}$	$\bar{J}_C = E \cdot \omega \cdot C.$

In diesem Schema wie auch im folgenden bezeichnen e bezw. i den Wert der Spannung bezw. Stromstärke in einem beliebigen Moment, e' bezw. i' den innerhalb jeder Halbperiode oder jedes Wechsels einmal erreichten Maximalwert; e' und i' sind daher bestimmte, den Ausgleichvorgang charakterisierende Grössen mit dem Charakter der Konstanz, ebenso wie R, L und C. Die oberste Gleichungsreihe entspricht derjenigen des Schemas in **143** unter Ersetzung von $\bar{E}$ durch $e' \cdot \sin\alpha$. Die darunter folgende Gleichungsreihe giebt die Auflösung dieser Gleichungen nach i, wobei zur besseren Kennzeichnung des Umstandes, dass der benutzte Winkelwert α sich auf die Spannung bezieht, das α durch den Index e ausgezeichnet ist. Ausserdem ist für die Gleichung mit L und C zu berücksichtigen, dass die Integration bezw. Differentiation der rechten Gleichungsseiten die Überführung von $\sin\alpha\, dt$ in $\sin\alpha\, d\alpha$ erfordert. Dies erfolgt mit Hilfe der Beziehung

$$2\pi \quad t = (z\pi)\, t = \omega \cdot$$

so dass also
$$dt = \frac{d\alpha}{\omega}.$$

Die konstante Polargeschwindigkeit ω ergiebt sich sonach als Produkt aus der konstanten sekundlichen Periodenzahl u, bezw. Wechselzahl $z = 2u$,

und einem für eine bestimmte Kurvenform gleichfalls konstanten Faktor c, der für Sinuswellen den Wert 2π bezw. π besitzt. Für abweichende Kurvenformen hat man im allgemeinen den Stromfaktor c_i von dem Spannungsfaktor c_e und demnach auch $\omega_e = c_e \cdot z$ und $\omega_i = c_i z$ von einander zu unterscheiden. Der in irgend einem Moment in der Leitung erfolgende Ausgleich in Gestalt der elektrischen Stromstärke i_L, i_R, i_C setzt sich in allen Fällen aus einem konstanten Faktor (Klammerausdruck) und einer Zeitfunktion zusammen. Ersterer stellt den Maximalwert des Stromes i' dar, der je nach der Widerstandsklasse und -grösse (L, R, C), den Betriebsverhältnissen (ω) und der Maximalspannung e' einen bestimmten Wert annimmt und durch die Gleichungen

$$i_L' = \frac{e'}{\omega_i \cdot L} \qquad i_R' = \frac{e'}{R} \qquad i_C' = e' \cdot \omega_e \cdot C$$

gegeben ist. Aus diesen drei Gleichungen folgen ohne Rücksicht auf die Zeitfunktion als Verhältnis der für sich gemessenen Ausgleich-

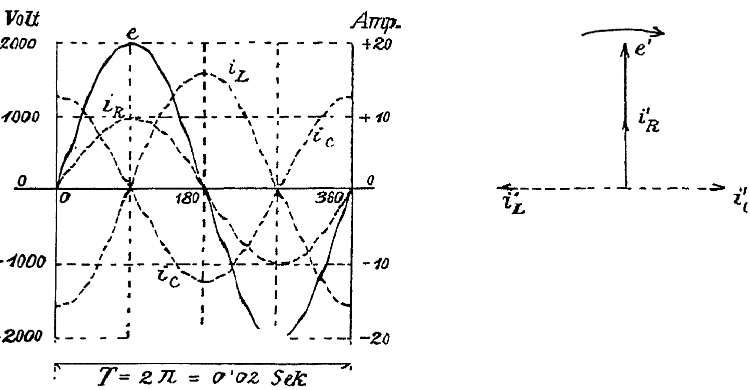


Fig. 80.

grössen die Beziehungen der untersten Horizontalreihe des Schemas, wenn man beide Seiten mit dem Verhältnis von Maximalwert zu effektivem Messwert, d. i. bei Sinuswellen $\sqrt{2}$, dividiert.

Die Zeitfunktion liefert die Stellung von i' gegenüber e', d. i. hier die Phasenverschiebung der Stromstärke gegenüber der Normalphase α der „obersten Thatsache". Der Begriff der Richtung der Phasenverschiebung, ob Voreilung oder Nacheilung, ist sonach relativ und wechselt je nachdem der Spannungswert e' oder der Stromstärkewert i' die Normal- oder Ausgangsphase α erhält, je nachdem man also mit α_e oder α_i arbeitet. Die Phasenverschiebung φ in der Zeitfunktion sin $(\alpha \pm \varphi)$ ist also bei L negativ, wenn i auf e bezogen wird, dagegen positiv, wenn e auf i bezogen wird, etwa bei Umformung in die Gleichung

$$e = (i' \cdot \omega \cdot L) \sin (\alpha_i + 90^0).$$

In Fig. 80 sind jene drei typischen Grenzfälle massstäblich in Linien- und Polarkoordinaten dargestellt, wobei folgende bestimmten Verhältnisse angenommen wurden:

$$e' = 2000 \text{ Volt};$$

$$u = 50, \text{ also } T = 0{\cdot}02 \text{ Sekunden, oder } z = 100 \text{ und } \omega = \pi \cdot z = 314;$$

ferner erster Fall: $R = 200\ \Omega$; zweiter Fall: $L = 0{\cdot}4$ Henry;

dritter Fall: $C = 20$ Mf. $= 20 \cdot 10^{-6} F$, woraus folgt:

$$i_R' = \frac{e'}{R} = 10 \text{ Amp.}; \quad i_L' = \frac{e'}{\omega \cdot L} = 15{\cdot}9 \text{ Amp.}; \quad i_C' = e' \cdot \omega \cdot C = 12{\cdot}56 \text{ Amp.}$$

$$\tilde{J}_R = \frac{1415}{200} = 7{\cdot}07 \text{ Amp.}; \qquad \tilde{J}_L = \frac{1415}{125{\cdot}5} = 11{\cdot}28 \text{ Amp.};$$

$$\tilde{J}_C = 1415 \cdot 314 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 8{\cdot}9 \text{ Amp.}$$

145. Parallelschaltung verschiedener Widerstandsklassen. Stromresonanz.

Fall 4 bis 6 wird erhalten, wenn der Stromkreis zwischen den Punkten mit der konstant gehaltenen Spannung e' bezw. $\tilde{E}$ die verschiedenen Wider-

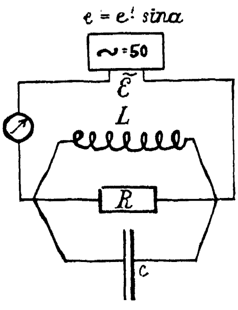


Fig. 81.

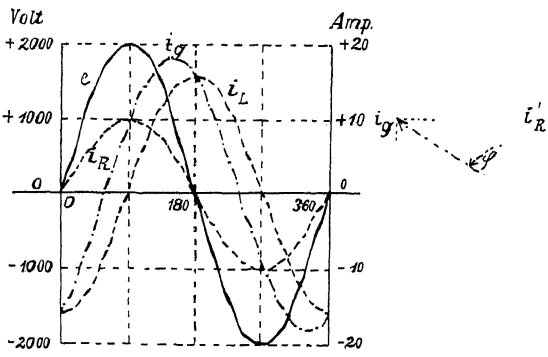


Fig. 82.

standsklassen in Parallelschaltung (Fig. 81) enthält. Alsdann müssen in jedem Zweig für sich genau die Verhältnisse wie im letzten Schema und in Fig. 80 erhalten bleiben und zwar sowohl hinsichtlich der absoluten Grössen als der Phase. Jedoch wird dort, wo die Ausgleichwerte sich überlagern, d. i. in der gemeinschaftlichen Zuleitung und im Generator selbst, in irgend einem beliebigen Moment die Stromstärke durch die allgemein giltige Gleichung

$$i_g = i_R + i_L + i_C$$

gegeben sein. Durch diese Zusammensetzung für alle Momente ergiebt sich bei $i_C = 0$, also $i_g = i_R + i_L$ der gemeinsame Generatorstrom wie in Fig. 82 links. Grösse und Phase des charakterisierenden Maximalwertes i_g' wird einfacher und übersichtlicher im Polardiagramm (Fig. 82 rechts) durch geometrische Zusammensetzung von i_R' und i_L' erhalten.

Die geometrische Zusammensetzung im Polardiagramm liefert den Maximalwert $i_g' = \sqrt{(i_R')^2 + (i_L')^2}$ und die Phasenverschiebung von i_g' gegenüber e' in dem Betrage φ_g durch die Beziehung $\sin \varphi_g = i_L' : i_g' = i_L' : \sqrt{(i_R')^2 + (i_L')^2}$. Dies stimmt mit den Resultaten der hierfür augenfälligeren Darstellung im Lineardiagramm überein. Bei Benutzung derselben Massstäbe lehrt dies neben dem unmittelbaren Augenschein auch die goniometrische Ableitung der resultierenden Kurve aus i_R und i_L.

Ersetzt man i_R' durch $\frac{e'}{R}$ und i_L' durch $\frac{e'}{\omega L}$ (144), so kann man auch schreiben

$$i_g' = e' \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

bezw.
$$i_g = \left[e' \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}\right] \cdot \sin(\alpha_e - \varphi_g),$$

wobei
$$\varphi_g = \text{arc} \sin \left[\frac{1}{\omega L} : \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}\right] \text{ gegeben ist.}$$

Bei schematischer Darstellung dieses vierten Falles (Parallelschaltung von R und L) zusammen mit dem fünften ($L \| C$) und sechsten Fall ($R \| L \| C$) ergiebt sich wiederum für den Spannungsverlauf $e = e' \sin \alpha$ und Zuerteilung der Normalphase an $\tilde{E}$:

$$e = e' \cdot \sin \alpha$$

$R \| L$ — $R \| L \| C$ — $R \| C$

$$i_g = \left[e' \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega_i \cdot L}\right)^2}\right] \cdot \sin(\alpha_e - \varphi_g) \quad i_g = \left[e' \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right)^2}\right] \sin(\alpha_e \pm \varphi_g) \quad i_g = \left[e' \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega_e \cdot C)^2}\right] \sin(\alpha_e + \varphi_g)$$

$$\sin \varphi_g = i_L' : i_g' \qquad \sin \varphi_g = (i_C' - i_L') : i_g' \qquad \sin \varphi_g = i_C' : i_g'$$

$$= \frac{1}{\omega_i L} : \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega_i L}\right)^2} \qquad = \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right) : \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right)^2} \qquad = \omega_e C : \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega_e C)^2}$$

$$\tilde{J} = \tilde{E} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega_i L}\right)^2} \qquad \tilde{J} = \tilde{E} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right)^2} \qquad \tilde{J} = \tilde{E} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega_e \cdot C)^2}.$$

Behält man die oben für Fall 1 bis 3 angenommenen Zahlenwerte auch hier für die Parallelschaltung bei, so ist die massstäbliche Darstellung in Polarkoordinaten für Fall 5 und 6 durch Fig. 83 und 84 gegeben. Man erkennt ohne weiteres, dass Fig. 84 durch Zusammenschiebung von Fig. 82

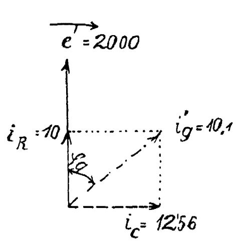


Fig. 83.

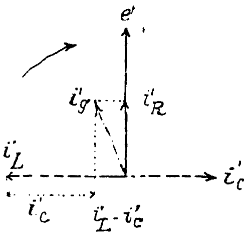


Fig. 84.

und 83 entstanden ist, wenn diese Zusammenschiebung so erfolgt, dass e' und i_R' zur Deckung gelangen. Diese Übereinanderlagerung der Stromstärken in der Zuleitung bewirkt, dass i_L' und i_C', oder auch die mit den Maximalwerten im gleichen Verhältnis proportionalen Messwerte $\tilde{J}_L$ und $\tilde{J}_C$, sich mehr oder weniger gegenseitig nach aussen hin aufheben. Ist in diesem Fall

i_R sehr klein, indem man R grösser und grösser werden lässt, so kann schliesslich i_g' bezw. $\tilde{J}$ vielmal kleiner werden als die Teilstromstärken.

Ähnlich wie bei einem mechanischen Pendel durch Antriebe, welche kleine Weite aber der Schwingungsdauer $\left(\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{D}}\right)$ angepassten Rhythmus besitzen, Schwingungen erzeugt werden, die an Weite den Antriebs weg vielmal übertreffen können, so können auch elektrisch durch kleine von aussen zugeführte Schwingungen (i_g') in dem L und C umfassenden Kreise stärkere Schwingungen, d. i. i_L' und i_C', ausgelöst werden, wenn die Bedingung

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{S_a}} = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

angenähert erfüllt ist. Am meisten bekannt und verbreitet ist diese Erscheinung in der Akustik durch das Mitschwingen (Resonanz) von Saiten. Unter Benutzung dieser akustischen Analogie kann man sagen, dass zum Auftreten dieser elektrischen Erscheinungen eine „Abstimmung“ von Kapazität und Selbstinduktion auf die Wechselzahl erforderlich ist wie bei den mechanischen Resonanzerscheinungen. Hierdurch ist die Bezeichnung dieses Phänomens als „elektrische Resonanz“ nahegelegt. Zum Unterschied von der Erscheinung in **146** könnte man die vorliegende bei Parallelschaltung im besonderen mit Stromresonanz bezeichnen (vgl. Heinke ETZ 1897, 65). Wie der Maximalwert

$$i_g' = e' \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right)^2}$$

erkennen lässt, wird diese Resonanzerscheinung in Gestalt des Verhältnisses $i_L' : i_g'$ bezw. $i_C' : i_g'$ um so stärker, je grösser einerseits R ist und je mehr sich für Sinuswellen, also $\omega_e = \omega_i = \omega$, der Klammerausdruck $\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$ der Null nähert. Ist die Gleichung

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \text{ oder } \omega C = \frac{1}{\omega L}$$

erfüllt, also völlige Abstimmung vorhanden:

$$C \cdot L = \frac{1}{\omega^2} = \left(\frac{1}{\pi \cdot z}\right)^2 \text{ oder } \frac{1}{z} = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{C \cdot L},$$

so hängt das Verhältnis $i_L' : i_g' = i_C' : i_g'$, welches man als Stärke der Resonanzerscheinung ansehen kann, nur noch von $\frac{1}{R}$ ab (147).

Ein scheinbar im letzten Schema nicht berücksichtigter Fall, nämlich die Parallelschaltung von L und C allein, lässt sich theoretisch ohne weiteres durch Einsetzung von $R = \infty$ in Fall 6 erhalten, welcher eigentlich alle Fälle dieser Gruppe umfasst, da er den allgemeinsten Fall darstellt. Praktisch kommt jene Kombination nicht vor, weil i_R' stets einen bestimmten Betrag behält, der aus materiellen Beschränkungen nicht unterschritten werden kann. Diese Notwendigkeit folgt aus dem Energiebedarf in Form von elektrischer Leistung $e' \cdot i_R'$ bei Aufrechterhaltung der Strömung $\tilde{J}_L$ und $\tilde{J}_C$, und diese energetische Seite der Erscheinung bedingt auch die grösste erreichbare Stärke der Resonanz (147).

Nimmt man auf die Phase keine Rücksicht, sondern setzt nur die effektiven Messwerte der Ausgleichgrössen in Beziehung, so ergiebt sich

$$J_g = E_g \quad K,$$

wenn wir mit K das Verhältnis der unmittelbar messbaren Grössen, nämlich der zugeführten Stromstärke in der gemeinschaftlichen Zuleitung ($\tilde{J}_g$ in effektiven Ampère) zu der zugeführten Spannung ($\tilde{E}_g$ in effektiven Volt) zwischen den gemeinschaftlichen Verzweigungsstellen, ausdrücken und hierfür die Bezeichnung Konduktanz (**149**) wählen. Für den allgemeinen Fall 6 beträgt diese Konduktanz

$$K = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right)^2}.$$

Dieser Ausdruck und damit für eine gegebene Wechselspannung ($\tilde{E}_g$) auch die Stromstärke ($\tilde{J}_g$) wird ein relatives Minimum für $\left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right) = 0$, also völlige Abstimmung oder Kompensation von C und L. Nach den Ausführungen in **142** wird bei Leistung von Arbeit im magnetischen oder elektrischen Feld für $\frac{1}{R}$ eine wirksame Leitfähigkeit $\frac{1}{R_p}$ einzusetzen sein, deren Wert um so grösser ist, je grösser die zu leistende Feldarbeit (W) ist, da

$$R_p = \frac{E^2}{W} \text{ oder } \frac{1}{R_p} = \frac{W}{E^2},$$

wenn W die Anzahl der Watt angiebt, welche in allen Zweigen in andere Energieform, z. B. Wärme, übergeführt oder umgesetzt werden. Je mehr in der so sich ergebenden wirksamen Konduktanz

$$K_p = \sqrt{\left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\omega_e C - \frac{1}{\omega_i L}\right)^2}$$

der Schwerpunkt nach dem ersten Glied hinüberrückt, um so weniger wird, wie das Diagramm in Fig. 84 ohne weiteres erkennen lässt, bei wachsender Feldarbeit (W), also Zunahme von $\tilde{J}_R$ bezw. i_R' die Resonanzwirkung von i_L' und i_C' hervortreten, weil das Verhältnis

$$m' = \frac{i_L'}{i_g'} \text{ bezw. } \frac{i_C'}{i_g'}$$

immer kleiner wird. Interessant bleibt der Umstand, dass trotz Parallelschaltung die Konduktanz aller Zweige zusammen bei Resonanz der parallelgeschalteten Zweige sehr viel kleiner sein kann als diejenige der Einzelzweige. Weiteres siehe in **147**.

Die vorstehende Vereinigung von Kapazität C und parallelgeschalteter Selbstinduktion L kann man als eine elektromagnetische Pendelvorrichtung ansehen, die eine Analogie in einem Wasserpendelmodell findet, wie es Fig. 85 andeutet. Bei Wechselbewegung des Wassers durch die Antriebspumpe G wird bei einer zur mitbewegten trägen Masse L passenden Elastizität der Trennungswand C, sowie passendem Rhythmus (Wechselzahl von G) in den Parallelzweigen durch Resonanz eine Kreislaufbewegung entstehen, welche eine viel

stärkere Wasserbewegung ($\tilde{J}_c$ und $\tilde{J}_s$) zur Folge hat, als diejenige in der Zuführungsleitung (gemessene Bewegungsintensität $\tilde{J}_g$) ist. Auch hier wird natürlich die Schwingungsphase der Kreisbewegung gegenüber derjenigen von J_g in gleicher Weise wie beim elektrischen Vorgang verschoben sein. Die Maxima i_c' und i_s' der Wasserbewegung (durch Intensitätsmesser, deren Angaben unabhängig von der Richtung sind, gemessen gedacht) werden bei polarer, geometrischer Darstellung dieser eigentlich zeitlichen Vorgänge nahezu senkrecht stehen auf dem Maximum i_g' (vgl. Fig. 84). Die Richtungen von i_c' und i_s' ergeben sich auch hier, vom Verzweigungspunkt aus gesehen, als entgegengesetzt. Es sei nur nebenbei auf die praktische Bedeutung dieser Erscheinungen für die Wechselstromtechnik hingewiesen, da hierdurch eine Lokalisierung des um 90° nacheilenden sogenannten Leerstromes oder Magnetisierungsstromes durch Parallelschalten eines Stromzweiges mit voreilendem Strom (J_c), z. B. einer Kapazität oder eines übererregten Synchronmotors, auf das Konsumgebiet möglich wird, also eine Befreiung der Zuführungsleitung (Fernleitung) von demselben.

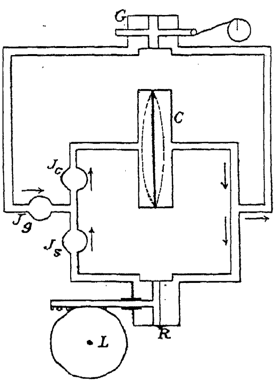


Fig. 85.

Strenggenommen schliesst jede Fernleitung selbst, ja überhaupt jeder Stromkreis (**206**), namentlich aber Parallelleitungen, eine Mischung der drei Leitungskoeffizienten R, L, C ein. Hierbei ist C parallel geschaltet zu der Hauptleitung, welche R und L in Reihenschaltung enthält, sowie auch zum Konsumapparat. Dies deutet Fig. 86 an, bei welcher für die Darstellung ein Zeitmoment herausgegriffen ist, in dem der Strom in die Fernleitung aus dem angeschlossenen Wechselstromgenerator G im Uhrzeigersinn fliesst. Das mit der Leitung verkettete magnetische Wechselfeld, welches die elektromagnetische Trägheit der Leitung bezw. ihre Selbstinduktion mit dem Koeffizienten L ausmacht, ist für diesen Zeitpunkt durch magnetische Kraftlinienquerschnitte in der üblichen Weise angedeutet, während das elektrische Wechselfeld, welches aus der elektrischen Spannung zwischen den Leitungen und der elektrischen Verschiebung in der dielektrischen Zwischenschicht sich ergiebt, durch die Pfeilrichtung in den längs der Leitung verteilten Kondensatorelementen angegeben ist. Wie man sieht, liegen aber hier wegen der fortlaufenden Verteilung von C die Verhältnisse verwickelter, da auch wegen Bindung des Ladestromes längs der Leitung die Stromstärke in der Hauptleitung strenggenommen von Punkt zu Punkt variiert, also nicht überall im Hauptleitungsquerschnitt dieselbe ist. Diese Verhältnisse sind später (**168** ff.) eingehender betrachtet, doch möge sogleich an dieser Stelle auf das Verhältnis des praktisch vorliegenden Einflusses der drei Koeffizienten hingewiesen sein.

Bei Abwägung des Einflusses der drei Leitungskoeffizienten R, L und C einer bestimmten gegebenen Leitungsstrecke oder eines Stromkreises auf die elektrischen Ausgleicherscheinungen findet man häufig die Ausdrucksweise verwendet, dass die Kapazität gegenüber der Selbstinduktion, z. B. bei Freileitungen, oder auch umgekehrt die Selbstinduktion gegenüber der Kapazität, z. B. bei Kabeln, praktisch zu vernachlässigen sei. Eine solche Angabe

bezüglich des Verhältnisses der beiden Leitungskoeffizienten L und C, die sowohl in der Starkstromtechnik als auch in der Schwachstromtechnik eine praktisch sehr wichtige Rolle spielen, ist nun nicht einwandfrei und kann leicht zu falschen Schlüssen verleiten, weshalb eine genauere Ausdrucksweise angezeigt erscheint.

Was man bei einer solchen Vergleichung des Einflusses von C und L auf die Ausgleicherscheinungen im Auge hat, ist offenbar einerseits der Ladestrom, der sich unter Zugrundelegung periodischer Wechselspannung zu $\tilde{J}_C = \tilde{E} \cdot \omega_e \cdot C$ ergiebt, andererseits die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche Spannungskomponente $\tilde{E}_L = \tilde{J} \cdot \omega_i \cdot L$. Hierin bezeichnet J_C die Ladestromstärke in Amp., wenn $\tilde{E}$ die mittlere effektive Betriebsspannung oder, allgemeiner, die mittlere Effektivspannung zwischen den zwei als Belegungen eines Kondensators gedachten korrespondierenden Leitungshälften in Volt angiebt, $\omega_e = c_e \cdot z$ den auf die Sekunde bezogenen Faktor für die Spannungsänderung $\frac{de}{dt}$ und C den wirksamen Kapazitätskoeffizienten der betrachteten Leiterstrecke in Farad; ferner wird $\tilde{E}_L$ in Volt erhalten, wenn $\tilde{J}$ die Betriebsstromstärke bezw. die in der Leiterstrecke fliessende effektive Stromstärke in

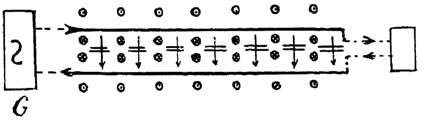


Fig. 86.

Amp. bezeichnet, $\omega_i = c_i \cdot z$ den auf die Sekunde bezogenen Faktor für die Stromänderung $\frac{di}{dt}$ und L den effektiven Selbstinduktionskoeffizienten der ins Auge gefassten Leiterstrecke in Henry. Für den praktischen Einfluss von J_C und E_L auf die Hauptausgleichgrössen $\tilde{J}$ bezw. $\tilde{E}$ ist zu beachten, dass $\tilde{J}_C$ dem Wert $\tilde{E}$ um 90^0 voreilt, ebenso die vom Generator aufzubringende Komponente $+ \tilde{E}_L$ dem Wert $\tilde{J}$ um 90^0 voreilt (Fig. 87).

Der Einfluss von $\tilde{J}_C$ auf die Anfangs- oder Generatorstromstärke $\tilde{J}_I$, ebenso wie der von $\tilde{E}_L$ auf die Anfangs- oder Generatorspannung $\tilde{E}_I$ wird also in erster Linie von der Phase abhängen und für den Normalfall, dass $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ in Phase wenig verschieden sind, praktisch ausreichend durch

$$\tilde{J}_I = \sqrt{\tilde{J}^2 + \tilde{J}_C^2} \text{ bezw. } \tilde{E}_I = \sqrt{\tilde{E}^2 + \tilde{E}_L^2}$$

gegeben sein. Von einem praktisch merkbaren Einfluss von $\tilde{J}_C$ bezw. $\tilde{E}_L$ sei dann die Rede, wenn $\tilde{J}_I$ bezw. $\tilde{E}_I$ von $\tilde{J}$ bezw. $\tilde{E}$ um mehr als $1\,\%$ abweicht. Bei merklicher Phasenverschiebung φ wird die Änderung, welche $\tilde{J}$ durch $\tilde{J}_C$ erfährt, gegenüber derjenigen von $\tilde{E}$ durch $\tilde{E}_L$ zwar dem Vorzeichen nach entgegengesetzt verlaufen, aber in der prozentualen praktischen Beeinflussung der Hauptgrösse, d. h. hinsichtlich Vergrösserung oder Verkleinerung, auch dann noch ein entsprechendes Verhalten aufweisen. Praktisch wird daher das Verhältnis $\tilde{J}_C : \tilde{J}$ bezw. $\tilde{E}_L : \tilde{E}$ interessieren.

Bei einem Vergleich des Einflusses von C und L desselben Leitungsweges, wie er oben erwähnt wurde, wird man also das Doppelverhältnis

$$\frac{\tilde{J}_C}{\tilde{J}} : \frac{\tilde{E}_L}{\tilde{E}} = \frac{\tilde{J}_C}{\tilde{E}_L} \cdot \frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}$$

zu bilden haben, um einen praktisch brauchbaren Anhalt für die Beeinflussung des Hauptausgleiches ($\tilde{J}$ und $\tilde{E}$) durch die zusätzlichen Komponenten ($\tilde{J}_C$ und $\tilde{E}_L$) zu erhalten. Es geht bereits hieraus klar hervor, dass nicht nur die Leitungskoeffizienten C und L, welche man sich in erster Annäherung konstant oder durch effektive Mittelwerte ersetzt denken kann, in Frage kommen, sondern auch die Betriebsverhältnisse und namentlich das Verhältnis $\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}$. Um dies noch besser übersehen und auch an einem Zahlenbeispiel verfolgen zu können, setze man in das obige Doppelverhältnis für $\tilde{J}_C$ bezw. $\tilde{E}_L$ die Einzelfaktoren (vgl. oben) ein. Alsdann erhält man

$$\frac{\tilde{E} \cdot \omega_e \cdot C}{\tilde{J} \cdot \omega_i \cdot L} : \frac{\tilde{E}}{\tilde{J}} = \frac{\omega_e}{\omega_i} \cdot \frac{C}{L} \cdot \left(\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}\right)^2.$$

Berücksichtigt man jetzt noch, dass das Verhältnis $\frac{\omega_e}{\omega_i}$ bezw. $\frac{c_e}{c_i}$ zwar von 1 merklich abweichen kann, aber praktisch jedenfalls nicht in eine andere Grössenordnung übergeht, meist sogar sehr nahe 1 bleiben wird, so kann man für den ersten praktischen Überschlag von diesem Verhältnis absehen und nur den Ausdruck

$$\frac{C}{L} \cdot \left(\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}\right)^2$$

berücksichtigen, was an einem Zahlenbeispiel verdeutlicht sein möge.

Beträgt z. B. das Betriebsverhältnis $\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}} = 1000 = 10^3$, also $\left(\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}\right)^2 = 10^6$, so folgt bei der obigen praktischen Grenze von 1 % zunächst für die Relativität des Einflusses von $\tilde{J}_C$ und $\tilde{E}_L$, dass für $\frac{C}{L} < 10^{-8}$ (NB. alle Grössen stets in den zusammengehörigen technischen Einheiten gemessen, d. h. $\tilde{E}$ in Volt, $\tilde{J}$ in Ampere, C in Farad, L in Henry) $\frac{C}{L} \cdot \left(\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}\right)^2 < 10^{-2}$ wird, also der Einfluss der Kapazität gegenüber demjenigen der Selbstinduktion praktisch zu vernachlässigen ist.

Für $\frac{C}{L}$ wachsend von 10^{-8} bis 10^{-6} wird der relative Einfluss beider in Frage kommen, wenn auch derjenige von L überwiegt bis zu dem Wert 10^{-6}, bei welchem beide gleich sind.

Für $\frac{C}{L}$ wachsend von 10^{-6} bis 10^{-4} werden auch noch beide in Frage kommen, jedoch der Einfluss von C überwiegen und für $\frac{C}{L} > 10^{-4}$ wird für das vorliegende Betriebsverhältnis $\frac{\tilde{E}}{\tilde{J}} = 1000$ nur noch C gegenüber L praktisch in Frage kommen, also L gegenüber C praktisch zu vernachlässigen

sein. Für andere Betriebsverhältnisse wird sich das Verhältnis für den relativen Einfluss von C und L entsprechend umgestalten.

Was den absoluten Einfluss von C und L bezw. $\tilde{J}_C$ und $\tilde{E}_L$ auf die Betriebsgrössen sowohl im Vorzeichen als auch in der hier namentlich interessierenden prozentualen Beeinflussung der Hauptgrössen anlangt, so ist in der oben angegebenen Weise noch die Phase φ zwischen $\tilde{J}$ und $\tilde{E}$ zu berücksichtigen. Wie aus der Veränderung von φ im Diagramm (Fig. 87) zwischen den Grenzen 90^0 und 0 leicht ersichtlich wird, muss der absolute Wert der Zusatzglieder $\tilde{J}_C$ bezw. $\tilde{E}_L$, um die praktische Grenze von $1\,^0/_0$ Änderung der Hauptgrösse $\tilde{J}$ bezw. $\tilde{E}$ zu erreichen, von $1\,^0/_0$ bei $\varphi = 90^0$, auf rund $14\,^0/_0$ bei $\varphi = 0$ steigen. Solange also $\tilde{J}_C < 0{\cdot}14\ \tilde{J}$ bezw. $\tilde{E}_L < 0{\cdot}14\ \tilde{E}$, so brauchen dieselben für $\varphi = 0$ praktisch nicht berücksichtigt zu werden, da

$$\tilde{J}_I = \sqrt{\tilde{J}^2 + (0{\cdot}14\ \tilde{J})^2} = 1{\cdot}01\ \tilde{J}.$$

Für $^1/_2\,^0/_0$ absoluter Änderung der Messwerte als praktischer Grenze würde bei $\varphi = 0$ jener prozentuale Betrag rund $10\,^0/_0$ betragen.

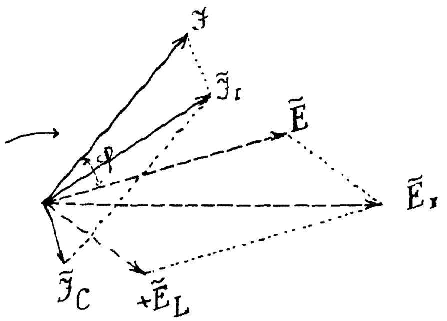


Fig. 87.

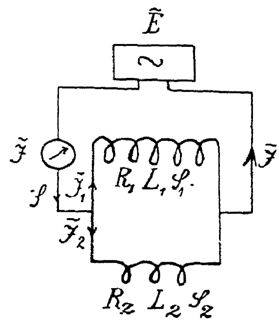


Fig. 88.

Je mehr φ von Null verschieden ist, um so mehr nähert sich ein hinzutretender Wert von $\tilde{J}_C$ bezw. $\tilde{E}_L$ der direkten Proportionalität in der Änderung von $\tilde{J}$ bezw. $\tilde{E}$. Letztere wird theoretisch bei $\varphi = 90^0$ erreicht, da alsdann

$$\tilde{J}_I = \tilde{J} \mp \tilde{J}_C$$

$$E_I = \tilde{E} \pm \tilde{E}_L.$$

Als Schluss der Parallelschaltungsverhältnisse bei Wechselstrom sei noch der Fall betrachtet, dass zwei Stromzweige mit Verschiedenheit in der Mischung der beiden Koeffizienten R und L, wie Fig. 88 andeutet, parallel geschaltet werden, ohne aber eine merkliche Wechselinduktion auszuüben.

Es soll einmal der resultierende Ausgleichwiderstand

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},$$

sowie die resultierende Phasenverschiebung φ im Verhältnis zu den Einzelwerten bestimmt werden.

Der allgemeine Fall für beliebig viele Parallelzweige ist zuerst von Raleigh (1886, Phil. Mag. May, Seite 379) behandelt worden. Hiernach ist

$$R = \frac{A}{A^2 + \omega^2 B^2} \text{ und } L = \frac{B}{A^2 + \omega^2 B^2},$$

wenn
$$A = \sum_1^n \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} \text{ und } B = \sum_1^n \frac{L_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2},$$

sowie
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Dies können wir auch schreiben

$$A = \sum_1^n \frac{R_1}{Z_1^2} \text{ und } B = \sum_1^n \frac{L_1}{Z_1^2}.$$

Hieraus folgt

$$Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2 = \frac{1}{A^2 + \omega^2 B^2} \quad \frac{1}{\left(\sum_1^n \frac{R_1}{Z_1^2}\right)^2 + \omega^2 \left(\sum_1^n \frac{L_1}{Z_1^2}\right)^2}$$

Für den speziellen Fall zweier Verzweigungen nach Fig. 88 liefert dies

$$Z^2 = \frac{1}{\left(\frac{R_1}{Z_1^2} + \frac{R_2}{Z_2^2}\right)^2 + \omega^2 \left(\frac{L_1}{Z_1^2} + \frac{L_2}{Z_2^2}\right)^2}$$

oder $$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}} = \frac{\sqrt{R_1^2 + \omega L_1^2}\,\sqrt{R_2^2 + \omega L_2^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_\alpha},$$

wenn man mit Z_α den aus Addition der gleichartigen Koeffizienten sich ergebenden Ausdruck

$$\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}$$

bezeichnet; ferner für die Phasenverschiebung der Stromstärke $\tilde{J}$ in der Hauptzuleitung gegenüber der Spannung $\tilde{E}$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega B}{A} = \frac{\sum_1^n \frac{\omega L_1}{Z_1^2}}{\sum_1^n \frac{R_1}{Z_1^2}} = \frac{\frac{\omega L_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} + \frac{\omega L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}{\frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}$$

$$= \frac{(R_2^2 + \omega^2 L_2^2)\,\omega L_1 + (R_1^2 + \omega^2 L_1^2)\,\omega L_2}{(R_2^2 + \omega^2 L_2^2)\,R_1 + (R_1^2 + \omega^2 L_1^2)\,R_2}.$$

Was das Verhältnis der Zweigstromstärken und Zweigphasen zu der resultierenden (unverzweigten) Stromstärke $\tilde{J}$ bezw. Phase anlangt, so folgt gleichfalls aus analytischen bezw. goniometrischen Beziehungen am Polardiagramm

$$J_2 = J \frac{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}} \sin(\alpha \pm \varphi_2) = \tilde{J} \cdot \frac{Z_1}{Z_\alpha} \cdot \sin(\alpha \pm \varphi_2),$$

wenn man der Hauptstromstärke $\tilde{J}$ die Phase α giebt; ebenso

$$\tilde{J}_1 = \tilde{J} \frac{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 (L_1 + L_2)^2}} \sin(\alpha \mp \varphi_1) = \tilde{J} \cdot \frac{Z_2}{Z_\alpha} \cdot \sin(\alpha \mp \varphi_1).$$

Um die Verschiebung gegenüber der Verzweigungsspannung $\tilde{E}$ zu erhalten, ist an Stelle von α nur φ einzusetzen.

Die relative Phasenverschiebung φ_1 bezw. φ_2 eines Zweigstromes gegenüber dem unverzweigten Strom J ist hierbei gegeben durch

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{(R_1 L_2 - R_2 L_1)\,\omega}{R_2 (R_1 + R_2) + L_2 (L_1 + L_2)\,\omega^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{(R_2 L_1 - R_1 L_2)\,\omega}{R_1 (R_1 + R_2) + L_1 (L_1 + L_2)\,\omega^2}.$$

Das relative Vor- bezw. Nacheilen eines Zweigstromes gegenüber dem Hauptstrom wird also durch das Vorzeichen des Klammerausdruckes im Zähler bestimmt, d. h. der Differenz der Produkte $R_1 L_2$ und $R_2 L_1$.

Wie man sieht, gestalten sich (ohne Rücksicht auf die Phase) hinsichtlich Verteilung der Ausgleichintensitäten auf die Zweige die Verhältnisse ähnlich wie bei Gleichstromverzweigungen, wenn man nur die Wechselstromausgleichwiderstände Z an Stelle der OHMschen Widerstände R einführt.

Praktisch wichtig sind diese Verhältnisse bei den neueren Wechselstrommessinstrumenten, namentlich den Wattmetern (siehe Bd. II).

146. Reihenschaltung verschiedener Widerstandsklassen. Spannungsresonanz.

Die drei letzten Fälle (7 bis 9) beim Arbeiten mit Wechselspannung $\tilde{E}$ auf einen Stromkreis ergeben sich durch Vereinigung der drei Widerstandsklassen in Reihenschaltung (Fig. 89). Die Übersicht und Behandlung gestaltet sich hier in allen drei Fällen, nämlich

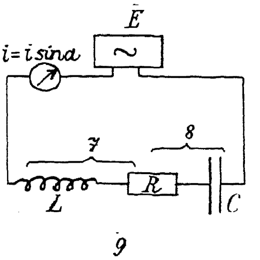


Fig. 89.

$$R + L;\quad R + C \text{ und } R + L + C,$$

am einfachsten, wenn man eine Vertauschung von Spannung und Strom gegenüber der vorausgegangenen Anordnung mit Parallelschaltung vornimmt. Die Parallelschaltung war durch konstante Spannung $e_g = e_g' \sin \alpha$ charakterisiert und durch variable Stromverhältnisse i_g', je nach Ein- oder Ausschaltung der Parallelzweige. Daher war es naturgemäss, der Spannung die Ausgangs- oder Normalphase zu erteilen. Die Reihenschaltung ist umgekehrt durch konstante Stromstärke in allen Punkten des Stromkreises charakterisiert bei variabler Spannungsverteilung auf die einzelnen Teilstrecken. Daher ist es natürlicher, dem Strom $i = i' \sin \alpha$ die Normalphase zu erteilen. Die einzelnen Teilspannungen oder Spannungskomponenten wären alsdann in Grösse (e') und Phase gegenüber i' zu bestimmen, wenn ein elektrischer Ausgleich von bestimmter Stärke (i') in dem Stromkreis hervorgerufen werden soll unter Überwindung der Ausgleichwiderstände in Reihenschaltung. An erster Stelle würde sich also hier die Spannung e_g abhängig von der Stromstärke i' und dem resultierenden Gesamtwiderstand ergeben. Die Spannungen e_R', e_L', e_C' an den Einzelwiderständen (R, L, C), welche erforderlich sind, um die Stromstärke i' durch sie hindurchzupressen, sind in Grösse und Phase gegenüber i' wiederum durch die Beziehungen im Schema von **144** gegeben, nämlich

$$e_R' = i' \cdot R;\quad e_L' = i' \cdot \omega \cdot L;\quad e_C' = \frac{i'}{\omega \cdot C},$$

wobei e' in Volt erhalten wird, wenn i' in Ampère, R in Ohm, L in Henry, C in Farad eingesetzt und ω auf die Sekunde bezogen wird.

So ergiebt sich z. B. für $i' = 10$ Amp. in Verbindung mit den Zahlenwerten des früheren Beispiels

$$\omega = 314, \quad R = 200\ \Omega, \quad L = 0{\cdot}4 \text{ Henry}, \quad C = 20\ Mf,$$
$$e_R' = 2000, \quad e_L' = 1256, \quad e_C' = 1590 \text{ Volt.}$$

Befindet sich $R + L$ im Stromkreis, während C in Fig. 89 durch Kurzschluss der Belegungen auf den Wert ∞ gebracht worden ist, so wird die allgemein für Reihenschaltung gültige Gleichung der Momentanspannungen

$$e_g = e_R + e_L + e_C$$

in den Fall 7 unter Wegfall von $e_C = 0$ übergehen.

In ganz ähnlicher Weise wie bei Fall 4 (vgl. Fig. 82), nur unter Vertauschung der Strom- und Spannungskurven, folgt die erforderliche Kurve der Generatorspannung e_g aus der algebraischen Zusammensetzung aller

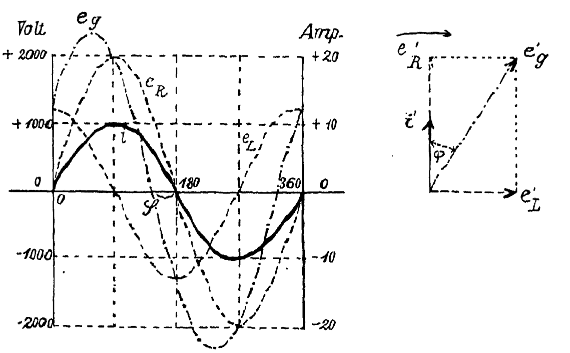


Fig. 90.

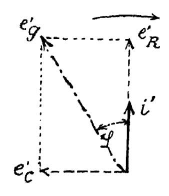


Fig. 91.

Momentanwerte von e_R und e_L. Dies ist in Fig. 90 links dargestellt, während rechts wiederum die für die Maximalwerte bezw. Messwerte giltige geometrische Zusammensetzung der Spannungskomponenten im Polardiagramm beigefügt ist. Unter Hinzuziehung des achten Falles ($R + C$, vgl. Fig. 91) und des neunten Falles ($R + L + C$) erhält man folgendes Schema:

$$i = i' \cdot \sin \alpha$$

$R + L$	$R + L + C$	$R + C$
$e_g = \left[i' \cdot \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\right] \sin(\alpha_i + \varphi_g)$	$e_g = \left[i' \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right] \sin(\alpha_i \pm \varphi)$	$e_g = \left[i' \cdot \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\right] \sin(\alpha_i - \varphi_g)$
$\sin \varphi_g = e_L' : e_g'$	$\sin \varphi_g = (e_L' - e_C') : e_g'$	$\sin \varphi_g = e_C' : e_g'$
$\sin \varphi_g = \omega L : \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\sin \varphi_g = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) : \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\sin \varphi_g = \frac{1}{\omega C} : \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$
$\tilde{E} = \tilde{J} \cdot \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\tilde{E} = \tilde{J} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\tilde{E} = \tilde{J} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

Der neunte Fall, welcher als der allgemeine die beiden anderen Fälle auch hier wieder mit umfasst, erscheint bei graphischer Darstellung im Polardiagramm aus der Zusammenschiebung des Diagramms von Fall 7 und 8 entstanden (vgl. Fig. 92, 90, 91). Unter Vornahme der oben erwähnten Vertauschung von Strom und Spannung gelten die vorausgegangenen Betrachtungen in völlig analoger Weise. Die Erscheinung der Spannungsresonanz, d. i. der wechselseitigen Deckung der Spannungskomponenten e_C' und e_L' oder der Messgrössen $\tilde{E}_C$ und $\tilde{E}_L$, bedingt auch hier bei Fall 9 (Fig. 92), dass nur die Differenz $e_C' - e_L'$ von aussen, d. h. vom Generator, gedeckt zu werden braucht und sich geometrisch mit e_R' zu e_g' zusammensetzt (vgl. Fig. 92). Ist daher e_R' recht klein, so kann die von aussen zugeführte oder Generatorspannung e_g' bezw. $\tilde{E}_g$ vielmal kleiner sein als die Teilspannungen e_L' und e_C' bezw. $\tilde{E}_L$ und $\tilde{E}_C$.

147. Bedingungen für die Stärke der Resonanz.

Die Formel

$$\tilde{E} = \tilde{J} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

lässt erkennen, dass die günstigsten Bedingungen für die Spannnungsresonanz bei Reihenschaltung durch dieselbe Abstimmung erfüllt sind wie für die Stromresonanz bei Parallelschaltung, nämlich durch

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{z} = \pi \sqrt{L \cdot C}.$$

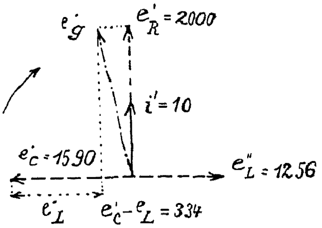


Fig. 92.

Hierbei muss wiederum, wie oben angeführt, z in Wechsel pro Sekunde, L in Henry und C in Farad eingesetzt werden. Allerdings ist bei der Spannungsresonanz die Bezeichnung „günstig" eigentlich praktisch nur in der Schwachstromtechnik, namentlich bei der Wellentelegraphie (**206**) anwendbar, während in der Wechselstromtechnik jene Bedingungen gerade sorgfältig zu vermeiden sind, weil sie die Isolation gefährden.

Theoretisch wäre auch hiernach, wie gewöhnlich früher angenommen, eine beliebig hohe Resonanz möglich, wenn man als Mass der Resonanzstärke wiederum das Verhältnis $e_C' : e_g'$ bezw. $e_L' : e_g'$ oder auch die Summe beider Verhältnisse einführt. HEINKE hat jedoch experimentell nachgewiesen (ETZ 1897, 61), dass dieses Verhältnis praktisch weit hinter dem früher angenommenen theoretischen Wert

$$m = e_C' : e_g' = e_L' : e_g' = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} = \frac{\omega L}{R}$$

zurückbleibt, wenn für R der mit Gleichstrom gemessene OHMsche Widerstand des Leitungsweges eingesetzt wird. Der richtige Wert wird vielmehr erhalten, wenn an Stelle von R ein auf den Leitungsweg reduziert gedachter Arbeitswiderstand (richtiger Leistungswiderstand) $R_w = \frac{\tilde{W}}{(\tilde{J})^2}$ eingesetzt wird, wobei R_w in wirksamen Ohm erhalten wird, falls $\tilde{W}$ die in R, L und C zusammen verbrauchte elektrische Leistung in Watt bezeichnet, während $\tilde{J}$

die effektiv gemessene Stromstärke oder elektrische Ausgleichstärke in Ampere angiebt (**142**). Dass alsdann die Theorie praktisch befriedigend mit den wirklich erhaltenen Resonanzen übereinstimmt, wurde experimentell unter den verschiedensten Verhältnissen bestätigt (vgl. a. a. O. Tab. 1).

In ähnlicher Weise ergiebt sich auch bei der Stromresonanz für die Parallelschaltung-Vervielfältigungszahl m' der obere Grenzwert zu $\omega \cdot C \cdot R_p$ bezw. $\frac{R_p}{\omega \cdot L}$, wobei aber hier ein parallelgeschaltetes resultierendes $R_p = \frac{(\tilde{E}_g)^2}{\tilde{W}}$ einzusetzen ist oder das für Parallelschaltung bequemere wirksame Leitvermögen (**142**)

$$\frac{1}{R_p} = \frac{\tilde{W}}{(\tilde{E}_g)^2} = \frac{(\tilde{J}_r)^2}{\tilde{W}}.$$

Wiederum wird $\frac{1}{R_p}$ in wirksamen Mho erhalten, wenn $\tilde{E}_g$ die Betriebsspannung in Volt und $\tilde{W}$ die in allen Parallelzweigen zusammen erforderliche elektrische Leistung in Watt angiebt, welche zur Aufrechterhaltung des elektrischen Bewegungsvorganges von aussen zugeführt werden muss. In beiden Fällen umfasst diese Leistung $\tilde{W}$ ausser den Jouleschen Verlusten in dem Ohmschen Widerstand R noch die Verluste im magnetischen Felde, sowie endlich die in der Kapazität, vor allem die im elektrischen Wechselfelde durch Umelektrisierung (dielektrische Hysterese) verursachten Verluste (**126**).

Die Verluste im magnetischen Wechselfelde werden durch die Ummagnetisierungsarbeit (magnetische Hysterese) und Wirbelströme einerseits (**302** bis **306**), durch alle etwaigen Leistungen in sekundären Wicklungen andererseits dargestellt. Die Beachtung des letzten Punktes ist wichtig wegen der Labilität der Resonanzerscheinungen, die sich bei der geringsten sekundären Belastung offenbart und zugleich die energetisch begründete Unmöglichkeit einer nennenswerten Verwendung der Resonanzphänomene in der Starkstromtechnik für Transformationszwecke aufdeckt.

Die Beschränkung der Resonanz hinsichtlich ihres relativen Wertes m, der energetisch bedingt durch die Gleichungen

$$m = \frac{1}{\omega_i C \cdot R_w} = \frac{\omega_i \cdot L}{R_w} \text{ für Spannungsresonanz}$$

bezw.

$$m' = \omega_i \; C \cdot R_p = \frac{R_p}{\omega_i \, L} \text{ für Stromresonanz}$$

gegeben ist, hängt aufs engste mit der erreichbaren Phasenverschiebung von i_C' und i_L' gegen e' bezw. von e_C' und e_L' gegen i' zusammen. Je mehr diese von 90^0 abweichen, z. B. bei eisengeschlossenem Transformator, desto kleiner wird der höchste Resonanzwert auch bei weitgetriebener Kleinheit des Ohmschen Widerstandes R. Die erforderliche arbeitleistende Komponente der Spannung

$$e_r' = R_w \cdot i_g' = \frac{\tilde{W}}{i_g'} \text{ bei Stromresonanz,}$$

der Stromstärke

$$i_r' = \frac{e_g'}{R_p} = \frac{\tilde{W}}{e_g'} \text{ bei Spannungsresonanz}$$

ist alsdann verhältnismässig so gross, dass die Leistung zur Deckung der JOULE schen Verluste $\tilde{J}^2 \cdot R$ ganz zurücktritt hinter die im magnetischen und elektrischen Feld erforderliche Leistung.

Es ist ausserdem nicht zu übersehen, dass die obigen Gleichungen für die Vervielfältigungszahl m nur gelten bei genauer Abstimmung, also für

$$\left(\omega_i L - \frac{1}{\omega_e C}\right) = 0,$$

wofür auch $\cos\varphi_g = 1$ wird, wenn $\varphi_g = \sphericalangle (e', i_g')$, bezw. $= \sphericalangle (i', e_g')$ (vgl. Fig. 84 bezw. 92) bedeutet. Allgemein, d. h. für nicht vollkommene, sondern nur teilweise Resonanz mit $\varphi_g > 0$, wird die Vervielfältigungszahl durch den Wert $m \cdot \cos\varphi_g$ geliefert (vgl. ETZ 1897, 61).

Hält man diese stationären Resonanzphänomene der Wechselstromtechnik mit denjenigen der elektrischen Schwingungen zusammen, wo sie die allergrösste praktische Bedeutung besitzen (**206**), so kann man die Begriffe der Dämpfung, nämlich Reibungsdämpfung innerhalb der Strombahn und Strahlungsdämpfung im Felde, welche das Abklingen jeder Einzelschwingung bedingen, auch etwas abgeändert auf die vorliegenden Fälle übertragen, wenn es sich auch hier um stationäre Resonanzverhältnisse handelt. Der Reibungsdämpfung in der Strombahn würde hier der OHMsche Widerstand entsprechen, der Strahlungsdämpfung hingegen alle Verluste oder Energieumsetzungen im Felde. Die letzteren können wir nämlich ganz naturgemäss auffassen als elektromagnetische Wellenenergie, welche nicht auf die primäre Strombahn reflektiert, sondern im „Felde" absorbiert wurde (weiteres siehe **207**).

Auch für die elektrische Spannungsresonanz bei Reihenschaltung kann man ein mechanisches Modell in Gestalt einer geschlossenen Fadenbahn nach Fig. 93 benutzen, um sich die elektrischen Verhältnisse mechanisch greifbar zu analogisieren. Die Analogie zwischen den mechanischen Drucken: dem erforderlichen Totaldruck $\tilde{F}_g$ des Antriebsmechanismus, sowie den Teildrucken $\tilde{F}_C$, $\tilde{F}_L$, $\tilde{F}_R$, mit den elektrischen Verhältnissen der Schaltung nach Fig. 89 bezw. Diagramm in Fig. 92, nämlich der erforderlichen Gesamtspannung $\tilde{E}_g$, sowie den Teilspannungen $\tilde{E}_C$, $\tilde{E}_L$, $\tilde{E}_R$, erklärt sich nach dem Vorausgegangenen von selbst. Man braucht nur auch bei Fig. 93 Abstimmung zwischen der elastischen Kraft D von C, dem Trägheitsmoment von L und der Tourenzahl des Antriebsmechanismus G vorauszusetzen, so dass sich der ganze Kreislauf wie ein geschlossenes Fadenpendel verhält mit grossen Resonanzschwingungen infolge kleiner Impulse im richtigen Rhythmus

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{L}{D}} = \pi \sqrt{L \cdot C}.$$

Zum Schluss sei noch die interessante Thatsache vermerkt, dass die mitunter kritische Steigerung der Resonanzwirkungen bei Wechselkräften — bis zur Bruchgefahr bei rein statisch berechneten Festigkeitsverhältnissen von technischen Konstruktionen — auf elektrischem Gebiet in Gestalt von

Kabeldurchschlägen weit früher beobachtet und geklärt wurde als in der Maschinentechnik. Hier wurden die mechanischen Resonanzen und ihre Folgen für die Festigkeitslehre erst ganz kürzlich (1902, vgl. SOMMERFELD, Ph. Z. III, 266, sowie III, 485) aufgefunden und die Stärke dieser Maschinenresonanzen abhängig von der Tourenzahl n erkannt, wobei auch hier ein Maximum der Erschütterungen infolge von Resonanzschwingungen bei der kritischen Tourenzahl n sich ergiebt, welche der Abstimmung auf die elastischen und Trägheitskräfte des beweglichen Systems entspricht.

148. Klärung durch die energetische Seite. Elektrisches Modell.

Die vorausgegangenen neun Fälle könnten wegen ihrer Eigenschaft als Grenzfälle, in denen R, L und C unvermischt vorausgesetzt waren, als von geringer praktischer Bedeutung erscheinen, doch lassen sich alle Mischwiderstände der Wirklichkeit durch Zerlegung in ihre Komponenten auf diese Grenzfälle zurückführen. Es bedarf zu diesem Zweck allerdings nicht nur einer Beachtung und Messung der einzelnen Ausgleichgrössen, d. i. $\tilde{J}$, $\tilde{E}$ und OHMscher Widerstand R innerhalb der Leitung, sondern auch, wie

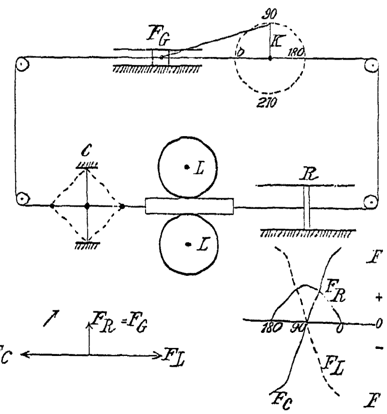


Fig. 93.

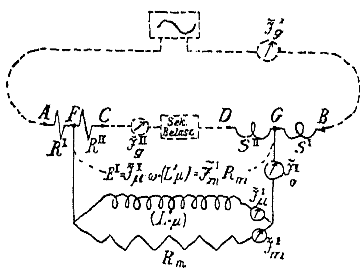


Fig. 94.

im letzten Fall bereits etwas näher betrachtet, einer Ergänzung durch die energetische Seite der Erscheinungen.

Zur Ermittelung der wirklich zur Umsetzung gelangenden elektrischen Leistung $\tilde{W}$ (in Watt), gleichviel, ob im engeren Bereich der Strombahn selbst oder im weiteren Bereich des magnetischen und elektrischen Feldes, wird demnach eine besondere Messung erforderlich, sobald es sich nicht mehr um stationäre Gleichstromverhältnisse handelt. Die hierdurch gleichzeitig mit zur Messung gelangende äquivalente Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, d. h. ihrer äquivalenten Sinuswellen, gestattet alsdann eine völlig ausreichende Behandlung und Darstellung der einzelnen Ausgleichgrössen.

Auch bei allgemeineren und verwickelteren Fällen der Wirklichkeit, wie z. B. den elektrischen Ausgleichvorgängen bei einem Wechselstromtransformator, ist unter Benutzung aller der Messung zugänglichen Grössen einschliesslich der energetischen Seite eine Auflösung in die bisher benutzten Grundbegriffe des elektrischen Ausgleiches möglich, welche den Thatsachen ausreichend angepasst ist. Der untergelegte äquivalente Wechselstromwiderstand, welcher in den Zusammenhang zwischen Spannung und Strom hinreichende Einsicht zu gewähren vermag, stellt sich hierbei im allgemeinen als eine Mischung der reinen Widerstandsklassen in gemischter Reihenparallelschaltung dar. Als

Beispiel für eine derartige Zerlegung sei hier kurz angeführt, wie sich dieselbe beim Wechselstromtransformator gestaltet (näheres vgl. HEINKE ETZ 1899, 205). Unter Benutzung elektrischer Stromlaufanalogien als Hilfsvorstellung für die Ausgleichverhältnisse folgt das in Fig. 94 angegebene Schema. Dasselbe vermag die geistige Verfolgung von den messbaren primären (E_g^I, J_g^I, R^I, W^I) zu den messbaren sekundären (E_g^{II}, J_g^{II}, R^{II}, W^{II}) Ausgleichgrössen zu unterstützen, indem es durch Darstellung der geistig eingeschalteten Zwischenglieder deren Wechselwirkung untereinander und mit den messbaren Grössen zu übersehen gestattet. Diese Zwischenglieder sind: die Streuungskoeffizienten der beiden Wicklungen S^I und S^{II}; die aus der Leerlaufstromstärke J_0^I und zugehöriger Phasenverschiebung

$$\cos\varphi = \frac{W_0^I}{E_g^I \cdot J_0^I}$$

gewonnenen Komponenten, d. i. die arbeitleistende Komponente

$$J_m^I = J_0^I \cos\varphi$$

und die wattlose Komponente zur Erzeugung des magnetischen Feldes

$$J_\mu^I = J_0^I \sin\varphi\,;$$

die aus diesen Komponenten sich ergebenden ideellen Widerstandskoeffizienten, d. i. der ideelle Reibungswiderstand

$$R_m = \frac{E^I}{J_m^I} = \frac{W_0}{(J_m^I)^2} = \frac{(E^I)^2}{W_0}$$

der im magnetischen Felde verlorenen Leistung W_0 durch Ummagnetisierungsarbeit und Wirbelströme, und der ideelle Selbstinduktionskoeffizient

$$(L_1^I \cdot \mu) = \frac{E^I}{\omega \cdot J_\mu^I};$$

diese beiden ideellen Widerstandskoeffizienten in Parallelschaltung geben mit S^I und dem OHMschen Widerstand R^I zusammen in Reihenschaltung (vgl. Fig. 94) den gemeinsamen Ausgleichwiderstand $Z = \frac{E_g^I}{J_0^I}$ des leerlaufenden Transformators. Bei Reduzierung des Übersetzungsverhältnisses auf 1 : 1 in der für die meisten Transformatordarstellungen üblichen Weise würde alsdann die sekundäre Belastung, d. i. die durch das magnetische Feld übertragene und nach aussen wieder abgegebene Leistung W^{II} wie ein weiterer zu R_m und $(L_1^I \cdot \mu)$ parallelgeschalteter Zweig erscheinen. Ist die auf 1 : 1 reduzierte sekundäre Belastung J_g^{II} wiederum nicht durch eine einzige Widerstandsklasse (R, L, C), sondern durch einen Mischwiderstand verursacht, so ergiebt sich mit Hilfe der gemessenen sekundären Phasenverschiebung φ^{II} auch hierfür eine Auflösung in die beiden Komponentenströme

$$J_g^{II} \cdot \cos\varphi^{II} = \frac{W^{II}}{E_g^{II}} \quad \text{und} \quad J_g^{II} \sin\varphi^{II},$$

sowie zwei reine äquivalente Parallelwiderstände

$$\frac{E_n^{II}}{J_g^{II} \cos \varphi^{II}} \quad \text{und} \quad \frac{E_n^{I}}{J_g^{II} \sin \varphi^{II}}.$$

149. Bezeichnungen und Symbolik der Wechselstromgrössen. Nach dem Vorausgegangenen verhalten sich die drei Widerstandsklassen energetisch durchaus verschieden, lassen aber hinsichtlich des Begriffs der Ausgleich- oder Stromstärke eine Vergleichbarkeit und auch Ersetzbarkeit zu, solange man die Phase nicht berücksichtigt. In energetischer Beziehung kann innerhalb der Strombahn der OHMsche Widerstand R, oder bei Erweiterung der Betrachtung auf die energetischen Vorgänge im Feld der wirksame Arbeitswiderstand R_w, als Normalwiderstand gelten, zu welchem die beiden anderen Klassen der Ausgleichwiderstände (L und C) entgegengesetzt symmetrische Eigenschaften aufweisen, wobei das Vorzeichen von φ im Phasenfaktor ebenso wie die Stellung von ω oder von L und C im Zähler bezw. Nenner den gleichen Spiegelbildcharakter zeigen. Diese Symmetrieeigenschaft des Trägheits- und Elastizitätswiderstandes ist bei Betrachtung der analytischen Formeln im Schema von **144** und den folgenden ebenso deutlich erkennbar wie in der Polardarstellung in Fig. 80 u. s. w. Betrachtet man die Formelreihe unter R gleichsam als spiegelnde Fläche, so tritt die Symmetrie in allen Teilen der Formulierungen deutlich hervor.

Bei stationärem Gleichstrom liegen die Verhältnisse für den Begriff des Ausgleichwiderstandes sehr einfach, da man mit demjenigen Leitungskoeffizienten auskommt, der als (OHMscher) Widerstand

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{q}, \text{ oder mit dem reziproken Ausdruck } K = \frac{k \cdot q}{l}$$

als Leitungsvermögen des Stromweges bezeichnet wird.

Bei Wechselstrom gestalten sich, wie die Formulierungen der neun Fälle beweisen, die Ausdrücke für die verschiedenen Ausgleichwiderstände schon viel mannigfaltiger und verwickelter. Nicht nur das Neuhinzutreten der beiden Leitungskoeffizienten der Selbstinduktion (L) und Kapazität (C), sondern auch das Insspielkommen des Periodizitätsfaktors ω bezw. von ω_e und ω_i bedingen zahlreiche Kombinationswerte der verschiedenen Widerstandsklassen, für welche sich neben ihrer analytischen Formulierung eine eigene begriffliche Bezeichnung als praktisch wünschenswert ergeben hat (**142**). Diese Bezeichnungen für die charakteristischen Grössen des Wechselstromkreises sind zuerst nach Vorschlägen des Engländers HEAVISIDE mit der Endung auf „ance" gebildet worden und ihre Einführung auch in die deutsche Litteratur namentlich von STEINMETZ (vgl. u. a. sein zusammenfassendes Buch über „Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen") betrieben worden. Die Übertragung dieser lateinisch-englischen, nur im Deutschen mit „anz" geschriebenen Ausdrücke in gleichwertige Benennungen, welche sich aus deutschen Wortstämmen aufbauen, ist für die wichtigeren später von FELDMANN (vgl. E T Z 1898, 698) vorgeschlagen worden. Das praktische Bedürfnis und eine Reihe Neubildungen von Ausgleichbegriffen bei Wechselstrom lassen folgende Zusammenstellung der im vorhergehenden benutzten Symbole bezw. Symbolenkomplexe mit den Bezeichnungen auf „anz", der in diesem Abschnitt mehrfach benutzten Bezeichnungen [in eckigen Klammern], sowie der von FELDMANN vorgeschlagenen Benennungen (in runden Klammern) wünschenswert erscheinen.

Zusammenstellung der Begriffe bei den Ausgleichwiderständen.

Symbol (einfach)	Symbol (komplex)	Ausgleichbeziehung	Bezeichnung deutsch	Bezeichnung lateinisch-englisch deutsch	Symbol nach Steinmetz
R		$\bar{E} : \bar{J}$	Ohmscher Widerstand	Resistanz	r
R_w		$\tilde{W} : (\tilde{J}_y)^2 = (\tilde{E}_r)^2 : \tilde{W}$	[effektiver Widerstand Leistungswiderstand]	effektive Resistanz	r
$(1 : R) = K$		$\bar{J} : \bar{E}$	Leitungsvermögen	Konduktanz	g
$(1 : R_p) = K_p$		$(\tilde{J}_r)^2 : \tilde{W} = \tilde{W} : (\tilde{E}_y)^2$	[effektives Leitungsvermögen]	effektive Konduktanz	g
L		$\tilde{E}_L : \omega_i \cdot \tilde{J}_\mu$	Selbstinduktionskoeffizient	Induktanz	L
L_w		$\tilde{E}_y \cdot \sin\varphi : \omega_i \cdot \tilde{J}_y$	wirksamer Selbstinduktionskoeffizient		
C		$\tilde{J}_C : \omega_e \cdot \tilde{E}_e$	Kapazität		
	$\omega_i \cdot L$	$\tilde{E}_L : \tilde{J}_\mu$	(Rückwirkung)	Reaktanz	$+x$
	$\omega \cdot L_w$	$\tilde{E}_y \cdot \sin\varphi : \tilde{J}_y$		effektive Reaktanz	x
	$\frac{1}{\omega_e \cdot C}$	$\tilde{E}_e : \tilde{J}_e$	(Vorwirkung)	{Kondensanz {Kapazitätsreaktanz	$-x_1$
	$\omega_i \cdot L - \frac{1}{\omega_e \cdot C}$			(totale) Reaktanz	x
$Z =$	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} =$	$\tilde{E}_y : \tilde{J}$	(Undurchlässigkeit) [Ausgleichwiderstand]	Impedanz	z
	$\sqrt{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$	$\tilde{J}_i : \tilde{E}$	(Aufnahmefähigkeit Aufspeicherungsfähigkeit)	Susceptanz	b
$Y =$	$\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} =$	$\tilde{J}_y : \tilde{E}$	(Durchlässigkeit) [Ausgleichvermögen]	Admittanz	y

Hier wären auch am besten noch ergänzend die durch DOBROWOLSKY vorgeschlagenen Bezeichnungen für die Strom- bezw. Spannungskomponenten anzufügen, welche sich durch geometrische Zerlegung in Richtung der reinen Widerstandsklassen ergeben. Dass auch die letzteren mit Rücksicht auf das Polardiagramm gerichtete Grössen sind, lässt sich am besten aus Fig. 95 erkennen, welche graphisch die Entstehung der Impedanz aus den passiven oder Gegenspannungen durch Division mit der Stromstärke $\tilde{J}$ veranschaulicht. Die Benutzung des Ausgleichvermögens (Admittanz) enthält eine gedankliche Zerlegung (vgl. Fig. 96) der Stromstärke $\tilde{J}_g$ in die beiden Komponenten $\tilde{J}_r = \tilde{W} : \tilde{E}_g =$ Wattkomponente des Stromes, und $\tilde{J}_l = \sqrt{(\tilde{J}_g)^2 - (\tilde{J}_r)^2} =$ wattlose oder Leerkomponente; hingegen umschliesst die Benutzung des Ausgleichwiderstandes in Form der Impedanz eine Spannungszerlegung von $\tilde{E}_g$ in $\tilde{E}_r = \tilde{W} : \tilde{J}_g =$ arbeitleistende Spannungskomponente und $\tilde{E}_l = \sqrt{(\tilde{E}_g)^2 - (\tilde{E}_r)^2}$ = Leerkomponente oder wattlose Spannungskomponente. Diese Zerlegung der Messgrössen $\tilde{J}_g$ und $\tilde{E}_g$ ist namentlich in energetischer Beziehung wichtig und nur in Verbindung mit der Messung entweder der wirklichen Leistung (Wattmeter) oder ihres Fehlbetrages zu der scheinbaren Leistung (Phasometer) ausführbar.

150. Schreibweise nach Steinmetz.

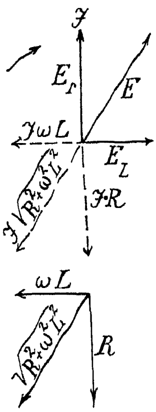


Fig. 95.

Für verwickeltere Verhältnisse der Wechselstromtechnik kann die analytische Formulierung in der bisher benutzten Schreibweise, d. i. Ausschreibung der Symbolkomplexe in ihrer Zusammensetzung aus den einzelnen Ausgleichfaktoren und der Beziehungen zwischen Hypothenusenwert und den Katheten mit Hilfe der Quadratwurzel, recht umständlich werden. Zur Abkürzung und Vereinfachung hat STEINMETZ eine Art Wechselstromstenographie angegeben, welche demjenigen Wechselstromspezialisten, der sich in diese Symbolik hineingearbeitet hat und sich die nötige Gewandtheit nicht nur im Schreiben, sondern namentlich auch im Lesen bezw. Übertragen in die übliche Ausdrucksweise angeeignet hat, gute Dienste leisten kann, wenn es auch aus verschiedenen Gründen fraglich erscheinen muss, ob dieselbe ausserhalb einer bestimmten Kategorie von Wechselstromspezialisten allgemeinere Verwendung finden wird. Für die gewöhnlich vorkommenden Fälle bietet dieselbe nämlich keine so erheblichen Vorteile gegenüber der ausführlichen Ausdrucksweise, dass die Erlernung und, was zu einer wirklich nützlichen Verwertung unerlässlich, die Einübung bis zur Geläufigkeit lohnend erscheint. Ihre wirklich vorteilhafte Verwendung wird daher, vorläufig wenigstens, auf jene erwähnte Kategorie beschränkt bleiben. Für näheres Studium sei auf die Artikel ETZ 1893, 597 ff., sowie namentlich auf die zusammenfassende Behandlung (vgl. STEINMETZ, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen 1900, Berlin) verwiesen, doch möge der Grundgedanke kurz angeführt werden.

Neben der Benutzung der in der letzten Vertikalreihe der Tabelle in **149** beigefügten einfachen Symbole an Stelle der Symbolkomplexe aus den einzelnen Widerstandsfaktoren u. s. f., wodurch die erste wesentliche Vereinfachung sich ergiebt, wird auch die geometrische Zusammensetzung in bequemerer Form zum Ausdruck gebracht. Dies geschieht durch gedankliches Zerlegen jeder Messgrösse in zwei um eine Viertelperiode (90°)

gegeneinander verschobene Komponenten (vgl. in **149** $\tilde{J}_r$ und $\tilde{J}_l$) und durch das Ausdrücken ihrer geometrischen Zusammensetzung bezw. Zerlegung vermittelst Hinzufügung eines Merkzeichens zu einer derselben. Wird z. B. die gemeinschaftliche Richtung der arbeitleistenden Komponenten als Hauptrichtung festgesetzt, so wird die dazu senkrecht stehende Richtung der Leerkomponente durch Beifügung des Buchstaben j gekennzeichnet. Für die bisher durch $\tilde{J}_r$ und $\tilde{J}_l$ ausgedrückte Zerlegung von $\tilde{J}$ wird die Beziehung

$$\tilde{J} = \sqrt{\tilde{J}_r^2 + \tilde{J}_l^2}$$

also hier die Form annehmen

$$J = i + j\,i'.$$

Soll jetzt aber auch der Ausgleichwiderstand Z in analoger Weise geschrieben werden, so muss ausser der Bezeichnung der Verschiebung um 90^0 durch j noch die Relativität der Verschiebung, ob Vor- oder Nacheilung, zum Ausdruck gelangen. Dies geschieht durch das Vorzeichen.

Für $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ erhält man $Z = r - jx$,

„ $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ die Schreibung $Z = r - j(x - x_1)$ und

„ $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ $Z = r - j \cdot (-x_1) = r + j x_1$.

Multiplikation der Gleichung mit j ergiebt also eine Versetzung jeder Komponente um 90^0 oder Verlegung der vorher mit j behafteten Grössen in die Hauptrichtung. Da weiterhin der Übergang von $-j$ zu $+j$ einer Drehung um 180^0 entspricht, so muss j rechnerisch die Bedeutung von $\sqrt{-1}$

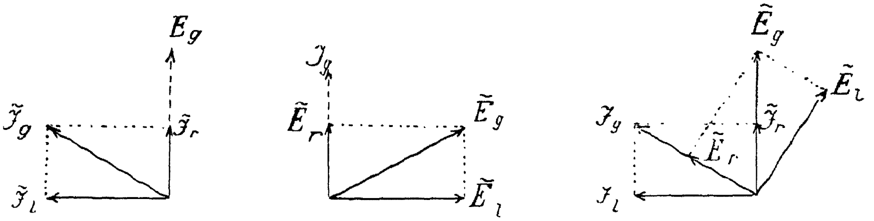


Fig. 96.

d. h. des Imaginärzeichens besitzen, und alle Rechnungsregeln der komplexen Grössen müssen auch für die vorliegende Behandlung der Wechselstromgrössen Geltung erhalten. Die dadurch bedingte Unabhängigkeit der im Komplexitätsverhältnis stehenden Grössen zueinander, wie R und ωL oder $\frac{1}{\omega C}$, sowie $\tilde{J}_r$ und $\tilde{J}_l$ u. s. w. äussert sich sonach z. B. darin, dass das Nullwerden einer komplexen Grösse bedingt, dass jede Komponente, d. h. der reelle und der imaginäre Teil für sich, Null werden muss u. s. f. Eine gegenseitige Kompensation der beiden Teilglieder nach irgend einer Richtung ist also ausgeschlossen. Die Charakterisierung der Schreibweise wird endlich noch da-

durch vollendet, dass alle komplexen Grössen durch grosse Buchstaben, alle absoluten Grössen durch kleine Buchstaben gekennzeichnet werden. Für den in Fig. 97 angedeuteten Fall, dass durch eine Zuleitung mit Impedanz

$$Z = r - jx \text{ bezw. } Z = \sqrt{r^2 + x^2}$$

die Strecke AB aus dem Generator mit Strom versorgt wird, würde die Schreibweise sich wie folgt ergeben

$$E_0 = E + Z \cdot J,$$

worin nur Symbole für komplexe Grössen benutzt sind.

Wird jetzt festgesetzt, dass die einheitliche Stromstärke J die Hauptphase bezw. Hauptrichtung erhält, also $J = i$ gesetzt, so folgt zunächst für Auflösung von Z

$$E_0 = E + i \cdot r - j \cdot i \cdot x.$$

Jetzt ist die Art der Belastung zwischen A und B, d. h. die Zusammensetzung von E noch zu berücksichtigen. Für induktionsfreie Belastung ist $E = e$, d. h. die Reaktanzkomponente gleich Null. Hieraus folgt

$$E_0 = (e + i \cdot r) - j \cdot i \cdot x$$

oder für die absolute Grösse der Klemmenspannung e_0 in Volt, wenn alle Werte der rechten Seite in entsprechenden Einheiten eingesetzt werden, nämlich i in Ampère, r in Ω und (L in $x = \omega \cdot L$) in Henry, sowie $\omega = c \cdot z$ auf die Sekunde bezogen wird:

$$e_0 = \sqrt{(e + i \cdot r)^2 + (i \cdot x)^2}, \text{ wobei tg } \varphi_0 = \frac{i \cdot x}{e + i \cdot r}.$$

Für induktive Belastung, also Stromnacheilung zwischen A und B, wird

$$E = e - j \cdot e'$$

$$E_0 = e - j e' + (r - j x) i$$

$$E_0 = (e + i \cdot r) - j (e' + i \cdot x)$$

$$e_0 = \sqrt{(e + i \cdot r)^2 + (e' + i x)^2} \text{ und tg } \varphi_0 = \frac{e' + i \cdot x}{e + i r}.$$

Für voreilenden Strom zwischen A und B, z. B. übererregten Synchronmotor oder auch Kapazität, ist

$$E = e + j \cdot e'$$

$$E_0 = (e + j e') + (r - j x) i$$

$$E_0 = (e + i r) + j (e' - i x)$$

$$e_0 = \sqrt{(e + ir)^2 + (e' - ix)^2} \text{ und tg } \varphi_0 = \frac{e' - i x}{e + ir}.$$

Durch die Zerlegung aller Richtungsgrössen (Vektoren) auf zwei senkrecht zueinander stehende Richtungen, d. i. die Hauptrichtung der Watt-

komponenten — im letzten Beispiel durch den einheitlichen Strom bestimmt bezw. in Übereinstimmung mit diesem gewählt — und der dazu senkrechten Richtung der wattlosen Komponenten, wird auch hier die algebraische Summation aller Komponenten gleicher Richtung möglich.

In ganz analoger Weise wie die Ausgleich w i d e r s t ä n d e

$$Z = \Sigma r \mp j \Sigma x$$

bei Wahl der Stromphase als Hauptrichtung, werden bei Parallelschaltung und Wahl der Spannungsphase als Hauptrichtung auch die Ausgleich v e r m ö g e n behandelt, wobei man erhält

$$Y = g - jb \text{ bezw. } y = \sqrt{g^2 + b^2}$$

oder allgemein

$$Y = \Sigma g \mp j \Sigma b.$$

Die M ö g l i c h k e i t der Zerlegung setzt aber auch hier die K e n n t n i s der e n e r g e t i s c h e n V e r h ä l t n i s s e v o r a u s.

Über eine hiervon etwas abweichend gewählte Symbolik, welche sich aber an die vorstehende anlehnt, siehe in **169**.

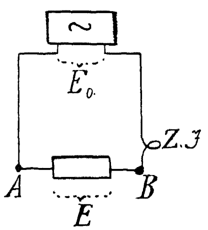


Fig. 97.

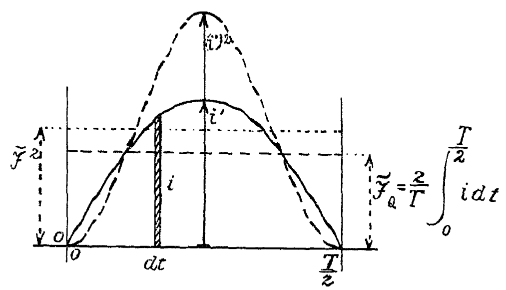


Fig. 98.

Beim Wechselstrom muss der allgemeine Begriff des elektrischen Ausgleichs in Gestalt des „Stromes" eine ganz entsprechende Unterteilung erfahren, wie sie bereits bei der Wechsel s p a n n u n g näher behandelt wurde (**100**). Neben der Unterscheidung in den I n t e g r a l strom $\int i dt$, welcher eine Elektrizitätsmenge Q darstellt, und die Strom s t ä r k e (Intensität des Ausgleichs) J ist die letztere weiterhin zu unterteilen (vgl. Fig. 98). Hierbei ergeben sich die Unterbegriffe: die Momentanstromstärke i mit dem Maximalwert i' innerhalb jedes Wechsels; der einfache Mittelwert jeder h a l b e n Stromwelle **151.** Wechselstromkurven. ymmetrieeigenschaften.

$$J_c \quad \frac{2}{T}\int_0 i \cdot dt,$$

welcher sich bei graphischer Darstellung (Fig. 98) als mittlere Höhe der planimetrierten Stromwellenfläche

$$\bar{Q} = \quad i\,dt$$

darstellt; der einfache Mittelwert jeder g a n z e n Stromwelle (Periode) bezogen auf das Nullniveau, welcher von den a l g e b r a i s c h summierenden

Messinstrumenten (Galvanometer, Tangentenboussole, d'Arsonval- und Westoninstrumente und Voltameter) angezeigt wird und bei (symmetrischem) Wechselstrom Null ist, d. h. $\tilde{J}_g = 0$; endlich der praktisch wichtigste, sogenannte effektive Mittelwert

$$\tilde{J} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt}.$$

Da zur Messung des Wechselstromes bei den praktisch wichtigsten Messinstrumenten Stromwirkungen benutzt werden, welche dem Zeiger Antriebe erteilen, die proportional mit i^2 sind, so wird infolge der Trägheit der Zeigermassen ein mittlerer oder Integralwert angezeigt. Das angegebene Mittel aller Momentanantriebe innerhalb einer Periode ist also proportional mit

$$\tilde{J}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt.$$

Daraus folgt die angenähert quadratische Teilung dieser Messinstrumente bei ihrer Eichung nach der einfachen Stromstärke

$$\tilde{J} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt}$$

(Dynamometer, Stromwagen, Hitzdrahtinstrumente). Auf $\tilde{J}_Q$ als Einheit bezogen stellt die i^2-Kurve den Verlauf des Antriebes bei einer Sinuswelle dar. Die Planimetrierung dieser Antriebsfläche mit der Maximalhöhe $(i')^2 = 2{\cdot}47\ \tilde{J}_Q$ liefert als mittlere Höhe den Wert $\tilde{J}^2$, wobei das Verhältnis

$$\tilde{J}^2 : 1 = (\tilde{J} : \tilde{J}_Q)^2$$

sich zu 1·232 ergiebt, d. h.

$$\tilde{J} : \tilde{J}_Q = f = 1{\cdot}11.$$

(Weiteres über Formfaktoren siehe **101**, über Messinstrumente Bd. II.)

Die Bildung dieses praktisch wichtigsten (effektiven) Mittelwertes $\tilde{J}$ erfolgt also dem Mittelwert der Spannung $\tilde{E}$ völlig analog (**100**). Da ausserdem beide Messwerte ($\tilde{J}$ und $\tilde{E}$) das gleiche Verhältnis zum Maximalwert i' bezw. e' der äquivalenten Sinuswellen aufweisen, so folgt daraus, dass alle Ausgleichbeziehungen in **144** in gleicher Weise für die Messwerte $\tilde{J}$ und $\tilde{E}$ gelten unter Fortfall der Zeitfunktion. Abgesehen von letzterer können nämlich alle diese Beziehungen auf die Form $Z = \frac{e'}{i'}$ gebracht werden und bei der Gleichheit des Verhältnisses von $e' : i' = \tilde{E} : \tilde{J}$ sonach auf $Z = \frac{\tilde{E}}{\tilde{J}}$ unter Benutzung der Messwerte. Dasselbe gilt für alle übrigen Beziehungen zwischen e' und i'.

Der technische Wechselstrom weicht stets mehr oder weniger von der Sinusform ab. Jede periodische Funktion lässt aber eine Auflösung in mehrere Sinuswellen nach FOURIER zu, so dass jede praktisch auftretende periodische Strom- oder Spannungswelle in eine Fundamentalwelle oder erste Harmonische und eine Reihe von höheren Harmonischen zerlegt werden

kann, ähnlich wie ein Ton akustisch in den Grundton und Obertöne. Bezeichnet man mit $\omega = 2\pi u = \pi \cdot z$ den Periodizitätsfaktor, mit i_1', i_2', i_3' u. s. f. die konstanten Maximalwerte der Fundamentalwelle und der höheren Harmonischen, so kann man die Momentanstromstärke i schreiben

$$i = i_1' \cdot \sin \omega (t - t_1) + i_2' \cdot \sin 2\omega (t - t_2) + i_3' \cdot \sin 3\omega (t - t_3),$$

wenn t die fortlaufende Zeit und t_1, t_2, t_3 die Zeitpunkte bezeichnen, in welchen die Partialwellen durch das Nullniveau gehen, und zwar in derselben Richtung, z. B. von unten nach oben.

Nach Fourier kann man mit Hilfe der Zerlegung jedes Maximalwertes z. B. i_1' in zwei Komponenten, etwa A_1 und B_1, welche aufeinander senkrecht stehen und von denen stets die B-Komponente in Richtung von $A = 0$ fällt, die verschiedenen Phasen auch durch folgende Schreibweise berücksichtigen (vgl. Fig. 99):

$$i = A_1 \sin \omega t + A_2 \cdot \sin 2\omega t + A_3 \cdot \sin 3\omega t + \ldots$$

$$B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \cos 3\omega t + \ldots$$

Es bildet jedoch einen wesentlichen Unterschied, ob die periodische Welle der Spannung oder des Stromes nur ungradzahlige Harmonische enthält oder auch gradzahlige. Die Sinuswelle besitzt, ebenso wie jede andere einfache Halbwelle (**100**), neben der Flächengleichheit der oberen und unteren Halbwellen in zweifachem Sinne Symmetrie. Einmal bildet die Scheitelwertordinate eine Spiegelebene für die beiden Hälften der Halbwelle, ein zweites Mal bildet nach Umklappen einer ganzen Halbwelle um die Nullordinate nn (vgl. Fig. 100) das Nullniveau eine Spiegelebene für die Halbwellen. Diese Symmetrie bleibt den resultierenden Schwingungen R im vollen Umfange erhalten, wenn nur ungradzahlige Harmonische O (Oberschwingungen mit 3, 5, 7 . . . facher Periodizität) ohne Phasenverschiebung der Nullwerte gegenüber der Grundschwingung G zu letzterer hinzutreten. Aus der Sinuswelle G als Grundschwingung entsteht so z. B. durch Auflagerung einer Oberschwingung von dreifacher Periodizität die flache Welle R von Fig. 100a, wenn die Nullwerte von G und O das Nullniveau gleichsinnig durchsetzen, hingegen die spitze Welle R in Fig. 100b, wenn dies im entgegengesetzten Sinne geschieht. Die Symmetrie 1 (zur Scheitelordinate) geht verloren, wenn gradzahlige Harmonische O (Oberschwingungen mit 2, 4, 6 . . . facher Periodizität) ohne Phasenverschiebung der Nullwerte hinzutreten, während die Symmetrie 2 (zu Nullordinate nn) erhalten bleibt, wie Fig. 100c erkennen lässt.

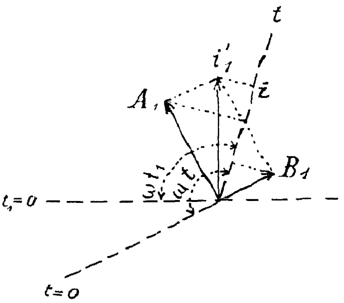


Fig. 99.

Besitzen Grundschwingung G und Oberschwingung O eine Phasenverschiebung der Nullwerte um eine Viertelperiode von O, wie Fig. 101a andeutet, so verliert die resultierende Welle R auch die Symmetrieeigenschaft 2, hingegen tritt hierfür insofern eine andere, als bei Verschiebung einer Halbwelle von R um eine Halbwellenlänge das Nullniveau noch Spiegelebene

bleibt. Eine solche Kurvenform (Fig. 101b) tritt z. B. bei Induktorien auf, wenn die Primärspule mit symmetrisch kommutiertem Gleichstrom, wie er etwa aus einem Secohmmeter stammt, gespeist wird. Wird das Induktorium jedoch in der üblichen Weise mit einem Unterbrecher im Primärkreis be-

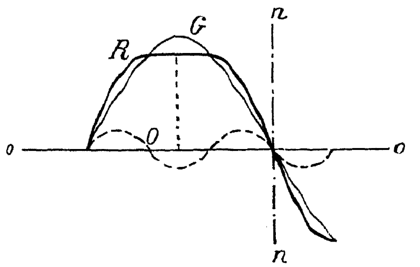


Fig. 100a.

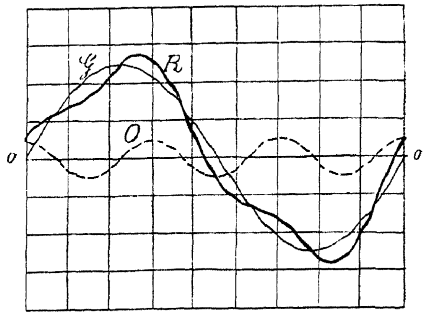


Fig. 101a.

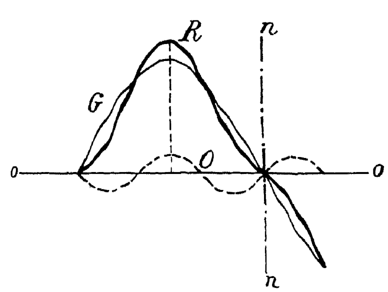


Fig. 100b.

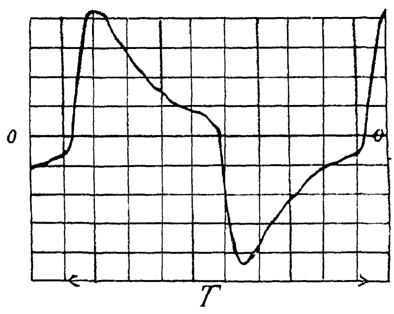


Fig. 101b.

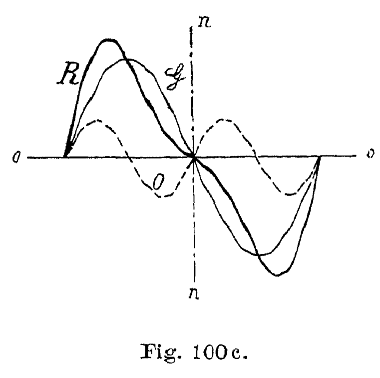


Fig. 100c.

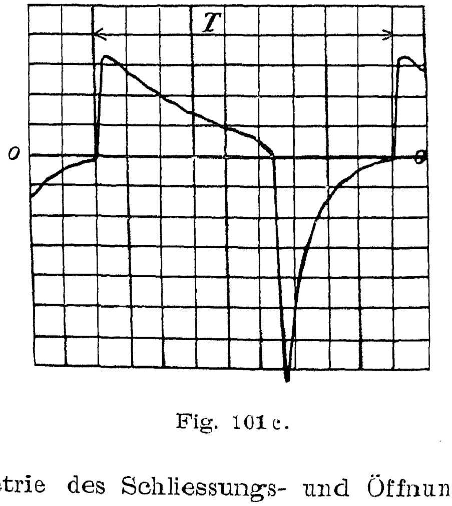


Fig. 101c.

trieben, so fällt infolge der Unsymmetrie des Schliessungs- und Öffnungsvorganges (187) auch diese letzte Symmetrieeigenschaft fort und es ergeben sich s e k u n d ä r nur noch Spannungs- bezw. Stromkurven mit gleichem Flächeninhalt, aber verschieden grossen Maximalwerten, sowie verschiedener Zeitdauer der Halbwellen, etwa wie Fig. 101c angiebt (vgl. hierzu auch **257**).

Die Kurven der von Dynamos in konstanten Ausgleichwiderständen erzeugten Wellen besitzen alle mindestens eine Symmetrieeigenschaft, d. h. meistens die Formen der Wellen R in Fig. 100, seltener die von 101a oder 101b.

Die elektromagnetische Trägheit oder Selbstinduktion setzt den höheren Harmonischen einer Spannungskurve einen mit dem ω-Wert wachsenden Widerstand entgegen (vgl. $i' = \frac{e'}{\omega \cdot L}$ in **144**). Daher wird, abgesehen von der gewöhnlich vorhandenen Abnahme der Amplitude e_2', e_3' u. s. f., die erzielte Stromstärke sich bei angenähert konstantem Wert von L mehr der Grundschwingung, d. h. der reinen Sinuswelle, nähern als die ursprüngliche Spannungskurve. Das Umgekehrte wird durch die Kapazität bewirkt (vgl. $i' = e' \cdot \omega \cdot C$). Die Kurvenbuckel durch höhere Harmonische in der Spannungskurve werden also durch C in der Stromkurve verstärkt (**154**). Hierdurch kann auch die erstgenannte Regel eine Ausnahme erleiden, wenn nämlich eine der höheren Harmonischen durch Resonanz eine Verstärkung erfährt, also die Kapazitäts- und Selbstinduktionsverhältnisse des Stromkreises zufällig auf die höhere Harmonische abgestimmt sind (**145** bis **147**). Ist hingegen L sehr stark mit i variabel wie beim Arbeiten mit hoher Eisensättigung, so treten starke Verzerrungen in der Stromkurve auf (**301**). Weiteres über Spannungskurven von Dynamos, Formfaktor, Verzerrung der Kurvenformen sowie Komponentenzerlegung nach Fourier siehe auch H. Bd. IV, Kap. 5 und 6.

Bisher war angenommen, dass die Zusammensetzung der Spannungs- bezw. Stromwellen aus lauter periodischen Gliedern erfolgt, bei welchen $\tilde{E}_g$ bezw. $\tilde{J}_g = \frac{1}{T}\int_0^T i\,dt = 0$ ist. Es ist aber auch ein periodischer Ausgleich denkbar, welcher einen einseitigen Charakter trägt. Für derartige Ausgleichvorgänge, welche als die Zusammensetzung aus einer Gleichstromkomponente mit einem aufgelagerten periodischen Wechselgliede aufgefasst werden können, ist die Bezeichnung Wellenstrom vorgeschlagen worden (vgl. Heinke, ETZ 1899, 510). Im weiteren Sinne gefasst, würde der Wellenstrom den allgemeinen Fall aller elektrischen Ausgleichvorgänge darstellen, welche durch konstante Leistung charakterisiert sind, wobei die letztere etwa mit Hilfe eines Wattmeters gemessen gedacht ist. Alsdann würde der stationäre Gleichstrom einerseits, der symmetrische Wechselstrom andererseits als Grenzfall mit eingeschlossen sein. Scheidet man jedoch diese beiden praktisch wichtigsten Fälle aus und beschränkt die Bezeichnung Wechselstrom auf periodisch symmetrische Ausgleichvorgänge nach Art des technischen Wechselstromes, so würde die Bezeichnung Wellenstrom (im engeren Sinne) für die Mischung der beiden zu wählen sein. Die Kurve der Wellenstromstärke bezw. der Wellenspannung würde also einen periodischen Verlauf zeigen, aber dadurch charakterisiert sein, dass innerhalb jeder Periode die Fläche, welche zwischen der Kurve und der Abscissenachse (mit dem Nullwert von i bezw. e) eingeschlossen ist, nicht die algebraische Summe Null ergiebt (**151**). Praktisch kommen solche Ausgleichvorgänge unter anderem vor bei allen periodischen „Unterbrechern", sei es, dass sie mit Gleichspannung oder Wechselspannung als „oberster Thatsache" betrieben werden. Diese und weitere Fälle werden im folgenden betrachtet. **152.** Wellen-

Bei Gleichspannung wird jeder Ausgleichwiderstand, der periodischen Schwankungen unterworfen ist (**155**), einen Wellenstrom erzeugen;

bei Wechselspannung wird dies jeder Ausgleichwiderstand mit Ventil bezw. Stossheberwirkung (**256**ff.), also mit Einseitigkeit nach Art einer elektrolytischen Leiterstrecke zwischen Elektroden von verschiedenem Metall, Grösse u. s. w., thun. Unter den wellenstromartigen Ausgleichvorgängen wären solche ohne Stromumkehr zu unterscheiden von solchen mit Stromumkehr. Letztere können auch bei Betrieb mit Gleichspannung auftreten, wenn bei den sogenannten Unterbrechern die Verhältnisse von Kapazität und Selbstinduktion im Stromkreise entsprechend gewählt werden (**158**; **159**). Eine weitere Unterscheidung könnte dahin getroffen werden, ob das periodische Wechselglied, welches dem Gleichspannungs- bezw. dem Gleichstromgliede aufgelagert ist, höhere oder geringere Symmetrieeigenschaften besitzt (**151**). Ersteres wird bei Mischung von Gleichstrom mit technischem Wechselstrom der Fall sein, letzteres in fast allen übrigen Fällen, namentlich bei den Kurven der sogenannten Unterbrecher.[1]) Bei diesen werden also innerhalb einer Periode die beiderseits des Gleichspannungs- bezw. Gleichstromniveaus $\left(\overset{w}{E}_g \text{ bezw. } \overset{w}{J}_g\right)$ liegenden Flächen gleichen Inhalt besitzen, aber mitunter sehr abweichende Begrenzungskurven und sehr ungleiche Basislängen aufweisen. So gross die Mannigfaltigkeit dieser Ausgleichformen ist, so wird durch die Zerlegung der Wellengrösse $\left(\overset{w}{E} \text{ bezw. } \overset{w}{J}\right)$ in eine Gleichstromkomponente $\left(\overset{w}{E}_g \text{ bezw. } \overset{w}{J}_g\right)$ und ein aufgelagertes Wechselglied $\left(\overset{w}{E}_\sim \text{ bezw. } \overset{w}{J}_\sim\right)$ doch für das letztere die Einführung einer äquivalenten Sinuswelle praktisch in den meisten Fällen zulässig. Diese äquivalente aufgelagerte Sinuswelle ist hinsichtlich der Maximalwerte natürlich nicht in Übereinstimmung mit der wirklichen Kurve, doch liefert sie nicht nur für die Effektivwerte der Einzelgrösse $\left(\overset{w}{E}_\sim \text{ bezw. } \overset{w}{J}_\sim\right)$, sondern, was weitaus wichtiger, ja ausschlaggebend ist, auch für die energetische Seite einen befriedigenden Ersatz (**158**); sie leistet also praktisch dasselbe, wie die Einführung einer äquivalenten Sinuswelle für die abweichenden Formen des symmetrischen, technischen Wechselstromes.

Dass die Einführung von äquivalenten Sinuswellen, wie sie fast regelmässig benutzt wird und namentlich der graphischen Behandlung der Wechselstromprobleme im Polardiagramm bezw. -dreieck stets stillschweigend zu Grunde liegt, nicht in allen Fällen genaue und einwandfreie Resultate liefert und wenigstens analytisch bei gewissen Stromkreiszusammenstellungen auf Fehler bezw. Fehlbeträge führt, ist zuerst von Roessler (vgl. ETZ 1898, 595), später noch ausführlicher von Teichmüller (vgl. Ph. Z. III, 442) nachgewiesen worden, welch letzterer zu folgenden Sätzen gelangt: „Das Gesetz der Vektoraddition gilt bei hintereinander geschalteten Impedanzen für beliebige Kurvenformen allgemein, wenn die Impedanzen alle (also der

1) Diese Apparate, besonders in Gestalt der „elektrolytischen Unterbrecher“ nach Wehnelt, Simon u. a. (**155**), liefern auch bei Betrieb mit Gleichspannung praktisch nie Kurven, bei welchen der Strom sich längere Zeit auf Null, bezw. die Spannung sich auf jenem Gleichspannungsniveau hält. Es tritt also ein einfaches längeres Ausschalten nicht ein, sondern, soweit die Kurvenaufnahmen erkennen lassen (Fig. 343 in **272**), findet eine dauernde Variation von Spannung und Strom statt, so dass für alle praktisch wichtigeren Fälle weder $\frac{di}{dt}$ noch $\frac{de}{dt}$ den Wert Null eine merkbare Zeit beibehält.

gesamte Stromkreis) ausser Widerstand nur Selbstinduktion oder nur Kapazität enthalten, hingegen im allgemeinen nicht, wenn die Impedanzen ausser Widerstand teilweise Selbstinduktion und teilweise Kapazität besitzen, sondern nur dann, wenn die Eigenschwingungen der Impedanzen einander gleich sind, oder was dasselbe ist, wenn die Induktanzen sich umgekehrt verhalten wie die Kapazitäten.“ Sobald also die Resonanz hineinspielt, sind noch besondere Zwischenmessungen erforderlich, um den Stromkreis soweit zu unterteilen, dass die erstgenannten Bedingungen vorliegen. In noch höherem Masse gilt diese Einschränkung für Parallelschaltungen im Wechselstromkreise (145), da „die graphische Behandlung der Probleme in Wechselstromkreisen mit parallel geschalteten Impedanzen bei beliebigen Kurvenformen nur zulässig ist, wenn sämtliche Ströme, die nicht in Phase mit der Spannung sind, unter sich keine Phasenverschiebung haben.“

Diese Einschränkungen, welche streng analytisch vorhanden sind, in den meisten praktischen Fällen aber wohl nur untergeordnete Fehler ver-

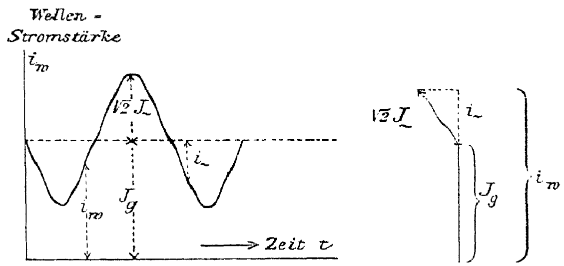


Fig. 102.

ursachen dürften, gelten in derselben Weise auch für die Wechselkomponenten des Wellenstromes.

Die Wellenstromstärke würde also nach Einsetzung der äquivalenten Sinuswelle bei Darstellung in Linear- und Polarkoordinaten sich wie in Fig. 102 ergeben. Für die Formulierung der Beziehungen bildet es keinen wesentlichen Unterschied, ob die dem Gleichstromniveau $\overset{w}{J}_g$ aufgelagerte äquivalente Sinuswelle ganz oberhalb des Nullniveaus verläuft, oder ob eine zeitweilige Stromumkehr eintritt, d. h. das Nullniveau von der $\overset{w}{J}_\sim$-Kurve unterschritten wird. Die Zerlegung der Wellenstromstärke $\overset{w}{J}$ in die beiden Komponenten: Gleichstromkomponente $\overset{w}{J}_g$ und Wechselstromkomponente $\overset{w}{J}_\sim$ erfolgt durch gleichzeitige Messung von $\overset{w}{J}$ mit quadratisch oder effektiv wirkendem Messinstrument, z. B. Hitzdrahtamperemeter, und mit einem einfach oder galvanometrisch wirkenden, z. B. Tangentenboussole oder Westoninstrument (vgl. 1899 Wied. Ann. 69, 617 sowie die Wellenstromschaltung in 158, Fig. 108, wobei die ersteren Instrumente mit J_w bezw. E_w, die letzteren mit J_g bezw. E_g bezeichnet sind). Die Betrachtung gilt für Stromstärke und Spannung in analoger Weise, und die Wellenstromstärke $\left(\overset{w}{i}\right)$ liefert als gemessenen Mittelwert $\left(\overset{w}{J}\right)$ bei effektiv zeigenden Instrumenten (151)

$$\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left(\overset{w}{i}\right)^2\cdot dt}=\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\overset{w}{J_g}+\sqrt{2}\cdot\overset{w}{J_\sim}\cdot\sin\alpha\right)^2 d\alpha}=\sqrt{\left(\overset{w}{J_g}\right)^2+\left(\overset{w}{J_\sim}\right)^2}=\overset{w}{J},$$

hingegen bei galvanometrisch zeigenden

$$\frac{1}{T}\int_0^T\overset{w}{i}\cdot dt=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\overset{w}{J_g}+\sqrt{2}\cdot\overset{w}{J_\sim}\cdot\sin\alpha\right)d\alpha=\overset{w}{J_g}.$$

Hieraus folgt aus den Angaben beider Instrumente die aufgelagerte äquivalente effektive Wechselstromkomponente $\overset{w}{J_\sim}$ zu

$$\overset{w}{J_\sim}=\sqrt{\left(\overset{w}{J}\right)^2-\left(\overset{w}{J_g}\right)^2}$$

und in analoger Weise bei der Wellenspannung $\overset{w}{E}$ die dem Gleichspannungsniveau $\overset{w}{E_g}$ aufgelagerte äquivalente effektive Wechselspannung $\overset{w}{E_\sim}$ zu

$$E_\sim=\sqrt{\left(\overset{w}{E}\right)^2-\left(\overset{w}{E_g}\right)^2}.$$

Die Zerlegung der beiden Ausgleichgrössen mit Wellenstromcharakter $\left(\overset{w}{E}\text{ bezw. }\overset{w}{J}\right)$ in diese beiden Komponenten erscheint nicht nur mit Rücksicht auf die energetische Seite der Erscheinungen als natürlich und nützlich (**158**), sondern auch für die Ausgleichbeziehung selbst. So lassen z. B. die Messinstrumente erkennen, dass hinsichtlich des Spannungsabfalles längs einer Strecke die beiden Komponenten gleichsam unabhängig voneinander ihre Beziehungen beibehalten. Die Gleichspannung $\overset{w}{E_g}$ und der Gleichstrom $\overset{w}{J_g}$ folgen nämlich für jede beliebige Teilstrecke des Kreislaufes dem Ohmschen Gesetz, d. h. $\overset{w}{E_g}$ wird nur von dem Ohmschen Widerstand beeinflusst; hingegen zeigen die Wechselkomponenten $\left(\overset{w}{E_\sim}\text{ bezw. }\overset{w}{J_\sim}\right)$ alle Ausgleicherscheinungen, wie sie beim Wechselstrom in Verbindung mit dem Ausgleichwiderstand $Z=f\,(R,\,L,\,C,\,\omega)$ abgeleitet wurden (**144** ff.). Beide Ausgleicherscheinungen lagern sich übereinander und liefern die gleichsam komplexen Wellenstromerscheinungen.

Hieraus folgt auch weiterhin die Möglichkeit, aus den beiden Stromarten oder Komponenten die eine, z. B. die Gleichstromkomponente, herauszusieben. Erzeugt man eine konstante Wellenspannung etwa dadurch, dass man bei einem Gleich-Wechselstromumformer die eine Leitung mit einer Kollektorbürste der Gleichstromseite, die andere Leitung mit einer Schleifringbürste der Wechselstromseite verbindet, so wird diese Wellenspannung zwischen den Werten 0 und dem Vollwert der zugeführten Betriebsspannung $\overline{E}$ variieren und einen angenähert sinusförmigen Verlauf haben. Die Komponenten dieser Wellenspannung (vgl. Fig. 103) werden durch

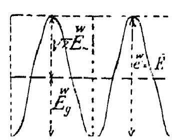


Fig. 103.

$$\overset{w}{E}_g = \frac{1}{2}\,\overline{E} \text{ und } \overset{w}{E}_\sim = \frac{1}{2\cdot\sqrt{2}}\quad \overline{E}$$

gegeben sein. Lässt man diese Wellenspannung $\overset{w}{E}$ auf einen induktiven Stromkreis mit veränderbarer Selbstinduktion wirken, so wird die entstehende Wellenstromstärke $\overset{w}{J}$ sich aus zwei Komponenten zusammensetzen, von denen die Gleichstromkomponente $\overset{w}{J}_g$ nur von dem Leitungswiderstand R abhängt und die Grösse $\overset{w}{J}_g = \overset{w}{E}_g : R$ besitzt, während die Wechselstromkomponente durch die Gleichung

$$\overset{w}{J}_\sim = \overset{w}{E}_\sim : \sqrt{R_w^2 + (\omega L_w)^2}$$

bedingt wird. Durch Veränderung des zweiten Gliedes (ωL_w) kann man also die Mischung der Wellenstromstärke $\overset{w}{J}$ nach Belieben variieren und durch starke Vergrösserung von L_w die Wechselstromkomponente $\overset{w}{J}_\sim$ so stark schwächen bei konstant bleibendem $\overset{w}{J}_g$, dass der erzielte elektrische Ausgleich praktisch einen Gleichstrom darstellt trotz der primär vorhandenen Wellenspannung (vgl. hierzu **151**), ein Verfahren, welches praktisch u. a. bei der sogenannten Dreileitermaschine Verwendung findet, um andere Ausgleichvorrichtungen für Dreileiteranlagen bei ungleicher Belastung der beiden Leiterzweige zu ersparen.

Umgekehrt kann ein Herausfiltrieren der Wechselkomponente auf elektrischem Wege mit Hilfe eines Wechselstromtransformators, der ja nur die Wechselkomponente umsetzt, erfolgen, wie dies auch schon lange beim Induktorium praktisch benutzt wird (vgl. hierzu **155** und **263**). Auf magnetisch-akustischem Wege geschieht dieses Abfiltrieren durch das Telephon und ist namentlich in der sogenannten Telephonbrücke gleichfalls seit langer Zeit für Messzwecke praktisch in Verwendung (**40**).

Aus dem Vorstehenden lässt sich entnehmen, dass ein Wellenstromausgleich auf dreierlei Art erzeugt werden kann:

1) indem man eine Wellenspannung $\overset{w}{E}$ auf einen an sich konstanten Ausgleichwiderstand, etwa reinen Ohmschen Widerstand R wirken lässt, also in der allgemeinen elektrischen Ausgleichformel $J = \frac{E}{Z}$ der „obersten Thatsache“ Wellenstromcharakter verleiht, hingegen die Koeffizienten (R, L, C) des Ausgleichwiderstandes Z konstant hält. Eine solche primäre Wellenspannung liegt u. a. im obigen Fall vor, ferner bei mechanischen „Unterbrechern“ und wahrscheinlich auch bei Spannungserregern mit unzureichender Energieumsetzung, welche also eine der Spannung E und dem Stromkreiswiderstand Z entsprechende Stromstärke nicht zu liefern vermögen. Hierdurch wird z. B. bei Elektrisiermaschinen ein periodisches Zusammenknicken der Spannung eintreten, welches derselben Wellencharakter verleiht;

2) indem man eine Gleichspannung $\overline{E}$ mit ausreichender Energiezufuhr, z. B. Akkumulatorenbatterie, auf einen periodisch variablen Ausgleichwiderstand, z. B. „elektrolytischen Unterbrecher“, wirken lässt, so dass ein oder auch mehr Koeffizienten (R, L, C) des Ausgleichwiderstandes Z eine periodische Veränderlichkeit annehmen. Neben dieser Paarung einer periodischen

Veränderlichkeit des Nenners der Grundgleichung mit einem konstanten Zähler oder umgekehrt ist noch eine Wellenstromerzeugung möglich,

3) indem man Zähler und Nenner periodisch variabel sein lässt; dieser Fall liegt z. B. vor beim Betrieb eines „elektrolytischen Unterbrechers“ mit Wechselstrom.

2. Die Einteilung der elektrischen Ausgleichvorgänge.

153. Einteilungsschema für alle möglichen elektrischen Ausgleichvorgänge.

Bei jedem der drei Leitungskoeffizienten (R, L, C), welche der Ausgleichwiderstand Z in den früher (**143ff.**) behandelten Kombinationen als Komponenten enthalten kann, ist periodische Veränderlichkeit denkbar, während die Spannung E die Form der Gleichspannung $\overline{E}$, der Wechselspannung $\tilde{E}$ oder der Wellenspannung $\overset{w}{E}$ annimmt. Die Mannigfaltigkeit der elektrischen Ausgleichvorgänge ist daher sehr gross. Diese wird noch durch den Umstand vergrössert, dass die periodische Veränderlichkeit der Widerstandskoeffizienten selbst auch zweierlei Art sein kann: nämlich unsymmetrisch gegenüber dem Nullniveau, d. h. mit Wellenstromcharakter, etwa wie $\overset{w}{R}$ in einem elektrolytischen Unterbrecher, welcher mit Gleichspannung betrieben wird, und symmetrisch zum Nullniveau. Der letztere Fall tritt z. B. ein bei dem Werte von L, wenn derselbe durch eine eisenhaltige Spule gebildet wird und in dem Eisen hohe Sättigungsgrade auftreten. Alsdann ist L sehr stark mit $\tilde{i}$ variabel, aber gleichzeitig wie die Wechselstromstärke symmetrisch variabel, indem die starke Verzerrung, welche die Stromkurve gegenüber der Spannungskurve erfährt, auf beiden Seiten des Nullniveaus in gleicher Weise auftritt (**301**).

Bei dieser grossen Mannigfaltigkeit der möglichen elektrischen Ausgleichvorgänge scheint ein Ordnungsprinzip dringend erwünscht, um die Einteilung und Übersicht zu erleichtern, also eine bequeme Klassifizierung eines Ausgleichvorganges zu gestatten. Zu diesem Zwecke soll folgendes Schema dienen unter Anknüpfung an die allgemeine elektrische Grundgleichung

$$J = E$$

wenn Z allgemein den elektrischen Ausgleichwiderstand (**142**) bezeichnet, der selbst wieder seine weitere Unterteilung oder Klassifizierung mit Hilfe der drei Komponenten $L \mid R \mid C$ erfährt, die praktisch einzeln oder gemischt (**145**; **146**) auftreten:

$\overline{E}$	$\tilde{E}$	$\overset{w}{E}$	$\mathring{E}$
$\overline{Z}$	$\tilde{Z}$	$\overset{w}{Z}$	$\mathring{Z}$

Als allgemeines Ordnungsprinzip ist die Paarung je einer Hauptklasse der „obersten Thatsache“ E mit je einer Hauptklasse des Ausgleichwiderstandes Z anzusehen, wenn die dadurch möglichen 16 Hauptkombinationen auch praktisch von sehr verschiedener Bedeutung, ja einzelne vorläufig wohl noch gar nicht beobachtet, sondern nur denkbar sind.

Die weitere Teilung jener Hauptkombinationen würde sich durch die Zerlegung von Z mit Hilfe der Widerstandsklassen L, R, C ergeben, wobei jedoch für alle drei Koeffizienten im allgemeinen der wirksame Wert einzuführen ist. Dieser braucht bei allen Ausgleichvorgängen mit variablem Charakter nicht mit dem Gleichstromwert zusammenzufallen, was zwar auch bei C und L, namentlich aber bei R zu beachten ist, sobald im Felde oder mit Hilfe desselben Arbeiten geleistet werden. Alsdann ist für Wechselstrom der einzuführende wirksame Wert (vgl. **142**)

$$R_w = \frac{W}{J^2}.$$

Das im Zähler an vierter Stelle stehende Symbol $\mathring{E}$ ist beigefügt worden, um diesem Grundschema zur Einteilung der elektrischen Ausgleichvorgänge einen möglichst allgemeinen Charakter zu verleihen. Es soll im Gegensatz zu den drei ersten Symbolen, welche sich auf Ausgleichvorgänge mit konstanter Leistung beziehen, die Spannung bei Ausgleichvorgängen mit konstanter Energiemenge bezeichnen, welche unter B (**186ff.**) gesondert behandelt werden. Es sind dies die Ausgleichvorgänge ohne periodische Wiederkehr, wozu man auch die für sich betrachteten Einzelentladungen bei diskontinuierlich periodischem Charakter rechnen kann, also einmalige Kondensatorentladungen einerseits, die Einzelentladungen von Unterbrechern, Ruhmkorffinduktoren und dergleichen andererseits; dieselben werden zwischen den Grenzen liegen: aperiodischer Verlauf der auf Null abnehmenden Spannungskurve und nur schwach gedämpfter Schwingungsausgleich mit langsam abnehmender Amplitude. Aus zwei Gründen wird sonach ein allmählicher Übergang von diesen Ausgleichvorgängen zu den kontinuierlich periodischen mit konstanter Leistung vorhanden sein und eine allzu scharfe Abtrennung vereiteln: Dies ist einmal die Annäherung eines schwach gedämpften Schwingungsausgleichs mit langsam abnehmender Amplitude an den periodischen Ausgleich mit konstanter Amplitude (e' oder i'), ein zweites Mal der Aufbau vieler periodischer Ausgleichvorgänge mit konstanter Leistung aus Einzelentladungen mit $\mathring{E}$-Charakter.

Von den Symbolen des Nenners bezeichnet $\overline{Z}$ den wichtigsten und bisher fast allein behandelten Fall der praktisch konstanten Widerstandskoeffizienten, wobei geringe Veränderungen der Werte von R, L, C innerhalb einer Wechselstromperiode durch Einsetzung eines als konstant gedachten wirksamen Mittelwertes vernachlässigbar erscheinen. Wird diese Variation aber innerhalb einer Periode beträchtlich, so giebt die Ausgleichbeziehung mit wirksamen Mittelwerten (R_w, C_w, L_w) keine Beschreibung mehr, die für alle Fälle und Zwecke ausreicht. **154.** Veränderlichkeit der Ausgleichwiderstände.

Die beiden möglichen periodischen Variationen von Z sollen durch $\tilde{Z}$ als symmetrisch periodischer Variation des Ausgleichwiderstandes und $\overset{w}{Z}$ als wellenstromartiger Variation bezeichnet sein. Negativen Widerstand giebt es zwar nicht, doch auch in diesem Sinne keinen negativen Strom bezw. negative Spannung. Hier wie dort kann sich also der Vorzeichenwechsel nur auf die Richtung beziehen und die Widerstandsrichtung, welche nur von der Strom- bezw. Spannungsrichtung abhängt, wird also mit dieser auch das Zeichen wechseln (vgl. Fig. 95 in **149**). Was die einzelnen Komponenten

von $\tilde{Z}$ anlangt, so wurde als Beispiel für $\tilde{L}$ bereits oben der elektromagnetische Trägheitswiderstand einer von Wechselstrom ($\tilde{J}$) durchflossenen Spule mit Eisenkern angeführt, dessen magnetische Induktion hohe Werte erreicht. Meistens wird sonach $\tilde{Z}$ in Verbindung mit $\tilde{E}$ bezw. $\tilde{J}$ vorkommen, doch ist dies nicht gerade erforderlich. So lässt sich z. B. ein $\tilde{R}$ in Verbindung mit $\overline{E}$ bringen und hierdurch ein Wechselstrom $\tilde{J}$ erzeugen. Dies kann durch Vorrichtungen mit einerseits feststehenden, andererseits rotierenden Teilen geschehen, welche, in den Leiterkreis eingeschaltet, eine periodische Kommutierung bewirken; hierbei kann die Stromwendung entweder plötzlich mit kurzer Unterbrechung, also strenggenommen diskontinuierlich, oder allmählich ohne Unterbrechung, also kontinuierlich erfolgen, etwa wie bei Ewings elektrolytischem Kommutator für seinen magnetischen Kurvenzeichner, oder bei Weinholds Schleifkontaktwiderstand aus Draht zur Erzeugung von ein- oder mehrphasigen Wechselströmen mit Hilfe von Gleichspannung $\overline{E}$ (vgl. ETZ 1892, 300).

Die Kombination $\frac{\tilde{E}}{\tilde{R}}$ wird stets dann vorliegen, wenn $\tilde{E}$ zeitlich so langsame Variationen ausführt, dass die Stromwirkungen von $\tilde{J}$ keine praktisch ausreichende Konstanz von R zulassen, sei es infolge merkbar periodisch veränderlicher Temperatur von R oder einer anderen Stromwirkung. Hierunter würde z. B. das Vibrieren des Zeigers fein- und langdrähtiger Hitzdrahtinstrumente bei einer geringen Wechselzahl fallen, wie es infolge merkbarer Abweichung der Drahttemperatur innerhalb der Periodenteile mit kleinem i von der Mitteltemperatur eintritt; ferner das Flimmern der Glühlampen bei niederen Wechseln; endlich die beobachteten starken Verzerrungen der Stromkurven gegenüber der Kurve der zugeführten Spannung im Wechselstromlichtbogen bei Verwendung von Homogenkohlen, Verzerrungen, die von der periodischen Veränderung des Lichtbogenwiderstandes herrühren.

Bei Einsetzung von äquivalenten Sinuswellen für die gemessenen Einzelgrössen $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ wird man hierbei häufig auf eine Phasenverschiebung geführt, wenn man das Produkt $\tilde{E} \cdot \tilde{J}$ mit der wahren elektrischen Leistung W vergleicht (vgl. in **159** Fig. 113). Diese Phasenverschiebung oder die Abweichung des Leistungsfaktors $\cos \varphi$ von der Einheit hat aber ihren Grund in einer Umformung der Spannungswelle, welche durch die periodische Veränderlichkeit des hauptsächlichen Ausgleichwiderstandes, des Wechselstrombogens, veranlasst wird. Hierdurch kann der Schwerpunkt etwas in Richtung des Maximums der höheren Harmonischen (**151**) verlegt werden, also nicht mehr in der Stromkomponente liegen, die mit dem Grundton der Spannung, d. h. mit der Maschinenperiode, zusammenfällt. Der Ausgleich stellt alsdann eine „allgemeine Wechselstromwelle" (vgl. Steinmetz ETZ 1899, 900 und im besonderen noch das erste Zahlenbeispiel auf Seite 902) dar, deren Ersatz durch eine äquivalente Sinuswelle mit der Periodizität des Grundtons der Spannung bezw. der Maschine nicht mehr mit ausreichender Genauigkeit erfolgen kann.

Besitzt die Komponente, welche mit der äquivalenten Sinuswelle in der Periodizität zusammenfällt, nicht mehr ein starkes Übergewicht in der allgemeinen, d. h. beliebig deformierten Wechselstromwelle, sondern liegt der Schwerpunkt in dem zweiten oder gar höheren Gliede der Reihe nach Fourier (**151**), so wird die Beschreibung des Vorganges durch eine äquivalente Sinuswelle

des Stromes von derselben Periodizität wie die der Spannung unzulässig. In diesem Falle müssen bei der Strom- und Spannungskurve die einzelnen Komponenten von verschiedener Periodizität, soweit sie wesentlich sind, gesondert berücksichtigt werden. Dies erfordert eine Kenntnis oder Aufnahme beider Kurvenformen in ihrer gegenseitigen Lage, sowie eine harmonische Analyse derselben. Die erhaltenen sinusförmigen Komponenten für e_1', e_2', e_3' bezw. i_1', i_2', i_3' nebst gegenseitigen Verschiebungen können entweder paarweise im Polardiagramm, wie oben, für sich behandelt werden, oder man bedient sich wohl für derartige Zwecke besser der von STEINMETZ angegebenen symbolischen Darstellungsweise (vgl. ETZ 1899, 882 bezw. 900). Diese Auflösung lässt die Phasenverschiebung, welche sich bei Einsetzung einfacher äquivalenter Sinuswellen von derselben Periodizität für Spannung und Strom ergiebt, nur als fiktiv erscheinen. Gleichzeitig liefert sie den Beweis, dass die Kombination eines periodisch veränderlichen Ausgleichwiderstandes $\tilde{Z}$ mit einer periodisch veränderlichen Spannung $\tilde{E}$ einen elektrischen Ausgleich $\tilde{J}$ von einer Periodizität zu liefern vermag, die praktisch von derjenigen der „obersten Thatsache" $(\tilde{E})$ abweicht. Diese Erscheinung ist eigentlich auch (implicite) bei der Kombination der Gleichspannung $\overline{E}$ mit einem periodisch veränderlichen Ausgleichwiderstand $\left(\tilde{Z} \text{ bezw. } \overset{w}{Z}\right)$ enthalten (vgl. im besonderen oben die Kombination von $\overline{E}$ und $\tilde{R}$).

Obwohl man bei symmetrischem Wechselstrom weitaus in den meisten Fällen praktisch mit dem Ersatz einer äquivalenten Sinuswelle für die Strom- bezw. Spannungskurve auskommt, so wird, neben den Ausnahmen bei periodisch stark veränderlichen Ausgleichwiderständen, auch bei angenäherter Konstanz der letzteren, der Einfluss der „Obertöne" oder der höheren Harmonischen in vereinzelten Fällen merkbare Abweichungen der einfachen Ausgleichbeziehung bewirken können. Dies wird z. B. in folgendem Fall eintreten: Das Vorhandensein einer Kapazität C im Wechselstromkreise ruft eine Ausgleichstärke

$$\tilde{J} = \tilde{E} \cdot \omega \cdot C$$

hervor. Soll hiernach eine Bestimmung von

$$C = \frac{\tilde{J}}{\tilde{E} \cdot \omega}$$

vorgenommen werden durch Messung von $\tilde{J}$ in Amp., $\tilde{E}$ in Volt mit effektiv zeigenden Messinstrumenten, sowie von $\omega = c \cdot z$ durch Messung der Polwechsel $z = p \cdot \frac{n}{60}$ aus Polzahl p der Dynamo und ihrer minutlichen Tourenzahl n und Einsetzung von $c = \pi$ für die äquivalente Sinuswelle, so ist zweierlei zu beachten, um eine unrichtige Ermittelung des eigentlichen Wertes von C zu vermeiden. Einmal braucht die Generatorspannung $\tilde{E}_G$ nicht mit der Ladespannung $\tilde{E}_C$ identisch zu sein, und zwar um so weniger, je mehr durch Vorhandensein von Selbstinduktion L zwischen Generator und Kapazität C die Möglichkeit einer Resonanz gegeben ist (**147**). In die Formel muss sonach $\tilde{E}_C$ eingesetzt werden, welches bei Resonanz sehr erheblich von $\tilde{E}_G$ nach oben abweichen kann, aber auch bei merklichem Wert von R in der Zuleitung sich von $\tilde{E}_G$ unterscheidet, insofern (vgl. Fig. 91 in **146**)

$$\tilde{E}_C = \sqrt{\tilde{E}_G^2 - \tilde{E}_R^2}.$$

Ein zweites Mal wird der Wert von c um so mehr von π abweichen, je stärker bei der Kurve der zugeführten Wechselspannung $\tilde{E}_c$ der Einfluss der höheren Harmonischen (Oberschwingungen) ist. Wie die Formel erkennen lässt, wird der Ladestrom $\tilde{J}$ proportional mit ω_e wachsen, also durch die Oberschwingungen bedeutend verstärkt werden (**151**), und den Wert von C zu gross erscheinen lassen gegenüber dem eigentlichen Wert. Spannungskurven mit stärkerem Hervortreten von Oberschwingungen würden auch hier eine Zerlegung der Spannungskurve $\tilde{E}_C$ bezw. der daraus resultierenden Ladestromkurve $\tilde{J}_C$ erfordern, um eine Ermittelung des eigentlichen Wertes von ω_e bezw. C zu gestatten. Dass der wirksame Wert von C_w ausserdem von dem Verhalten des Dielektrikums gegenüber der Wechselzahl abhängt und mit letzterer sowie auch mit $\tilde{E}$ variiert, wurde früher (**124**) näher behandelt. Wird das über $\tilde{E}_C$ und ω Gesagte nicht beachtet, so können in extremen Fällen die errechneten Werte von C sich um das Mehrfache von dem eigentlichen Kapazitätswert unterscheiden (vgl. hierzu ein Zahlenbeispiel in symbolischer Ausdrucksweise von STEINMETZ nebst graphischer Darstellung ETZ 1899, 902).

155. Wellenstromerreger zweiter Ordnung.

Periodische Widerstandsvariationen meist in der Form $\overset{w}{Z}$ werden namentlich dann auftreten, wenn die zur Ausbildung gelangende Stromstärke einen Grenzwert oder eine Art „Sättigungs“wert (**226**) aufweist, nach dessen jedesmaliger Erreichung eine Stromwirkung die plötzliche Vermehrung des elektrischen Widerstandes im Stromkreis herbeiführt. Einen solchen selbstthätigen Wellenstromerreger wird jede periodische „Unterbrecher“-Vorrichtung, wie der WAGNER-NEEFsche Hammer oder ein elektrolytischer Unterbrecher nach WEHNELT (ETZ 1899, 76) oder SIMON (ETZ 1899, 440), darstellen, vermutlich auch viele Gasentladungsröhren (**244**). Beim Hammerunterbrecher der Induktorien bedingt die magnetische Feldwirkung in Verbindung mit der Federkraft des Hammers den Grenzwert des Stromes und die Schwingungszahl. Wegen der geringen Anpassungsfähigkeit des federnden Mechanismus ist auch die Spannung auf den Grenzwert des Stromes von erheblichem Einfluss. Dass keine eigentliche Unterbrechung eintritt, sondern dauernde Stromänderung $\left(\frac{di}{dt}\right)$, macht bereits die dauernde Funkenerscheinung an der Unterbrechungsstelle wahrscheinlich. Die Messungen haben dies bestätigt und auch bei der primären Stromstärke den Schwingungscharakter meist in Verbindung mit zeitweiliger Umkehr der Stromrichtung, also Unterschreitung der Nullkurve von seiten der Stromkurve ergeben (vgl. Fig. 111 in **159**).

Die primäre Funkenstrecke am Hammer stellt hier den periodisch variablen Widerstand $\left(\overset{w}{R}\right)$ vor. Der durch ihn aus der Gleichspannung $\bar{E}$ erzeugte Wellenstrom $\overset{w}{J}$, oder vielmehr dessen Wechselkomponente $\overset{w}{J}_\sim$, verursacht in Verbindung mit der im primären Stromkreis stets vorhandenen Selbstinduktion und der gewöhnlich angeschalteten Kapazität Resonanzschwingungen, welche sich der $\overset{w}{J}_g$-Komponente überlagern und dieselbe an Intensität übertreffen können. In diesen Momenten tritt bei Gegenwirkung von $\overset{w}{J}_g$ und $\overset{w}{J}_\sim$, Umkehr des Stromes ein (vgl. Fig. 110).

Eine weit höhere Anpassungsfähigkeit in der sekundlichen Schwingungszahl als diese mechanischen Unterbrecher besitzen die elektrolytischen, bei welchen daher auch der Grenzwert der Stromstärke von der Betriebsspannung in weit geringerem Masse beeinflusst wird, ja von der Höhe der Betriebsspannung innerhalb ziemlich weiter Grenzen angenähert unabhängig ist. Weiteres über die Unterbrecher siehe in **264ff.**

Die Wirkungsweise dieser Wellenstromerreger beruht auf der periodischen Wiederkehr einer beträchtlichen Widerstandsvermehrung der elektrolytischen Leiterstrecke. Die letztere besitzt bei allen derartigen Vorrichtungen an einer Stelle der Strombahn eine starke Einschnürung des elektrolytischen Leitungsquerschnittes, welche entweder an der einen Elektrode selbst liegt, oder sich mitten in der Flüssigkeit befindet, wenn dieselbe eine Zweiteilung durch eine nichtleitende Wand (z. B. Glas) mit kleiner Verbindungsöffnung erfährt. Im ersten Fall besitzen die beiden Elektroden eine sehr verschieden grosse Oberfläche (WEHNELT), so dass an der kleinen Elektrode, meist Platin, die Stromdichte von einer bestimmten Spannungsgrenze ab einen Grenzwert erreicht, der eine plötzliche Widerstandsvermehrung zur Folge hat. Zu der ausserordentlich starken Gasentwickelung tritt nämlich bei der immer weitergehenden Verengung des Ausbreitungsquerschnittes, also Vergrösserung des Ausbreitungswiderstandes (**115**), schliesslich die vorübergehende Verdampfung der Flüssigkeit an ihrem kleinsten Querschnitt, dem sogenannten aktiven Querschnitt, und damit eine vorübergehende Einschaltung eines sehr grossen Widerstandes in den Leiterkreis. Die rasche Stromverminderung $\frac{di}{dt}$ hat nun zwei Wirkungen, die sich überlagern: Einmal die Erzeugung einer Selbstinduktionsspannung oder eines Spannungsstosses mit dem Betrage $L \cdot \frac{di}{dt}$; dieser addiert sich (**187**) zu der Gleichspannung $\overline{E}$, die an den Enden der Strecke mit dem grossen Widerstand, also am „aktiven Querschnitt", konzentriert wird. Ein zweites Mal den Fortfall der weiteren Gas- und Dampfentwickelung am „aktiven Querschnitt". Die Kondensation des Dampfes durch die übrige Flüssigkeit führt sonach wieder die Ausgangsverhältnisse herbei und damit den Beginn der zweiten Periode mit gleichem Verlauf. Ob unmittelbar vor, oder auch zum Teil gleichzeitig mit der Kondensation ein Durchbrechen der Gasschicht, d. h. eine von der Spannung (vgl. Fig. 319 in **259**)

$$e' = \overline{E} + L \frac{di}{dt}$$

eingeleitete Gasentladung eintritt, hängt wesentlich von $L \cdot \frac{di}{dt}$ ab.

Diese Gasentladungen, welche nicht immer, aber in den meisten Fällen, wenn auch in verschiedener Stärke, mit Leuchterscheinungen verknüpft sind, werden das Wiederansteigen der Stromstärke durch Herabsetzung des Widerstandes beschleunigen, indem sie durch Zertrümmerung der Dampfschicht deren Kondensation beschleunigen. Die kondensatorische Wirkung wird, falls überhaupt in merkbarer Stärke vorhanden, ähnlich wie der OHMsche Widerstand der Dampfschicht, einen Wellencharakter besitzen, so dass der Ausgleichwiderstand $\overset{w}{Z}$ nicht nur $\overset{w}{R}$, sondern auch $\overset{w}{C}$ enthält und

weiterhin auch $\overset{w}{L}$ enthalten wird, wenn sich eine Spule mit Eisenkern im Stromkreis befindet.

Wird der „aktive Querschnitt“ in die Flüssigkeit verlegt, so werden die Ausgleicherscheinungen im wesentlichen ganz analog verlaufen, nur liegen insofern etwas reinere Verhältnisse vor, als die Widerstandsvariation allein durch den Übergang in den höheren Aggregatzustand (Dampf) herbeigeführt wird.

Für die Perioden- oder Schwingungsdauer T des Ausgleichs bei einem solchen Wellenstromerreger, abhängig von der Betriebsspannung $\bar{E}$ und dem Selbstinduktionskoeffizienten L, dem aktiven Querschnitt q bezw. dem mittleren Ohmschen Widerstand R, hat Simon (1899, Wied. Ann. 68, 284) folgende Gleichung aufgestellt:

$$T = \tfrac{3}{2} \cdot \frac{Lq}{k} + \frac{c_1 k}{\bar{E}^2 \cdot q} + c_2$$

$$T = \tfrac{3}{2} \cdot \frac{L}{R} + \frac{c_1 R}{\bar{E}^2} + c_2,$$

worin c_1 und c_2 Konstanten des Unterbrechers sind. Innerhalb bestimmter Grenzen hat diese Formel, für Variation von $\bar{E}$ bei Konstanz der übrigen Grössen, befriedigende Übereinstimmung mit der Erfahrung ergeben (vgl. a. a. O. Seite 287 zwischen 140 und 60 Volt); ebenso für eine sich nur auf L erstreckende Variation (vgl. E. Ruhmer ETZ 1899, 786). Die Abweichung gegenüber der Formel bei niederen Spannungen (unter 60 Volt) dürfte nach meiner Ansicht, auf Grund von Versuchen, in der Änderung des Wertes von R im Unterbrecher liegen. Der Wert von R ist oben unabhängig von T angenommen, ändert sich aber periodisch je nach der Gasbedeckung des aktiven Querschnittes und hängt in Wirklichkeit von T ab, ein Einfluss, der sich um so stärker geltend macht, je kleiner $\bar{E}$ und je kleiner der übrige Ohmsche Stromkreiswiderstand ist.

Noch verwickelter als im vorausgehenden Fall gestalten sich die Verhältnisse beim Betrieb elektrolytischer Unterbrecher mit Wechselstrom. Hier liegt eine Kombination von $\tilde{E}$ mit $\overset{w}{Z}$ vor. Die Messungen lassen erkennen, dass die Ausgleichstärke im allgemeinen nicht mehr symmetrisch zum Nullniveau verläuft, ebensowenig wie die Teilspannungen, sondern dass $\overset{w}{J}_g$ einen endlichen Wert besitzt, der je nach den Stromkreisverhältnissen, etwa der Abänderung im Werte von L, bald auf der einen, bald auf der anderen Seite des Nullniveaus sich befindet (**262**; **263**).

Eine allgemeinere Formulierung für diese durch $\overset{w}{R}$ erzeugte Unsymmetrie im Ausgleich lassen die bisherigen Ergebnisse noch nicht zu. Es ist jedoch bemerkenswert, dass die Periode von $\overset{w}{R}$ oder der auftretenden Gasentladungen unabhängig von der Periodenzahl des Wechselstromes zu sein scheint. Wenigstens konnte bei Verwendung eines technischen Wechselstromes von etwa 100 sekundlichen Wechseln auch eine sehr geringe Periodenzahl von $\overset{w}{R}$ bis herunter zu etwa 1 pro Sekunde erhalten werden.

Noch weniger feststehend sind die Verhältnisse für die Kombination von $\overset{w}{E}$ und $\overset{w}{Z}$. Diese dürfte voraussichtlich bei vielen Gasentladungen vorliegen.

Die Gasstrecke, vielleicht auch der Ausbreitungswiderstand an den Elektroden, erleidet allem Anschein nach periodisch eine starke Veränderung des Wertes Z bezw. R in Zusammenhang mit der hindurchgehenden Stromstärke J (**245**). Tritt zu dieser Überführung von Z in $\overset{w}{Z}$ auch noch die Benutzung einer Spannungsquelle mit unzureichender Energiezufuhr, etwa einer Influenzmaschine, eines Rühmkorffinduktors oder dergleichen, so wird auch E in $\overset{w}{E}$ übergeführt. Diese Erscheinungen sind zwar sehr vielfach der Gegenstand physikalischer Untersuchungen gewesen, doch waren die Bedingungen offenbar zu verwickelt, oft zu unklar, und fast stets der Zulassung einer genaueren quantitativen Messung so wenig günstig, dass die Beziehung der elektrischen Ausgleichgrössen kaum eine Klärung erfuhr, eine solche vielmehr erst neuerdings mit einigem Erfolg in Angriff genommen wurde. (Weiteres siehe in **236**ff.)

Die Hinzufügung des letzten Symbols $\left(\overset{\circ}{Z}\right)$ in dem Übersichtsschema für die elektrischen Ausgleichvorgänge ist, ähnlich wie im Zähler $\overset{\circ}{E}$, der Vollständigkeit halber erfolgt und soll alle diejenigen Änderungen des Ausgleichwiderstandes Z zum Ausdruck bringen, welche nicht periodischer Natur sind. Diese gleichsam irregulären Änderungen werden in Ab- oder Zuschaltung eines Widerstandsbetrages im Stromkreis bestehen, sei es durch Änderung des Ohmschen Widerstandes R, oder Änderung von L durch Beeinflussung der magnetischen Permeabilität, z. B. durch Bewegung eines Eisenkernes, oder endlich durch Abänderung der Kapazitätseigenschaften der Strombahn. Formulierungen für einen derartigen vorübergehenden Ausgleichverlauf ohne periodische Wiederkehr werden nur für ganz bestimmte Fälle möglich sein, bei denen eine Gesetzmässigkeit zwischen der Widerstandsänderung und der Zeit vorliegt, etwa wenn die Änderung so plötzlich erfolgt, dass die Änderungszeit in erster Annäherung verschwindend klein angenommen werden kann. Derartige Fälle bilden z. B. die später in **187**ff. betrachteten Ausgleichvorgänge.

Beim Schema der Ausgleichvorgänge in **153** soll also die benutzte Symbolik dazu dienen, einmal die Form des ins Auge gefassten Ausgleichs zu bezeichnen, ob Gleichstrom $\bar{J}$, Wechselstrom $\tilde{J}$, Wellenstrom $\overset{w}{J}$, oder einmalige Stromänderung $\overset{\circ}{J}$; ein zweites Mal die Entstehungsursache dieser Ausgleichform sogleich erkennen zu lassen, also anzugeben, ob die Spannung, welche im Stromkreis wirkt, oder der Ausgleichwiderstand die Ursache für die vorliegende Ausgleichform bildet. Für stationäre Leistungsverhältnisse kommen alle Kombinationen mit $\overset{\circ}{E}$ und $\overset{\circ}{Z}$, also die Formen $\overset{\circ}{J}$, nicht in Frage.

3. Die energetische Seite der Ausgleichgrössen.

Die Beziehung zwischen den grundlegenden drei Ausgleichgrössen machte es bereits an mehreren Stellen erforderlich, die energetische Seite zu berühren. Eine gesonderte Betrachtung der Zusammenwirkung je zweier Ausgleichgrössen in Form des Leistungsproduktes erscheint aber nach dem heutigen Stande unseres Wissens eine notwendige Ergänzung. Die unter dem Zeichen des Gleichstroms stehende Entwickelung der Elektro- 156. Energetische Grundbegriffe. Verhältnisse bei Gleichstrom.

physik hat die Hervorhebung der für die moderne Elektrotechnik so überaus wichtigen energetischen Seite insofern ungünstig beeinflusst, als man sich daran gewöhnte, diese durch die Grössen in OHMS Formulierung schon als gedeckt zu erachten. Die Untersuchungen von JOULE hatten ergeben, dass die zur Umsetzung in die andere Energieform der Wärme gelangende Gleichstromleistung $\overline{W}$ durch

$$\overline{W} = \overline{J}^2 \cdot R = \overline{J} \cdot \overline{E}$$

ausgedrückt werden konnte, da die in der Zeit t entwickelte Wärmemenge A sich als

$$A = J^2 \cdot R \cdot t = \overline{W} \cdot t$$

ergab (24). Hierbei enthielt der Ausdruck von $\overline{W}$ nur Grössen, welche bereits in der Formulierung OHMS enthalten waren. Bei der Äquivalenz aller nichtelektrischen Energieformen in der Energiegleichung war es nur nötig, in OHMS Formulierung $\left(J = \frac{E}{R}\right)$ beide Seiten mit einer der schon in der Gleichung vorhandenen Grössen, nämlich entweder mit E oder mit J, zu multiplizieren und dadurch die umgesetzte elektrische Leistung zu erhalten. Die Bedeutung der von OHM benutzten Grössen wurde hiermit noch gesteigert und seine Formulierung noch mehr in den Vordergrund geschoben, so dass längere Zeit sich alles in der Elektrophysik nur um das OHMsche Gesetz zu drehen schien, um so mehr, da auch die energetische Seite durch die Spannung E und die Stromstärke J eine ausreichende Charakterisierung zu erfahren schien.

Diese einseitige und enge Auffassung erfuhr eine durchgreifende Umgestaltung und Erweiterung durch die Entwickelung der Wechselstromtechnik. Hier ergaben sich zunächst sehr grosse Abweichungen zwischen dem Produkte der Hauptausgleichgrössen $\tilde{E} \cdot \tilde{J}$ und der wirklich umgesetzten Leistung $\tilde{W}$ und schliesslich die Erkenntnis, dass das Produkt der Messgrössen $\tilde{E} \cdot \tilde{J}$ für sich überhaupt kein Mass für die umgesetzte elektrische Leistung zu liefern vermag, da die letztere bei gleichbleibenden Werten der für sich gemessenen Spannung $\tilde{E}$ und Stromstärke $\tilde{J}$ alle Werte von nahezu Null und dem Vollbetrage $\tilde{E} \cdot \tilde{J}$ annehmen kann. Die Anpassung der älteren Energiegleichung

$$\overline{W} = \overline{E} \cdot \overline{J}$$

an diese neue Erfahrungsthatsache erfolgt praktisch durch die Hinzufügung eines „Leistungsfaktors" auf der rechten Seite, welcher zwischen 0 und 1 variiert.

Die theoretische Entwickelung ergiebt, bei Einführung äquivalenter Sinuswellen sowohl für $\tilde{E}$ als $\tilde{J}$, die Abhängigkeit dieses Faktors von dem gegenseitigen zeitlichen Abstand zwischen e' und i', bezogen auf die Periodenzeit als Einheit. Bezeichnet man den Momentanwert der Spannung e und der Stromstärke i wegen der periodischen Wiederkehr als „Phase" — eine der Astronomie und besonders dem periodischen Mondwechsel entnommene Bezeichnung — sowie den zeitlichen Abstand zwischen e' und i' als „Phasenverschiebung" τ zwischen Spannung und Strom von gleicher Periodendauer T, so ergiebt sich dieser Leistungsfaktor zu

$\cos\frac{\tau}{T}$ (157). Das Verhältnis $\frac{\tau}{T}$ pflegt mit φ als „Phasenwinkel“ zwischen Spannung und Strom bezeichnet zu werden, wobei im Hinblick auf das Kreisdiagramm ein cyklischer Verlauf aller Periodengrössen mit dem Periodenwert $2\pi = 360^0$ zu Grunde gelegt ist. Bei graphischer Darstellung in Linienkoordinaten mit der Zeit als Abscisse und den periodisch veränderlichen Grössen als Ordinaten (Fig. 106 in 157) erscheint natürlich dieser Phasenwinkel φ ebenso wie die Periodendauer selbst als Weglänge. Für praktische Zwecke und für die Erzielung eines besseren Einblickes ist die Hinzufügung der Massstäbe für die absoluten Werte, wo irgend angängig, nicht zu vernachlässigen. Dies gilt nicht nur für Spannung E und Stromstärke J, sondern auch für die Zeit t und die Leistung W, wenn dieselbe neben E und J abhängig von der laufenden Zeit t zur Darstellung gebracht werden soll.

Für stationären Gleichstrom sind nur zwei Fälle möglich. Im ersten Fall sind Spannung $\overline{E}$ und Stromstärke $\overline{J}$ in demselben Sinne gerichtet (Generatorstandpunkt), alsdann ist die gelieferte oder abgegebene elektrische Leistung, welche zwischen zwei ins Auge gefassten Stromkreispunkten zur Umsetzung gelangt, durch

$$+\overline{W}_I = +\overline{E}_I \cdot \overline{J}$$

dargestellt, wenn $\overline{E}_I$ die Spannung zwischen jenen Punkten, etwa den Klemmen in Fig. 104, bezeichnet. Graphisch wird sich nach Wahl eines passenden Massstabes für $\overline{E}$, $\overline{J}$ und $\overline{W}$ jede der drei Grössen als parallele Grade zur Abscissenachse darstellen (Fig. 105), und alle drei werden auf derselben Seite des Nullniveaus liegen. Die Fläche zwischen den Koordinatenachsen, der W-Kurve (hier Grade) und einer beliebigen W-Ordinate, etwa für die Abscisse $t = 4{\cdot}3$, wird die von dem Beginn der Zeitzählung an umgesetzte elektrische Energie oder Arbeit A darstellen

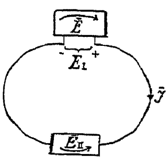


Fig. 104.

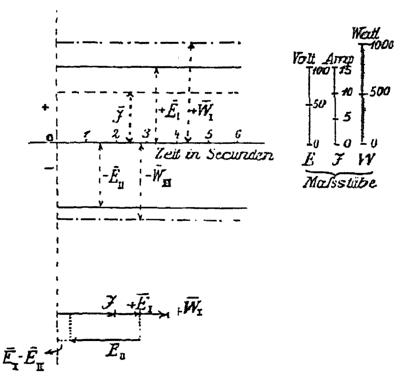


Fig. 105.

$$A = \int_0^t W_I \cdot dt \qquad \overline{W}_I \cdot t,$$

und durch die gewählten Massstäbe (für W in Watt und t in Sekunden) in Wattsekunden oder Joule mitgegeben sein.

Der zweite Fall wird erhalten, wenn Spannung $\overline{E}$ und Stromstärke $\overline{J}$ einander entgegengesetzt gerichtet sind (Standpunkt des Konsumapparates). Alsdann ist die aufgenommene elektrische Leistung im Konsumapparat, etwa in einem Motor, in einer geladenen Batterie, aber auch in einer Leiterstrecke mit Ohmschem Widerstand, zur Umsetzung in mechanische Leistung, chemische Leistung oder Wärme u. s. f., dargestellt durch

$$-\overline{W}_{II} = -\overline{E}_{II} \cdot \overline{J}.$$

Natürlich ist das Vorzeichen nur Richtungszeichen, wie bei $\bar{E}$ und $\bar{J}$ auch, und drückt bei $\bar{W}$ entweder Abgabe (+) oder Aufnahme (—) von elektrischer Leistung aus. Beim zweiten Standpunkt wäre die Leistung unterhalb des Nullniveaus darzustellen (Fig. 105). Bei der notwendigen Gleichheit und Gegensätzlichkeit beider Beträge für dieselben Stromkreispunkte genügt bei zeitlicher Konstanz die Darstellung von dem einen oder dem andern Standpunkt aus. Meistens wird der Generatorstandpunkt gewählt.

Die Darstellung dieser Gleichstromverhältnisse im Polardiagramm würde sich auf eine einzige Richtung (Fig. 105) beschränken, in welcher + und — Werte abzutragen wären. Die Bezeichnung Phasenverschiebung hat für stationäre Gleichstromverhältnisse sonach keinen Sinn. Momentanwert, Mittelwert und Maximalwert fallen sowohl bei der Spannung und Stromstärke als auch bei der Leistung zusammen.

157. **Elektrische Leistung bei symmetrischem Wechselstrom.** Diese Begriffsdifferenzierungen werden aber bei Wechselstrom von der grössten Wichtigkeit. Gemeinschaftlich mit den Gleichstromverhältnissen bleibt bestehen, dass die elektrische Momentanleistung w stets durch das Produkt des Momentanwertes der Spannung e und der zugehörigen Stromstärke i dargestellt wird. Die Beziehung

$$w = e \cdot i$$

besteht ganz allgemein für jede beliebige Kreislaufstrecke, sowie für jeden elektrischen Ausgleich, welche Form derselbe auch besitzen möge. Für Wechselstrom braucht man aber auch hier den Mittelwert, bezw. die Mittelwerte der Leistung. Dieselben werden graphisch erhalten, wenn man zunächst für eine ganze Periode die Leistungskurve w aller Momentanwerte $e \cdot i$ bildet. Unter Berücksichtigung des soeben über das Vorzeichen der Leistungswerte Gesagten ergiebt sich für einen beliebigen Phasenverschiebungswinkel φ zwischen e' und i' bei Sinuswellen der in Fig. 106 dargestellte Verlauf für w. Wiederum wird die zwischen Nullniveau und w-Kurve eingeschlossene Fläche $\int_{t_1}^{t_2} w \cdot dt$ diejenige elektrische Energie darstellen, welche in der Zeit $(t_2 - t_1)$ in der betrachteten Kreislaufstrecke überhaupt in Frage kommt, aber deshalb noch nicht endgiltig umgesetzt wird. Die $\tilde{w}$-Kurve bildet mit dem Nullniveau (der Abscissenachse) innerhalb jeder Periode nämlich vier Energieflächen A_1 bis A_4, solange φ einen Wert grösser als 0 besitzt. Von diesen vier Energieflächen liegen zwei unterhalb und zwei oberhalb des Nullniveaus (Abscissenachse). Die Bildung eines Mittelwertes mit Bezug auf das Nullniveau ist nun praktisch zunächst wichtig, da er die endgiltig umgesetzte Leistung oder die innerhalb der ins Auge gefassten Grenzpunkte, etwa der Kreislaufstrecke AB (Fig. 107), verbleibende Leistung ausdrückt. Die Energieflächen (A_1 bis A_4) ohne Rücksicht auf das Vorzeichen werden den gesamten Austausch an elektrischer Leistung $\times$ Zeit (Energie) darstellen, welcher zwischen der Kreislaufstrecke AB einerseits, dem übrigen Kreislauf andererseits stattfindet. Die Flächen $+A_2 + A_4$ werden hierbei den vom Generatorstandpunkt gelieferten oder von AB aus dem übrigen Kreislauf aufgenommenen Energiebetrag darstellen, hingegen die Flächen $-(A_1 + A_3)$ den während der Periodenzeit 0 bis φ und π bis $(\pi + \varphi)$ von AB an den übrigen Stromkreis abgegebenen Energiebetrag.

Unter Benutzung eines optischen Bildes, welches im Hinblick auf die Elektrooptik oder elektromagnetische Lichttheorie noch an Bedeutung gewinnen dürfte, kann man auch den Energiebetrag $(A_2 + A_4) - (A_1 + A_3)$ als den von AB absorbierten, also in andere Energieformen, z. B. Wärme, umgewandelten bezeichnen. Den Betrag $-(A_1 + A_3)$ hätte man hiernach als den reflektierten, also in Gestalt von elektromagnetischer bezw. elektrischer Energie zurückgelieferten, anzusehen. Dieses „Zurückwerfen" bleibt bei technischem Wechselstrom auf den Stromkreis beschränkt

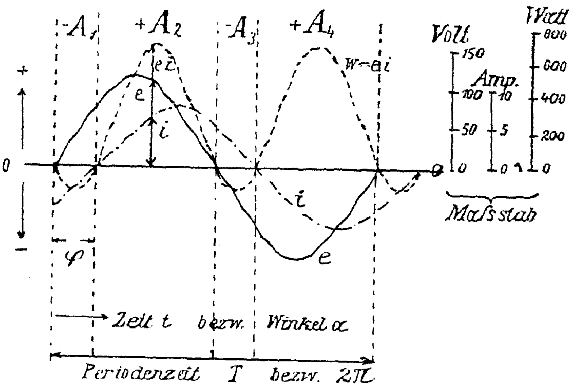


Fig. 106.

und erstreckt sich bis auf den „Generator". Daher wird die endgiltig innerhalb einer Periode an AB gelieferte und vom Generator aufzubringende Energie durch

$$\tilde{W} \cdot T = (-A_1 + A_2 - A_3 + A_4)$$

gegeben und die mittlere Leistung durch

$$\tilde{W} = \frac{1}{T}(-A_1 + A_2 - A_3 + A_4).$$

Bei Gleichheit der Perioden, wie beim technischen Wechselstrom, wird sonach $\tilde{W}$ die „effektiv" für AB erforderliche Leistung darstellen.

Der Zusammenhang zwischen dem Mittelwert $\tilde{W}$ dieser resultierenden Wechselleistung und den Ausgleichgrössen $\tilde{E}$, $\tilde{J}$ und φ folgt aus der Integration der Momentanleistungen

$$w = e \cdot i$$

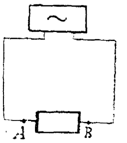


Fig. 107.

über eine ganze Periode. Nur muss hierbei noch die gegenseitige Lage der e-Kurve und i-Kurve richtig zum Ausdruck gebracht werden. Erhält die Spannung die Hauptphase, so dass $e = e' \cdot \sin \alpha_e$ gesetzt wird, so folgt mit Rücksicht auf diese Ausgangsphase für den Wert i, der mit dem gleichzeitig vorhandenen Wert e multipliziert w liefert, die Gleichung

$$i = i' \sin(\alpha_e - \varphi);$$

also $\tilde{W} = \frac{1}{2\pi}\int^{2\pi} w \cdot dt = \frac{1}{2\pi}\int^{2\pi} e' \cdot i' \cdot \sin \alpha_e \cdot \sin(\alpha_e - \varphi)\, d\alpha_e = \frac{1}{2} e' \cdot i' \cdot \cos \varphi.$

Setzt man für die Maximalwerte e' und i' der äquivalenten Sinuswellen die Messwerte oder effektiven Mittelwerte $\tilde{E} = \frac{e'}{\sqrt{2}}$ bezw. $\tilde{J} = \frac{i'}{\sqrt{2}}$ ein, so folgt:

$$\tilde{W} = (\tilde{E} \cdot \tilde{J}) \cdot \cos\varphi = \tilde{E} \cdot (\tilde{J} \cdot \cos\varphi) = \tilde{J} \cdot (\tilde{E} \cdot \cos\varphi)$$

$$\tilde{W} = \text{VA} \cdot \cos\varphi = \tilde{E} \cdot \tilde{J}_r = \tilde{J} \cdot \tilde{E}_r.$$

Die Zusammenziehung des Leistungsfaktors mit $\tilde{E}$ oder mit $\tilde{J}$ unter gleichzeitiger Zerlegung je einer dieser Grössen in eine Arbeitskomponente (Leistungskomponente) $\tilde{E}_r$ bezw. $\tilde{J}_r$ und eine wattlose oder Leerkomponente wurde bereits früher (**149**) erwähnt.

Der Leistungsfaktor $\cos\varphi = \frac{\tilde{W}}{\text{VA}} = \frac{\tilde{W}}{\tilde{E} \cdot \tilde{J}}$ giebt sonach den Prozentsatz von dem Produkt $(\tilde{E} \cdot \tilde{J})$ an, welcher zwischen A und B absorbiert und in andere Energieform übergeführt wird, während $\tilde{E} \cdot \tilde{J}$ selbst einen „scheinbaren" Mittelwert der Leistung angiebt, welcher mit dem wirklichen nur für $\cos\varphi = 1$ oder Abwesenheit von Phasenverschiebung zusammenfällt, wobei A_1 und A_3 in Fig. 106 zu Null werden.

Dieser zweite Mittelwert der „scheinbaren" Wechselstromleistung ist unabhängig von der Phasenverschiebung und wird in der Fig. 106 durch die mittlere Höhe der Energieflächen dargestellt, welche zwischen der Leistungskurve w der Momentanleistungen und einer Basislinie eingeschlossen sind, die parallel zur Abscissenachse verläuft und die Leistungskurve w tangiert. Dies verlangt, dass die Höhe der Leistungskurve oder der Abstand zwischen den beiden tangierenden Parallelen für dieselben Werte von Spannung $\tilde{E}$ und Stromstärke $\tilde{J}$, aber beliebiger Phasenverschiebung, konstant bleibt. Die Leistungskurve wird sonach in ihrer Form (Sinuslinie für sinusförmig verlaufende $\tilde{E}$- und $\tilde{J}$-Kurve) durch die Phasenverschiebung ungeändert gelassen und nur in ihrer Lage gegen das Nullniveau verschoben. Dass dies der Fall ist, und die Verschiebung in schräger Richtung, also gleichzeitig vertikal und horizontal — letzteres um den halben Betrag der Phasenverschiebung φ — erfolgt, ersieht man ohne weiteres aus der Konstruktion einiger Werte für φ, etwa der Grenzwerte $\varphi = 0$ und $= 90^0$ für den Generatorstandpunkt, sowie $\varphi = 180^0$ beim Übergang zum Motorstandpunkt oder (allgemein) Standpunkt des Konsumapparates. Der Grenzwert $\varphi = 90^0$ mit genauer Gleichheit aller Energieflächen

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4,$$

also völliger Reflektion der elektrischen Energie ohne Absorption, ist naturgemäss nur eine (praktisch nicht vorkommende) Abstraktion.

Das mechanische Perpetuum mobile ist in letzter Linie aus Gründen der mechanischen Reibung praktisch ausgeschlossen, das elektrische, wie es bei elektrischen Schwingungen (vgl. Resonanz in **147**) gedanklich als Grenzfall sich ergiebt, aus Gründen der elektrischen Reibung (Ohmscher Widerstand), vielfach in Verbindung mit magnetischer und elektrischer Feldreibung (Hysterese). In beiden Fällen ist dieser oder ein damit verwandter Denkfehler, etwa eine theoretisch unzulässige Berechnung von elektrischen Schwingungserscheinungen ohne Berücksichtigung der Energieabsorption im Felde, auf

eine zu geringe Berücksichtigung der energetischen Seite bei den Erscheinungen zurückzuführen.

Die Bestimmung des Leistungsfaktors erfordert ausser der Messung von $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ noch die Ermittelung der absorbierten oder wahren Leistung $\tilde{W}$. Weitaus am häufigsten und auch am zuverlässigsten erfolgt dies durch eine Messung von $\tilde{W}$ mittels Wattmeter (vgl. **161** und Bd. II). Andere Möglichkeiten sind: die Überführung aller während der Zeit t absorbierten Energie $(\tilde{W} \cdot t)$ in eine andere messbare Energieform, etwa Wärmemenge A, woraus sich

$$\tilde{W} = \frac{A}{t}$$

ergiebt; die Benutzung des Leistungswiderstandes R_w, mit Hilfe dessen

$$\tilde{W} = \tilde{J}^2 \cdot R_w$$

gegeben ist (vgl. **142**).

Praktisch wird eine derartige Bestimmung von $\tilde{W}$ bezw. $\cos\varphi$ allerdings nur dann möglich sein, wenn entweder im Feld keine elektrische oder magnetische Arbeit geleistet wird, d. h. R_w mit dem bekannten Ohmschen Widerstand R der fraglichen Kreislaufstrecke zusammenfällt, wie bei eisenfreien Spulen ohne merkliche Wirbelstrombildung, oder falls die im Felde verbrauchte (absorbierte) elektrische Leistung bekannt bezw. bestimmbar ist. Anderenfalls wird eine Wattmetermessung zur Bestimmung von R_w erforderlich.

Besitzt die Spannungswelle eine andere Periodizität (u_e) als die Stromwelle (u_i), so ist der Mittelwert $\tilde{W}$ der resultierenden Wechselleistung stets gleich Null, wenn sich dieser Mittelwert auf eine Zeitdauer von der Länge $\left(\frac{1}{u_i - u_e}\right)$ Sekunden oder dem Vielfachen hiervon bezieht, falls $u_i > u_e$, sonst $u_e - u_i$. Dies gilt auch für die geringsten Unterschiede in der Periodizität. Besitzt z. B. die Spannung 50 Perioden, die Stromstärke 51 Perioden in der Sekunde, so ist die mittlere Leistung der Kombination beider Null. Dies ergiebt nicht nur die Integration der obigen Gleichung für $\tilde{W}$, sondern auch das Experiment. Vereinigt man z. B. $u_e = 50$ und $u_i = 51$ in demselben Wattmeter, indem man die Spannungsspule mit $\tilde{E}$ von u_e beschickt und die Stromspule mit $\tilde{J}$ von u_i, so liefert das Wattmeter bei beliebig grossen Werten von $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ keinen Dauerausschlag, sondern pendelt symmetrisch um die Nulllage mit einer Schwingungsdauer von $\left(\frac{1}{51 - 50}\right) = 1$ Sekunde. Werden bei demselben $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ die Unterschiede noch kleiner, so werden die Pendelungen entsprechend langsamer und weiter, um endlich für $u_e = u_i$ oder $\frac{1}{u_i - u_e}$ ∞ in einen Dauerausschlag überzugehen. Umgekehrt werden grössere Unterschiede in der Periodizität die Pendelungen immer rascher und enger werden lassen, weil das Zeigersystem wegen seiner mechanischen Trägheit immer weniger zu folgen vermag und schliesslich nur noch durch schwaches Vibrieren reagiert. Diese Thatsache hat Des Coudres (vgl. ETZ 1900, 752) in sinnreicher Weise messtechnisch zu einer direkten Wechselstromanalyse verwendet, indem er durch Benutzung von Sinuswellen mit ganzzahlig vielfacher Periodizität in der einen Wicklung, die Grundschwingung und die Oberschwingungen des zu unter-

suchenden Wechselstromes in der anderen Wicklung gleichsam heraussieht. Die Unabhängigkeit der Leistungen von Wechselströmen mit verschiedener Periode, wie sie sich aus der harmonischen Analyse folgern lässt, hat neuerdings eine praktische Verwertung in dem polycyklischen Stromverteilungssystem von ARNOLD-BRAGSTADT-LA COUR gefunden (vgl. ETZ 1902, 569). Dasselbe kann aufgefasst werden als Verkettung von Wechselspannungen bezw. -strömen von verschiedenen Periodenzahlen mit gleichzeitiger Phasenverkettung derjenigen von gleicher Periode.

158. Energetische Verhältnisse bei Wellenstrom. So auffallend auch die Spannungs- und Stromverhältnisse bei Wechselstrom und gewissen Kombinationen der Ausgleichwiderstände sich gestalten können, so kann doch nie eine Abweichung von der Energiegleichung eintreten. Bei Ausgleichvorgängen mit stationärer mittlerer Leistung werden daher die Leistungsmessungen stets die oberste Richtschnur abgeben. Im Gegensatz zu den mittleren Messwerten der Spannung $\tilde{E}$ und Stromstärke $\tilde{J}$ mit Vektoreigenschaften im Kreisdiagramm wird die mittlere Gesamtleistung sich als ungerichtete Grösse (Skalar) stets additiv, d. h. arithmetisch, und nie geometrisch aus den Leistungen in den einzelnen Teilstrecken zusammensetzen. Ihre Verteilung über den Kreislauf wird erst den vollen Einblick in die Ausgleichvorgänge erschliessen können. Dies gilt namentlich für Ausgleichvorgänge mit Wellenstromcharakter. Bei diesen ist eine Auflösung der etwas verwickelten Verhältnisse in je eine Gleich- und eine äquivalente Wechselkomponente zwar für die Wellenspannung $\overset{w}{E}$ und die Wellenstromstärke $\overset{w}{J}$ auch ohne Leistungsmessung durchführbar (**152**), ihre gegenseitige Phase aber, welche ein ganz wesentliches Moment der Erscheinung bildet und erst die endgiltige Erklärung für die wichtigsten Seiten der Erscheinungen zu liefern vermag, kann allein durch Leistungsmessungen erhalten werden. Vom Gleichstromstandpunkt muss die Verteilung der elektrischen Leistung über die Hauptteile des elektrischen Kreislaufes überraschen: Wellenstromerreger, z. B. Wehneltunterbrecher U (vgl. Fig. 108), induktiver Widerstand (L, R), endlich Regulierwiderstand V einschliesslich Zuleitung bis zur primären Energiequelle, etwa Akkumulatorenbatterie B, offenbaren ihren Energiebedarf durch zwei bezw. drei Leistungsmessungen in der in Fig. 108 angegebenen Weise. Der induktive Widerstand (L, R) kann hierbei mit oder ohne Eisenkern, allgemeiner noch, mit oder ohne Energieverbrauch im Felde (einschliesslich sekundärer Belastung **148**) auftreten.

Da der Wellenstromausgleich in jeder Beziehung den allgemeinen Fall darstellt, welcher als Mischung von Gleich- und Wechselstrom aufgefasst werden kann, und welcher die beiden praktisch wichtigsten Grenzfälle des stationären Gleichstromes und des technischen oder symmetrischen Wechselstromes mit umfasst, so seien die Leistungsverhältnisse an einer Beobachtungsreihe verfolgt. Als solche sei die vorläufig praktisch wichtigste Wellenstromerzeugung gewählt: Die Kombination von Gleichspannung $\bar{E}$ mit einem zum Nullniveau unsymmetrisch, aber periodisch veränderlichen Ausgleichwiderstand $\overset{w}{Z}$ (**155**), wie sie z. B. der Wehneltunterbrecher aufweist. Hieraus kann dann einerseits die Verallgemeinerung auf andere Ausgleichvorgänge mit Wellenstromcharakter unschwer erfolgen, andererseits durch Reduktion der Gleich- oder Wechselkomponente zu Null die Überführung in jene Grenzfälle.

Bei etwa 64 Volt primärer Gleichspannung (Akkumulatoren) und Einstellung des Wehneltunterbrechers U (vgl. Fig. 108) auf etwa 150 mm² aktiven Querschnitt am Platinstift wurde die Niederspannungswicklung eines SWINBURNEschen Igeltransformators als induktiver Widerstand (L, R) verwendet, jedoch mit sekundärer Kapazitätsbelastung, so dass die Hochspannungswicklung (Übersetzung 1 : 10) bei Anschluss eines wirksamen Kapazitätswertes von etwa 2·4 Mf eine Stromstärke von 0·80 Amp. führte. Unter Benutzung einer Umschaltevorrichtung, wie sie Fig. 108 andeutet, wurden folgende Werte (links vom Doppelstrich) beobachtet. Ausser der doppelten Besetzung der Strom- und Spannungsmessung mit Westoninstrumenten (J_g bezw. E_g) und quadratisch messenden Hitzdrahtinstrumenten bezw. Elektrometern (J_w bezw. E_w) (vgl. **152** sowie ETZ 1899, 510) erfolgte die Messung der wahren Leistung durch ein GANZsches Wattmeter, dessen korrigierte Werte unter $\overset{w}{W}$ angegeben sind.

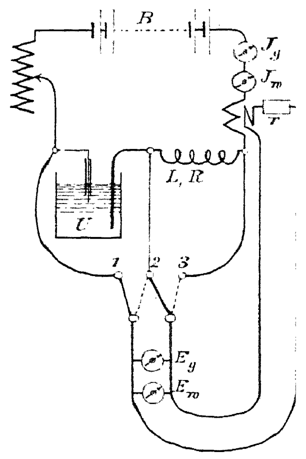


Fig. 108.

Zwischen den Punkten	$\overset{w}{E}_g$ Volt	$\overset{w}{E}$ Volt	$\overset{w}{J}_g$ Amp.	$\overset{w}{J}$ Amp.	$\overset{w}{W}$ Watt	$\overset{w}{W}_g = \overset{w}{J}_g \cdot \overset{w}{E}_g$	$\overset{w}{W}_\sim$ Watt	$\overset{w}{E}_\sim$ Volt	$\overset{w}{J}_\sim$ Amp.	φ
1 und 3	51·6	54·5	7·7	12·7	216	397	— 181	17·6	10·11	ca. 180°
1 „ 2	ca. 51·2	92	7·6	12·6	119	389	— 270	76·3	10·06	101°
2 „ 3	ca. 0·5	72·7	7·5	12·5	90	3·5	+ 86·5	72·6	10·0	83°

Die Werte der Stromstärken, nämlich J_g, J und die daraus abgeleiteten (**152**) Wechselstromstärken $\overset{w}{J}_\sim$, lassen erkennen, dass die drei zeitlich aufeinander folgenden Beobachtungssätze einem für die Messung hinreichend beständigen Ausgleichvorgang angehören, während $\overset{w}{E}_g$ und $\overset{w}{W}$ die einfach additive Zusammensetzung dieser Werte im Stromkreise zeigen. Die Wellenspannungen $\overset{w}{E}$ weisen ebenso wie die daraus abgeleiteten Wechselspannungen $\overset{w}{E}_\sim$ die charakteristische geometrische Zusammensetzung der Teilspannungen auf, wie sie bei Reihenschaltung von R, L, C im Ausgleichwiderstand Z bereits früher (**146**) behandelt wurden. Die wahre Wellenstromleistung $\overset{w}{W}$ muss auch hier durch Integration aller Momentanleistungen

$$w = i \cdot e$$

über eine Periode des Wellenstroms erhalten werden. Dies giebt bei Einsetzung der momentanen Wellenstromwerte (**152**) für i bezw. e

$$\overset{w}{W} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \overset{w}{w} \cdot d\alpha = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \left[\overset{w}{J}_g \pm \sqrt{2}\,\overset{w}{J}_{\sim} \cdot \sin(\alpha \pm \varphi)\right]\left[\overset{w}{E}_g \pm \sqrt{2}\,\overset{w}{E}_{\sim} \cdot \sin\alpha\right] d\alpha,$$

da die Maximalwerte der äquivalenten Sinuswellen für die aufgelagerte Wechselkomponente durch $\sqrt{2} \cdot \overset{w}{J}_{\sim}$ bezw. $\sqrt{2} \cdot \overset{w}{E}_{\sim}$ bezeichnet sind, während φ wiederum die erst zu bestimmende äquivalente Phasenverschiebung zwischen beiden bezeichnet. Die Lösung des Integrals liefert

$$\overset{w}{W} = \overset{w}{J}_g \cdot \overset{w}{E}_g + \overset{w}{J}_{\sim} \cdot \overset{w}{E}_{\sim} \cdot \cos\varphi.$$

Bildet man das Produkt $\ddot{J}_g \cdot \ddot{E}_g$ und vergleicht dasselbe mit $\overset{w}{W}$ (siehe Tabelle), so ergiebt sich in der ersten und zweiten Reihe ersteres viel grösser als die wahre Leistung und beweist, dass die äquivalente Phasenverschiebung φ zwischen den Wechselkomponenten $\overset{w}{J}_{\sim}$ und $\overset{w}{E}_{\sim}$ auch grösser als 90^0 sein kann, oder dass die Wechselleistung

$$\overset{w}{W}_{\sim} = \overset{w}{J}_{\sim} \cdot \overset{w}{E}_{\sim} \cdot \cos\varphi$$

von der scheinbaren Gleichstromleistung

$$\overset{w}{A}_g = \overset{w}{J}_g \cdot \overset{w}{E}_g$$

in gewissen Kreislaufteilen abzuziehen ist, um die wahre Wellenstromleistung in denselben zu erhalten. Dies ist z. B. stets in dem Stromkreisteil der Fall, welcher den Wellenstromerreger einschliesst.

Die Gleichung für die wahre Wellenstromleistung $\overset{w}{W}$ legt eine gedankliche Zerlegung dieser Leistung nahe in eine scheinbare Gleichstromleistung $\overset{w}{A}_g$ und eine Wechselleistung $\overset{w}{W}_{\sim}$, welche aus der Differenz jener beiden sich ergiebt zu

$$\overset{w}{W}_{\sim} = \overset{w}{W} - \overset{w}{A}_g.$$

Die Erfahrung lehrt, dass in Übereinstimmung mit den Forderungen der Energiegleichung diese Differenz positiv ausfällt, sobald bei stationärem Betrieb im Felde eine Arbeit zu leisten ist, wie zwischen den Punkten 2 und 3, da diese Arbeit nur von den Wechselkomponenten geleistet werden kann. Dieser Mehrleistung — vom Standpunkt der primären Energiequelle aus — entspricht eine Minderleistung im Wellenstromerreger, bei welchem sonach die Wechselkomponenten $\overset{w}{E}_{\sim}$ und $\overset{w}{J}_{\sim}$ in der Phase um mehr als 90^0 verschoben sein müssen, ähnlich wie dies bei der gegenseitigen Stellung von Spannung und Strom — vom Standpunkt eines Konsum- bezw. Energiewandlungsapparates aus — der Fall ist (156). Der Wert dieser äquivalenten Phasenverschiebung φ folgt aus

$$\varphi = \text{arc}\cos\left(\overset{w}{W}_{\sim} : \overset{w}{E}_{\sim} \cdot \overset{w}{J}_{\sim}\right).$$

159. Graphische Darstellung der Wellenstromverhältnisse.

Mit Hilfe dieser Werte kann man die Beziehung zwischen den äquivalenten, effektiv gemessenen Wechselgliedern, nämlich der im Stromkreis einheitlichen Wechselstromstärke $\overset{w}{J}_\sim$ und den verschiedenen Teilspannungen $\overset{w}{E}_\sim$, im Polardiagramm in Grösse und Phase übersichtlich darstellen. Diese Konstruktion ist für das Zahlenbeispiel der letzten Tabelle in Fig. 109 durch-

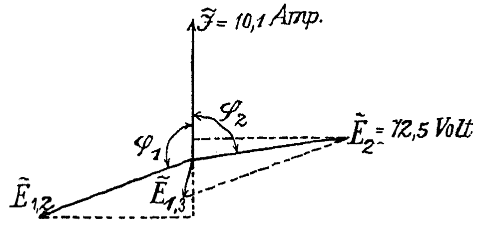


Fig. 109.

geführt. Wiederum sind es, ähnlich wie früher bei den Resonanzerscheinungen (**147**), die Arbeits- oder Leistungskomponenten der Teilspannungen $\overset{w}{E}_\sim$, welche die Lage der letzteren zu $\overset{w}{J}_\sim$ bedingen, sowie gleichzeitig die Erklärung für das anfänglich überraschende Verhältnis der Summenspannung zwischen Punkt 1 und 3 zu den Teilwerten liefern. Dies gilt sowohl für

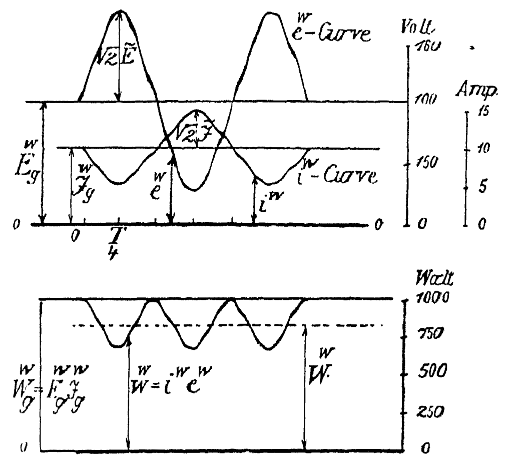


Fig. 110.

$\overset{w}{E}_\sim$ als auch für die unmittelbar gemessenen Wellenspannungen $\overset{w}{E}$ in ihrem Verhältnis zueinander sowie zu $\overset{w}{E}_g$ und der primären Gleichspannung $\overline{E}$.

Der Kurvenverlauf für die Wellenstromleistung $\overset{w}{W}$, sowie die Lage ihres Mittelwertes gegenüber der scheinbaren Gleichstromleistung $\overset{w}{W}_g$, wird am deutlichsten bei Darstellung der Grössen mit Wellenstromcharakter in Linienkoordinaten sichtbar.

Fig. 110 stellt ein Kurvenpaar $\left(\overset{w}{E} \text{ und } \overset{w}{J}\right)$ nach Ersatz der Wechselkomponente beider durch die äquivalente Sinuswelle dar, Fig. 111 eine Kurvenkombi-

nation in ihrem ursprünglichen Verlauf, die den Verhältnissen beim Wehneltunterbrecher voraussichtlich näher kommt (vgl. Fig. 343 in 272). In beiden Fällen ist der Deutlichkeit halber die Leistungskurve getrennt gezeichnet, aber mit dem gleichen Abscissenmassstab. In Fig. 110 ist ein mässiger Wellenstromcharakter angenommen, so dass weder bei $\overset{w}{E}_\sim$ noch $\overset{w}{J}_\sim$ ein Unterschreiten des Nullniveaus eintritt. Ferner ist für die Phasenverschiebung zwischen den beiden Wechselkomponenten, etwa den Verhältnissen zwischen Punkt 1 und 3 in obiger Tabelle entsprechend, der Grenzfall angenommen, dass $\varphi = 180^0$ beträgt, sonach $\cos \varphi = -1$ wird und die Wechselleistung $\overset{w}{W}_\sim = \overset{w}{E}_\sim \cdot \overset{w}{J}_\sim \cdot \cos \varphi$ mit dem vollen Betrage des Produktes aus den Wechselgrössen $\left(\overset{w}{\mathsf{A}}_\sim = \overset{w}{E}_\sim \cdot \overset{w}{J}_\sim\right)$ von der scheinbaren Gleichstromleistung $\overset{w}{\mathsf{A}}_g = \overset{w}{E}_g \cdot \overset{w}{J}_g$ abzuziehen ist.

Die Kurve für die Wellenleistung $\overset{w}{w} = \overset{w}{e} \cdot \overset{w}{i}$ liegt daher völlig unterhalb von $\overset{w}{W}_g$, welche in gleichem Massstab beigefügt ist. Man übersieht aber auch ohne weiteres, dass nur durch Änderung des Phasenverschiebungswinkels φ bei sonst konstantem Wert von $\overset{w}{J}$ und $\overset{w}{E}$, bezw. $\overset{w}{J}_g$ und $\overset{w}{E}_g$ sowie $\overset{w}{\mathsf{A}}_g$, das Niveau von $\overset{w}{W}$ mit der aufgelagerten gleichbleibenden Welle für die Wechselleistung $\overset{w}{w}_\sim = \overset{w}{e}_\sim \cdot \overset{w}{i}_\sim$ sich stetig hebt, wenn φ von 180^0 allmählich auf 90^0 abnimmt. Im letzteren Fall fällt $\overset{w}{W}$ mit $\overset{w}{\mathsf{A}}_g$ zusammen, die resultierende Wechselleistung $\overset{w}{W}_\sim$ ist also Null und weder von $\overset{w}{\mathsf{A}}_g$ abzuziehen noch zuzuzählen. Nimmt φ noch weiter von 90^0 nach 0^0 hin ab, so erhebt sich das Niveau von $\overset{w}{W}$ über $\overset{w}{W}_g$, um bei 0^0 das letztere um den gleichen Betrag zu übersteigen, um welchen es in Fig. 110 darunter bleibt.

In Fig. 111 sind der besseren Übersicht wegen die Massstäbe für E und J so gewählt, dass $\overset{w}{E}_g$ und $\overset{w}{J}_g$ zusammenfallen. Ferner ist angenommen, wie es bei den Kurven des Wehneltunterbrechers, namentlich bei Zuschaltung von Kapazität, wiederholt beobachtet wurde, dass die Stromkurve das Nullniveau zeitweilig unterschreitet, die Stromrichtung sich also umkehrt (Fig. 343 b).

Während die Kurve für die Stromstärke in allen Teilen des Kreislaufes, also auch in der Primärbatterie den gleichen Verlauf zeigen muss, wird die Kurve der Wellenspannung nur zwischen je zwei Punkten im Stromkreis einen bestimmten Verlauf aufweisen und für jedes andere Punktpaar variieren. Die konstante Batteriespannung $\overline{E}$ wird an den Klemmen der Batterie noch praktisch Gleichspannung sein, falls der innere Batteriewiderstand hinreichend klein ist. Bezeichnet man denselben mit ϱ, die momentane Wellenstromstärke mit $\overset{w}{i}$ (vgl. Verlauf in Fig. 111), so wird die Klemmenspannung der Batterie

$$E_B = \overline{E} - \overset{w}{i} \cdot \varrho.$$

Zwischen den Punkten 1 und 3 wird aber im allgemeinen der Wellenspannungscharakter um so ausgeprägter werden, je grösser der Widerstand V (Vorschaltewiderstand einschliesslich Zuleitungs- und Instrumentenwiderstand) ist. Besitzt V praktisch vernachlässigbare Selbstinduktion, was aber häufig

nicht zutreffen wird, so dass r als Ohmscher Widerstand eingesetzt werden darf, so wird die momentane Wellenspannung zwischen Punkt 1 und 3 gegeben durch die Gleichung

$$\overset{w}{e} = \overline{E} - \overset{w}{i}(\varrho + r).$$

Natürlich wird bei Umkehr des Vorzeichens von $\overset{w}{i}$ (vgl. Fig. 111)

$$\overset{w}{e} = \overline{E} + \overset{w}{i}(\varrho + r).$$

Daraus erklärt sich das Zusammenfallen der höchsten Werte von $\overset{w}{i}$ mit den tiefsten von $\overset{w}{e}$ und umgekehrt. Für das Gleichspannungsniveau $\overset{w}{E}_g$ gegenüber $\overline{E}$ besteht offenbar noch die Beziehung

$$\overset{w}{E}_g = \overline{E} - \overset{w}{J}_g\,(\varrho + r).$$

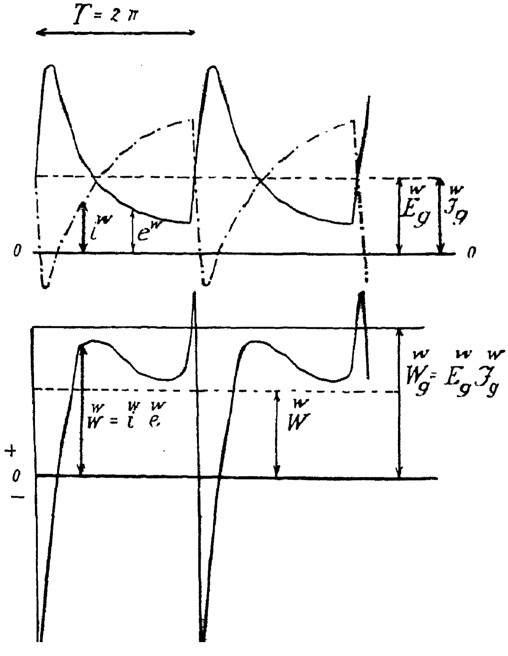


Fig. 111.

Der in Fig. 111 angenommene Verlauf der $\overset{w}{e}$-Kurve würde etwa dem Spannungsverlauf zwischen den Punkten 1 und 3 im obigen Zahlenbeispiel ähneln. Bei den Spannungen zwischen den Punkten 1 und 2, bezw. 2 und 3, kommen nicht nur viel stärkere Verzerrungen und Abweichungen der Wellenspannung vom Mittelwert mit Unterschreitung des Nullniveaus vor, sondern es muss notwendig auch eine Gegensätzlichkeit im Verlauf der Spannungen $\overset{w}{E}_{1,2}$ und $\overset{w}{E}_{2,3}$ vorhanden sein, um die mehr oder weniger vollkommene Aufhebung der Spannungskomponenten nach aussen, also gegenüber dem Niveau $\overset{w}{E}_g$ bezw. $\overline{E}$, zu ermöglichen (vgl. Fig. 112), sowie die Erscheinung der vielmal grösseren effektiven Wellenspannungswerte gegenüber der Gleichspannung — siehe den Wert von $\overset{w}{E}_g$ und $\overset{w}{E}$ in der Tabelle — zu erklären. Setzt man wiederum äquivalente Sinuswellen für $\overset{w}{E}_\sim$ ein, so würde sich für einen bestimmten beobachteten Fall (vgl. ETZ 1899, 528) die Auflagerung der Wechselspannungen $\overset{w}{E}^{1,2}_\sim$ und $\overset{w}{E}^{2,3}_\sim$ auf ihren Gleichspannungsniveaus, sowie ihre gegenseitige Lage, in Linien- und Polarkoordinaten wie in Fig. 112 darstellen. Die Gegensätzlichkeit erklärt auch den Umstand, dass die Teilspannungswerte $\overset{w}{E}^{1,2}_\sim$ und $\overset{w}{E}^{2,3}_\sim$ einander um so mehr gleichen, je weniger $\overset{w}{E}^{1,3}_\sim$ und $\overset{w}{E}^{1,3}_g$ voneinander abweichen, ebenso dass $\overset{w}{E}^{1,2}$ und $\overset{w}{E}^{2,3}$ der Gleichheit um so näher kommen, je kleiner im Verhältnis die benutzte Primärspannung $\overline{E}$ bezw. $\overset{w}{E}^{1,3}_g$ ist.

Der etwas eigentümlich gestaltete aber **periodische** Verlauf der Leistungskurve für $\overset{w}{w}$ in Fig. 111 ergiebt als Mittelwert der vom Wattmeter angezeigten wahren Leistung $\overset{w}{W}$ einen Wert, der wenig grösser ist als die

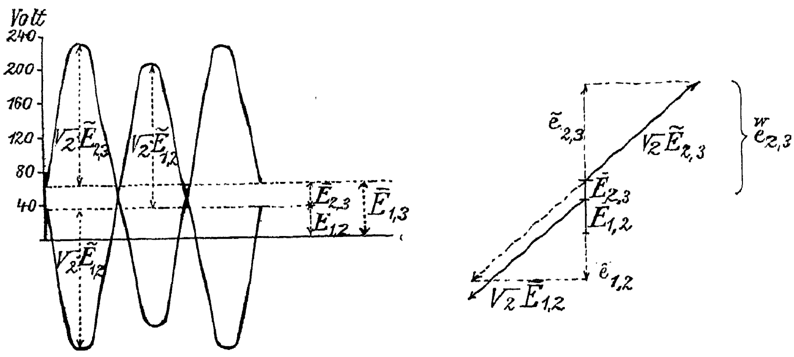


Fig. 112.

Hälfte der im gleichen Massstab aufgetragenen scheinbaren Gleichstromleistung $\overset{w}{A}_g$, ein Verhältnis, das gleichfalls etwa den Werten zwischen den Punkten 1 und 3 in obiger Tabelle entspricht.

Die Beziehung für die mittlere wahre Leistung

$$\overset{w}{W} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} i \cdot e \cdot d\alpha$$

gilt nun ganz allgemein für alle periodisch-beständigen Ausgleichvorgänge, welchen Verlauf die *i*- und *e*-Kurven innerhalb der Periode auch haben mögen.

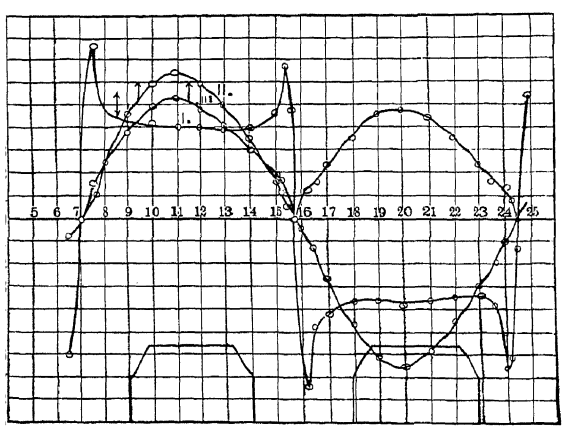


Fig. 113.

Nur ein schon früher berührter Fall verdient noch Erwähnung. Es ist bei periodisch variablem Ausgleichwiderstand $\overset{w}{Z}$ in Verbindung mit Wechselspannung $\tilde{E}$ nämlich möglich (**154**), dass die Spannungskurve gegenüber der Stromkurve eine derartige Deformation erfährt, dass die Kurve keinen eindeutig aus-

geprägten Maximalwert erhält, sondern innerhalb jedes Wechsels zwei oder auch mehr nahezu gleichwertige Spitzen, welche durch relativ breite tiefe Sättel geschieden sind. In diesem Fall kann die Auflösung in Harmonische ergeben, dass praktisch die Spannung nicht die gleiche Periodizität besitzt als die Stromstärke, sondern z. B. die dreifache, wenn die zweite Harmonische das Schwergewicht erhält. Doch werden auch hier nur ganzzahlige Verhältnisse vorkommen, so dass die obige Integration, über die langsamere Periode der Stromstärke ausgeführt, brauchbare Mittelwerte liefert, welche durch das Wattmeter angezeigt werden (**157**; über erforderliche Korrektionen der Ablesungen siehe Bd. II). Dass in solchem Falle die Ersetzung der effektiv gemessenen Spannung durch eine äquivalente Sinuswelle von gleicher Periodizität mit der Stromwelle zur Ermittelung der Phasenverschiebung nicht zulässig ist, wurde bereits erwähnt (**154**). Ein solcher praktisch wichtiger Fall liegt z. B. beim Wechselstromlichtbogen vor, wenn Homogenkohlen verwendet werden. Der Verlauf der Momentanwerte von Spannung (I), Strom (II) und Leistung (III) entspricht alsdann der Fig. 113 (vgl. ETZ **1892**, 568), so dass die scheinbare Phasenverschiebung φ aus

$$\frac{\text{Watt}}{\text{Volt} \times \text{Ampere}} \quad \frac{314}{42 \times 8{\cdot}86} = 0{\cdot}845 = \cos\varphi$$

sich zu 32^0 ergiebt.

4. Die Zusammensetzung von Stromkreisen.

Auf die Anordnung der Leiterbahn und ihre einzelnen Teile ist im vorausgegangenen nur in beschränktem Masse Rücksicht genommen, der Kreislauf, in welchem der elektrische Ausgleichvorgang stattfindet, vielmehr meist als einheitlich betrachtet worden. Allerdings wurde die Auflösung der Ausgangsspannung (EMK) in eine Reihe von Teilspannungen für die in Reihe geschalteten Kreislaufstrecken, ebenso wie die Verteilung der Stromstärke bei Parallelzweigen, bereits berührt (145), doch verdienen diese Verhältnisse und Schaltweisen noch eine nähere Betrachtung. Dieselbe kann hier allerdings nur allgemeinerer Natur sein, da alle besonderen, namentlich technisch wichtigen Fälle, sowie die dabei praktisch nötig werdenden Vereinfachungen und Vernachlässigungen, Gegenstand gesonderter Behandlung sind (vgl. Bd. VI die Berechnung der Leitungen). Daselbst ergiebt sich auch sogleich, dass ein einfacher, an verschiedenen Stellen von Zweigleitungen, etwa Glühlampen, überbrückter Strang einer Parallelschaltungsanlage bereits einen rechnerisch recht verwickelten Fall einer gemischten Reihenparallelschaltung darbietet, wenn alle Strom- und Spannungsverhältnisse mathematisch exakt angegeben werden sollten, ohne die praktisch stets benutzten Annäherungen. **160.** Reihenschaltung von Stromwegen.

Ein ungeteilter Stromkreis mit einheitlicher Stromstärke kann in seiner Gesamtspannung aus beliebig viel in Reihe geschalteten Teilspannungen zusammengesetzt gedacht werden. Hieraus folgt als erste Hauptschaltung die Reihenschaltung von Stromwegen.

Die Spannungsgleichung zwischen den Punkten 1 und n, welche sich für Reihenschaltung ergiebt,

$$e_{1,n} = e_{1,2} + e_{2,3} + \cdots e_{(n-1),n}$$

gilt ganz allgemein für die Momentanwerte der Spannungen. Für nur eine Primärquelle der elektrischen Energie (Generator) im Stromkreis mit der als EMK bezeichneten Ausgangsspannung e_0 wird diese die eine Seite der Spannungsgleichung des ganzen Stromkreises bilden. Sind die Teilstrecken durch a, b, c, d gekennzeichnet, so folgt

$$e_0 = e_a + e_b + e_c + e_d.$$

Handelt es sich zunächst um konstante Gleichspannung, so besteht kein Unterschied zwischen Momentan- und Messspannung, so dass

$$\overline{E}_0 = \overline{E}_a + \overline{E}_b + \overline{E}_c + \overline{E}_d.$$

Ausserdem sind alle Vorzeichen der rechten Seite positiv, d. h. das Spannungsgefälle ist zwischen irgend zwei Punkten des äusseren Stromkreises in jedem Moment in Richtung der EMK gerichtet. Dies gilt, solange im äusseren Stromkreis elektrische Energie nur konsumiert wird, gleichgiltig, ob dieselbe in Wärme, wie bei Ohmschen Widerständen, chemische Energie, wie bei der Ladung von Batterien, mechanische Energie, wie bei Motoren, übergeführt wird. Ist eine weitere EMK, z. B. Element $\overline{E}_t$ mit chemoelektrischer oder thermoelektrischer Spannungserregung, im äusseren Stromkreis so eingeschaltet wie Fig. 114 andeutet, also die Richtung der von ihr gelieferten elektrischen Spannung $\overline{E}_t$ in Übereinstimmnng mit der Primärquelle, so wird in ihr elektrische Energie einesteils konsumiert infolge ihres inneren Widerstandes ϱ, andernteils produziert im Betrage $\overline{E}_t \cdot \overline{J}$. Solange $\overline{E}_t \cdot \overline{J} > \overline{J}^2 \cdot \varrho$ oder die Spannungserregung $\overline{E}_t > \overline{J} \cdot \varrho$ (Ohmscher Spannungsabfall), wirkt das Element E_t als Generator, giebt also elektrische Energie ab und verbraucht chemische. Die Umkehrung tritt ein, sobald $\varrho > \frac{\overline{E}_t}{J}$ wird. In Verbindung hiermit findet eine Umkehrung der Spannungsrichtung an den Enden von $\overline{E}_t$ statt. Dieselbe Spannung $\overline{E}_t$ ist also, mit den übrigen Kreislaufstrecken verglichen, entgegengesetzt, solange $\overline{E}_t > \overline{J} \cdot \varrho$ und wird mit diesen gleichgerichtet, sobald $\overline{E}_t < \overline{J} \cdot \varrho$. Dies wird auch durch die Messung mit einem polarisierten Spannungsmesser, z. B. Weston-Voltmeter, bestätigt.

In der obigen Spannungsgleichung erhalten „aktive" Spannungen, wie oben $\overline{E}_t$, das negative Vorzeichen, also

$$\overline{E}_0 = + \overline{E}_a + \overline{E}_b + \overline{E}_c + \overline{E}_d - \overline{E}_t.$$

Bei Einschaltung von Leiterstrecken, welche die elektrische Energie von $\overline{E}_0$ nicht in Wärme, sondern in chemische (Sekundärbatterien) oder mechanische (Motoren) überführen, pflegt man diese Umsetzungsspannung als Gegenspannung einzuführen. Die graphische Darstellung mit den Spannungen als Ordinaten, den Ohmschen Widerständen R als Abscissen (vgl. Fig. 115) liefert bei einheitlichem Gefälle der Spannung zugleich ein Mass für die Stromstärke

$$J = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{E}_0}{R}.$$

Bei Wahl der **Weglängen** l als Abscissen wird gemäss der Gleichung

$$R = \frac{l}{q \cdot k}$$

jede Änderung des Leitungsquerschnittes q oder des Leitvermögens k einen Knick oder eine Gefälländerung zur Folge haben. Einen ebensolchen Knick würde die Leitungsstrecke verursachen, welche E_p enthält. Der letztere lässt aber eine Auflösung zu, wenn der OHMsche Leitungswiderstand R_p ausgeschieden wird (vgl. Fig. 115). Die reine Gegenspannung $\overline{E}_p$ erscheint dann als Stufe, die aber durch Einsetzen eines fiktiven Ausgleichwiderstandes R_j zum Verschwinden gebracht werden könnte. Bei Unabhängigkeit des $\overline{E}_p$ von der Stromstärke $\overline{J}$ würde aber $R_j = \frac{\overline{E}_p}{J}$ ein mit J variabler Wert. Es ist aus diesem Grunde mit Recht vorgezogen worden, alle von J unabhängigen Spannungen wie E_0, E_t und E_p auf der linken Gleichungsseite zusammenzufassen und die hieraus resultierende EMK als die im Stromkreis wirksame Spannung $\overline{E}_R$ zu bezeichnen, welcher die übrigen

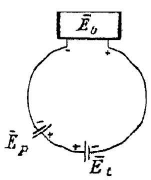


Fig. 114.

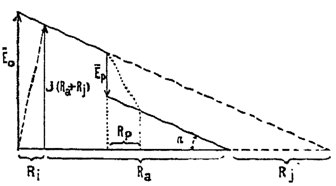


Fig. 115.

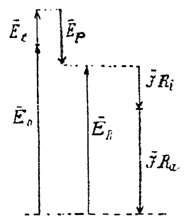


Fig. 116.

Teilspannungen, die mit der **Stromstärke** $\overline{J}$ **proportional** zunehmen, das Gleichgewicht halten. Die geometrische Darstellung dieser so erhaltenen Gleichung für die Teilspannungen

$$E_0 + E_t - E_p = J\,(R_i + R_a)$$

würde bei Gleichstrom sich auf eine einzige Richtung beschränken (vgl. Fig. 116).

Das Hinzutreten von Ausgleichwiderständen, welche zu ihrer Überwindung Spannungen benötigen, die Proportionalität mit der **Stromstärkeänderung** $\left(\frac{d\,i}{d\,t}\right)$ aufweisen, bewirkt folgendes:

1) Die **Momentan**werte der Teilspannungen auf der rechten Gleichungsseite (vgl. oben) sind zwar auch bei periodisch veränderlichen Strömen einfach summierbar, können aber positives oder negatives Vorzeichen besitzen. Hiermit in Zusammenhang steht:

2) Die **Mess**werte (effektiven Mittelwerte) der Teilspannungen sind für periodischen Wechselstrom geometrisch zusammenzusetzen, was bei graphischer Darstellung (vgl. Fig. 117) des in sich geschlossenen Spannungsdiagramms eine weitgehende Unabhängigkeit der Teilspannungen in Richtung und Grösse von der Ausgangsspannung E_0 bezw. EMK einschliesst. Das als Beispiel in Fig. 117 dargestellte Spannungsdiagramm (vgl. hierzu in 146 Fig. 92) zeigt die Kompensation von $\tilde{E}_0$ durch drei Spannungskomponenten — die eine

derselben ($-\tilde{E}_M$) kann auch von einem übererregten Synchronmotor herrühren —, welche alle drei proportional mit $\tilde{J}$ anwachsen. Hierbei würde $\tilde{J}\cdot Z_i$ etwa den Spannungsabfall in der Ankerwicklung darstellen, der von $\tilde{E}_0$ abgezogen die messbare Klemmenspannung $\tilde{E}_k$ in Grösse und Richtung giebt; ferner $\tilde{J}\cdot Z_L$ denjenigen in einer stark induktiven Leiterstrecke und $\tilde{J}\cdot Z_C$ denjenigen in einer Kapazität bei Reihenschaltung (vgl. Fig. 89).

Begrenzt und gleichzeitig bedingt ist die Lage (φ) aller Spannungskomponenten gegenüber der einheitlichen Stromstärke $\tilde{J}$ durch die elektrischen Leistungen in den Teilstrecken. Werden die letzteren durch den Index a, b, c bezeichnet, die vom Generator gelieferte Leistung mit $\tilde{W}_G$, so ist stets

$$\tilde{W}_G = \tilde{W}_a + \tilde{W}_b + \tilde{W}_c$$

als Bestimmungsgleichung verwertbar. Wird in einer Teilstrecke, z. B. b, nicht nur $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$, sondern auch die elektrische Leistung $\tilde{W}_b$ gemessen, so liefert dies die zur Diagrammkonstruktion nötige resultierende Phasenverschiebung in b zu $\cos\varphi_b = \tilde{W}_b : (\tilde{E}_b\cdot\tilde{J})$, ferner die Grösse des wirksamen oder Leistungs-

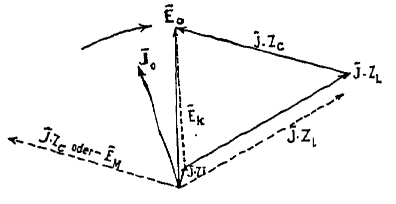


Fig. 117.

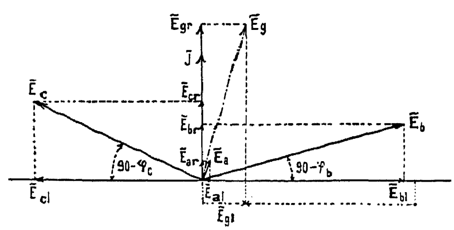


Fig. 118.

widerstandes $R_{bw} = \tilde{W}_b : \tilde{J}^2$ (vgl. **142**) und die Möglichkeit der Zerlegung der praktisch stets gemischten Ausgleichgrössen in ihre Komponenten. Im vorliegenden Fall hätte eine Zerlegung aller Grössen mit Rücksicht auf die einheitliche Stromstärke $\tilde{J}$ zu erfolgen, also in eine Wattkomponente in Richtung von $\tilde{J}$ und eine Leerkomponente senkrecht zu $\tilde{J}$. Irgend eine Teilspannung, etwa $\tilde{E}_b$, würde hierdurch in die Wattkomponente

$$\tilde{E}_{br} = \tilde{E}_b\cdot\cos\varphi_b = \tilde{W}_b : \tilde{J}$$

und die Leerkomponente

$$\tilde{E}_{bl} = \tilde{E}_b\cdot\sin\varphi_b \text{ zerfallen.}$$

Alsdann lassen alle Wattkomponenten unter sich und alle Leerkomponenten, letztere unter Berücksichtigung des Vorzeichens, algebraische Summierung zu, so dass (vgl. **146**)

$$\tilde{E}_{Gr} = \tilde{E}_{ar} + \tilde{E}_{br} + \tilde{E}_{cr}$$

$$\tilde{E}_{Gl} = \tilde{E}_{al} \pm \tilde{E}_{bl} \pm \tilde{E}_{cl}$$

sowie weiterhin

$$E_G = \sqrt{[\tilde{E}_{ar} + \tilde{E}_{br} + \tilde{E}_{cr}]^2 + [\tilde{E}_{al} \pm \tilde{E}_{bl} \pm \tilde{E}_{cl}]^2}.$$

Ersetzt man die zu überwindenden Teilspannungen in dem geschlossenen Spannungsdiagramm der Fig. 117 durch die entgegengesetzt gleichgrossen

der **aktiven** Teilspannungen, welche $\tilde{E}_c$ zusammensetzen, so erhält man das offene Spannungsdiagramm der Fig. 118 mit Darstellung der Zerlegung in Komponenten (vgl. hierzu in **143** sowie **149**).

Eine ganz ähnliche Zerlegung in zwei Komponenten lässt jeder Ausgleichwiderstand (Impedanz) zu, z. B. Z_b in den wirksamen Widerstand

$$R_{bw} = \tilde{E}_{br} : \tilde{J} = \tilde{W}_b : J^2$$

und den wattlosen Ausgleichwiderstand

$$\left(\omega L_w - \frac{1}{\omega C_w}\right) = \tilde{E}_{bl} : \tilde{J}.$$

Hieraus ergiebt sich bei Wegfall des einen Gliedes oder bei nochmaliger Spaltung der Spannung $\tilde{E}_b$ bezw. $\tilde{E}_c$, wie im Diagramm der Fig. 118, der wirksame Selbstinduktionskoeffizient

$$L_w = \tilde{E}_b \cdot \sin \varphi_b : \tilde{J} \cdot \omega,$$

bezw. der wirksame Kapazitätswert

$$C_w = (\tilde{E}_c \cdot \sin \varphi_c) \cdot \tilde{J} \cdot \omega.$$

Bei Ausgleichvorgängen mit Wellenstromcharakter gestattet hier, wie auch sonst, die Zerfällung in eine stationäre gleichgerichtete Komponente und in ein Wechselglied die **getrennte** Behandlung der Spannungsverhältnisse nach den jeweilig zugehörigen Gesetzen (**152**).

Das Gegenstück zu dieser Zusammensetzung bezw. Zerlegung eines Stromkreises in Teilstrecken und Teilspannungen bieten die Verhältnisse der zweiten Hauptschaltungsart.

Für Momentanwerte gilt bei Parallelschaltung in allen Fällen das Kirchhoffsche Verzweigungsgesetz, wonach der zugeführte ungeteilte Strom i der primären Stromquelle ist: **161. Parallelschaltung von Stromwegen.**

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots i_n,$$

wenn i_1, i_2, i_3 u. s. w. die von **demselben** Punkt ausgehenden Verzweigungsströme bezeichnen. Setzt man voraus, dass nur **eine** EMK vorliegt und eine Verzweigung des Stromkreises erst ausserhalb der Stromquelle stattfindet (Fig. 119), so wird der Unterschied zwischen stationärem Gleichstrom und periodischem Wechselstrom wiederum dadurch gebildet, dass bei jenem rechts **nur positive** Vorzeichen vorkommen können, bei diesem unter Umständen (vgl. Stromresonanz in **145**) auch negative.

Für die gemessenen Mittelwerte gilt die Gleichung jedoch nur bei Zweigen, deren Ausgleichwiderstände Z praktisch durch Ohmschen Widerstand R gebildet werden, während bei Hinzutreten von L und C hierfür die geometrische Zusammensetzung eintritt. Die analytischen Beziehungen für die Grenzfälle, sowie für eine Anzahl einfacherer Fälle (vgl. Fig. 88), sind bereits in **145** abgeleitet. Im allgemeinen wird die geometrische Zusammensetzung zum Zweck einer bequemeren Darstellung die Zerfällung der Stromstärke **jedes** Parallelzweiges in seine beiden rechtwinkligen Komponenten erfordern, was

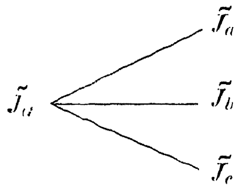
mit Hilfe der energetischen Beziehungen, d. h. der Wechselleistung $\tilde{W}$ bezw. $\overset{\prime\prime}{W}_\sim$ jedes Parallelzweiges erfolgen kann.

Für die in Fig. 119 angedeutete Leitungsverzweigung werden sonach folgende Beziehungen bestehen, wenn die Messwerte am Generator oder in der gemeinschaftlichen Zuleitung mit dem Index G bezeichnet werden, die Grössen der Parallelzweige mit den Indices a, b, c:

$$\tilde{W}_G = \tilde{W}_a + \tilde{W}_b + \tilde{W}_c$$

$$\cos \varphi_G = \tilde{W}_G : \tilde{J}_G \cdot \tilde{E}_{AB}$$

$$\cos \varphi_a = \tilde{W}_a : \tilde{J}_a \cdot \tilde{E}_{AB} \text{ u. s. w.}$$



d. h. $\tilde{J}_G$ setzt sich schiefwinklig geometrisch aus den Teilstromstärken zusammen. Zur Auflösung in rechtwinklig geometrische Zusammensetzung benutzt man folgende Zerfällung in Komponenten (vgl. Fig. 120):

$$\tilde{J}_G = \sqrt{\tilde{J}_{Gr}^2 + \tilde{J}_{Gl}^2} \text{ oder } \tilde{J}_{Gr} = \tilde{J}_G \cdot \cos \varphi_G = \tilde{W}_G : \tilde{E}_{AB}$$

$$\tilde{J}_a = \sqrt{\tilde{J}_{ar}^2 + \tilde{J}_{al}^2} \quad \text{,,} \quad \tilde{J}_{ar} = \tilde{J}_a \cdot \cos \varphi_a = \tilde{W}_a : \tilde{E}_{AB}$$

$$\tilde{J}_b = \sqrt{\tilde{J}_{br}^2 + \tilde{J}_{bl}^2} \quad \text{,,} \quad \tilde{J}_{br} = \tilde{J}_b \cdot \cos \varphi_b = \tilde{W}_b : \tilde{E}_{AB} \text{ u. s. w.}$$

$$\tilde{J}_{Gr} = \tilde{J}_{ar} + \tilde{J}_{br} + \tilde{J}_{cr} \quad \text{u. s. w.}$$

$$\tilde{J}_{Gl} = \tilde{J}_{al} \pm \tilde{J}_{bl} \pm \tilde{J}_{cl} \quad \text{u. s. w.}$$

Es ist durchaus zu beachten, dass für eine derartige Zerlegung in Leistungs- und Leerkomponenten, welche geometrisch rechtwinklig zueinander stehen, die Kenntnis der elektrischen Leistung eine unerlässliche Vorbedingung bildet. Dies gilt ebenso für die übersichtlichere graphische Zerlegung (vgl. Fig. 120) wie für die rechnerisch genauere Zerlegung bei analytischer Behandlung. Auch die besondere Form der letzteren, wie sie Steinmetz unter Benutzung der Schreibweise nach Art komplexer Grössen und der für diese geltenden Rechnungsregeln ausgebildet hat (**150**), schliesst die Kenntnis der elektrischen Leistung ein, ohne welche sie für praktische Zwecke nicht verwertbar ist. Leistungen im Felde einer Strombahn sind nun der Vorausberechnung meist nur sehr angenähert, oder auch praktisch überhaupt nicht ausreichend zugänglich, so dass diese Zerlegung alsdann im voraus nicht erfolgen kann, sondern erst nach Messung der Leistung.

Im allgemeinen wären also bei Stromverzweigungen soviel Leistungsmessungen als Zweige erforderlich, wenn auch die Messung der Summen-

leistung $\tilde{W}_G$ auf Grund der obigen Bestimmungsgleichung die Messung in einem Zweige ersetzen kann. Bei dem praktisch wichtigsten Fall von nur zwei Zweigen reicht man jedoch auch mit nur einer direkten Leistungsmessung $\tilde{W}_G$ aus, wenn ausserdem die gemeinschaftliche Spannung $\tilde{E}$ sowie die drei Stromstärken $\tilde{J}_G$, $\tilde{J}_a$ und $\tilde{J}_b$ gemessen werden (Fig. 121). Die Messung dieser

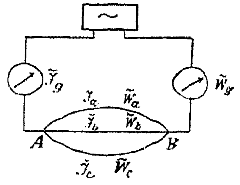


Fig. 119.

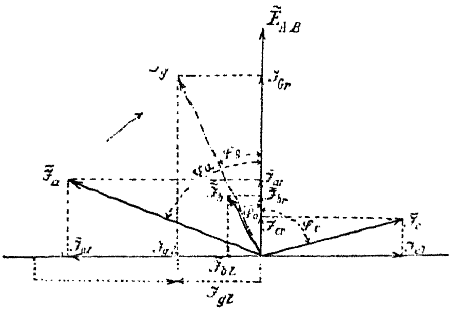


Fig. 120.

Grössen schliesst nämlich eine indirekte weitere Bestimmung der Leistungsverteilung auf die Zweige a und b ein (als sogenannte Dreiamperemeter-Methode, vgl. Bd. II) und ermöglicht die Konstruktion des Diagramms. Nach Anbringung der Wattmeterkorrektionen, welche durch die Messschaltung be-

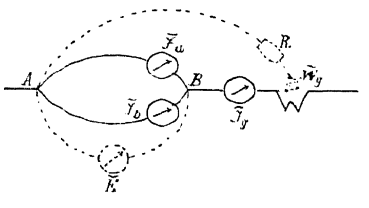


Fig. 121.

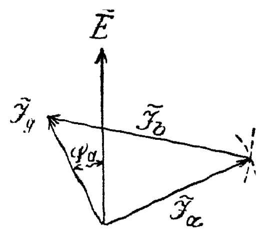


Fig. 122.

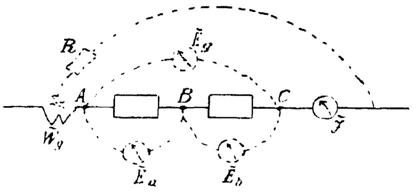


Fig. 123.

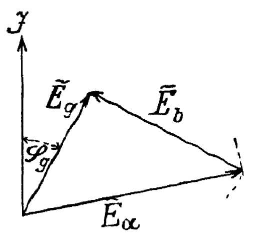


Fig. 124.

dingt werden (vgl. Bd. II), ist, von der Spannung $\tilde{E}$ ausgehend, zunächst $\tilde{J}_G$ im Diagramm durch

$$\cos \varphi_G = \tilde{W}_G : \tilde{E} \cdot \tilde{J}_G$$

festgelegt. Da $\tilde{J}_a$ und $\tilde{J}_b$ zusammen $\tilde{J}_G$ geometrisch ergeben müssen, so sind auch durch zwei Kreisbögen von den Enden von $\tilde{J}_G$ mit Radien, die am Amperemeter-Massstab für $\tilde{J}_a$ und $\tilde{J}_b$ entsprechend abgegriffen werden, diese

beiden in ihrer Lage gegenüber $\tilde{E}$ bestimmt und damit auch die weitere Zerlegung in die effektiven und die Leerkomponenten ermöglicht (vgl. Fig. 122 sowie auch 120).

Eine entsprechende Ermittelung ist auch bei Reihenschaltung mit nur einer direkten Leistungsbestimmung $\tilde{W}_G$ möglich und unter Umständen vorteilhaft (mittels der sogenannten Dreivoltmeter-Methode vgl. Bd. II), wobei nur eine Vertauschung der Stromwerte mit den Spannungswerten erfolgt, wie der Vergleich von Fig. 123 und 124 mit Fig. 121 und 122 sogleich erkennen lässt.

162. **Übereinanderlagerung, Verzweigung und Verkettung.** Die Parallelschaltung von Stromwegen ausserhalb der elektrischen Energiequelle (Stromquelle) mit gemeinschaftlicher Zuleitung (vgl. Fig. 119) legt die Vorstellung einer Übereinanderlagerung (Superposition), auch Nebeneinanderlagerung der später geteilten Stromstärken, in dieser gemeinschaftlichen Strombahn nahe. Am ehesten natürlich bei Gleichstrom mit der thatsächlich vorhandenen Zusammenzählung aller Zweigströme als Zuleitungsstrom; weniger natürlich oder wenigstens weniger einleuchtend bei Wechselstrom für die, welche nicht in Vektoren oder in geometrischer Zusammensetzung zu denken gewohnt sind. Dennoch ist auch hier die Vorstellung der Übereinanderlagerung sehr fruchtbar und bildet den Übergang zu der als Verkettung bezeichneten Zusammensetzung von Stromkreisen mit je einem gemeinschaftlichen Leiter. Hier wie dort hat man es mit der Vereinigung oder Zusammenlagerung von zwei bezw. mehr Phasenströmen in eine gemeinschaftliche Leitung zu thun. Die Stromstärke, welche von letzterer geführt und vom Messinstrument angezeigt wird, setzt sich in beiden Fällen aus zwei oder mehr Stromstärken mit verschiedener Phase, praktisch aber gleicher Periodizität zusammen. Ein Unterschied zwischen den beiden Fällen besteht insofern, als bei den verketteten Phasenströmen der Praxis einmal nicht mehr als zwei Stromstärken verschiedener Phase in derselben Leitung vereinigt zu werden pflegen, ein zweites Mal die Verschiedenheit der Phase beider einen angenähert bestimmten Betrag von 90^0 bezw. 60^0 besitzt. Bei der oben (**161**) erwähnten Verzweigung liegt aber der allgemeine Fall vor, bei welchem die Anzahl der Verzweigungen, ebenso wie die gegenseitige Phasenverschiebung, beliebig gross ist. Der letztgenannte Umstand bewirkt, dass bei einer gegenseitigen Phasenverschiebung von mehr als 90^0 alsdann die eigentümliche Erscheinung eintritt, welche als Resonanz bezeichnet wird (**145**) und in einer gegenseitigen Stromaufhebung in der Zuleitung in einem solchen Masse besteht, dass die geometrisch zusammengesetzte Stromstärke $\tilde{J}_g$ in der gemeinsamen Zuleitung an Grösse oft hinter den Teilwerten zurückbleibt.

Im Grunde genommen ergiebt sich aber diese Erscheinung, ebenso wie die analoge bei der Spannungszusammensetzung, sehr einfach aus der etwas weiter getriebenen Folgerung der Erscheinung bei jeder Zusammensetzung von Phasenströmen, wie sie z. B. bei der Verkettung in Dreieckschaltung vorliegt (vgl. hierzu Fig. 130 und 135 in **165**). Auch hier liefern die beiden Phasenströme $\tilde{J}_{3,1}$ und $\tilde{J}_{1,2}$, auf die gemeinsame Stromstärke $\tilde{J}_1$ in der Fernleitung bezogen, zwei sich gegenseitig aufhebende Komponenten, $\tilde{J}_{1,2} \cos 60^0$ und $\tilde{J}_{1,3} \cos 60^0$, wenn diese auch hier nicht als Leerkomponenten angesprochen werden können. Für diese Bezeichnung

ist vielmehr die Phasenverschiebung von $\tilde{J}_{3,1}$ und $\tilde{J}_{1,2}$ gegen ihre zugehörigen Spannungen $\tilde{E}_{3,1}$ bezw. $\tilde{E}_{1,2}$ massgebend. Hierin, d. i. in der Zugehörigkeit einer gleich grossen Anzahl von verketteten Spannungen verschiedener Phase, liegt der Hauptunterschied zwischen der Stromverzweigung bei Einphasenstrom und der Verkettung von Mehrphasenströmen. Auch hier bilden sonach die energetischen Verhältnisse ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal, während die aus den Stromstärkemessungen sich ergebenden Stromzerlegungen in beiden Fällen durchaus übereinstimmen.

Die Verwickelung der Verhältnisse wächst ausserordentlich, wenn man den Versuch macht, eine allgemeine Lösung des Ausgleichproblems aufzustellen unter Berücksichtigung aller Eigenschaften des Leitungsweges. Diese Erscheinungen bei beliebig langen Leitungen mit verteilter Kapazität und Selbstinduktion führen zum Teil bereits über den Rahmen dieses Abschnittes hinaus und hinüber zu den Erscheinungen der elektrischen Schwingungen, wo ein Abklingen infolge mehr oder weniger grosser Dämpfung eintritt.

Vor Eingehen auf diese Erscheinungen (**169**) sind aber noch die einfacheren Fälle zu erledigen, bei denen nicht die bisher betrachtete Reihen- und Parallelschaltung von Kreislaufstrecken ausserhalb der Spannungserzeuger, sondern diejenige der Stromquellen selbst vorliegt. Auch hier ergeben sich die folgenden Erscheinungen aus dem erwähnten Prinzip der Übereinanderlagerung, und zwar bei Reihenschaltung für die Spannungen, bei Parallelschaltung für die Stromstärken. Doch ist auch hier überall zu beachten, dass die Benutzung der Messwerte nur bei Gleichstrom eine algebraische Zusammenzählung möglich macht, während bei Wechselstrom die geometrische Zusammensetzung unter Berücksichtigung der Phase Platz greift. Über die Zusammensetzung von Teilspannungen in Wechselstromdynamos siehe H. Bd. IV, Kap. 10; über die Verkettung von Wechselspannungen ebenda Kap. 11; 14; 15 sowie in **165**. **163. Parallelschaltung von Spannungsquellen.**

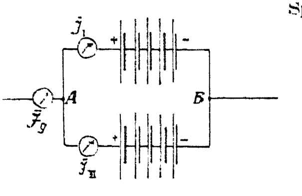


Fig. 125.

Bei Gleichstrom wird also Reihenschaltung von einzelnen Spannungsquellen, z. B. Akkumulatorzellen, die Summe der Einzelspannungen liefern, wobei natürlich für den Fall der Stromlieferung der Spannungsabfall infolge inneren Widerstandes jeder Einzelquelle zu berücksichtigen ist, und die an den äusseren Enden des Stromkreises wirkende Spannung als Summe der Klemmenspannungen aller Einzelquellen sich ergiebt. Bei Parallelschaltung von Gleichspannungselementen ist zu beachten, dass die Spannung zwischen den gemeinsamen Punkten A und B (vgl. Fig. 125) notgedrungen nur einheitlich sein kann, woraus alle weiteren Erscheinungen gefolgert werden können. In Übereinstimmung mit dem Prinzip der Übereinanderlagerung folgt

$$J_g = J_I \pm J_{II}.$$

Gleichheit der Stromlieferung von beiden Hälften oder $+J_1 = +J_2$ wird nur eintreten, wenn die Summenspannung und der innere Widerstand der einen Hälfte denselben Grössen der anderen Hälfte vollkommen gleich sind. Besteht gleiche Summenspannung, aber Ungleichheit des inneren Wider-

standes, so wird die Stromlieferung der beiden Parallelzweige ungleich. Allgemein wird die Stromlieferung der beiden durch die Gleichung bestimmt

$$\sum_1^n \overline{E}_I - \overline{J}_I \cdot \sum_1^n \varrho_I = \sum_1^m \overline{E}_{II} - J_{II} \cdot \sum_1^m \varrho_{II},$$

wenn $\overline{E}$ und ϱ die EMK bezw. den inneren Widerstand der n-Elemente von Zweig I oder der m-Elemente von Zweig II bezeichnen. Für $\sum_1^n \overline{E}_I = \sum_1^m \overline{E}_{II}$ folgt:

$$\overline{J}_I : \overline{J}_{II} = \sum_1^m \varrho_{II} : \sum_1^n \varrho_I.$$

Das Kirchhoffsche Gesetz, wonach bei einer Verzweigung die Stromstärken umgekehrt wie die Ausgleichwiderstände sich verhalten, gilt also auch hier, insofern bei gleichen EMKK die gelieferten Stromstärken umgekehrt wie die Summen der inneren Widerstände sich verhalten. Weiterhin folgt aus obiger Gleichung, dass bei Ungleichheit von $\Sigma \overline{E}_I$ und $\Sigma \overline{E}_{II}$ im allgemeinen Ausgleichströme zwischen den beiden Parallelzweigen auftreten können. Dies wird dann eintreten, wenn unter der Annahme, dass I die höhere EMK besitzt,

$$\sum_1^n \overline{E}_I - \overline{J}_g \cdot \sum_1^n \varrho_I > \sum_1^m \overline{E}_{II}$$

wird. Alsdann wird $\overline{J}_I > \overline{J}_g$ und $\overline{J}_{II}$ negativ. $\overline{J}_{II}$ ist hierbei durch die Gleichung bestimmt

$$\sum_1^n \overline{E}_I - \sum_1^m \overline{E}_{II} - \overline{J}_g \sum_1^n \varrho_I = \overline{J}_{II} \left(\sum_1^n \varrho_I + \sum_1^m \varrho_{II} \right).$$

Diese Formeln gelten für alle Gleichspannungserzeuger, also auch für Dynamos und die Erscheinungen beim Parallelschalten derselben (vgl. Bd. VII).

Unter Berücksichtigung des Vektorencharakters bei Wechselstrom lassen sich diese Betrachtungen auch auf Wechselstromverhältnisse übertragen. Namentlich für das Parallelschalten von Wechselspannungserzeugern besitzen die auftretenden wattlosen Ausgleichströme zwischen Dynamos mit verschiedener Erregung und die ausgleichenden Wattströme zwischen Dynamos von verschiedener Geschwindigkeit (Polargeschwindigkeit des Spannungsvektors im Diagramm) eine technische Wichtigkeit (näheres siehe Bd. IV, Kap. 54). Ebenda über die Hintereinanderschaltung von Wechselspannungserzeugern in Kap. 56.

164. Verkettung bei Gleichspannung. Eine besondere Art der Zusammensetzung von Stromkreisen bildet die „Verkettung“ derselben. Zum Unterschied von den bisher betrachteten Schaltungsweisen spricht man von einer Verkettung dann, wenn eine Teilung der gesamten EMK des Kreislaufsystems durch Leitungen erfolgt, welche mehreren Stromkreisen — praktisch sind es wohl meist zwei — gemeinschaftlich sind. Diese Bezeichnung „Verkettung“ ist zwar erst bei den mehrphasigen Wechselstromsystemen üblich geworden, kann aber in dem soeben erwähnten allgemeineren Sinne gefasst auch auf Einphasen- und Gleichstromverhältnisse angewendet werden. Das einfachste Beispiel einer solchen Ver-

kettung wäre hiernach das Dreileitersystem (Fig. 126), bei welchem die Ausgleichleitung, welche bei C mündet und die Gesamtspannung unterteilt, zwei Stromkreisen angehört. Auch hier gestattet das Prinzip der Übereinanderlagerung die Ausgleicherscheinungen, namentlich die in C und den Teilstrecken des Mittelleiters auftretende Differenzstromstärke $J_I - J_{II}$, in Grösse und Richtung ohne Schwierigkeit abzuleiten. (Näheres über die technisch wichtigen Verhältnisse vgl. Bd. III und Bd. VI.) Die Übereinanderlagerung eines Zwei- und Dreileitersystems, wie sie Fig. 126 durch die direkte Verbindung der von den Enden A und B ausgehenden Leitungen andeutet, bietet hierbei ebensowenig etwas wesentlich Neues als die Wiederholung der Verkettung, wie sie in Vier- oder Fünfleiteranlagen u. s. f. zur Ausführung gelangt. Technisches Interesse besitzen noch die Verhältnisse für den Fall der Lostrennung des Mittelleiters von C, also der Überführung des Leitungssystems in einen gewöhnlichen Kreislauf mit Verzweigung ausserhalb der Stromquelle, da hierdurch die Spannungsverteilung wesentlich beeinflusst wird. Bei Fig. 126 war die Spannung zwischen Aussenleiter und Mittelleiter in erster Linie durch die Spannungen AC und CB bedingt und wich von diesen nur um den Spannungsabfall in den Leitungen ab. Bei Fig. 127 ist

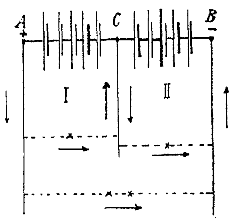


Fig. 126.

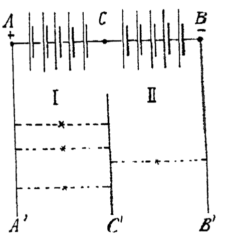


Fig. 127.

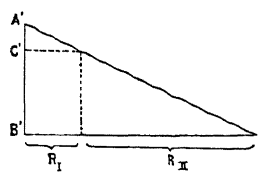


Fig. 128.

das Verhältnis der Spannungen $\frac{A'-C'}{C'-B'}$ nur durch das Verhältnis der Ausgleichwiderstände bei I und II bestimmt und wird daher um so mehr von dem Verhältnis 1 : 1 abweichen, je stärker der gesamte Ausgleichwiderstand zwischen A' und C' von demjenigen zwischen C' und B' abweicht. Die Spannungen werden sich also angenähert umgekehrt wie die bei I und II eingeschaltete Anzahl von Konsumapparaten mit gleichem Strombedarf (Glühlampen) verhalten. Die Proportionalität des Ausgleichwiderstandes R mit dem Spannungsabfall erzeugt eine Ungleichheit der Spannungen $A'C'$ und $C'B'$, wie Fig. 128 erkennen lässt. Dasselbe gilt unter Berücksichtigung des Vektorencharakters der Wechselstromgrössen bei Benutzung dieser Schaltungen für einphasigen Wechselstrom ausserhalb des Generators.

Eine Erweiterung gestattet erst die Verwendung von mehrphasigen Strömen, oder genauer die Teilung der EMK von Wechselspannungs-Generatoren in Unterspannungen mit verschiedener Phase. Der bisher völlig einseitige Charakter der Stromkreisverkettungen lässt sich alsdann in einen cyklischen überführen, woraus eine ganze Reihe neuer und spezifischer Erscheinungen sich ergeben.

Es fällt bei Betrachtung der Fig. 126 sofort in die Augen, dass bei den gewöhnlichen Mehrleitersystemen Spannung und Strom stets in der Richtung von A nach B verlaufen müssen, sei es dass der Weg über den Mittelleiter C 165. Cyklische Verkettung

bei Wechselstrom. oder direkt von A nach B geht. Ein Kreislaufcharakter ist also nur bei Hinzunahme der Stromquelle vorhanden, nicht aber bei den Zweigleitungen unter sich. Eine solche Verkettung (im engeren Sinne), bei welcher eine Gleichwertigkeit der drei cyklisch nach dem Ausgangspunkte zurücklaufenden Zweige AC, CB, BA ermöglicht wird, ist durch Vereinigung von Wechselspannungen mit gleicher Periodizität, aber je um $^1/_3$ Periodendauer versetzter Phase erhältlich. Die Verkettung der drei unter sich gleichen Einphasenwicklungen mit den um je 120^0 in der Phase versetzten Wechselspannungen kann, auf die Fernleitung bezogen, einmal im Sinne der Reihenschaltung je zweier Wicklungen erfolgen (vgl. Fig. **129**). Alsdann geht geometrische Summation je zweier Wicklungsspannungen (Phasenspannungen) Hand in Hand mit der geometrischen Zerlegung der in Wicklung und Fernleitung gemeinschaftlichen Stromstärke, etwa $\tilde{J}_1$, in die Stromstärken zweier Nachbarkreise $\tilde{J}_{1,2}$ und $\tilde{J}_{1,3}$, was sich etwa durch

$$\tilde{E}_{1,2} < \begin{matrix} \tilde{E}_{2,0} \\ E_{0,1} \end{matrix} \quad \text{und} \quad \tilde{J}_{0,1} = \tilde{J}_1 < \begin{matrix} \tilde{J}_{1,2} \\ \tilde{J}_{1,3} \end{matrix} \quad \text{u. s. f.}$$

andeuten liesse (vgl. **106**). Dies giebt die offene oder Sternschaltung der Generatorseite in Verbindung mit Dreieckschaltung im Konsumgebiet. Ebensowohl kann aber ein zweites Mal die Verkettung der Generatorwicklungen im Sinne der Parallelschaltung erfolgen ohne Zusammensetzung der Phasen-

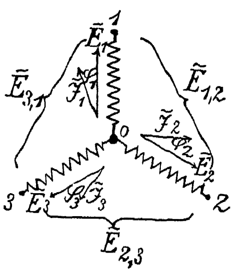


Fig. 129.

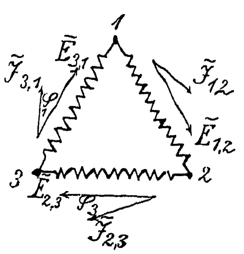


Fig. 130.

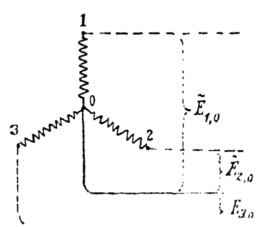


Fig. 131.

oder Wicklungsspannungen. Bei Gleichheit von Wicklungsspannung und Spannung zwischen den Fernleitungen **1**, 2, 3 — meist als Phasenspannung und Hauptspannung unterschieden — setzt sich alsdann der Fernleitungsstrom, etwa $\tilde{J}_1$, aus den Wicklungsströmen $\tilde{J}_{1,3} = -\tilde{J}_{3,1}$ und $\tilde{J}_{1,2}$ geometrisch zusammen (vgl. Fig. 130), also

$$\tilde{E}_{3,1} = -\tilde{E}_{1,3} \quad \text{und} \quad \tilde{J}_1 < \begin{matrix} J_{1,3} \\ J \end{matrix} \quad \text{u. s. f.}$$

Dies giebt die geschlossene oder Dreieckschaltung, auch Ringschaltung. Eine Abänderung der Sternschaltung dahin, dass die Konsumspannungen auch gleich den Phasenspannungen sind, bietet die Sternschaltung mit Nullleitung. Die zwischen den Fernleitungen **1**, **2**, **3** vorhandenen Hauptspannungen $E_{1,2}$ bezw. $E_{2,3}$ bezw. $E_{3,1}$ bilden also nicht, wie bei der ersten

Schaltung gleichzeitig die Konsumspannungen, letztere sind vielmehr durch $E_{1,0}$, $E_{2,0}$, $E_{3,0}$ gegeben (vgl. Fig. 131). Die Nullleitung zwischen den drei zusammengehörigen Abzweigungen dient als Neutral- oder Ausgleichleitung und führt nur für den Fall ungleicher Belastung der drei Zweige auch Strom nach dem Nullpunkt des Generators. In dieser Beziehung besteht eine gewisse Analogie zwischen ihr und dem Mittelleiter bei Gleichstrom.

Was bei verkettetem Dreiphasenstrom den Zusammenhang zwischen den Grössen der Phasenwicklungen und der Fernleitungen betrifft, so hat man bei Richtung und Grösse zur Vermeidung von Denkfehlern streng auf folgendes zu achten: In der üblichen Diagrammdarstellung, welche nur die drei ausgezogenen Pfeile der Fig. 132 enthält, sind eigentlich gedanklich stets die strichlierten negativen Maximalwerte, also bei der Spannung die nach einer halben Periode vorhandene Umkehr der elektrischen Druckrichtung in jeder Phasenwicklung, hinzuzufügen, was das vervollständigte Diagramm der Fig. 132 liefert. Die Indices der Symbole wurden hierbei der Sternschaltung entsprechend gewählt. Bei Zusammensetzung zweier Phasenspannungen, etwa $\tilde{E}_3$ und $\tilde{E}_1$, zu der Fernleitungsspannung $\tilde{E}_{3,1}$ als dem resultierenden elektrischen Druck, welcher von der Fernleitung 3 nach der Fernleitung 1 gerichtet ist, ist auf den Kreislaufcharakter der Teildrucke 1031 oder besser $\overset{1}{\underset{3}{\circlearrowright}}{}^{0}$ zu achten. Hieraus folgt die geometrische Zusammensetzung von $\tilde{E}_{1,0}$ und $\tilde{E}_{0,3}$ bezw. $\tilde{E}_{3,0}$ und $\tilde{E}_{0,1}$, also nicht der ausgezogenen Pfeile des Diagramms, sondern stets je eines ausgezogenen und eines strichlierten, etwa $+E_1$ und $-E_3$, zu den in Fig. 132 punktiert angegebenen Fernleitungsspannungen bezw. Klemmenspannungen der in Stern geschalteten drei Phasenwicklungen des Generators. Wegen der cyklischen Vertauschbarkeit gilt dies in genau gleicher Weise für jede Kombination aus zwei Phasenwicklungen; ebenso gilt es für die analog behandelten Stromstärken unter sich, doch sind die aus unsymmetrischer Belastung (166) sich ergebenden Folgerungen nicht zu übersehen. Bei Benutzung zweier Indices, wie im vorliegenden Fall, ist streng auf deren Reihenfolge zu achten, da hierdurch die Richtung zum Ausdruck gelangt, weshalb die Indices des Diagramms unter sich auch stets den geschlossenen Kreislauf kennzeichnen müssen. Für das Diagramm der Fernleitungsspannungen, welches um 30° gegen das Phasenspannungsdiagramm verschoben ist (vgl. Fig. 134), würde hiernach, wiederum bei Benutzung nur einer Pfeilrichtung und bei Bewegung im Uhrzeigersinn, zu schreiben sein:

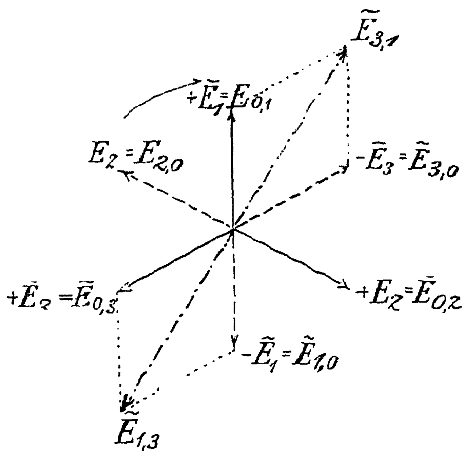


Fig. 132.

$$\tilde{E}_{3,1} \cdots \tilde{E}_{1,2} \cdots \tilde{E}_{2,3} \text{ u. s. f.}$$

Bei Darstellung des Verlaufs der drei Phasenwicklungsgrössen, etwa der Spannungen, in Linienkoordinaten mit der Zeit in 10^{-2} Sekunden für $z = 100$

als Abscisse (Fig. 133) darf gleichfalls nicht übersehen werden, dass die Zusammensetzung der in Stern geschalteten Phasenwerte zu den Fernleitungs- oder Klemmenspannungen sich hier nicht durch algebraische Summierung ergiebt, wie dies bei der Zusammensetzung der Elementarspannungen innerhalb derselben Wicklung der Fall ist. Die Ermittelung der resultierenden Fernleitungsspannung muss vielmehr durch Differenzbildung erfolgen, etwa

$$e_{3,1} = e_{0,1} - e_{0,3} = e_{3,0} + e_{0,1}.$$

Die alsdann auftretende Phasenverschiebung zwischen $e'_{3,1}$ und e_1' von 30^0 ist auch hier deutlich kenntlich. Nur ist zur Erreichung einer Eindeutigkeit über Voreilung und Nacheilung auch eine unzweideutige Festsetzung der Zeitrichtung, bezw. im Polardiagramm des Drehsinns, erforderlich. Setzt man etwa bei Fig. 132 fest, dass die Zeitrichtung dadurch bestimmt sein soll, dass über eine feststehend gedachte Zeitmarke, z. B. in der positiven Vertikalen, das Diagramm sich im Uhrzeigersinn fortdrehen soll, so eilt Pfeil

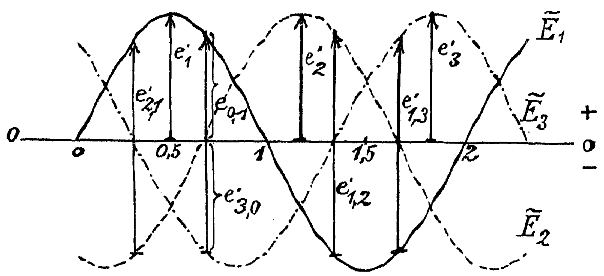


Fig. 133.

$\tilde{E}_{3,1}$ dem Pfeil $\tilde{E}_{0,1}$ um $30^0 = \frac{1}{12}$ voraus. Für Fig. 133 würde man dieselbe Zeitrichtung erhalten, wenn über eine feststehende Zeitmarke das Diagramm von links nach rechts fortgezogen gedacht würde. Eine Umkehrung der Zeitrichtung würde sich also in beiden Fällen ergeben, wenn das Diagramm als feststehend angesehen wird und man sich bei Fig. 132 den Zeitvektor im Uhrzeigersinn drehend, bei Fig. 133 die Zeitabscisse von links nach rechts fortschreitend vorstellt.

Schiebt man die drei Phasenspannungen $\tilde{E}_{0,1}$; $\tilde{E}_{0,2}$; $\tilde{E}_{0,3}$ der Sternschaltung (vgl. Fig. 129) zu dem Polardiagramm zusammen, so erhält man zunächst den gleichbezeichneten Stern in Fig. 134. Man denke sich die Fernleitungen zunächst unbelastet. Die Hauptspannungen in Richtung und Grösse ergeben sich alsdann unter Berücksichtigung des Umstandes, dass bei der Zusammensetzung je zweier Phasenspannungen stets die eine mit umgekehrter Richtung in das Kräfteparallelogramm (vgl. Fig. 132) einzusetzen ist. Bei Drehung im Uhrzeigersinn und bei Benutzung der Schreibweise $\tilde{E}_{0,3} = -\tilde{E}_{3,0}$ ergiebt sich sonach die Hauptspannung $\tilde{E}_{3,1}$ als Parallele zu der Verbindung der Endpunkte 3 und 1. Der von den Hauptspannungspfeilen gebildete Stern ist also, wie oben ausgeführt, um 30^0 gegen den Phasenstern versetzt, da sich in gleicher Weise $\tilde{E}_{1,2}$ aus $\tilde{E}_{1,0} = -\tilde{E}_{0,1}$ und $\tilde{E}_{0,2}$ zusammensetzt und $\tilde{E}_{2,3}$ aus $\tilde{E}_{2,0}$ und $\tilde{E}_{0,3}$.

Jetzt mögen die Fernleitungen belastet werden, so zwar zunächst, dass der Ausgleich, welcher zwischen den Fernleitungen stattfindet, bei allen drei Zweigen von gleicher Stärke angenommen sei und mit den Hauptspannungen in Phase übereinstimme, oder kürzer, es sei induktionsfreie symmetrische Belastung vorausgesetzt. Der Stern, welcher von den Stromstärken zwischen den Fernleitungen $\tilde{J}_{3,1}$; $\tilde{J}_{1,2}$; $\tilde{J}_{2,3}$ gebildet wird, deckt sich also der Richtung nach mit dem Stern der Hauptspannungen. Jede Wicklung muss den Strom für zwei durch die Fernleitung verkettete Nachbarkreise (vgl. oben) liefern bezw. aufnehmen. Berücksichtigt man, dass in Übereinstimmung mit den Spannungspfeilen $\tilde{E}_{3,1}$ und $\tilde{E}_{1,2}$, welche um mehr als 90° oder $\frac{T}{4}$ voneinander abstehen, auch der Strom $\tilde{J}_{3,1}$ nach Punkt 1 hinfliesst, während $\tilde{J}_{1,2}$ von ihm wegfliesst, sowie dass die beiden Stromrichtungen um 120° voneinander abweichen, so ergiebt sich als Stromstärke $\tilde{J}_{0,1}$ für Wicklung und Fernleitung 1 der resultierende Strom $\tilde{J}_{0,1}$, welcher mit $\tilde{E}_{0,1}$ in Phase ist; ganz analog ergeben sich in Grösse und Phase die das Dreieck schlies-

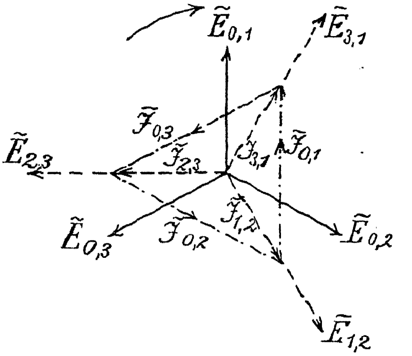


Fig. 134.

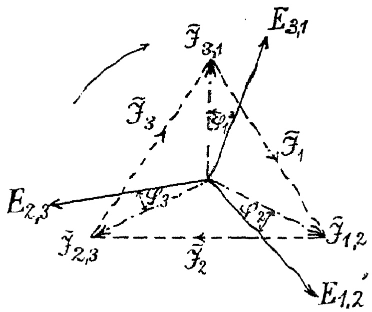


Fig. 135.

senden Stromstärken $\tilde{J}_{0,3}$ und $\tilde{J}_{0,2}$ in Phase mit $\tilde{E}_{0,3}$ bezw. $\tilde{E}_{0,2}$, wobei man diese Phasenstromstärken sich natürlich auch zu einem Stern zusammengeschoben denken kann, der sich mit den zugehörigen Phasenspannungen deckt. Für symmetrische Ausgangsspannungen und symmetrische Belastung ist offenbar jede Hauptspannung $= \sqrt{3}\cdot$ Phasenspannung, also (vgl. Fig. 132)

$$\tilde{E}_{3,1} = \tilde{E}_{0,1}\cdot\cos 30 + \tilde{E}_{3,0}\cdot\cos 30 = 2\,\tilde{E}_{0,1}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \tilde{E}_{0,1}\cdot\sqrt{3},$$

ebenso

$$\tilde{J}_{0,1} = \sqrt{3}\cdot\tilde{J}_{3,1}.$$

Bei Phasenverschiebung des Stromes hat man den verwickelteren allgemeinen Fall zu unterscheiden von dem einfacheren Grenzfall. Letzterer wird gebildet durch induktive aber symmetrische Belastung. Hierbei, also bei gleicher Belastung und gleichem Phasenverschiebungswinkel in allen drei Zweigen, erleidet der Stern der Stromstärken im Diagramm eine entsprechende Verdrehung gegen den zugehörigen Spannungsstern. Dies ist in Fig. 135 angedeutet, welche die Zusammenschiebung der Spannungs- und Strompfeile von Fig. 130 — Darstellung für Dreieckschaltung — zum Dia-

gramm wiedergiebt, sowie auch die daraus resultierenden Leitungsstromstärken $\tilde{J}_1$, $\tilde{J}_2$, $\tilde{J}_3$ enthält.

Man erkennt weiterhin, dass unter Berücksichtigung der Ausführungen in **157** die Leistung des ganzen Dreiphasensystems sich allgemein zu

$$\tilde{W}_{III} = \tilde{E}_{3,1} \cdot \tilde{J}_{3,1} \cdot \cos \varphi_1 + \tilde{E}_{1,2} \cdot \tilde{J}_{1,2} \cdot \cos \varphi_2 + \tilde{E}_{2,3} \cdot \tilde{J}_{2,3} \cdot \cos \varphi_3$$

ergiebt.

Bei Sternschaltung kann hierfür auch die gleichwertige Leistung der drei Sternwicklungen treten

$$\tilde{W}_{III} = \tilde{E}_{0,1} \cdot \tilde{J}_{0,1} \cdot \cos \varphi_1 + \tilde{E}_{0,2} \cdot \tilde{J}_{0,2} \cdot \cos \varphi_2 + \tilde{E}_{0,3} \cdot \tilde{J}_{0,3} \cdot \cos \varphi_3.$$

166. Unsymmetrische Belastung bei verkettetem Mehrphasenstrom.

Bei ungleichen Belastungen wird stets die Bedingung erfüllt sein müssen, dass die in einem Punkt zusammenfliessenden Stromstärken den Wert Null ergeben. Bei der Schaltung in Fig. 131 mit durchgeführter Nullleitung wird diese die Ungleichmässigkeiten ausgleichen, ähnlich wie der Mittelleiter einer Mehrleiteranlage. Bei gewöhnlicher Sternschaltung hingegen (Fig. 129 und 134) muss dies durch die beiden anderen Sternwicklungen erfolgen, womit nicht nur eine Verschiebung des Stromstärkesternes Hand in Hand geht, sondern durch die Verschiedenheit der Rückwirkung auf die Ankerwicklungen auch die Spannungen in Grösse, Phase und Kurvenform Veränderungen oder Verzerrungen erfahren (vgl. hierzu H. Bd. IV, § 40 sowie ETZ 1895, 408). Es sei etwa in Fig. 129 nur der Zweig 1, 3 belastet, hingegen 1, 2 und 2, 3 unbelastet. Bei induktionsfreier Belastung im Zweig 1, 3 würde also in Fig. 134 nur $\tilde{J}_{3,1}$ endlich, hingegen $\tilde{J}_{2,3}$ und $\tilde{J}_{1,2}$ gleich Null werden, woraus folgt:

$$\tilde{J}_{3,1} = \tilde{J}_{0,1} = \tilde{J}_{3,0} = -\tilde{J}_{0,3}.$$

Das strichpunktierte Stromdreieck reduziert sich also auf die Grade $\tilde{J}_{3,1}$. Infolge der gleichen Grösse aber gegensätzlichen Richtung von $\tilde{J}_{0,1}$ und $\tilde{J}_{0,3}$ sowie des beiderseits gleichen Winkels von 90° zwischen $E_{0,2}$ und diesen beiden Phasenströmen wird ihre Ankerrückwirkung auf $\tilde{E}_{0,2}$ wegfallen, hingegen auf $\tilde{E}_{0,1}$ (Spannung) erhöhend wirken, weil $\tilde{J}_{0,1}$ voreilt, auf $\tilde{E}_{0,3}$ erniedrigend, weil $\tilde{J}_{0,3}$ nacheilt, nämlich je um 30°. Diese Verhältnisse kann man zwar an dem Diagramm studieren und die absoluten Werte aller Grössen in einem bestimmten Moment durch Projektion auf den Zeitvektor oder Fahrstrahl OF erhalten, wobei dessen Verlängerung jenseits des Nullpunkts (in Fig. 136 strichliert) die Werte mit entgegengesetztem Vorzeichen kennzeichnet; immerhin wird aber bei einer grossen Zahl von Vektoren folgende, von Steinmetz (vgl. W. E. Kap. VI) als „topographische Methode“ bezeichnete Abänderung des Polardiagramms Vorteile bieten, weil sie die Übersicht erleichtert.

Bei dieser Diagrammdarstellung wird die Vektorlinie selbst weggelassen und die Sinuswelle nur durch den Punkt bezeichnet, welcher im Polardiagramm den Endpunkt des entsprechenden Vektors gebildet hätte. Man könnte dies auch so ausdrücken, dass ein bestimmter Punkt als Anfangs- oder Neutralpunkt O zur Beziehung gewählt wird — ähnlich wie in der Potentialtheorie die Erde als Nullpotential — in der Weise, dass der grade Abstand von diesem Punkt die Spannungsgrösse (Intensität) gegenüber dem

Nullwert angiebt entsprechend dem Potential. (Über einen weiteren Ausbau der Anwendung dieses „Wechselpotentiales" durch GÖRGES siehe ETZ 1898, 164.) Der Winkel zwischen diesen gedachten Graden oder weggelassenen Vektoren würde wiederum den Phasenabstand ausdrücken, die Entfernung zwischen irgend zwei Punkten der Ebene würde die zwischen ihnen vorhandene elektrische Spannung geben und die Richtung der Verbindungsgraden den Phasenabstand gegenüber irgend einer anderen.

In Fig. 137 bedeuten die Punkte E_1^0, E_2^0 und E_3^0 die Ausgangsspannungen (EMKK) einer Dreiphasenwicklung in Sternschaltung (vgl. Fig. 129); die Verbindungslinien derselben, welche ein gleichseitiges Dreieck mit dem Nullpunkt O als Mittelpunkt liefern, sind die Fernleitungs- oder Hauptspannungen bei offenem Stromkreis (in Fig. 137 ausgezogen). Wird jetzt, wie im obigen Beispiel angenommen, nur der eine Zweig, etwa $E_1^0\,E_2^0$, belastet, die beiden anderen nicht, so kann man die Konstruktion der Klemmenspannungen des „unbalanzierten" Dreiphasensystems auf folgendem Wege

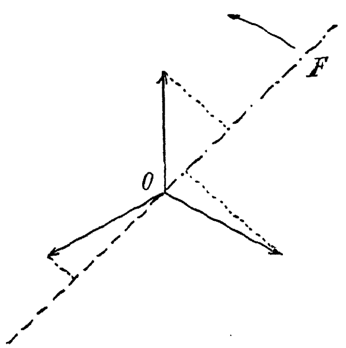


Fig. 136.

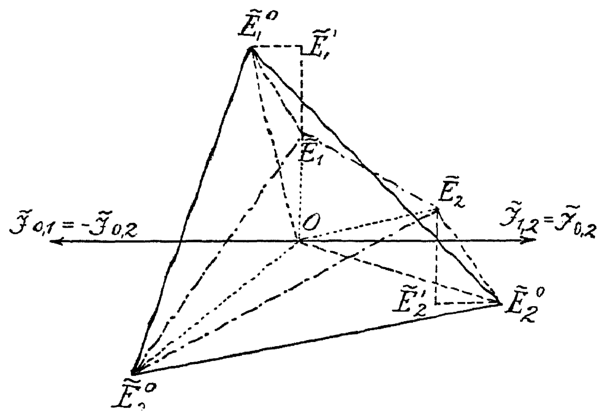


Fig. 137.

erhalten. Im Zweige 1,2 sei die Belastungsstromstärke $J_{1,2}$ durch den gleichnamigen Pfeil in Grösse und Phase gegenüber $E_1^0\,E_2^0$ angegeben. Nach den früheren Betrachtungen muss alsdann der Ankerstrom $J_{0,2}$ und $J_{0,1}$ gleich gross, aber entgegengesetzt gerichtet sein und mit $J_{1,2}$ zusammenfallen. Der Spannungsabfall (vgl. Fig. 137) in jeder der beiden Wicklungen, etwa noch in Verbindung mit der anschliessenden Fernleitung, ist in dem Betrage

$$\delta_R = \tilde{J}_{1,2} \cdot R_1 \text{ Volt} = E_1^0\,E_1' \text{ bezw. } \tilde{J}_{1,2} \cdot R_2 \text{ Volt} = E_2^0\,E_2'$$

in Richtung des Stromvektors gelegen, dagegen in dem Betrage

$$\delta_L = \tilde{J}_{1,2} \cdot \omega \cdot L_1 = E_1'\,E_1 \text{ bezw. } \tilde{J}_{1,2} \cdot \omega \cdot L_2 = E_2'\,E_2$$

senkrecht zum Stromvektor und diesem nacheilend (vgl. die strichlierten Dreiecke in Fig. 137). Die Reaktanzen $\omega\,L_1$ bezw. $\omega\,L_2$ hätten hierbei sowohl die Streuung oder den wirksamen Selbstinduktionskoeffizienten als auch die Ankerrückwirkung zum Ausdruck zu bringen, gegebenenfalls in Verbindung mit den Fernleitungsreaktanzen. Die resultierenden Punkte E_1 bezw. E_2 geben mit dem unveränderten Punkte $E_3 = E_3^0$ die Klemmenspannungen

bezw. Konsumspannungen, und zwar der Stern aus punktierten Graden die Phasenspannungen (bezogen auf den Neutralpunkt), das strichpunktierte Dreieck die unbalanzierten Hauptspannungen an den Maschinenklemmen bezw. Konsumstellen.

Der Fall, dass zwei Zweige, nämlich 1, 2 und 1, 3, belastet sind, hingegen der dritte 3, 2 unbelastet bleibt, ist in Fig. 138 dargestellt. Auch hier bedeuten wiederum $\tilde{E}_1^0$, $\tilde{E}_2^0$, $\tilde{E}_3^0$ die ursprünglich symmetrischen (ausbalanzierten) offenen Spannungen (EMKK). Wie die Ausführungen zu Fig. 134 ergeben, werden bei Nullsetzung von $\tilde{J}_{2,3}$ die Stromstärken in den drei Phasenwicklungen durch das Stromstärkedreieck mit den Seiten $\tilde{J}_{3,1} = \tilde{J}_{0,3}$, ferner $\tilde{J}_{1,2} = \tilde{J}_{0,2}$ und $\tilde{J}_{0,1}$ dargestellt. Wird Grösse und Phasenverschiebung der beiden Belastungen durch die Stromstärken $\tilde{J}_{1,2}$ bezw. $\varphi_{1,2}$ und $\tilde{J}_{3,1}$ bezw. $\varphi_{3,1}$ in Fig. 138 gekennzeichnet, so ergeben sich die Stromstärken in den drei Phasen-

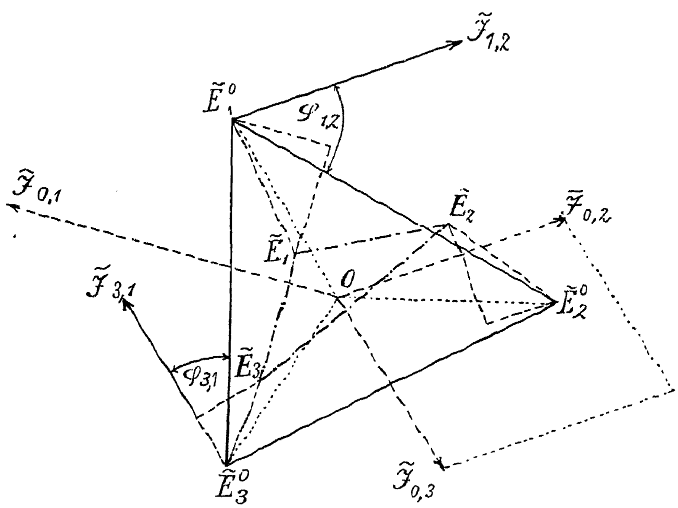


Fig. 138.

wicklungen in Grösse und Phase durch den Stern aus $\tilde{J}_{0,2}$, $\tilde{J}_{0,3}$ und $\tilde{J}_{0,1}$, der strichliert angegeben ist und in O mündet. Die Konstruktion der drei strichliert angegebenen Dreiecke für den Spannungsabfall erfolgt wie bei Fig. 137, woraus sich die drei Punkte $\tilde{E}_1$, $\tilde{E}_2$ und $\tilde{E}_3$ ergeben, welche die Klemmenspannungen, oder, bei Hinzunahme des Spannungsabfalls in der Leitung, die Konsumspannungen am Ende der Fernleitung charakterisieren. Die strichpunktierten Verbindungslinien liefern die wiederum unbalanzierten Hauptspannungen, sowie auch die Phasenverschiebungen gegenüber den zugehörigen Belastungsstromstärken im Aussenkreis. Für Belastung aller drei Zweige ist die Konstruktion ganz entsprechend durchzuführen und ergiebt für gleiche Stromstärken und Phasenverschiebungen ein gleichseitiges, ausbalanziertes Klemmenspannungs- bezw. Konsumspannungsdreieck.

Verkettete Zweiphasenstromkreise mit gemeinsamer Rückleitung, wie sie Fig. 139 andeutet, lassen sich in analoger Weise behandeln, nur fällt hier der Punkt $\tilde{E}_3^0$ mit O zusammen (vgl. Fig. 140) und das rechtwinklige Spannungsdreieck ist auch bei gleichmässiger Belastung nicht aus-

balanziert. Für die Klemmenspannungen erhielte man wie oben das strichpunktierte Dreieck, während bei hinzukommendem Spannungsabfall in der Leitung für $\tilde{J}_0$ noch das Spannungsabfalldreieck von O aus wie angedeutet hinzukäme, wodurch die Verzerrung des Dreiecks der Konsumspannungen in leicht übersehbarer Weise vermehrt würde.

Die Übertragung dieser Betrachtungen und Konstruktionen auf Stromkreise, die in anderer Weise verkettet sind, dürfte kaum Schwierigkeiten bieten; ausserdem werden dieselben praktisch geringere Bedeutung haben. Eine technisch besonders wertvolle, weil für die Arbeitsübertragung sehr wichtige Seite der Verkettungserscheinungen bildet die Verkettung der magnetischen Wirkungen der Phasenströme in Gestalt der Drehfelder (vgl. 184). Über andere technisch wertvolle Eigenschaften der Verkettung von einphasigen Wechselströmen hinsichtlich Ausnutzung der Maschinen, Verbilligung der Fernleitungen u.s.w. siehe H. Bd. IV, V sowie VI und IX. Über besondere Schaltungsarten von technischer Wichtigkeit, wie die sogenannte monocyklische Schaltung und dergleichen nebst einen Vergleich derselben

167. Verkettung von mehr als drei Phasen.

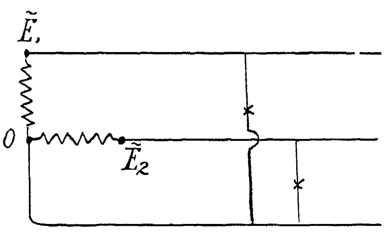


Fig. 139.

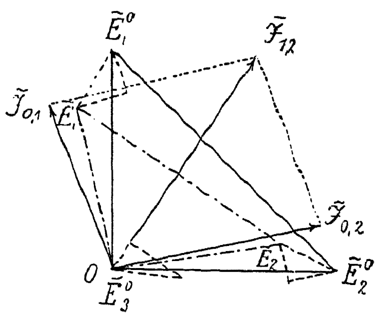


Fig. 140.

siehe H. Bd. IV Kap. 14, Kap. 40, ferner Kap. 29 sowie auch Bd. VI über Verteilungssysteme. Über die Messung von verketteten Wechselströmen, namentlich die Messung der elektrischen Leistung von Dreiphasenstrom oder Drehstrom, siehe Bd. II.

Ein gewisses, wenn auch mehr theoretisches Interesse bietet die Verallgemeinerung auf beliebig viel verkettete Phasen. Die mathematischen Entwickelungen (vgl. J. Kollert ETZ 1892, 171) liefern sowohl für Stern- als Ringschaltung zunächst die leicht zu übersehenden Beziehungen (vgl. Fig. 141 und 142), wenn J_0 bei gleicher Belastung aller Zweige den Maximalwert der Stromstärke in jeder Fernleitung bezeichnet

$$J_1 = J_0 \sin \alpha$$

$$J_2 = J_0 \sin \left(\alpha + \frac{2\pi}{n}\right)$$

$$J_n = J_0 \sin \left(\alpha + (n - 1) \frac{2\pi}{n}\right)$$

sowie

$$J_1 + J_2 + \cdots J_n = 0.$$

Für Ringschaltung tritt ausserdem noch die Bedingungsgleichung

$$i_1 + i_2 + \cdots\cdots i_n = 0$$

hinzu, deren Berücksichtigung schliesslich zu dem Ergebnis führt, dass für die Stromstärke und Phasenverschiebung jedes Ringzweiges folgende Gleichungen bestehen:

$$i_0 = \frac{J_0}{2\sin\frac{\pi}{n}} \text{ und } \sphericalangle\,(i_1,\ J_1) = -\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right).$$

Dies besagt: Die maximale Stromstärke in den Zwischenleitungen der geschlossenen Verkettung ist gleich der maximalen Stromstärke in den Fern- oder Hauptleitungen dividiert durch $2\sin\frac{\pi}{n}$, und es ist jeder dieser Ströme gegen den in der nächst vorhergehenden Hauptleitung in der Phase um den

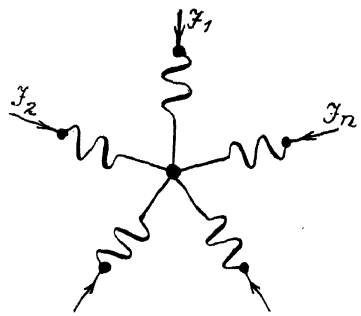


Fig. 141.

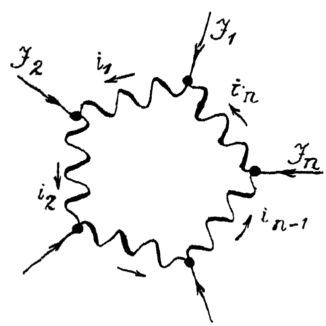


Fig. 142.

Winkel $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$ zurück, wenn n die Zahl der verketteten Phasen. Dies liefert z. B,

für Dreiphasenstrom (vgl. **166**)	$i_0 = \frac{J_0}{\sqrt{3}} = 0{\cdot}577\ J_0$	und	$\varphi_3 = -30^0$
„ Vierphasenstrom	$i_0 = \frac{J_0}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}707\ J_0$	„	$\varphi_4 = -45^0$
„ Fünfphasenstrom	$i_0 = \frac{J_0}{1{\cdot}175} = 0{\cdot}851\ J_0$	„	$\varphi_5 = -54^0$
„ Sechsphasenstrom	$i_0 = \frac{J_0}{1} = 1{\cdot}00\ J_0$	„	$\varphi_6 = -60^0$
„ Zehnphasenstrom	$i_0 = \frac{J_0}{0{\cdot}618} = 1{\cdot}62\ J_0$	„	$\varphi_{10} = -72^0$

Ganz analog ist das gegenseitige Verhältnis der Phasen- oder Schenkelspannungen zu den Hauptspannungen bei Sternschaltung (vgl. **166**).

168. Gemischte Reihen- und Parallel-

In allen Fällen der betrachteten Ausgleichvorgänge und der Zusammensetzung von Stromkreisen waren bisher folgende Verhältnisse vorausgesetzt: Entweder die Leitungskoeffizienten des völlig isoliert gedachten

Kreislaufes waren in Reihe geschaltet, so dass die Stromstärke in der Leiterbahn nur zeitlich, aber nicht örtlich variierte, oder dort, wo bei Parallelschaltung mehrerer Leiterbahnen eine örtliche Variation zwischen Zweigstrom und Hauptstrom hinzutrat, war diese auf wenige Teilstrecken beschränkt, innerhalb deren eine solche nicht vorlag. Diese Konzentration der Leitungskoeffizienten und Stromabzweigungen ist zwar meistens praktisch ausreichend vorhanden und die vorausgegangenen Betrachtungen alsdann genügend, zuweilen ist aber auch eine Verteilung der Leitungskoeffizienten sowohl, als auch der Zweigbahnen längs des ganzen Hauptkreislaufes vorhanden, bei welcher die vorstehenden einfachen mathematischen Gleichungen zu einer ausreichenden Beschreibung der Erscheinungen nicht genügen, sondern die Beschreibung nur durch verwickeltere Differentialgleichungen bezw. Exponentialformeln erfolgen kann. Diese Fälle treten auch bei den beständigen Ausgleichvorgängen immer dann ein, wenn nicht nur die spannungverzehrenden Momente wie OHMscher Widerstand R und Selbstinduktionskoeffizient L längs des Stromkreises fortlaufend verteilt sind, sondern auch die stromverzehrenden Momente wie Isolationsverluste oder parallel zum Stromkreis geschaltete Kapazitäten bei Wechselspannungsbetrieb. Schaltung. Übersicht.

Nach der Stromkreiszusammensetzung werden wir somit folgende Fälle unterscheiden können, wenn wir die Hauptleitung stets gleichförmig hinsichtlich der Leitungskoeffizienten pro Längeneinheit voraussetzen:

1. Gleichspannung $\overline{E}$ wirkt auf einen ausreichend isolierten Stromkreis. Der beständige Ausgleich ist dadurch charakterisiert, dass die Stromstärke in der Leitung weder zeitlich noch örtlich variiert und dass die Spannung zwar entsprechend dem OHMschen Widerstand örtlich variiert, aber zeitlich zwischen zwei bestimmten Stromkreispunkten unveränderlich ist. Die Zeitfunktion in der Ausgleichformulierung (**144**) ist also gleich der Einheit, d. h. sie verschwindet in der beschreibenden Gleichung.

2. Wechselspannung $\tilde{E}$ wirkt auf einen ausreichend isolierten Stromkreis ohne merklich verteilte Kapazität zwischen Hin- und Rückleitung. Der beständige Ausgleich ist dadurch charakterisiert, dass die Stromstärke zeitlich mit oder ohne Phasenverschiebung gegen $\tilde{E}$ variiert, aber längs unverzweigter Leiterstrecken örtlich nicht variiert, während die Spannung zwar zeitlich und örtlich variiert, aber die maximalen Spannungswerte zwischen irgend zwei Stromkreispunkten alle im gleichen Zeitmoment vorhanden sind. Der Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke (**144** ff.) ist durch das Verhältnis der Maximalwerte oder der effektiven Messwerte allein nicht darstellbar, sondern erfordert zur ausreichenden Beschreibung noch die Hinzufügung einer Zeitfunktion, welche ausser der sekundlichen Periodenzahl noch die Phasenverschiebung charakterisiert.

3. Gleichspannung $\overline{E}$ wirkt auf einen Stromkreis mit ungenügender, aber gleichförmig ungenügender Isolation zwischen den beiden Hauptleitungen. Dieser Fall fällt im wesentlichen zusammen mit dem Verlauf der Ausgleichleitung in einem Medium, das gleichfalls, wenn auch schlechter als der Hauptkreislauf elektrisch leitet, z. B. in einer Flüssigkeit, etwa Wasser oder feuchtes Erdreich. Der fortlaufend längs der Leitung eintretende Stromverlust durch unendlich viele feine Zweigleitungen wird gegenüber Fall 1 eine örtliche Änderung der Stromstärke in der Hauptleitung bedingen, so dass die Stromstärke in Richtung von der Stromquelle weg abnimmt. Wie die mathe-

matische Formulierung (vgl. unten) ergiebt, führen alle solche fortlaufenden Stromabzweigungen längs der Leitung bei konstant gehaltener Spannung am Anfang der Leitung auf eine logarithmische oder Exponentialfunktion für den Verlauf der Stromstärke und Spannung längs der Leitung. Man kann sonach schreiben:

$$\overline{J}_x = \overline{J}_1 \cdot f\,(\varepsilon^{\beta x}) \text{ und } \overline{E}_x = \overline{E}_1 \cdot f\,(\varepsilon^{\beta x}),$$

wenn innerhalb der Funktionsklammer ε die Basis der natürlichen Logarithmen, β einen Verlustkoeffizienten auf die Einheitslänge der Leitung bezogen, sowie x eine Funktion der Leitungslänge darstellt. Ein Sonderfall dieser Art wird in **174** behandelt.

Diese logarithmische Abnahme von $\overline{E}$ und $\overline{J}$ längs der Leitung gilt sowohl für eine ungenügend gegen Erde isolierte Einfachleitung, wie sie Fig. 143 andeutet, als auch für eine Parallelleitung mit gleichförmig mangelhafter Isolation zwischen Hin- und Rückleitung. Sie gilt ferner sowohl für endliche Werte von $\overline{E}_2$ und $\overline{J}_2$, also Abgabe von elektrischer Energie am Ende der Leitung, als auch für $\overline{J}_2 = 0$, also wenn der gesamte Stromverlust $\overline{J}_1 - \overline{J}_2$ längs der Leitung dem am Anfang zugeführten Strom gleichkommt. Im übrigen liegen die Verhältnisse wie bei Fall 1.

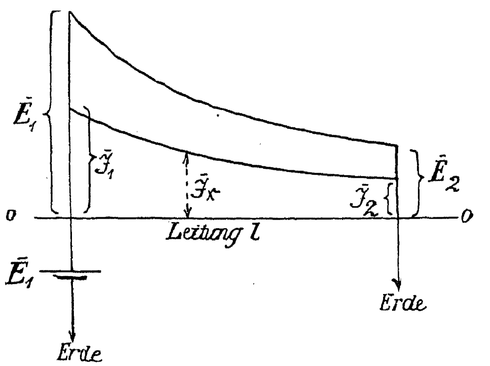


Fig. 143.

4. Wechselspannung $(\tilde{E})$ wirkt auf eine wie bei 3 angegebene Leitung. Der stationäre Zustand wird im Unterschied zu Fall 2 dadurch charakterisiert, dass sowohl die Spannungswerte als auch die Stromwerte n e b e n i h r e r z e i t l i c h e n Variation, etwa nach dem Sinusgesetz, eine ö r t l i c h e Variation aufweisen. Diese örtliche Variation wird bei praktisch vernachlässigbaren Werten von L und C insofern einen analogen Verlauf wie bei Fall 3 (Fig. 143) zeigen, als die g l e i c h z e i t i g vorhandenen Werte von e und i längs der Leitung auch nach jener logarithmischen Kurve abnehmen werden. Denkt man sich in Fig. **143** den Zeitpunkt dargestellt, in welchem die alsdann phasengleichen Anfangswerte den Maximalwert besitzen, also $e_1 = e_1'$ und $i_1 = i_1'$ an Stelle von $\overline{E}_1$ bezw. $\overline{J}_1$ der Fig. 143 treten, so werden längs der ganzen Leitung auch die Maximalwerte e_x' bezw. i_x' vorhanden sein, jedoch mit wachsendem x wie bei Fall 3 abnehmend. Was für die Maximalwerte gilt, gilt in gleicher Weise für alle anderen Phasenwerte. Man hat sich also die Exponentialkurven in Fig. 143 hier nicht feststehend zu denken, sondern mit g l e i c h e r Schwingungs d a u e r um das durch die Leitung dargestellte Nullniveau pendelnd, wobei die eingezeichneten Exponentialkurven die Amplituden für die einzelnen Leitungspunkte angeben. Der Geltungsbereich erstreckt sich ebensoweit wie unter 3 angegeben.

5. Ist zwar der Einfluss von C, aber nicht der von L zu vernachlässigen bei sonst wie vorher (4) vorhandenen Verhältnissen, so bewirkt das längs der Leitung verteilte L insofern eine Komplizierung, als die Phasenverschie-

bung sowohl zwischen e_1 und i_1, als auch diejenige zwischen i_1 und i_x jetzt nicht mehr gleich Null bleibt, sondern endliche Beträge erreicht. Diese hinzutretende Phasenverschiebung wird bewirken, dass das oben erwähnte Pendeln der logarithmischen e- und i-Kurve, welche die gleichzeitig längs der Leitung vorhandenen Werte darstellt, so vorzustellen ist, dass nicht nur eine Verspätung der i-Kurve gegenüber der e-Kurve beim Durchschreiten des Nullniveaus vorliegt, sondern dass auch bei jeder der beiden Kurven eine aufgelagerte Schwingung um die Exponentialkurve als Niveau nach Art einer vom Anfang (1) gegen das Ende (2) fortschreitenden Welle vorhanden ist. Dieses wellenartige Fortschreiten mit Rücksicht auf die e- bezw. i-Kurve als Nullniveau wird also die Phasenverzögerung von e_x' gegen e_1' bezw. i_x' gegen i_1' darstellen und die Vorstellung des Vorganges etwas unterstützen als Ergänzung zu der mathematischen Formulierung, welche als Sonderfall des unten (**170**) gegebenen allgemeinen Falles erhältlich ist durch Nullsetzung der vernachlässigbaren Momente.

6. Wechselspannung $\tilde{E}$ wirkt auf eine Leitung, bei welcher Isolationsverlust ebenso wie Einfluss der Selbstinduktion praktisch zu vernachlässigen sind, hingegen sei längs der Leitung verteilte Kapazität vorhanden, ein Fall, wie er vielfach bei Kabelleitungen sowohl der Stark- als Schwachstromtechnik gegeben ist. Neben dem Leitungskoeffizienten C verbleibt also längs

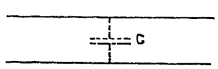


Fig. 144.

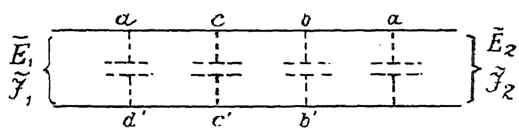


Fig. 145.

der Leitung verteilt nur noch R. Für den Einfluss beider auf die Ausgleicherscheinungen und deren Behandlung ist zunächst wiederum das früher (**145**) Gesagte zu berücksichtigen. Es werden sich hiernach für eine praktisch ausreichende Beschreibung oder Vorausberechnung der Erscheinungen etwa folgende drei Stufen der Behandlung ergeben, welche gleichzeitig einen Übergang von den früher (**144ff.**) betrachteten, einfacheren Ausgleichvorgängen zu den folgenden, verwickelteren darstellen:

a) Ist der Ladestrom erheblich kleiner als der Betriebsstrom, welcher als Nutzstrom am Ende der Leitung abgeliefert wird, so reicht es für die erste praktische Annäherung aus, wenn die längs der Leitung verteilte Kapazität C, welche, wie früher (**115**) angegeben, zu berechnen ist, in der Mitte konzentriert gedacht und in Parallelschaltung zu den beiden Leitungshälften eingeführt wird (vgl. Fig. 144). Dieser Fall schliesst sonach unmittelbar an die früher (**145**) betrachteten Verhältnisse an und ist auch bei den unbeständigen Ausgleichvorgängen nochmals etwas näher betrachtet (**191**).

b) Nähert sich der Gesamtladestrom seiner Grösse nach dem Betriebsstrom, so ist dieses Verfahren zu roh und weicht zu stark von der Wirklichkeit ab, wenn es als allererste orientierende Annäherung auch dann noch einen gewissen Wert besitzen mag. Man nähert sich aber den wahren Verhältnissen schon erheblich mehr und für die Starkstromtechnik praktisch meist ausreichend, wenn man eine beschränkte Verteilung der Gesamtkapazität C vornimmt, indem man die ganze Kabellänge in drei oder vier gleiche Teile teilt und in der Mitte jedes Teiles sich $\frac{C}{3}$ bezw. $\frac{C}{4}$ konzentriert denkt (vgl. Fig. 145).

Werden jetzt, vom Ende (2) angefangen, die Spannungs- bezw. Stromwerte schrittweise in der früher (**145**) angegebenen Art zusammengesetzt, etwa im Polardiagramm, wie Fig. 146 andeutet, so erhält man für den Übergang der Strom- und Spannungswerte von 2 über *a*, *b*, *c*, *d* nach 1 einen gebrochenen Linienzug, der in Wirklichkeit kontinuierlich in Spiralform verläuft und zwar einer logarithmischen Spirale angehört. Je mehr Unterabteilungen man wählt, desto näher kommt man den genauen Verhältnissen, doch wird man bei Luftleitungen auch für ziemlich extreme Fälle in der Starkstromtechnik sich mit vier Abteilungen bereits auf wenige Prozente den exakt berechneten Werten nähern, so dass mit Rücksicht auf die sonst auftretenden Unsicherheiten in der Projektierung dieses Verfahren von den Praktikern wegen besserer Kontrolierbarkeit und Greifbarkeit wohl meist dem exakten (**170**) vorgezogen werden wird. Weiteres hierüber siehe Bd. VI.

c) Wird die Ladestromstärke, welche am Anfang der Leitung hineingeladen werden muss, um den Bedarf an dielektrisch verschobenen „Friktionsteilchen" (**65**) längs der Leitung zu decken, erheblich grösser als die am Ende abgelieferte Betriebs- oder Nutzstromstärke, ein Fall, der bei Kabel-

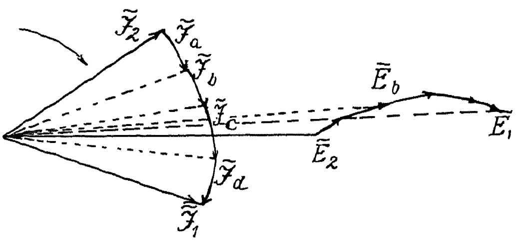


Fig. 146.

leitungen, namentlich in der Schwachstromtechnik, häufig vorliegt, so reicht auch das vorstehende Verfahren praktisch nicht aus, und man muss das exakte Verfahren mit kontinuierlich verteilter Kapazität zur Anwendung bringen. Versucht man auch hier wiederum, zunächst ohne Benutzung der komplizierten mathematischen Formeln, sich unter Anknüpfung an das Vorausgegangene den Ausgleichvorgang v o r z u s t e l l e n oder greifbar zu machen, so drängt sich bei Betrachtung der örtlichen Variation der Stromstärke, also hinsichtlich des längs der Leitung gebundenen und gleichsam aufgezehrten Teiles der am Anfang hineingeladenen Stromstärke $\tilde{J}_1$, eine ziemlich weitgehende Übereinstimmung mit den unter Fall 4 bezw. 3 vorliegenden Verhältnissen auf. Ladestromstärke und Isolationsstrom werden pro Längeneinheit der Leitung in analoger Weise absorbiert, das Abnahmegesetz muss daher hinsichtlich der Grösse auch analog, d. h. logarithmisch verlaufen. Hinsichtlich der Phase zwischen Strom und Spannung besteht jedoch ein merklicher Unterschied. Die hierdurch veranlasste Komplizierung ist aber völlig analog derjenigen, welche unter 4 bei fortlaufender Verteilung von *R* und *L* beschrieben wurde, nur dass die Rollen von *e* und *i* vertauscht sind (**149**). Auch hier ist bei jeder der Grössen auf der Exponentialkurve eine um diese als N i v e a u schwingende und fortschreitende Wellenbewegung aufgelagert (siehe Fig. 148), welche dem Vorgang bei langen Leitungen oder hohen Werten von ω den Charakter von längs der Leitung fortschreitenden

elektrischen Wellen verleiht, insofern die Phase der aufgelagerten Sinuswelle gleichzeitig in gewissen Abständen wiederkehrt, wenn man die Verhältnisse längs der Leitung im gleichen Zeitpunkt zur Darstellung bringt, wie dies bei Fig. 143 und 148 der Fall ist. Der Abstand zweier aufeinander folgender Leitungspunkte mit gleicher Phase der aufgelagerten Schwingung oder die sogenannte Wellenlänge

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$$

hängt nur von

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \cdot c \cdot r}{2}}$$

ab, wenn c und r Kapazität und Widerstand der Leitung auf die Längeneinheit bezeichnen und

$$\omega = 2\pi u = \pi \cdot z$$

gesetzt wird. Je grösser also α, desto kleiner jene sogenannte Wellenlänge, wobei x vom Ende (2), also wie in Fig. 147 angegeben, gezählt werden möge. Wie sich aus dem unten (170) folgenden allgemeinen Fall durch alleinige Berücksichtigung von c und r ableiten lässt (siehe hierzu auch STEINMETZ § 109, ferner auch SEIBT, ETZ 1901, 582), ist die Spannung längs der Leitung in ihrer Amplitude durch die Kombinationskurve (siehe Fig. 148) aus der feststehenden Exponentialkurve $\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x}$ (vgl. auch Fig. 143) und der

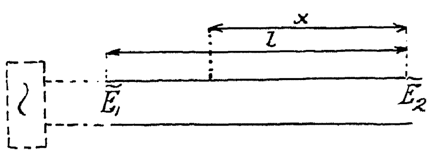
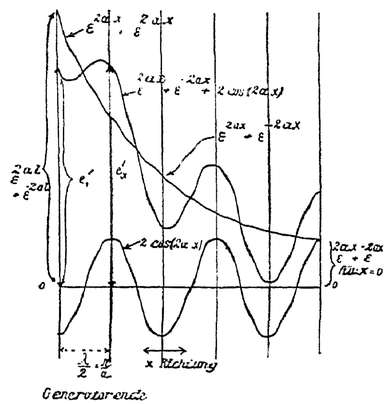


Fig. 147.


Fig. 148.

fortschreitenden Schwingung $2 \cos(2\alpha x)$ charakterisiert und für einen beliebigen Punkt x vom Ende der Leitung in ihrem Maximalwert durch

$$e_x' = \frac{e_2'}{2} \sqrt{[\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x}] + [2 \cos(2\alpha x)]}$$

gegeben. Für einen bestimmten Zeitpunkt und bestimmte Verhältnisse stellt Fig. 148 den Spannungszustand längs der Leitung dar, richtiger die quadratischen Effektivwerte der Spannung, wie aus der vorstehenden Formel sich ergiebt. Hierbei sind e und α so gewählt zu denken, dass e_1' ein kleinstes Maximum wird, also für $x = l$ der Ausdruck $2\alpha x = \pi \cdot m$, falls m eine ganze Zahl und $\cos(2\alpha x) = -1$ wird.

Will man sich das Spiel der Spannungswerte während einer ganzen Periode vergegenwärtigen, so muss man, wie bereits bei Fall 4 erwähnt, die Exponentialkurve mit der aufgelagerten fortschreitenden Welle zu-

sammen sich noch ihrerseits eine stehende schwingende Bewegung um die Abscissenachse als Niveau ausführend denken, weil

$$e_x = e_x' \sin(\omega t)$$

ist und e_x' selbst wieder den obigen Wert besitzt, der noch eine Zeitfunktion enthält. Der Vorgang kann sonach auch als ein wellenstromartiger Vorgang (**152**) aufgefasst werden, der den gewöhnlichen Wellenstrom mit feststehendem Gleichstromniveau jedoch insofern an Kompliziertheit übertrifft, als das Schwingungsniveau für den aufgelagerten Wechselstrom nicht eben ist, sondern eine Exponentialkurve bildet und ausserdem nicht fest steht, sondern selbst wieder um ein anderes feststehendes ebenes Niveau eine Schwingung ausführt. Die Stromstärke zeigt ein analoges Verhalten wie die Spannung, doch ist zu beachten, dass bei Isolierung des hinteren freien Endes, also Nutzstrom $\tilde{J}_2 = 0$, die Strömung den Charakter von stehenden Schwingungen annehmen muss mit einem (Strömungs-) Knoten am Ende der Leitung. Über die stehenden Schwingungen siehe unter B (**187**ff.).

Bisher war angenommen, dass stets nur je zwei, oder höchstens drei Leitungskoeffizienten gleichzeitig praktisch einen merklichen Einfluss auf die Ausgleicherscheinungen ausüben. Als letzter Fall wäre noch derjenige unter gleichzeitiger Berücksichtigung aller Momente bezw. Leitungskoeffizienten zu behandeln. Dieser allgemeinste Fall fasst zwar alle vorausgegangenen als Sonderfälle in sich, wird aber mit Rücksicht auf seine Kompliziertheit doch besser nach den einfacheren Fällen behandelt, welche eine leichtere Überleitung gewähren. Die Lösung des allgemeinsten Falles ist zuerst von Steinmetz (siehe W. E. § 106 ff.) erfolgt; hieran schliesst sich auch dem Grundgedanken nach die folgende Ableitung an. Wir hätten also zunächst als letzten Fall:

169. Allgemeiner Fall. Vorüberlegungen und Symbolik.

7. Wechselspannung $\tilde{E}$ wirkt auf eine Leitung, bei welcher fortlaufend verteilt Ohmscher Widerstand R, Selbstinduktion L, Kapazität C, Isolationsstromverlust, also parallelgeschaltete grosse Widerstände zwischen den Hauptleitungen, merklich vorhanden sind, sowie auch Arbeiten im „Felde“ der Leitung zu leisten sind, sei es im magnetischen Felde durch Ummagnetisierungsarbeiten oder durch Wechselinduktion in Sekundärleitungen, sei es im elektrischen Felde durch Umelektrisierungsarbeiten oder Influenzströmung. Alle diese Momente kann man praktisch in vier zusammenfassen, von denen man sich vorzustellen hat, dass zwei, nämlich der wirksame Widerstand (r auf die Längeneinheit der Leitung) und die wirksame Reaktanz ($x = \omega L_w'$ auf die Längeneinheit), von der aufgedrückten Primärspannung zehren, während die übrigen zwei, nämlich die wirksame Konduktanz (g auf die Längeneinheit) und die wirksame Susceptanz ($b = \omega C_w'$ auf die Längeneinheit), von der primär zugeführten Stromstärke zehren. Nach den früheren Ausführungen (**148**; **160**ff.) könnten wir jene auch als Reihenschaltungskoeffizienten, diese als Parallelschaltungskoeffizienten bezeichnen. Benutzt man für die Behandlung von Stromkreisen mit vorstehender Zusammensetzung diese beiden grundlegenden Schaltungsweisen, so ist wegen der verwendeten Spannungsart, nämlich periodischer Wechselspannung $\tilde{E}$, noch eine Zerspaltung in die beiden Hauptkomponenten vorzunehmen, wie sie aus der energetischen Betrachtungsweise folgt (Fig. 118 in **160** und Fig. 120 in **161**), also in eine Komponente in Phase (Richtung) mit dem anderen energetischen

Faktor und in eine zweite Komponente um $\frac{\pi}{2} = \frac{1}{4}$ Periode gegen denselben versetzt.

Durch diese zweimalige Zerlegung in vier Richtungen, die man gleichsam als energetische Achsenrichtungen ansehen könnte, ist es möglich, die oben erwähnte, weit grössere Zahl von elektrophysikalischen Erscheinungsgruppen, welche der allgemeine Fall umfasst, zunächst für die mathematische Behandlung auf vier zu reduzieren. Hierbei werden ausgedrückt:

1) Alle Leitungskoeffizienten, welche Energie in Form von Spannung verzehren, wie Ohmscher Widerstand und seine Vergrösserung infolge ungleichmässiger Stromverteilung (**176**), durch den wirksamen Widerstandskoeffizienten r, also die Leistungskomponente der Spannung auf die Längeneinheit durch $E_r' = J_x \cdot r$; der Index x bezeichnet einen beliebigen Punkt der Leitung, wobei x meist vom Ende der Leitung in Richtung der wachsenden Energie, also nach dem Anfang zu zählt, so dass für letzteren $x = l$ (vgl. bei Fig. 148).

2) Alle Leitungskoeffizienten, welche wattlose Spannung verzehren, wie die resultierende Selbstinduktion (**108**) und etwa in Reihe mit der Leitung geschaltete Kapazität (**146**), zusammen mit dem Betriebskoeffizienten ω durch die resultierende Reaktanz auf die Längeneinheit $\left(\omega L' - \frac{1}{\omega \cdot c_s}\right) = s$ (**149**), also die wattlose Spannungskomponente durch $E_l' = J_x \cdot s$.

3) Alle Leitungskoeffizienten, welche Energie in Form von Stromstärke verzehren, wie fortlaufende Strombrücken zwischen den Leitungen in Form von Isolationsverlusten oder auch von „stillen Entladungen" (**130**), durch die wirksame Konduktanz der Längeneinheit (g); hierunter fallen auch alle Leistungen im Felde, sei es im magnetischen Feld durch Wirbelströme, sekundäre Nutzleistungen, Ummagnetisierungsarbeiten (vgl. Hilfsvorstellung in **148**), sei es im elektrischen Felde durch Influenz oder Umelektrisierungsarbeit (**126**) gebildet bezw. veranlasst; alle diese Leistungen verzehren Energiekomponenten in Form von Stromstärken, die primär zu decken sind, so dass aller Stromverlust, der längs der Leitung aus den leistungverzehrenden Strombrücken u. s. f. resultiert, durch $\tilde{J}_r' = E_x \cdot g$ gegeben ist.

4) Alle Leitungskoeffizienten, welche die wattlosen Stromstärkekomponenten verzehren, die den soeben genannten zugehören und praktisch hauptsächlich in Gestalt der Magnetisierungsstromstärke $\tilde{J}_\mu$ oder der Ladestromstärke für die Kapazität C zwischen den Leitungen auftreten, zusammen mit dem Betriebskoeffizienten ω durch die wirksame Susceptanz der Längeneinheit ($b = \omega \cdot c$); die wattlose Stromkomponente der Strombrücken ist sonach durch $\tilde{J}_l' = \tilde{E}_x \cdot b$ gegeben.

Indem man die charakteristische konstante Betriebsgrösse $\omega = (2 \cdot \sigma \cdot f) \cdot z$ (**108**) der aufgedrückten Wechselspannung in ihrem Einfluss auf die Selbstinduktionsspannung, den Ladestrom u. s. w. sogleich in den Symbolen s und b mit den Leitungskoeffizienten vereinigt, erhält man für die vier Komponentengrössen eine übereinstimmende Produktbildung, was mathematisch hinsichtlich Homogenität der Formeln vorteilhaft ist.

Ein weiterer Vorteil dieser Art wird, wie bereits in **150** auseinandergesetzt, nach dem Vorgehen von Steinmetz dadurch erreicht, dass man bei

der Zusammensetzung je zweier zusammengehöriger Komponenten nicht die analytisch umständliche Form des Pythagoräischen Lehrsatzes benutzt, sondern die geometrisch-rechtwinklige Zusammensetzung durch ein anderes Operationszeichen zum Ausdruck bringt, welches die Schreibweise und Übersicht erleichtert. Hierfür hat Steinmetz das Additions- und Subtraktionszeichen beibehalten und noch einen Buchstaben hinzugefügt, als welchen erst i und später j benutzt wurde, vermutlich mit Rücksicht darauf, dass der Elektrotechniker gewohnt ist, mit dem Buchstaben i den Begriff der Stromstärke zu verbinden.

Der Verfasser ist nun auf Grund eigener Erfahrung der Ansicht, dass zwar die ganze Art der abkürzenden Symbolik grosse Vorteile besitzt, dass aber die Wahl des Operationszeichens für den weniger Geübten noch ein erschwerendes Moment bildet, weil $+$ und $-$ eine zu fest eingewurzelte Rechnungsoperation arithmetischen Charakters auslöst, und weil auch die Homogenität und Übersichtlichkeit der Formeln durch Hinzuziehung eines weiteren Buchstabens leidet. Zur Vermeidung dieses Missstandes und namentlich zur Unterstützung der weniger Geübten in dieser Art von Symbolik schien es ihm angezeigt, bezüglich des Operationszeichens, welches die Aufforderung zur rechtwinkligen Zusammensetzung bezw. die Ausführung derselben auszudrücken hat, ein neues Zeichen probeweise einzuführen, das, unter Reservierung von $+$ und $-$ für die algebraische Operation, sich an das dem Elektrotechniker geläufige Polardiagramm anlehnt und unter der bei uns üblichen Uhrzeigerdrehung auch Vor- und Nacheilung mnemotechnisch günstig auszudrücken gestattet. Aus diesem Grunde wurde hierfür das Winkelzeichen $\urcorner$ bezw. $\lrcorner$ gewählt, so dass ersteres für $+j$ und letzteres für $-j$ der Symbolik von Steinmetz eintritt.[1])

Bezüglich des Operierens mit diesen Zeichen gelten natürlich genau die für j angegebenen Regeln (**150**), so dass z. B. das Vorzeichenprodukt von $\lrcorner$ und $\urcorner$ unter gegenseitiger Aufhebung der gegensätzlichen Richtungen das Operationszeichen $-$ (Minus) ergiebt.

Denken wir uns im Polardiagramm (Fig. 149) etwa die wirksame Spannung in Richtung der Abscissenachse, so können wir die um φ nacheilende Stromstärke $\tilde{J}$ in die zwei Komponenten, die arbeitleistende oder Wattkomponente $\tilde{J}_r$ und die magnetisierende oder wattlose Komponente $\tilde{J}_\mu$ zerlegen (**149**) und schreiben

$$\tilde{J} = \sqrt{\tilde{J}_r^2 + \tilde{J}_\mu^2} = \sqrt{(\tilde{J}\cos\varphi)^2 + (\tilde{J}\sin\varphi)^2}.$$

Mit Hilfe der vorstehenden Symbolik würde dies einfacher ausgedrückt durch

$$\tilde{J} = \tilde{J}_r \urcorner \tilde{J}_\mu = \tilde{J}(\cos\varphi \urcorner \sin\varphi).$$

Hierdurch wird gleichzeitig angegeben, dass die auf den anderen (ungeteilten) energetischen Faktor $\tilde{E}$ der elektrischen Leistung bezogenen Komponenten $\tilde{J}_r$ und $\tilde{J}_\mu$ rechtwinklig im Polardiagramm zusammengesetzt $\tilde{J}$ liefern, und dass $\tilde{J}_\mu$ um 90^0 im Uhrzeigersinn gedreht werden muss, um in Richtung mit

---

1) Beim Lesen der Formeln wäre im Interesse möglichster Kürze und Bequemlichkeit vielleicht $\urcorner$ als „nachwinklig“ und $\lrcorner$ als „vorwinklig“ auszusprechen.

$\tilde{J}_r$ zusammenzufallen, also $\tilde{J}_\mu$ gegen $\tilde{J}_r$ um 90^0 n a c h eilt, oder umgekehrt $\tilde{J}_r$ um soviel gegen $\tilde{J}_\mu$ v o r eilt.

Soll andererseits für das verlangte $\tilde{J}$ als unzerlegten energetischen Faktor die erforderliche (a k t i v e) Spannung durch ihre Komponenten ausgedrückt werden, so ist dazu die arbeitleistende Komponente

$$\tilde{E}_R = \tilde{J} \cdot R_w$$

und die wattlose Komponente

$$\tilde{E}_L = \tilde{J} \cdot \omega \cdot L_w = \tilde{J} \cdot S$$

erforderlich (**149**). Hierbei ist zu beachten, dass die a k t i v e Komponente $+\tilde{E}_L$ der Stromstärke $\tilde{J}$ bezw. $+\tilde{E}_R$ um 90^0 v o r eilen muss, also die gewöhnlich in folgender Weise geschriebene Beziehung (Fig. 150)

$$\tilde{E} = \sqrt{\tilde{E}_R^2 + \tilde{E}_L^2} = \sqrt{(\tilde{E}\cos\varphi)^2 + (\tilde{E}\sin\varphi)^2} = \tilde{J}\sqrt{R_w^2 + (\omega L_w)^2} = \tilde{J} \cdot Z$$

in der obigen Symbolik auszudrücken wäre durch

$$\tilde{E} = \tilde{E}_R \lrcorner \tilde{E}_L = \tilde{E}(\cos\varphi \lrcorner \sin\varphi) = \tilde{J}(R_w \lrcorner S) = \tilde{J} \cdot Z,$$

was besagt, dass im Polardiagramm $+\tilde{E}_R$ im Uhrzeigersinn um 90^0 gedreht werden muss, um in Richtung von $+E_L$ zu gelangen.

Bei Kapazitätsbelastung, wo $\tilde{J}$ dem $\tilde{E}$ voreilt, wäre sonach

$$\tilde{J} = \tilde{J}_r \lrcorner \tilde{J}_c = \tilde{J}(\cos\varphi \lrcorner \sin\varphi)$$

und

$$\tilde{E} = \tilde{E}_R \urcorner \tilde{E}_C = \tilde{E}(\cos\varphi \urcorner \sin\varphi).$$

Diese Symbolik gestattet also neben der absoluten Ausgleichgrösse zugleich die energetisch wichtige Beziehung zwischen $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ bezw. e' und i' oder die Phasenverschiebung zum Ausdruck zu bringen (**156**).

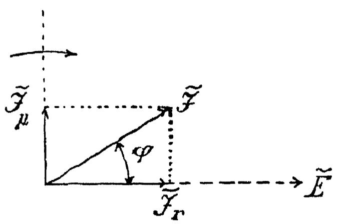


Fig. 149.

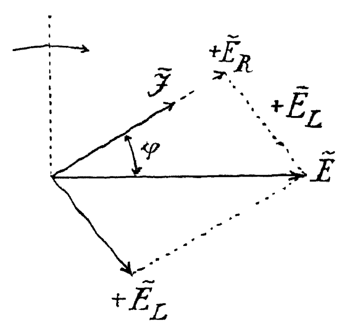


Fig. 150.

Für diejenigen Fälle, in denen ohne Rücksicht auf die energetische Seite n u r die einzelne Ausgleichgrösse in ihrem Betrage ermittelt oder in der Gleichung angegeben werden soll, kann durch Übergang von der vorstehenden (energetischen) Symbolik auf die übliche algebraische Formulierung

meist eine Vereinfachung in der Ausdrucksweise erzielt werden. Man hat in diesem Falle nur nötig, die beiden Glieder, welche durch das Winkelzeichen verbunden und geometrisch zusammenzusetzen sind, jedes für sich zu quadrieren, dann die Quadrate zu addieren und aus dieser Summe die Quadratwurzel zu ziehen. Sind die Glieder mit cos bezw. sin behaftet, so liegt die Vereinfachung darin, dass $\sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1$ wird (vgl. z. B. in **170** die Gleichung 16).

Wendet man diese Symbolik auf den oben bezeichneten allgemeinen Fall an, so wäre in jedem Leiterelement dx der Stromverlust, welcher in Phase mit der zugehörigen Spannung ist, auszudrücken durch

$$d\tilde{J}_g = \tilde{E}_x \cdot g \cdot dx,$$

ferner der Ladestrom oder allgemeiner der wattlose Strom

$$d\tilde{J}_b = \tilde{E}_x \cdot b \cdot dx.$$

Beide zusammen werden die gesamte Abnahme der Leiterstromstärke im Leiterelement am Punkt x liefern, also

$$d\tilde{J}_x = d\tilde{J}_g \lrcorner\, d\tilde{J}_b = \tilde{E}_x\,(g \lrcorner\, b)\,dx$$

oder das örtliche Differential der Stromstärke

$$\frac{d\tilde{J}_x}{dx} = \tilde{E}_x\,(g \lrcorner\, b).$$

In analoger Weise erhält man die Abnahme der Spannung längs der Leitung, indem man den Spannungsabfall infolge des OHMschen Widerstandes, also

$$dE_R = J_x \cdot r \cdot dx$$

mit dem Spannungsabfall infolge Selbstinduktion bezw. Reaktanz, also

$$dE_L = J_x \cdot s \cdot dx$$

zu dem Gesamtspannungsabfall im Leiterelement am Punkt x

$$dE_x = dE_R \lrcorner\, dE_L = J_x\,(r \lrcorner\, s)\,dx$$

zusammensetzt, so dass sich das örtliche Differential der Spannung ergiebt zu

$$\frac{dE_x}{dx} = J_x\,(r \lrcorner\, s).$$

170. *Mathematische Behandlung des allgemeinen Falles.* Die beiden fundamentalen Differentialgleichungen

$$\frac{dJ_x}{dx} = E_x\,(g \lrcorner\, b) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$\frac{dE_x}{dx} = J_x\,(r \lrcorner\, s) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

sind hinsichtlich J und E symmetrisch. Somit folgt durch Differentiation

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 J_x}{dx^2} &= \frac{d E_x}{d x} (g \lrcorner b) \\ \frac{d^2 E_x}{d x^2} &= \frac{d J_x}{d x} (r \lrcorner s) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und durch Substitution von (1) und (2) in (3)

$$\frac{d^2 J_x}{d x^2} = J_x (r \lrcorner s) (g \lrcorner b) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$\frac{d^2 E_x}{dx^2} = E_x (g \lrcorner b) (r \lrcorner s) \qquad (5)$$

Die Konformität dieser Differentialgleichungen lässt erkennen, dass J und E Funktionen des Leitungs**ortes** sind, die sich nur in ihren Grenzwerten unterscheiden. Jede dieser beiden Ausgleichgrössen F ändern sich also **längs der Leitung** nach der Gleichung

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = F (g \lrcorner b) (r \lrcorner s) \qquad (6)$$

oder integriert

$$F = c_1 \cdot \varepsilon^{v \cdot x},$$

wenn c_1 die Integrationskonstante, ε die Basis der natürlichen Logarithmen und v eine Funktion der vier Koeffizienten g, b, r, s bezeichnet, die durch zweimalige Differentiation der letzten Gleichung erhalten wird zu

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = v^2 \cdot c_1 \cdot \varepsilon^{v \cdot x} = v^2 \cdot F,$$

also

$$v^2 = (g \lrcorner b) (r \lrcorner s)$$

oder

$$v = \pm \sqrt{(g \lrcorner b) (r \lrcorner s)} \qquad (7)$$

Als allgemeines Integral ergiebt sich hiernach

$$F_x \qquad \cdot \varepsilon^{+vx} + c_2 \cdot \varepsilon^{-vx}, \qquad (8)$$

wenn c_1 und c_2 zwei Integrationskonstanten von gleicher Dimension wie F bezeichnen. Vereinfachen wir den Ausdruck von v in (7), indem wir unter Reduzierung auf zwei senkrecht zueinander stehende Komponenten schreiben

$$v = \alpha \lrcorner \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

so ergeben sich aus (9) und (7) für α und β die Werte aus der Gleichung

$$(\alpha \lrcorner \beta)^2 = (g \lrcorner b) (r \lrcorner s)$$

durch Zerfällung in die beiden algebraischen Gleichungen

$$\alpha^2 - \beta^2 = g \cdot r - b \cdot s \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

und

$$2 \cdot \alpha \cdot \beta = g \cdot s + b \cdot r \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Wie bei komplexen Beziehungen müssen (10) und (11) unabhängig voneinander bestehen; ferner erhält man durch Quadrierung und Addierung von (10) und (11)

$$\alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{(g^2 + b^2)(r^2 + s^2)} \quad . \; . \; . \; . \quad (12)$$

und endlich aus (10) und (12)

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{(g^2 + b^2)(r^2 + s^2)} + (g\,r - b\,s)\right]} \quad . \; . \quad (13)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{(g^2 + b^2)(r^2 + s^2)} - (g\,r - b\,s)\right]} \quad (14)$$

Die durch (9) eingeführten Grössen α und β sind also **reine** algebraische Funktionen der vier Koeffizienten g, b, r, s, welche die oben definierten Leitungswerte pro Längeneinheit bei **homogenen** Leitungsverhältnissen angeben. Da (13) und (14) die allgemeinen Gleichungen darstellen, so kann man durch Nullsetzung einer oder mehrerer dieser vier Koeffizienten die Sonderfälle ableiten (**171; 172**). Auch bilden die so erhaltenen Gleichungen die Grundlage für die allgemeine Behandlung der elektrischen Schwingungen, worauf bei den unbeständigen Ausgleichvorgängen (**187** ff.) näher einzugehen ist.

Unter Benutzung der Parameter α und β erhält man zunächst für (8)

$$F_x = c_1 \cdot \varepsilon^{(\alpha \lrcorner \beta)x} + c_2 \cdot \varepsilon^{(-\alpha \urcorner \beta)x} \quad . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Da auch hier in Analogie mit den Beziehungen der komplexen Grössen $\varepsilon^{\lrcorner \beta x}$ durch $\cos \beta x \lrcorner \sin \beta x$ ersetzt werden kann (**169**), so geht (15) über in

$$F_x = c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} (\cos \beta x \lrcorner \sin \beta x) + c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x} (\cos \beta x \urcorner \sin \beta x) \quad . \quad (16\,a)$$

oder umgeordnet:

$$F_x = (c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} + c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \beta x \lrcorner (c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} - c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \beta x \quad (16\,b)$$

Diese Gleichung stellt die allgemeine, sowohl für J als E giltige Lösung der Differentialgleichungen (1) und (2) dar und zerlegt die für den Punkt x der Leitung gesuchte Ausgleichgrösse ($\tilde{E}$ **oder** $\tilde{J}$) nach den energetischen Achsenrichtungen (**169**). Sie zerlegt also $\tilde{E}_x$ bezw. $\tilde{J}_x$ mit Bezug auf den andern Leistungsfaktor ($\tilde{J}_x$ bezw. $\tilde{E}_x$) in die beiden rechtwinklig zueinander stehenden Komponenten, wobei die Grösse der Komponente durch $(c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} + c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x})$ bezw. $(c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} - c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x})$ dargestellt, sowie c_1 und c_2 für die besonderen Fälle zu ermitteln ist.

Handelt es sich **nur** um die **absolute** Grösse von F_x, so wird der Ausdruck etwas einfacher durch Übergang auf die algebraische Formulierung (**169**), also

$$F_x = \sqrt{(c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} + c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x})^2 \cos^2 \beta x + (c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x} - c_2\, \varepsilon^{-\alpha x})^2 \sin^2 \beta x}$$

$$F_x = \sqrt{c_1 \cdot \varepsilon^{2\alpha x} + c_2 \cdot \varepsilon^{-2\alpha x} + 2\, c_1\, c_2 \cdot \cos 2\beta x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16\,c)$$

Weiterhin kann man aber noch andere, für viele Zwecke wichtige Beziehungen ableiten. Durch Differentiation der Gleichung (8) folgt

$$\frac{dF_x}{dx} = v\,(c_1 \cdot \varepsilon^{vx} - c_2 \cdot \varepsilon^{-vx}) \quad . \; . \; . \; . \quad (17)$$

Führt man als neue Integrationskonstanten $v \cdot c_1 = A$ und $v \cdot c_2 = B$ ein und wendet Gleichung (16b) auf die Stromstärke $\tilde{J}$ an, so erhält man

$$J_x = \frac{1}{v}\,[(A \cdot \varepsilon^{\alpha x} + B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \beta x \lrcorner (A \cdot \varepsilon^{\alpha x} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \beta x]$$

$$J_x = \frac{1}{\alpha \lrcorner \beta}\,[(A \cdot \varepsilon^{\alpha x} + B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \beta x \lrcorner (A \cdot \varepsilon^{\alpha x} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \beta x] \quad (18)$$

Da ferner aus (17) und (16) folgt

$$\frac{dJ_x}{dx} = (A \cdot \varepsilon^{\alpha x} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \beta x \lrcorner (A \cdot \varepsilon^{\alpha x} + B \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \beta x \quad (19)$$

so erhält man bei Einsetzung von (19) in (1)

$$E_x = \frac{1}{g \lrcorner b}\,[(A \cdot \varepsilon^{\alpha x} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \beta \lrcorner (A \cdot \varepsilon^{\alpha x} + B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \beta x] \quad (20)$$

Bezieht man hingegen Gleichung (17) auf $\tilde{E}$, so ergiebt sich aus (2) und (7)

$$J_x = \frac{1}{r \lrcorner s} \cdot \sqrt{(g \lrcorner b)\,(r \lrcorner s)}\,(c_1 \cdot \varepsilon^{vx} - c_2 \cdot \varepsilon^{-vx})$$

$$J_x = \sqrt{\frac{(g \lrcorner b)}{(r \lrcorner s)}}\,(c_1 \cdot \varepsilon^{vx} - c_2 \cdot \varepsilon^{-vx}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

Bei Anwendung der erhaltenen Beziehungen auf besondere Fälle ist zunächst auf die Zählrichtung von x zu achten, welche — mit Ausnahme des Grenzfalles einer u n e n d l i c h langen Leitung — so angenommen zu werden pflegt, dass x positiv in R i c h t u n g d e r s t e i g e n d e n E n e r g i e und sonach negativ in Richtung der fallenden Energie gezählt wird, so dass also $x = 0$ dem Ende der Leitung entspricht, welches n i c h t mit dem Generator, sondern mit der Konsumstelle verbunden bezw. offen ist. **171.** Ableitung von Sonderfällen aus der allgemeinen Gleichung.

Betrachtet man zunächst einmal den namentlich für e l e k t r i s c h e S c h w i n g u n g e n wichtigen Sonderfall, dass die Leitung am Ende offen ist, so erhält man von der Spannung ausgehend nach (8) in **170**

$$E_x = c_1 \cdot \varepsilon^{vx} + c_2\,\varepsilon^{-vx}$$

also für das Ende der Leitung, wo $x = 0$,

$$E_2 = c_1 + c_2.$$

Da ferner für offene Leitung $J_2 = 0$ sein muss, also nach (21)

$$J_2 = \sqrt{\frac{(g \lrcorner b)}{(r \lrcorner s)}}\,(c_1 \cdot \varepsilon^{vx} - c_2 \cdot \varepsilon^{-vx}) = 0,$$

so muss $c_1 = c_2$ sein.

Da die aufgedrückte Spannung $\tilde{E}_1$ eine periodisch veränderliche Grösse sein soll, so muss auch E_2 periodisch veränderlich sein und der Wert $c_1 + c_2$ kann sich nur auf den regelmässig in gleicher Grösse wiederkehrenden Maximalwert beziehen, also

$$e_2' = c_1 + c_2 \text{ oder } c_1 = c_2 = \tfrac{1}{2} \cdot e_2'.$$

Für einen beliebigen Zeitmoment t und beliebigen Leitungspunkt x erhalten wir unter Benutzung der Gleichungen (15) und (16a) aus **170**

$$e_x = \frac{e_2'}{2}\left[\varepsilon^{\alpha x} \cdot \sin(\omega t + \beta x) + \varepsilon^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x)\right] \quad \cdot \quad \cdot \quad (1)$$

Hierbei ist die Voreilung gegenüber der Normalphase ωt durch $+\beta x$, die Nacheilung durch $-\beta x$ ausgedrückt (vgl. (16a) in **170**).

Da die Komponenten innerhalb der eckigen Klammer beide nicht nur Sinusform, sondern auch die gleiche Periodenzahl besitzen, so kann man im Gegensatz zu der früheren Zerlegung (Fig. 99 in **151**) hier eine Zusammensetzung aus den einzelnen Komponenten vornehmen. Hierbei ergiebt sich Grösse und Phase der zusammengesetzten Grösse F nach Fig. 151 zu

$$F = \sqrt{C^2 + D^2 + 2\,C \cdot D \cos(\varphi_b - \varphi_a)}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_c = \frac{C \sin \varphi_a + D \sin \varphi_b}{C \cos \varphi_a + D \cos \varphi_b}.$$

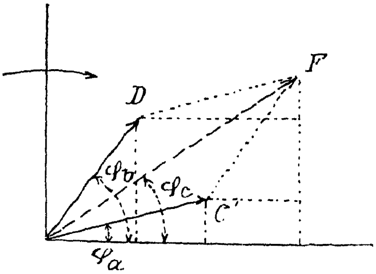


Fig. 151.

Ein Vergleich mit der Formel (16c) in **170** macht ersichtlich, dass

C dem $c_1 \cdot \varepsilon^{\alpha x}$ und D dem $c_2 \cdot \varepsilon^{-\alpha x}$

entspricht, dass also die resultierende Funktion F_x aus zwei übereinander gelagerten Schwingungen besteht, welche dieselbe Periodizität, aber verschieden stark gedämpfte Maximalwerte längs der Leitung besitzen (vgl. hierzu **172**).

Auf Gleichung (1) übertragen giebt dies

$$e_x' = \frac{e_2'}{2}\sqrt{\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x} + 2\cos 2\beta x} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_x = \operatorname{tg} \beta x \, \frac{\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}}{\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (3)$$

Diese Gleichungen sind als Grundlagen des vorliegenden Falles anzusehen. Geht man in der Spezialisierung noch weiter und nimmt, wie in **168** bei Fall 6 an, dass der Isolationsverlust (g) und die Selbstinduktion bezw. Reaktanz (s) praktisch so untergeordnet sind, dass man in erster Annäherung davon abstrahieren kann, so vereinfachen sich die Ausdrücke für α und β gegenüber den allgemeinen (**170** Gl. 13, 14) ganz beträchtlich, indem man erhält

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{1}{2}\, b \cdot r} = \sqrt{\frac{\omega \cdot c \cdot r}{2}} \text{ u. s. f. (vgl. Fall 6c in **168**).}$$

Über den Sonderfall, dass $b = 0$ und $s = 0$, hingegen g und r endlich, siehe **174**.

Wird der Leitung am Anfang Wechselspannung aufgedrückt, so muss, wie Gleichung (1) und (3) in **170** erkennen lassen, nicht nur Spannung und Stromstärke in demselben Moment von Punkt zu Punkt der Leitung andere Werte annehmen, sondern auch die Phasenverschiebung φ_x muss mit fortschreitendem x variieren und eine Periode durchlaufen, insofern dieselbe Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke immer wieder erreicht wird, wenn βx den Wert $2\pi \cdot m$ annimmt, falls m die ganzen Zahlen bedeutet. Man erhält also auch hier bei φ_x, ebenso wie früher (siehe bei Fig. 148) bei den Spannungswerten, längs der Leitung ein Oscillieren um eine Gleichgewichtslage, jedoch besteht der Unterschied gegenüber dem vereinfachten Fall bei Fig. 148 darin, dass hier die aufgelagerten Schwingungen bei allen drei Grössen, nämlich J_x, E_x und φ_x, gedämpft sind und vom Anfang der Leitung (Generator) gegen Ende (Konsumstelle) anwachsen. Man betrachte hierzu Fig. 152, welche die Verhältnisse für den besonderen von Steinmetz (siehe W. E. § 114) ausgewerteten (fiktiven) Fall darstellt, dass in das Konsumgebiet am Ende der Leitung ($x = 0$) die Spannung

$$\tilde{E}_2 = 10000 \text{ Volt und } \tilde{J}_2 = 65 \text{ Amp. bei } \cos\varphi_2 = 0{\cdot}385,$$

d. h.

$$\tilde{J}_2 = \tilde{J}_r \urcorner \tilde{J}_\mu = (25 \urcorner 60) \text{ Amp.}$$

abgegeben werden sollen, wenn die Leitungs- bezw. Betriebskonstanten auf die Längeneinheit, etwa km der Leitung, bezogen durch folgende Werte charakterisiert sind:

a) für die in Reihe geschalteten Ausgleichwiderstände des Leitungskreises:

$$\text{wirksamer Leitungswiderstand } r = 1\,\Omega,$$

$$\text{wirksame Reaktanz } \omega \cdot L_w' = s = 4\,\Omega_s,$$

b) für die längs der Leitung parallelgeschalteten Ausgleichwege, welche also durch die Beschaffenheit und die Dimensionen des zwischen den Leitungen befindlichen Dielektrikums bedingt sind:

$$\text{wirksame Konduktanz} \quad g = 2 \,.\, 10^{-5}\,\mho = \frac{1}{50000\,\Omega},$$

$$\text{wirksame Kondensanz} \quad \omega \cdot C_w' = b = 20 \cdot 10^{-5}\,\mho_s = \frac{1}{5000\,\Omega_s}.$$

Setzt man diese Werte in die Gleichungen (13) und (14) von **170** ein, so ergeben sich die Parameter

$$\alpha = 4{\cdot}95 \cdot 10^{-3}$$

$$\beta = 28{\cdot}36 \cdot 10^{-3}$$

und

$$\alpha^2 + \beta^2 = 0{\cdot}829 \cdot 10^{-3}.$$

Beachtet man, dass für J_x und E_x, wie bei Fig. 148, das Niveau durch eine Exponentialkurve, bei φ_x aber durch eine Grade, hier $\varphi_\infty = 4{\cdot}2^0$ parallel zur Abscissenachse, gegeben ist, und wird auch hier der Abstand längs

der Leitung zwischen zwei Punkten, in denen das Niveau von der aufgelagerten Welle im gleichen Sinne durchschritten wird (siehe Fig. 152), als Wellenlänge der aufgelagerten Schwingung mit λ bezeichnet, so folgt aus

$$\beta x = 2 \cdot \pi \cdot m$$

$$\frac{x}{m} = \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi \cdot 10^3}{28{\cdot}36} = 221{\cdot}5 \text{ Längeneinheiten, etwa hier km.}$$

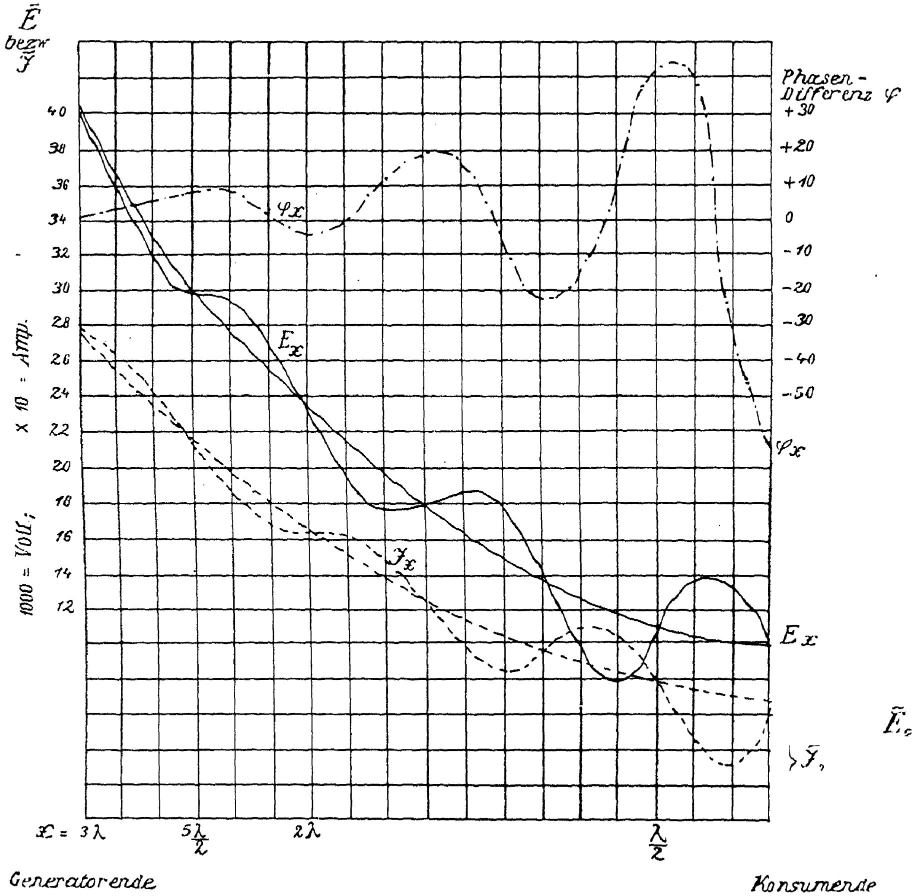


Fig. 152.

Die Kurven in Fig. 152 stellen also die Verhältnisse dar für eine Leitungslänge $= 3\,\lambda$ insgesamt; um die geforderte Leistung $\tilde{E}_2 \cdot \tilde{J}_2 \cdot \cos\varphi_2$ am Ende der Leitung ($x = 0$) abzuliefern, wären alsdann am Anfang der Leitung aufzudrücken etwa

$$\tilde{E}_1 = 40\,000 \text{ Volt und } \tilde{J}_1 = 280 \text{ Amp. bei einem } \varphi_1 \text{ von etwa } 1^0,$$

also $\cos\varphi_1$ praktisch gleich der Einheit.

Der wesentliche Unterschied bei Fig. 152 gegenüber dem früher (Fig. 148) betrachteten einfacheren Sonderfall besteht darin, dass dort längs der Leitung nur die Dämpfung der einen Komponente stattfindet, während hier beide gedämpft sind, wie eine Vergleichung von Fig. 148 mit Fig. 152 augenfällig macht (vgl. hierzu auch am Anfang dieses Artikels).

Wenn diese Verhältnisse auch für die Starkstromtechnik im vorliegenden Beispiel zu wirtschaftlich unbrauchbaren Ergebnissen führen, so sind dieselben doch für die Schwachstromtechnik, namentlich die Kabeltelephonie, von grösster Wichtigkeit und erlauben in physikalischer Hinsicht ausserordentlich interessante Folgerungen zu ziehen. Auch praktisch haben letztere schon Fortschritte veranlasst, wie in den Verbesserungen der drahtlosen Telegraphie nach BRAUN und nach SLABY und in den PUPINschen Vorschlägen für die Kabeltelephonie (vgl. ETZ 1901, 700; siehe auch 1902, 1059). Für diese Vorschläge bilden die obigen Grundgleichungen den Ausgangspunkt, indem bei den allgemeinen Gleichungen (13) und (14) in **170** von dem Isolationsverlust abstrahiert wird, also $g = 0$ gesetzt ist, und die so erhaltenen Gleichungen

172. Wichtige Sonderfälle der Schwachstromtechnik.

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\, b\,(\sqrt{s^2 + r^2}) + (-\, b\, s)} = \sqrt{\frac{\omega\, c}{2}\left(\sqrt{(\omega\, L_w')^2 + r^2} - \omega\, L_w'\right)} \quad (1)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\, b\,(\sqrt{s^2 + r^2}) - (-\, b\, s)} = \sqrt{\frac{\omega\, c}{2}\left(\sqrt{(\omega\, L_w')^2 + r^2} + \omega\, L_w'\right)} \quad (2)$$

werden zur Ermittelung des Betrages an einzuschaltender Selbstinduktion L_w' in die Einheit der Leitungslänge benutzt, um die gewünschte Tonverstärkung bezw. Wechselstromstärke am Ende durch Resonanz (**147**) zu erzielen.[1])

Kann man, wie bei den gegenwärtig verwendeten Kabeln, die Selbstinduktion der Leitung in erster Annäherung praktisch vernachlässigen, so dass also von den vier Koeffizienten des allgemeinen Falles (**169**) sowohl $g = 0$ als $s = 0$ wird und nur r und b praktisch merkliche Werte besitzen, so gelangt man zu Sonderfällen, die in der Kabeltelephonie von grosser Bedeutung sind und gleichzeitig an die später betrachteten unbeständigen Ausgleichvorgänge der Kabeltelegraphie mit Wechselkontakten anschliessen (**191**). Um die Übereinstimmung der daselbst angegebenen, aus FOURIERschen Integralen abgeleiteten Gleichung für die unendlich lange Leitung

$$e_x = \left[e_1' \cdot \varepsilon^{-\sqrt{C_x \cdot R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}}}\right] \sin\left(\pi z t - \sqrt{C_x \cdot R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}}\right) \cdot \quad (3)$$

mit den Ergebnissen der allgemeinen Gleichung (20) in Art. 170 zu erkennen, hat man nur folgendes zu beachten:

Die vorstehende Gleichung (3) lässt sich auf die bisher gebrauchten Symbole zurückführen, wenn wir an Stelle der totalen Kapazitäts- und Widerstandswerte C_x bezw. R_x vom Anfang bis zum Punkt x die Werte für die Längeneinheit einführen und mit c die Kapazität und r den OHMschen Widerstand für die Längeneinheit bezeichnen. Alsdann erhält man

$$e_x = \left[e_1' \cdot \varepsilon^{-x\sqrt{\frac{c \cdot r \cdot \omega}{2}}}\right] \sin\left(\omega t - x\sqrt{\frac{c \cdot r \cdot \omega}{2}}\right) \quad (3a)$$

1) Zu bemerken ist nur, dass in den Formeln auf Seite 701 a. a. O. hinsichtlich der Bedeutung die Symbole α und β vertauscht sind gegenüber den Formeln in **170**ff.

Setzt man ferner die Kondensanz der Längeneinheit $\omega \cdot c = b$ und führt den Parameter $\sqrt{\frac{1}{2} b \cdot r} = a$ ein, so wird

$$e_x = e_1' \cdot \varepsilon^{-ax} \cdot \sin(\omega t - ax) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3b)$$

Um die Gleichung (20) in **170** entsprechend umzuformen, haben wir wegen der hier erforderlichen Zählung vom Generatorende der Leitung an, also in Richtung der fallenden Energie (vgl. **171**), x in $-x$ zu verwandeln und zu beachten, dass für $x = \infty$ infolge der Dämpfung sowohl $J_\infty = 0$ als auch $E_\infty = 0$ wird, woraus auch $B = 0$ folgt. Da alsdann (**171**) ausserdem $\alpha = \beta$, so ergiebt dies für $\tilde{E}_x$ die Gleichung

$$\tilde{E}_x = \frac{A}{b} \cdot \varepsilon^{-ax} (\cos ax \urcorner \sin ax) \qquad (3c)$$

und beim Übergang auf die absolute Grösse (**169**)

$$e_x' = \frac{A}{b} \cdot \varepsilon^{-ax}.$$

Für $x = 0$ muss $\tilde{E}_x = \tilde{E}_1$ werden, also

$$\frac{A}{b} = e_1',$$

so dass nach Zusammensetzung der cos- und sin-Komponenten (vgl. **169** bezw. **171**) für einen beliebigen Moment t die obige Gleichung

$$e_x = e_1' \cdot \varepsilon^{-ax} \cdot \sin(\omega t - ax)$$

erhalten wird. Hierbei bringt ωt die zeitliche Hauptschwingung der aufgedrückten Spannung zum Ausdruck, hingegen ax die aufgelagerte örtliche, also von dem Leitungspunkte abhängige Schwingung (**168**).

Für starke Dämpfung, wie sie u. a. in der Kabeltelephonie vorliegt, gilt diese Beziehung auch sehr angenähert für sehr lange Leitungen.

Abgesehen von der Verkleinerung des Maximalwertes

$$e_x' = \frac{e_1'}{\varepsilon^{ax}}$$

mit wachsendem x, also wachsender Leitungslänge, gegenüber e_1', der aufgedrückten Spannung am Anfang der Leitung, lässt aber die Zeitfunktion $\sin(\omega t - ax)$ erkennen, dass die Phase der beiden Spannungen nicht übereinstimmt. Vielmehr hinkt e_x' bezw. e_2' dem e_1' nach und zwar um den Winkel

$$\varphi = ax = \sqrt{\frac{C_x \cdot R_x \cdot \omega}{2}}.$$

Wird das Produkt $R \cdot C \cdot \omega$ entweder infolge grosser Länge des Kabels, also des Produktes $C \cdot R$, oder auch infolge hoher Wechselzahlen, also des Wertes ω, so gross, dass φ den Wert 90^0 übersteigt, so sind im gleichen Zeitpunkt entgegengesetzte Spannungen längs der Leitung vorhanden. Für einen bestimmten Zeitmoment wird sich sonach die Verteilung der

Spannung längs der Leitung etwa wie in Fig. 153 darstellen lassen, wobei SL den Stromleiter und die Pfeile den Spannungswert an den betreffenden Punkten nach Richtung und Grösse angeben. In Fig. 153, wo das Dämpfungsverhältnis gegenüber der Wirklichkeit mit Rücksicht auf die Deutlichkeit sehr stark (auf etwa $\frac{1}{10}$) verkleinert ist (siehe unten), wurde angenommen, dass C, R und ω so gross sind, dass

$$\varphi = \sqrt{\frac{R \cdot C \cdot}{2}}$$

den Wert $2\pi = 360^0$ erreicht. Für die Darstellung ist ferner der Moment herausgegriffen, in welchem die aufgedrückte Spannung $\tilde{E}_1$ den Maximalwert e_1' besitzt, also ωt den Wert $\frac{\pi}{2}$. Alsdann ist in der Entfernung $\frac{\lambda}{4} = x$, oder $\frac{\lambda}{4} \quad \frac{r \cdot c \cdot \omega}{2} = \frac{\pi}{2}$ die Spannung

$$e_{x=\frac{\lambda}{4}} = 0, \text{ und für } x = \frac{\lambda}{2}$$

$$e_{x=\frac{\lambda}{2}} = - e_1' \cdot \varepsilon^{-\pi}, \text{ d. i. } \frac{1}{23} \text{ von } e_1'.$$

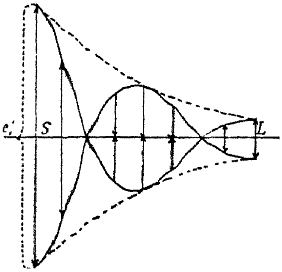


Fig. 153.

Das Dämpfungsverhältnis zweier Schwingungen, welche längs des Leiters aufeinanderfolgen und entgegengesetztes Vorzeichen besitzen, wäre also 23 (in Fig. 153 etwa 2·3).

Über die Abhängigkeit der Fortpflanzung von z oder ω siehe in **191**.

Schliesst man hier noch die beiden Sonderfälle an, bei denen es sich um eine Leitung von endlicher Länge handelt, die Leitung am Anfang mit Wechselspannung beschickt wird, mit ihrem Ende aber einmal an Erde liegt, ein zweites Mal isoliert ist, so kann man dieselben gleichfalls aus den allgemeinen Gleichungen (20) und (18) in **170** ableiten. Behält man bei der endlichen Leitung wiederum die Zählweise bei, dass $x = 0$ dem Ende entspricht, so wird für die Leitung mit geerdetem Ende $E_2 = 0$ und $A = B$ (**173**); jedoch ist hier nicht b, sondern $g = 0$ zu setzen. Hieraus folgt:

$$e_x' = \frac{A}{b} [(\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \alpha x + (\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \alpha x] \quad . \quad (4)$$

und

$$i_x' = \frac{A}{\alpha + \beta} [(\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \alpha x + (\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \alpha x] \quad . \quad (5)$$

Da nun $A = c_1 \cdot v$ und $\alpha + \beta = v$, so folgt für $x = 0$ die Stromstärke i_2' am geerdeten Ende zu

$$i_2' = c_1 \cdot 2 \text{ oder } c_1 = \frac{i_2'}{2},$$

also

$$i_x' = \frac{i_2'}{2} [(\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \alpha x + (\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \alpha x] \quad . \quad (5a)$$

und da

$$A = c_1 v = \frac{i_2'}{2} \sqrt{b \cdot r},$$

so folgt für die Spannung gegen Erde (Potential) am Punkt x

$$e_x' = \frac{i'}{2} \sqrt{\frac{r}{b}} \left[(\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}) \cos \alpha x + (\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}) \sin \alpha x\right]. \quad (4a)$$

Durch Zurückgehen auf die absoluten Grössen kann man hier die eckigen Klammerausdrücke etwas vereinfachen und erhält für Gleichung (5a)

$$i_x' = \frac{i_2'}{2} \sqrt{\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x} + 2 \cos 2\alpha x} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (5b)$$

und für Gleichung (4a)

$$e_x' = \frac{i_2'}{2} \sqrt{\frac{r}{b} (\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x} - 2 \cos 2\alpha x)} \quad \cdot \cdot \cdot \quad (4b)$$

Für den Fall, dass das Ende nicht an Erde liegt, sondern isoliert und geöffnet ist, tritt bei den Gleichungen nur eine Vertauschung von Spannung und Stromstärke ein, da hier nicht E_2 sondern $J_2 = 0$ wird.

Bei entsprechender Ableitung wie oben erhält man

$$e_x' = \frac{e_2'}{2} \sqrt{\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x} + 2 \cos 2\alpha x} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (6)$$

und

$$i_x' = \frac{e_2'}{2} \sqrt{\frac{b}{r} (\varepsilon^{2\alpha x} + \varepsilon^{-2\alpha x} - 2 \cos 2\alpha x)} \quad \cdot \cdot \cdot \quad (7)$$

5. Verteilung des elektrischen Ausgleichs über den Leiterquerschnitt.

173. Lineare Ströme und seitlicher Verlust.

Bei den früheren Betrachtungen (**143** ff.) ist die Ausgleichstärke als etwas Einheitliches aufgefasst worden, indem man gleichsam den elektrischen Kreislauf von aussen betrachtete. Eine genügende Entfernung des Standpunktes (**140**) legte hierbei ein Zusammenfassen aller Strömungselemente des Kreislaufquerschnittes zu der Stromstärke nahe. Berücksichtigt man aber den Umstand, dass der Leiterquerschnitt, oder allgemeiner der Querschnitt, durch welchen der elektrische Ausgleich erfolgt, unbedingt eine endliche Ausdehnung haben muss, auch in der Zusammensetzung aufs Mannigfaltigste variieren kann, sowohl was die Parallelbahnen eines Querschnittes mit demselben Spannungsniveau, als was die Hintereinanderschaltung aufeinanderfolgender Querschnitte in demselben Kreislauf betrifft, so gewinnt auch die Stromverteilung über diese einzelnen Querschnittselemente Bedeutung. Obwohl genau genommen bei allen Ausgleichvorgängen der Stromweg dreidimensionale oder körperliche Leiter erfordert, so pflegt man praktisch doch lineare Ströme, Flächenströme und körperliche Ströme zu unterscheiden, je nachdem die Strombahn eine ganz ausgesprochene Entwickelung nach nur einer Dimension, oder nach zwei Dimensionen aufweist, oder alle drei Dimensionen angenähert gleichwertig in Frage kommen. Die praktisch weitaus wichtigsten sind die sogenannten linearen Ströme. Man bezeichnet hiermit die elektrischen Ausgleichvorgänge in Strombahnen, bei welchen die Niveauflächen der elektrischen Spannung zusammenfallen mit den Leitungsquerschnitten senkrecht zur Hauptdimension, während aufeinander-

folgende Längenquerschnitte ein Spannungsgefälle $\frac{dE}{dl}$ aufweisen, das von der Stromdichte

$$\triangle = \frac{J}{q}$$

und der Leitfähigkeit k des Materials abhängt.

Unter Beibehaltung des Strömungsbildes denkt man sich die gesamte Stromstärke in einzelne Stromfäden oder Stromröhren aufgelöst, deren Wandungen als Stromflächen sich wiederum aus Stromlinien aufbauen. Diese Stromlinien fallen bei stationärem Bewegungszustand mit der Richtung der elektrischen Kraft zusammen und verlaufen also senkrecht zu den Niveauflächen der Spannung. Analog wie bei den Kraftlinien des elektrischen oder magnetischen Feldes (**112**, **115**) wird durch die Dichte der Stromlinien die spezifische Ausgleichintensität oder Stromdichte dargestellt. Die Begrenzung der Stromröhren durch Stromlinien lässt jene den Kraftröhren des Feldes entsprechen und bedingt, dass bei allen Querschnitten einer und derselben Stromröhre die hindurchfliessende Elektrizitätsmenge (momentan) denselben Wert besitzt.

Für stationäre Gleichstromverhältnisse ergiebt sich zunächst aus dem Ohmschen Gesetz $(\overline{J} = \overline{E} : R)$ in Verbindung mit der Definition des elektrischen Leitungswiderstandes nach Ohm $R = \frac{l}{q \cdot k}$ die Gleichung für die Stromdichte

$$\Delta = \frac{J}{q} = \frac{E}{l} \cdot k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Dies setzt voraus, dass die Strombahn mit ausgesprochen linearer Ausdehnung sich in einem völlig isolierenden Mittel befindet, so dass die Spannungskomponente $\frac{dE}{dn}$ senkrecht zur Leiterrichtung den Wert 0 besitzt, also die Leiteroberfläche eine aus Stromlinien gebildete Stromfläche darstellt. Allgemein gilt für ein nicht völlig isolierendes Mittel mit dem spezifischen Leitungsvermögen k_2 eine Kontinuitätsgleichung, welche den Wärmeleitungsgesetzen völlig analog ist und für die Strömung durch irgend ein Grenzflächenelement (Oberfläche des Leiterelementes) durch

$$k_1 \frac{dE_1}{dn} + k_2 \frac{dE_2}{dn} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

gegeben ist, falls das spezifische Leitvermögen des Leiters mit k_1 bezeichnet wird.

Die Definition des Leitungswiderstandes nach Ohm schliesst für $k_2 = 0$ bereits ein, dass bei stationären Strömungsverhältnissen in linearen Leitern von homogenem Material die Stromstärke gleichmässig über den ganzen Querschnitt verteilt sein, also die Stromdichte an allen Stellen eines Leiterquerschnittes denselben Wert besitzen muss. Diese Widerstandsformulierung gilt aber im allgemeinen nur für Gleichstrom (**176**) und auch da nur beim Absehen von Temperaturunterschieden der konzentrischen Schichten. Genau genommen kann auch hier die Stromdichte nicht völlig die gleiche sein, sondern muss von der Mitte nach der Leiteroberfläche zu sich etwas ändern, und zwar bei metallischen Leitern zunehmen. Die im Leiter entwickelte Joulesche Wärme muss

bei stationärem Zustand nämlich nach aussen abgegeben werden, und der Leiter muss von der Mitte nach der Oberfläche zu ein Temperaturgefälle besitzen. Aus diesem Grunde wird k_1 nach der Mitte zu im allgemeinen etwas abnehmen und, bei der Konstanz des Spannungsgefälles $\frac{dE_1}{dl} = \frac{\Delta_1}{k_1}$, dementsprechend der Wert Δ_1 kleiner werden. Mit wachsender Stromdichte und wachsendem Leiterquerschnitt wird diese Ungleichmässigkeit zunehmen.

Ist das Verhältnis von $k_2 : k_1$ praktisch merklich von Null verschieden, so wird ein Verlust an der Leiteroberfläche eintreten, welcher verursacht, dass die Stromstärke und die Stromdichte mit der Entfernung von der Spannungsquelle abnehmen, und das Spannungsniveau N (Äquipotentialfläche) mit dem Leiterquerschnitt nicht mehr zusammenfällt, sondern in der Nähe der Oberfläche eine Umbiegung erfährt (Fig. 154), so dass $\frac{dE_1}{dn_1} > 0$ wird.

Ferner ist $\frac{d^2 E_x}{dx^2}$, welches bei linearem, homogenem Leiter mit gleichbleibendem Querschnitt für sehr gute Isolation praktisch den Wert 0 besitzt, hier auch endlich und wächst proportional mit dem elektrischen Spannungs-

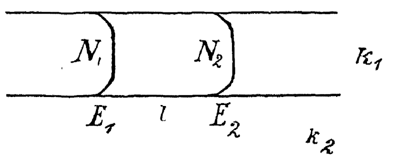


Fig. 154.

wert E_x gegen die neutrale Umgebung (Erdpotential) und mit einem Faktor $c \cdot \frac{k_2}{q \cdot k_1}$, der also das Verhältnis der spezifischen Mediumsleitfähigkeit k_2 zu der Leitfähigkeit k_1 des Hauptkanals enthält.

Diese Verhältnisse sind experimentell von Gaugain (1860 Compt. rend. 51, 932) untersucht worden, indem er nacheinander zwei Seidenschnüre von 4 und 8 m Länge einer bedeutenden Spannungsdifferenz $(E_1 - E_2)$ zwischen Anfang und Ende der Schnur aussetzte und den Spannungswert $E_m - E_2$ zwischen Mitte und Ende elektrostatisch bestimmte. Bei diesem an sich ausserordentlich schlechten Leiter ist die Leitungsfähigkeit bezw. Entladungsfähigkeit der Luft nicht mehr zu vernachlässigen. Bezeichnet man den Wert $(E_1 - E_2)$ mit 52, so nahm $(E_m - E_2)$ sehr langsam mit der Dauer der Ladung zu und erreichte erst nach mehr als 30 Minuten einen stationären Betrag, der aber nicht den Wert 26 besass, wie es dem Ohmschen Gesetz entsprochen hätte, sondern den Wert 18·7 bei der 4 m langen Schnur und den Wert 9 bei der 8 m langen Schnur. Den Leitungskoeffizienten bezw. Verlustkoeffizienten k_2 (der umgebenden Luft) bezeichnet Gaugain als „Ladungskoeffizienten" und setzt

$$c' \cdot \frac{k_2}{q \cdot k_1} = a^2.\text{[1]}$$

1) Im Original ist an Stelle des Symboles α das Symbol β für diesen Parameter gewählt, doch wurde hier mit Rücksicht auf die Übereinstimmung mit den Ableitungen in 170 ff. α eingeführt.

Hierbei ist im Hinblick auf den früher erwähnten Zusammenhang zwischen der Kapazität eines Leiters und seinem Ausbreitungs- oder Nebenschliessungswiderstand in die Umgebung (**115**) zu berücksichtigen, dass, bei Einführung von c für die elektrostatische Kapazität der Längen e i n h e i t der Leitung, der Ü b e r g a n g s w i d e r s t a n d des Längenelementes dx sich zu

$$1 : (c \cdot dx \cdot 4\pi \cdot k_2)$$

ergiebt, wenn k_2 das spezifische Leitvermögen oder Entladungsvermögen der Umgebung, etwa hier der Luft, bezeichnet. Ebenso ergiebt sich beim Querschnitt q der Leitung mit dem spezifischen Leitvermögen k_1 bezw. Widerstand $\frac{1}{k_1}$ der i n n e r e Leiterwiderstand des Elementes zu $\frac{dx}{q \cdot k_1}$, also das mit a^2 bezeichnete Verhältnis der Leitfähigkeiten zu

$$a^2 = \frac{c \cdot dx \cdot 4\pi \cdot k_2}{\left(\frac{q \cdot k_1}{dx}\right)} = \frac{g}{\left(\frac{1}{r}\right)} = g \cdot r,$$

wenn g die Konduktanz der Einheitslänge zwischen den Leitungen und r die Resistanz der Einheitslänge in der Leitung (**170**) angiebt.

Die Beziehungen für die Spannung und Stromstärke werden wegen ihrer Analogie mit den Formeln der Wärmeströmung in einem ausstrahlenden Stabe meist aus der Potentialgleichung (vgl. M. uud J. I, 220)

$$\frac{d^2 V}{dx^2} - a^2 \cdot V = 0$$

hergeleitet, lassen sich aber für uns einfacher als Sonderfall des früher behandelten allgemeinen Falles (**170**) ermitteln. Zunächst ergeben sich für die Gleichungen (13) und (14) in **170** für $b = 0$ und $s = 0$ die speziellen Werte

$$\alpha = \sqrt{g \cdot r},$$

$$\beta = 0,$$

also

$$v = \alpha = \sqrt{g \cdot r},$$

ferner für Gleichung (20)

$$E_x = \frac{1}{g}\,(A \cdot \varepsilon^{\alpha x} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}).$$

Zählt man wieder x vom Ende der Leitung (**171**), so wird für $x = 0$ $E_x = E_2$ und für $x = l$ wird $E_x = E_1$,

also

$$E_2 = \frac{1}{g}\,(A - B)$$

und

$$\frac{E_x}{E_1} = \frac{A \cdot \varepsilon^{\alpha x} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha x}}{A \cdot \varepsilon^{\alpha l} - B \cdot \varepsilon^{-\alpha l}}$$

Legt man das Ende ($x = 0$) an Erde, so wird bei Zählung der Spannung gegen Erde (Potential) $E_2 = 0$, also $A = B$, und sonach

$$E_x = E_1 \cdot \frac{\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}}{\varepsilon^{\alpha l} - \varepsilon^{-\alpha l}}.$$

Für die Mitte der Schnur $x = \frac{l}{2}$ wäre

$$E_m = E_1 \cdot \frac{\varepsilon^{\frac{\alpha l}{2}} - \varepsilon^{\frac{-\alpha l}{2}}}{\varepsilon^{\frac{2 \alpha l}{2}} - \varepsilon^{\frac{-2 \alpha l}{2}}} = \frac{E_1}{\varepsilon^{\frac{\alpha l}{2}} + \varepsilon^{\frac{-\alpha l}{2}}}$$

oder auch
$$\varepsilon^{\frac{\alpha l}{2}} = \frac{1}{2} \frac{E_1}{E_m} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{E_1}{E_m}\right)^2 - 1}.$$

Hierbei bezeichnen die E in allen Fällen die stationär gewordenen Spannungen.

Die letzte Formel liefert für die Schnur von 4 Metern den Wert 2·355. Setzt man diese Schnurlänge l als Einheit und den Wert $\varepsilon^{\frac{r}{2}} = 2{\cdot}355$ in die Formel für E_m ein, so erhält man für $l = 2$, also für 8 m, den Wert 9·08, was sehr befriedigend mit der Beobachtung stimmt.

Nach dem Vorausgegangenen ist einleuchtend, dass die Stromstärke in der Schnur nach dem Ende zu abnehmen muss, während der Kreislaufwiderstand infolge der kleiner werdenden Ausgleichfähigkeit der Luftnebenschliessung zunimmt. Die Formel für die stationär gewordene Stromstärke $\overline{J_x}$ an einem beliebigen Punkt ergiebt sich nach Gleichung (2) und (17) in **170** zu

$$\overline{J_x} = \frac{1}{r} \cdot \frac{d E_x}{d x} = \frac{\alpha}{r} \cdot E_1 \frac{\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}}{\varepsilon^{\alpha l} - \varepsilon^{-\alpha l}},$$

wenn r den Ohmschen Widerstand der Längeneinheit ohne Luftnebenschliessung bezeichnet, während der Gesamtwiderstand R mit Nebenschliessung, oder der Kombinationswiderstand einer Leitung mit seitlichen Verlusten, hier zwischen Anfang (1) und Erde, durch

$$R = \frac{E_1}{J_x} = \frac{r}{\alpha} \cdot \frac{\varepsilon^{\alpha l} - \varepsilon^{-\alpha l}}{\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}}$$

gegeben ist.

Für sehr, eigentlich unendlich lange Leitungen, deren Ende an Erde liegt, wird

$$\overline{E}_x = \overline{E}_1 \cdot \varepsilon \qquad \overline{J}_x = \overline{E}_1 \cdot \varepsilon^{-\alpha x} \cdot \frac{\alpha}{r}; \qquad R = \frac{r}{\alpha} \cdot \varepsilon^{\alpha x},$$

also Spannung und Stromstärke nehmen in geometrischer Progression ab, der Widerstand ebenso zu.

Liegt das Ende der Leitung, ebenso wie der zweite Batteriepol, nicht an Erde, sondern ist das Ende ($x = 0$), oder bei Doppelleitungen beide Enden, von Erde isoliert, die Leitung aber geöffnet, also $J_2 = 0$, so folgt aus Gleichung (2) von **171**, dass

$$\overline{E}_x = \frac{\overline{E}_2}{2} \sqrt{\varepsilon^{2 \alpha x} + \varepsilon^{-2 \alpha x} + 2},$$

$$\overline{E}_x = \frac{\overline{E}_2}{2} \left(\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}\right),$$

also
$$\overline{E}_1 = \frac{\overline{E}_2}{2}\left(\varepsilon^{\alpha l} + \varepsilon^{-\alpha l}\right),$$

$$\overline{E}_m = \frac{\overline{E}_2}{2}\left(\varepsilon^{\frac{\alpha l}{2}} + \varepsilon^{-\frac{\alpha l}{2}}\right)$$

oder

$$E_m = \overline{E}_1 \frac{\left(\varepsilon^{\frac{\alpha l}{2}} + \varepsilon^{-\frac{\alpha l}{2}}\right)}{\left(\varepsilon^{\alpha l} + \varepsilon^{-\alpha l}\right)}.$$

Für Beschickung der offenen Leitung mit Wechselspannung $(\tilde{E}_1)$ gelten ganz analoge Gleichungen, wie aus der allgemeinen Gleichung (20) in **170** hervorgeht, wenn man sie für diesen Fall spezialisiert, wobei

$$A = -B \text{ wird und } \frac{A}{g} = \frac{e_2'}{2},$$

also

$$e_x = \frac{e_2'}{2}\left[\left(\varepsilon^{\alpha x} + \varepsilon^{-\alpha x}\right)\cos \alpha x - \left(\varepsilon^{\alpha x} - \varepsilon^{-\alpha x}\right)\sin \alpha x\right].$$

Diese Verhältnisse bieten auch ein gewisses technisches Interesse für diejenigen Fälle, in denen bei langen Leitungen und hohen Spannungen die Verluste durch Nebenschliessung, sei es durch die mangelhafte Isolation der isolierenden Stützen, sei es durch die begrenzte dielektrische Festigkeit der Luft (**130**) in Form von sogenannten stillen oder auch Glimmlichtentladungen, nicht mehr vernachlässigbar klein sind. Diese Nebenschliessungserscheinungen, welche bei Gleich- und Wechselstrom übereinstimmend auftreten können, sind übrigens nicht zu verwechseln mit der Bindung von Stromstärke längs der Leitung, welche durch ihre Kapazität veranlasst wird, und bei nichtstationärem Gleichstrom (**191**), sowie bei Wechselstrom Ladeerscheinungen bedingt (**161**).

174. Ausbreitungserscheinungen und Flächenströme.

Kehren wir zunächst zu den stationären Gleichstromverhältnissen und den Strombahnen in praktisch völlig isolierender Umgebung zurück, so wird doch das oben erwähnte Zusammenfallen der Stromlinien mit der Leiteroberfläche nur für l i n e a r e Leiter in einem gewissen Abstand von Stellen mit plötzlicher Querschnittsänderung gelten. Folgen zwei Leiterstrecken, welche für sich als linear anzusehen sind, jedoch sehr verschiedenen Querschnitt besitzen, aufeinander, so wird ganz ähnlich wie bei einer Wasserströmung, die aus einem engen in ein weites Rohr übergeht, die Ausbreitung oder Zusammenschnürung der Stromfäden a l l m ä h l i c h erfolgen, so dass in dem anstossenden weiten Rohrende gleichsam tote Winkel entstehen, in welchen die Stromlinien sich nicht der Leiteroberfläche anschmiegen. Diese Übergangs- und Ausbreitungserscheinungen, welche in ganz ähnlicher Weise nicht nur bei Wasserströmungen, sondern auch auf vielen anderen physikalischen Gebieten, wie Dampfausströmung, Bewegung der Luft in ungedeckten Pfeifen u. s. w., eine Rolle spielen, werden hinsichtlich des Widerstandes der Leitungsbahn durch eine virtuelle Verlängerung des engeren Leiters auszudrücken sein.

Die praktisch wichtigste Rolle spielen diese Ausbreitungserscheinungen beim Übergang von Leitern mit überwiegend eindimensionaler Ausdehnung in solche mit zwei- oder dreidimensionaler, also beim Übergang von linearen Strömen zu Flächenströmen oder Körperströmen, oder auch von Flächen-

strömen zu Körperströmen, wie sie bei Erdungen mit Platte vorliegen. Diese Probleme bieten naturgemäss für mathematische Exkursionen vielfache Ansatzpunkte und sind auch in der theoretischen Physik, namentlich von KIRCHHOFF (vgl. Ges. Abh.), ausgiebig behandelt worden. Hier möge mit Übergehung der Stromverteilungen in gekrümmten Flächen (Platten), welche überwiegend mathematisches Interesse besitzen, nur das Wichtigere und namentlich auch das experimentell Nachgeprüfte Erwähnung finden. (Weiteres, sowie auch genauere Litteraturangaben siehe WIED. I, 353 ff.)

Von den Flächenströmen seien die Ausbreitungserscheinungen in ebenen, unbegrenzten oder begrenzten dünnen Platten betrachtet, welche einmal aus homogenem Material mit einheitlichem k bestehen, ein zweites Mal aus Teilen

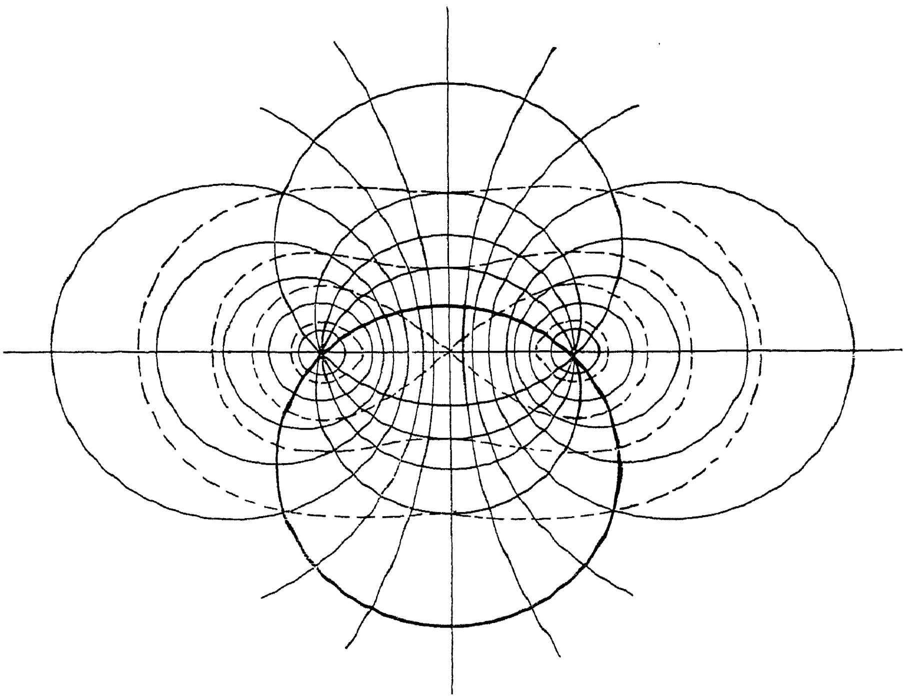
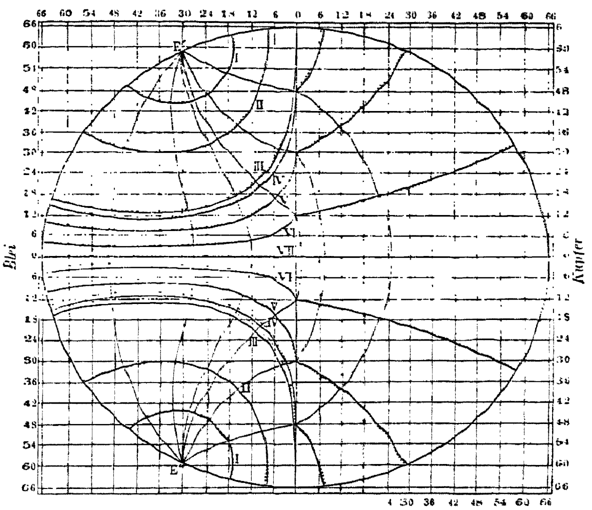


Fig. 155.

mit verschiedenem spezifischen Leitvermögen (k_1 und k_2) zusammengesetzt seien. Wird zwischen zwei Punkten einer homogenen ebenen leitenden Platte eine Spannungsdifferenz erzeugt, z. B. durch Aufsetzen der beiden freien Enden von zwei Drähten, welche mit ihren anderen Enden an eine Stromquelle angeschlossen sind, so lässt sich der erfolgende elektrische Ausgleich, soweit die Ausbreitungsverhältnisse in der Platte in Frage kommen, durch die Linien der Fig. 155 zur Anschauung bringen. Die Übergangsstellen von den linearen Leitern zu dem Flächenleiter pflegt man als Einströmungs- und Ausströmungspunkte, oder nach einem anderen hydrodynamischen Bilde (MAXWELL) als Quell- und Sinkstellen zu bezeichnen. Stromlinien, Niveaulinien und Linien gleicher Stromdichte zeigen bei zunächst unbegrenzt gedachter Fläche einen Verlauf, der geometrisch regelmässig und zur Senkrechten auf der Mitte der Verbindungsgeraden jener beiden Punkte symmetrisch ist.

Die Niveaulinien der Spannung bilden eine Schar von Kreisen, deren Mittelpunkte auf der Verbindungsgeraden vom Ein- zum Ausströmungspunkt liegen und letztere als „harmonische Punkte“ charakterisieren. Die Stromlinien sind gleichfalls Kreisbögen und werden durch die Schar aller Kreise gebildet, welche durch jene Punkte hindurchgehen. Die Kreisbogenzwischenräume mit Mondphasengestalt stellen Querschnitte von Stromröhren dar und lassen die Änderung der Strom d i c h t e innerhalb jeder Strom r ö h r e erkennen, da sich die von ihr geführte Strom s t ä r k e nicht ändert (**173**). Die Verbindung der P u n k t e g l e i c h e r S t r o m d i c h t e liefert die in der Figur strichlierte Kurvenschar, welche Lemniskaten darstellen. Schneidet man aus der Platte der Fig. 155 Flächenstücke längs der Stromlinien heraus, so kann sich an den Strömungsverhältnissen nichts ändern; daher gilt der reell bleibende Teil der Kurven auch für die stark ausgezogene Kreisplatte mit den Randstellen als Ein- und Ausströmungspunkten.

Strömungskurven und Linien gleichen Potentials nach Quincke.



…s zwei halbkreisförmigen Hälften von Blei und Kupfer zusammengesetzten Platte.

Fig. 156.

Der Widerstand j e d e r S t r o m r ö h r e f ü r s i c h bleibt also u n b e e i n f l u s s t durch das Hinzutreten anderer Strompfade, oder der Ausgleich erfolgt so, als ob die einzelnen Stromröhren voneinander isolierte Strompfade in Parallelschaltung (**145**) darstellen. Durch experimentelle Untersuchungen sind die theoretischen Ergebnisse in allen wesentlichen Punkten bestätigt worden. Am bequemsten hierfür dürften die Methoden von Kirchhoff (1845, P. A. 64, 497; 1846, P. A. 67, 344) sein: Festlegung der Niveaulinien durch Abtasten mit zwei Nadelspitzen, an welche ein empfindliches Galvanometer angeschlossen ist, also Ermittelung einer ausreichenden Zahl von Punkten, zwischen welchen das empfindliche Galvanometer im Nebenschluss keinen Ausschlag giebt; oder Aufzeichnung der Lagen von sehr kleinen Magnetnadeln, welche dicht über der Platte an verschiedenen Stellen beobachtet werden (**181**).

Die Lemniskatenform der Stromdichtelinien ist gleichfalls, und zwar mit Hilfe von Schmelzfiguren durch Mach bestätigt worden. (Weiteres siehe Wied. I, 377 ff.)

Diese Kirchhoffsche Kreisplatte kann auch dazu dienen, die „Brechung der Stromlinien“ experimentell nachzuprüfen, welche eintritt, wenn man den einen Teil, etwa die untere Hälfte (Fig. 155), aus einem Material von anderer Leitfähigkeit herstellt (vgl. Fig. 156).

Kirchhoff hat in der ersten der obengenannten Abhandlungen hierfür folgende zwei Sätze abgeleitet:

1) Die gebrochene Stromlinie liegt in einer Ebene, welche durch die Normale und die einfallende Stromlinie bestimmt ist, also ein mit der Optik übereinstimmendes Gesetz.

2) Das Verhältnis der Tangenten des Einfalls- und des Brechungswinkels entspricht dem Verhältnis der Leitfähigkeiten der beiden Mittel, also

$$\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = k_1 : k_2.$$

Dieses Gesetz, welches von dem entsprechenden optischen Gesetz, das die Sinusfunktion enthält, abweicht, schliesst eine totale Reflexion aus (**117**). Die experimentelle Untersuchung des Verlaufs der Niveaulinien und Stromlinien an einer Kreisscheibe, deren eine Hälfte aus Blei, deren andere aus Kupfer bestand, durch Quincke (1856, P. A. 97, 382) ergab die in Fig. 156 dargestellten Verhältnisse. Die an der Grenze geknickten (strichlierten) Stromlinien liefern jedoch bei der experimentellen Ermittelung ein von $k_1 : k_2$ (für Blei-Kupfer etwa 1 : 11) abweichendes Verhältnis, nämlich etwa 1 : 6, was vielleicht auf die Peltierwirkung (**277**) an der Grenze zurückzuführen ist.

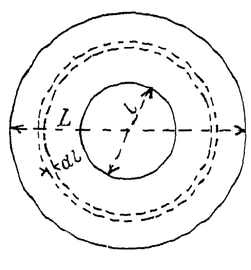


Fig. 157.

175. Körperströme und Ausbreitungswiderstände.

Für stationäre Ströme in körperlichen Leitern, welche weder linear-cylindrische noch flächen- oder plattenförmige Gestalt besitzen, sind in erster Linie die Widerstandswerte und namentlich die Ausbreitungswiderstände beim Übergang aus den vorgenannten Leiterformen von Wichtigkeit. Kann der körperliche Leiter hinsichtlich seiner elektrischen Leitfähigkeit als praktisch homogen betrachtet werden, so erfolgt die Ermittelung des Gesamtwiderstandes R im allgemeinen wie folgt: Man formuliert den Widerstand nach Ohm $\left(R = \frac{l}{q \cdot k}\right)$ für eine differentielle Schicht und integriert zwischen den Leiterbegrenzungen. In dem für den inneren Widerstand von Elementen vielfach wichtigen Fall einer hohlcylindrischen Flüssigkeitsschicht mit der Leitfähigkeit k zwischen zwei abgrenzenden Elektroden mit den Durchmessern l und L (vgl. Fig. 157) und der Höhe h erhält man so den Widerstandswert der differentiellen Schicht mit dem Durchmesser l' zu

$$dR = \frac{dl'}{\pi l' \cdot h \cdot k} \text{ oder } R = \frac{1}{\pi h k} \int_l^L \frac{dl'}{l'} = \frac{1}{\pi \cdot h \cdot k} \ln \left(\frac{L}{l}\right).$$

Dieselbe Formel gilt auch für den Isolationswert der dielektrischen Schicht konzentrischer Kabel u. s. f. (**115**).

Hieraus folgt, dass R nur von dem Verhältnis $\frac{L}{l}$, nicht aber von der absoluten Grösse des l oder L abhängt; die Stromdichte und die etwa mit ihr zusammenhängenden Polarisationserscheinungen (**260**; **261**) werden hingegen bei gleicher Stromstärke mit wachsendem l abnehmen.

Für die Übergangswiderstände bei plötzlicher Querschnittsänderung der Leiterbahn, z. B. für den Widerstand des in eine Platte mündenden Drahtes, lässt sich bei etwa gleichbleibender Grössenordnung der spezifischen

Leitvermögen nach den Untersuchungen von Lord RALEIGH (früher J. W. STRUTT, 1871 T. R. S., 77) zunächst eine obere und untere Grenze des Ausbreitungswiderstandes r festsetzen. Für einen runden Draht mit Radius a und Länge l ergiebt sich nämlich

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\pi a^2} (l + 0\cdot785\, a) < r < \frac{1}{\pi a^2} (l + 0\cdot849\, a) \cdot \frac{1}{k}.$$

Das zusätzliche Glied, welches der nur allmählich erfolgenden Ausbreitung der Stromlinien in die Platte Rechnung trägt, stellt also die virtuelle Verlängerung des Drahtes vor (174). In zweiter Annäherung ist es später von RALEIGH zu $0\cdot824a$ angegeben worden. Dieser Betrag von 0·41 Drahtdurchmesser für die Vergrösserung der wirksamen Länge gilt natürlich nur bei gleichem Material von Platte und Cylinder, also $k_1 = k_2$, und ist bei anderem Material noch mit dem Verhältnis $k_1 : k_2$ zu multiplizieren.

Muss der Strom aus einem verhältnismässig guten Leiter, etwa einer Metalloberfläche, in einen verhältnismässig schlechten Leiter übergehen, der aber nach einer oder beiden Seiten sehr weit ausgedehnt ist, etwa Flüssigkeit oder Erde, so wird der Ausbreitungswiderstand im wesentlichen nur durch die Leitfähigkeit des ausgedehnten Mediums und durch einen Oberflächenkoeffizienten C bedingt, welcher dem Kapazitätswert des besseren Leiters entspricht. Dies ist nach der neueren Auffassung der Kapazität als des reziproken dielektrischen Widerstandes sofort einleuchtend, da der letztere dasselbe Bildungsgesetz bezüglich der Dimensionen zeigt (115).

Allgemein ist daher der Ausbreitungswiderstand R_a in ein leitendes Medium mit dem spezifischen Leitvermögen k durch die Gleichung

$$R_a = \frac{1}{4\pi \cdot k \cdot C} \text{ gegeben.}$$

Da für eine Kugel $C = \frac{D}{2}$ ist, wenn D den Kugeldurchmesser bezeichnet (115), so wäre

$$R_a = \frac{1}{2\pi \cdot k \cdot D}.$$

Dieser Wert folgt auch aus der Integration der Widerstandswerte aufeinander folgender, also in Reihe geschalteter Kugelschalen (vgl. Fig. 157), da hierfür

$$d\,R_a = \frac{d\,D_x}{\pi\,D_x^2 \cdot k} \text{ oder } R_a = \int^{\infty} \frac{d D_x}{\pi\,D_x^2 k} = \frac{1}{2\pi k D}.$$

Die Stromlinien würden hierbei in der Verlängerung der Kugelradien verlaufen und die Stromdichte proportional mit dem Quadrat der Entfernung vom Mittelpunkt abnehmen. Die Ausbreitungswiderstände aus Platten oder Drähten ergeben sich durch Einsetzung eines Nährungswertes für C. Für ein abgeplattetes Rotationsellipsoid mit den Achsen a und c ergäbe die Platte

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{a^2 - c^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arctang} \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}}\right),$$

für ein verlängertes der Draht

$$C_d = \frac{1}{2\sqrt{c^2 - a^2}}\, ln\, \frac{+\sqrt{c^2 - a^2}}{-\sqrt{c^2 - a^2}}$$

(vgl. OBERBECK ETZ 1883, 216). Zu beachten bleibt nur noch, dass je nach der Tiefe der Versenkung der Platten unter die Oberfläche, etwa die Erde, der Ausbreitungswiderstand sich mehr dem Wert für den Halbraum, oder mehr demjenigen für den Ganzraum annähern wird. Als Wert k wird für die Erdfeuchtigkeit (auf Quecksilber als Einheit bezogen, **209**) die Grössenordnung 10^{-8} angegeben.

Die Betrachtungen über den Ausbreitungswiderstand und die Ausgleichdichte kehren in ganz ähnlicher Weise, wie hier bei der Ausbreitung der elektrischen Stromlinien, bei dem magnetischen Kreislauf wieder, wenn er zum Teil die Luft durchsetzt. Auch in diesem Fall, wie etwa den permanenten Magneten, besteht der Weg der in allen Vollquerschnitten konstanten Ausgleichstärke, gemessen in magnetischen Kraftlinien (Induktionslinien), nur teilweise aus Material von verhältnismässig hoher magnetischer Durchlässigkeit μ, während der magnetische Schluss durch ein unbegrenztes Medium von geringer magnetischer Durchlässigkeit erfolgt. Magnetische Kraftröhren und elektrische Stromröhren, spezifische magnetische Induktion in Form der Kraftlinien**dichte** und elektrische Strom**dichte**, sowie endlich magnetischer Ausbreitungs- oder Übergangswiderstand S_a und elektrischer Ausbreitungswiderstand R_a zeigen in der Formulierung ganz analoge Verhältnisse, wenn die korrespondierenden Ein- und Ausströmungsflächen bei dem elektrischen Ausgleich den als Pole bezeichneten Ein- bezw. Austrittsstellen der magnetischen Kraftlinien verglichen werden. Bei der grösseren Variabilität der elektrischen „Pole" oder Elektroden in Grösse und Lage (siehe auch unter Gasentladungen) bildet das elektrische Erscheinungsgebiet auch hier den allgemeineren Fall.

Die dielektrischen Verhältnisse (**115**) schliessen sich gleichfalls eng an die beiden soeben genannten an und bilden gleichsam den Grenzfall, insofern der elektrische Verschiebungskreislauf die Reihenschaltung von Strecken mit begrenzter (Dielektrikum) und unbegrenzter Verschiebbarkeit (Leiter) darstellt.

Als experimentelle Bestätigungen der vorausgegangenen Betrachtungen über den elektrischen Ausbreitungswiderstand und damit in Zusammenhang über die Stromdichte können die Erscheinungen der NOBILIschen und der GUÉBHARDschen Ringe angesehen werden. Lässt man den Strom aus einer Metallspitze (Platin mit — Pol verbunden) austreten und durch einen zersetzbaren Elektrolyten — bei NOBILI gesättigte Lösung von Bleioxyd in Kali — auf eine geeignete Metallplatte (Neusilber) übertreten, so erhält man der Spitze gegenüber ein farbenprächtiges Ringsystem von abgeschiedener Substanz (Bleisuperoxyd), welches in der Farbenfolge mit den NEWTONschen Ringen im durchgelassenen Licht übereinstimmt.

Die mit der Strom**dichte** proportionale Niederschlagsdicke kann zur Untersuchung der Strömung im Raume dienen. Mit mehreren Drähten und einer anderen Metallsalzlösung — Mischung von essigsaurem Kupfer und Blei, welche auf eine versilberte Kupferplatte niedergeschlagen wurde — hat GUÉBHARD den NOBILIschen Ringen prinzipiell ähnliche Kurven erhalten.

Kurven gleicher Stromdichten sind hierbei an der gleichen Farbe erkennbar. Dieselben kommen gleichzeitig auch den Niveaulinien für ebene Platten nahe und gestatten die Gewinnung eines anschaulichen Bildes der ebenen Stromverteilung. (Weiteres siehe Wied. I, 379 ff.)

Die Analogie der Widerstandsverhältnisse bei den verschiedenartigsten Ausgleichvorgängen (115) ermöglicht es auch, die unsichtbaren elektrischen Strömungsverhältnisse durch Flüssigkeitsanalogien sichtbar zu machen und so die theoretischen Ableitungen einer Nachprüfung zu unterwerfen. Stellt letztere auch nur einen Analogiebeweis dar, so besitzt sie doch wissenschaftliches Interesse (48). Der Engländer Hele-Shaw studierte seit 1897 die Bewegungsgesetze von Flüssigkeiten, indem er zwischen zwei parallelen Glasplatten durch zwei Rohrsysteme und feine Öffnungen, die abwechseln,

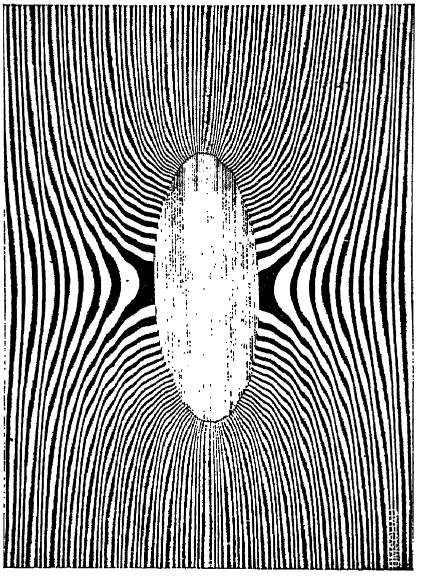


Fig. 158.

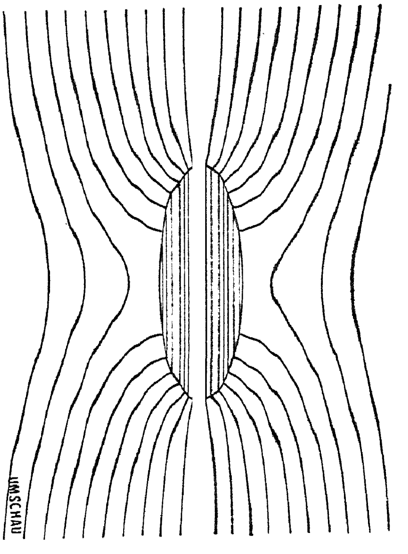


Fig. 159.

einerseits Wasserfäden, andererseits Fäden gefärbten Glycerins einströmen liess. Durch diese abwechselnd farbigen und farblosen, gleichweit voneinander entfernten Stromfäden konnte er die stationären Flüssigkeitsfäden nicht nur gut studieren, sondern auch photographisch leicht reproduzieren; ihre durch Inkompressibilität und seitliche Wandungen vorgeschriebenen Bahnen zeigen das Verhalten der elektromagnetischen Ausgleichvorgänge bei verschiedenen Verhältnissen des Ausgleichwiderstandes.

So zeigt (vgl. u. a. 1902 Umschau VI, 16) Fig. 158 die photographische Wiedergabe der Strömungslinien nach Hele-Shaw, wie sie sich durch Anbringung einer elliptischen Vertiefung in den Glasplatten des Beobachtungsraumes ergaben, also die beiderseitige polartige Zusammenströmung der Ausgleichbahnen nach der Stelle grösserer Leitfähigkeit bezw. Permeabilität, während Fig. 159 den theoretischen Verlauf der elektrischen Strömungslinien, etwa eines Kupferellipsoides in einer leitenden Flüssigkeit mit ursprünglich gleichförmig parallelen elektrischen Stromlinien, darstellt. Nach den früheren

Ausführungen (**115**) ist ohne weiteres klar, wie die Übertragung des dynamischen elektrischen Vorganges auf das statische Gebiet, also hier auf das elektrische und das magnetische stationäre Feld, zu erfolgen hat. Die statischen Ausgleichbahnen, welche die elektrischen bezw. magnetischen Induktionslinien (Kraftlinien) angeben, würden bei einem entsprechenden Verhältnis der dielektrischen Verschiebungsfähigkeit, bezw. der magnetischen Permeabilität zwischen den parallelgeschalteten Ausgleichbahnen denselben Verlauf (Fig. 158) zeigen (vgl. hierzu Fig. 56 in **117**). So vermag auch eine rechtwinklige Aussparung bei der Anordnung von HELE-SHAW (vgl. Fig. 160) den Verlauf der magnetischen Kraftlinien bei einem parallelepipedischen Magnet zu veranschaulichen, wofür allerdings die Eisenfeilbilder (**181**) nahezu ebenso geeignet sind.

176. Oberflächenwirkung und Widerstandsvergrösserung bei Wechselstrom. Ausser diesen Erscheinungen, welche durch die Ausbreitung der Stromlinien bei plötzlichem Querschnittswechsel der Strombahn, häufig auch in Verbindung mit einem Wechsel der (spezifischen) elektrischen Leitfähigkeit,

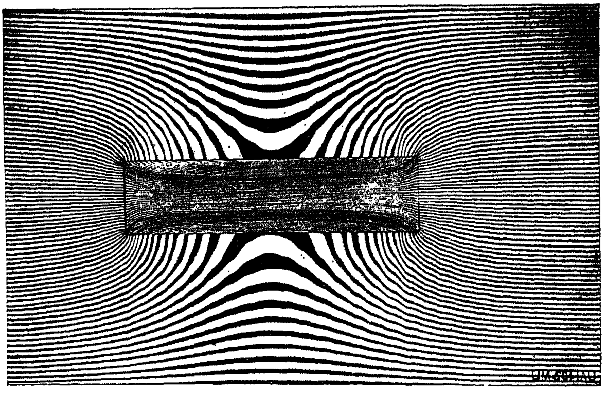


Fig. 160.

bedingt sind und in gleicher Weise für Gleich- und Wechselstrom gelten, ist noch eine besondere Wechselstromerscheinung hier zu behandeln, die auch bei linearen Leitern in praktisch isolierender Umgebung eine ungleichmässige Verteilung der Stromdichte über den Leiterquerschnitt bewirkt. Es ist dies die sogenannte Oberflächen- oder auch Hautwirkung (skin-Effekt). Erfahrungsgemäss besteht dieselbe in einem Nachaussendrängen des elektrischen Ausgleiches, wodurch bei grösseren Leiterquerschnitten und höheren Wechselzahlen die Strom*dichte* merklich von der Mitte des Leiters nach der Oberfläche zu anwächst. Die Vergrösserung des Ausgleichwiderstandes bei Wechselstrom durch die Verkettung des Leitungsweges mit einem Wechselfelde (**182** ff.) oder durch das Insspieltreten eines elektromagnetischen Trägheitsmomentes in Gestalt der Selbstinduktion, deren Sitz *ausserhalb* der Leiterbahn im magnetischen Felde sich befindet, soll eine für sich zu behandelnde Erscheinungsgruppe bilden. Neben dieser würde die Hautwirkung als eine Erscheinung bestehen, welche auf die Leiterbahn selbst beschränkt bleibt, also *innerhalb* des Leiterquerschnittes auftritt. Infolge geringerer Beteiligung der inneren Leitungselementarquerschnitte am Ausgleichvorgang findet hierbei eine direkte Vergrösserung des wirksamen Leitungswider-

standes (R_w) durch Verringerung des wirksamen Leitungsquerschnittes statt, und es tritt für eine bestimmte Stromstärke $\tilde{J}$ eine Erhöhung der verlorenen Leistung um den Betrag $\tilde{J}^2 (R_w - R)$ ein.

Mit dieser Vergrösserung des wirksamen Leitungswiderstandes R_w geht aber eine Verminderung des wirksamen Selbstinduktionskoeffizienten L_w Hand in Hand, soweit die Selbstinduktion der Leiterbahn mit endlich grossem Querschnitt selbst in Frage kommt. In dem Abschnitt „Stromschwankungen in einem graden, langen und dicken Leiter" hat MAXWELL (Tr. II, Art. 689 und 690) zuerst das Eintreten dieser Erscheinung aus den nunmehr durch HERTZ als richtig bewiesenen Grundbeziehungen gefolgert (vgl. a. a. O. S. 396, Gleichung 10 b). Genauere Untersuchungen von O. HEAVISIDE und RALEIGH (1886, Phil. Mag. 382) haben die Trennung des Einflusses auf R_w einerseits, auf L_w andererseits gelehrt. Ihre Gleichungen für die Berechnung der Hautwirkung bilden auch, soweit es sich um den Wert R_w handelt, die Grundlage für die in der Praxis gebräuchlichen Formeln. Es sind dies

$$R_w = R\left[1 + \frac{1}{12}\left(\frac{\omega l \mu}{R}\right)^2 - \frac{1}{180}\left(\frac{\omega l \mu}{R}\right)^4 + \cdots\right]$$

oder, wenn man für den OHMschen Widerstand R in der Klammer den Wert $\frac{l}{q \cdot k}$ einsetzt,

$$R_w = R\left[1 + \frac{1}{12}(\omega \cdot k \cdot q \cdot \mu)^2 - \frac{1}{180}(\omega \cdot k \cdot q \cdot \mu)^4 + \cdots\right].$$

Praktisch hat man es meistens mit „unmagnetischem" Leitermaterial zu thun, bei welchem die magnetische Permeabilität μ also den Wert 1 besitzt. Hierdurch vereinfachen sich die Formeln etwas. Für praktische Zwecke sind sie von HOSPITALIER durch Ausrechnung des Klammerausdruckes für bestimmte Werte von $q = \frac{\pi d^2}{4}$, sowie von $\omega = \pi z = 2\pi u$, Ersetzung des μ durch die Einheit und des k durch das im CGS-System gemessene Leitvermögen des Kupfers (etwa $60 \cdot 10^{-5}$) in die bequemere Form einer Tabelle abhängig von dem Produkt $d^2 \cdot z$ (für runden Draht mit Durchmesser d in cm) gebracht worden. Hierbei ergeben sich für den Klammerausdruck, welcher, als Multiplikationsfaktor m dem OHMschen Widerstand R beigefügt, den wirksamen Widerstand R_w liefert, folgende Werte:

$d^2 z =$	0	40	160	360	640	1000	1440	1960	2560	3240
$m =$	1·0000	1·0000	1·0001	1·0258	1·0805	1·1747	1·3180	1·4920	1·6778	1·8628

Zu bemerken ist, dass die Konvergenz der Reihe mit wachsenden Werten von $d^2 z$ immer schlechter und damit m, für noch höhere Produkte als hier angeführt, immer unsicherer (vgl. 177) wird. Für kleinere Produktenwerte, bis $d^2 \cdot z = 800$, wie sie in der Wechselstromtechnik praktisch selten überschritten werden, hat die Formel für bequeme Näherungswerte noch eine weitere Umgestaltung durch KOLBEN (E T Z 1894, 77) erfahren. Indem man nur das erste Glied der Reihe

$$\frac{1}{12}(\omega \cdot k \cdot q)^2 = \frac{1}{12}\left(\frac{z}{2} \cdot d^2 \cdot \frac{\pi^2}{2} \cdot k \cdot 10^{-5}\right)^2$$

benutzt und für d die Drahtstärke δ in mm einführt, also $d = \delta \cdot 10^{-1}$, sowie $k = 60$ und $\pi^2 = 10$ setzt, erhält man

$$\frac{1}{12}\left(\frac{\pi^2}{2} \cdot 60\right)^2 \cdot 10^{-14} \quad \delta^4 \left(\frac{z}{2}\right)^2 = 7{\cdot}5 \cdot \delta^4 \left(\frac{z}{2}\right)^2 \cdot 10^{-11}.$$

Es bleibt jedoch zu beachten, dass an Stelle dieser Näherungsformel oberhalb der Grenze $d^2 \cdot z = 800$ besser die Tabellenwerte von Hospitalier benutzt werden, welche bis etwa $d^2 \cdot z = 3000$ hinreichende Übereinstimmung mit den thatsächlich beobachteten Werten ergeben haben.

Die Grösse des wirksamen Selbstinduktionskoeffizienten L_w der Leiterbahn ist in Reihenentwickelung durch die Gleichung gegeben:

$$L_w = l \cdot A + l \cdot \mu \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{48}(\omega \cdot k \cdot q \cdot \mu)^2 + \frac{13}{8640}(\omega \cdot k \cdot q \cdot \mu)^4 \cdots\right].$$

Für $\omega = 0$ wird $L_w = l\left(A + \frac{\mu}{2}\right)$, wenn l die Drahtlänge und der Klammerausdruck den Selbstinduktionskoeffizienten für gleichförmige Stromdichte über den ganzen Querschnitt angiebt (vgl. **183**). Da das erste und grösste Glied, welches ω enthält, negativ ist, so wird der wirksame Selbstinduktionskoeffizient L_w durch die Hautwirkung kleiner.

177. Verteilung von Stromdichte und Phase.

Die Vergrösserung von R_w bei gleichzeitiger Abnahme von L_w lässt sich wohl am besten auf folgende bekannte Grunderscheinung zurückführen. Wenn neben einen Drahtkreis mit Wechselströmung ein zweiter in sich geschlossener Parallelkreis gebracht wird, so entsteht im letzteren durch Wechselinduktion ein Strom. Dieses Hinzutreten einer Arbeitsleistung im Felde hat zur Folge, dass in dem Primärkreis einmal der wirksame Widerstand R_w grösser wird, der wirksame Selbstinduktionskoeffizient L_w abnimmt (**142**). Denkt man sich nun den Leiter mit dem Querschnitt q in lauter Elementarleiter oder Leiterfäden mit dem Querschnitt dq aufgelöst, so wird zwischen diesen auch jene Wechselinduktion in Wirksamkeit treten. Abhängig von ihrer gegenseitigen Lage wird die Summenwirkung der Wechselinduktionen bei den Elementarleitern unter sich auf die innenliegenden stärker ausfallen, und zwar um so stärker, je mehr die Leiterfäden nach der Mitte zu liegen. Dies wird gleichzeitig die Abnahme der Stromdichte nach der Mitte zu erklären, weil die durch Wechselinduktion induzierten EMKK den primären entgegengesetzt gerichtet sind.

Für den Techniker ist es in noch höherem Grade als für den Physiker vorteilhaft, sich Erscheinungen wie diese vor Eingehen auf die mathematische Behandlung — namentlich wenn eine solche schwierig ist und deshalb die Aufmerksamkeit von der physikalisch-philosophischen Seite ablenkt — von einem weitsichtigen Standpunkt aus zu betrachten. Denkt man sich jede Stromstärke in einzelne differentielle Stromfäden aufgelöst, so ist von vornherein deren Verteilung über den Querschnitt nicht zwangläufig festgelegt, vielmehr kann man die Stromfäden als ein sich selbst überlassenes System auffassen, das sich nach einem gewissen Prinzip — auf den Ausgleich bezogen ein Maximumsprinzip, auf den Widerstand ein Minimumsprinzip — anordnen bezw. einstellen wird (**118**). Bei Wechselstrom wird

der von jedem Stromfaden sich dauernd kreisförmig oder cylindrisch ausbreitende Wellenschlag von magnetischen Wirbelfäden oder Kraftlinien (**70**) in den leitenden Bahnen aller Nachbarfäden eine Gegenspannung (vgl. Fig. 13 in **69**) erzeugen, welche als Hindernis für den Gesamtausgleich auftreten und die Anordnung jenes Stromfadensystems in der Richtung beeinflussen wird, dass der Gesamtausgleich ein relatives Maximum wird. Überblickt man die Abweichung von der gleichförmigen Verteilung der Stromdichte über den Querschnitt nach beiden Seiten, so ergiebt eine einfache Überlegung, dass die Verdrückung der grösseren Stromdichten nach der Oberfläche zu die Gegenspannung verkleinert, welche sich aus jener Wechselinduktion ergiebt, während ihre Zusammendrängung nach dem Kern des Leiters sie vergrössern würde, weil die Wirbelfäden, welche sich von den Kernfäden konzentrisch ausbreiten, alle anderen Stromfäden mit ihrer ganzen Wirbelintensität bezw. -Energie durchsetzen müssen, während bei den Oberflächenfäden nur ein Teil der Wirbelenergie die übrigen durchsetzt. Zu beachten ist, dass in jedem Stromfaden die Gegenspannung infolge der Wechselinduktion sich überlagert mit der Gegenspannung infolge des Bewegungswiderstandes (Ohmschen oder elektrischen Reibungswiderstandes R), der für sich, wie bei Gleichstrom, auf gleichförmige Verteilung der Stromstärke hinarbeitet. Die thatsächliche Verteilung der Stromstärke entspricht der resultierenden Wirkung beider und wird demnach je nach den Ausgleichverhältnissen mehr von dem Reibungswiderstand mit dem Grenzfall des Gleichstromes, oder mehr von der Wechselinduktion der einzelnen Stromfäden mit dem Grenzfall des auf die Oberfläche beschränkten Ausgleiches bei Hertzschen Wellen (**204**) bedingt sein.

Es wird also bei jedem Wechselstrom in den inneren Leiterpartien ein jeweils entgegengesetzt gerichteter Strom angestrebt, der in Überlagerung mit dem primären Strom diesen nach der Mitte zu immer mehr schwächen wird. Ausserdem wird er wegen der Phasenverschiebung, welche zwischen den oberflächlichen und den mehr zentralen Teilströmen im Leiterquerschnitt besteht, zeitweilig, d. h. während eines Periodenteiles, entgegengesetztes Fliessen in den inneren Querschnittsteilchen gegenüber den äusseren zur Folge haben. Dieses Resultat, welches anfangs etwas befremdlich erscheint — ja befremdlicher als das Auftreten gegensätzlicher Strömungsrichtungen in den Teilen einer sehr langen Leitung (**171**) —, stellt sich als eine notwendige Begleiterscheinung der ungleichmässigen Stromdichte heraus, wenn man die Berechnung des Verlaufs von elektrischen Schwingungen in einer Drahtleitung vornimmt unter Berücksichtigung der ungleichmässigen Stromstärkeverteilung über den Leiterquerschnitt.

Diese mathematisch sehr komplizierte Behandlung ist ziemlich erschöpfend von Stefan (1887, W. S. B. Bd. 95, 917) erfolgt, auf welche Arbeit auch bezüglich der genaueren Ausführungen verwiesen sei. Wegen des Interesses, welches diese Verhältnisse für das Gebiet der elektrischen Schwingungen besitzen, soll aber ganz kurz der Gang sowie das Ergebnis angeführt sein.

Denkt man sich den ganzen Leiter, der zunächst von kreisförmigem Querschnitt q gedacht sei, wieder in Leiterfäden mit Elementarquerschnitten aufgelöst, so bezeichne i die ganze Stromstärke in irgend einem Moment,

ferner $\frac{i}{q} = \Delta_m$ die **mittlere** Stromdichte im Leiterquerschnitt, Δ_0 die Stromdichte im Zentrum, Δ_r diejenige in der Stromröhre mit dem Radialabstand r von der Mitte. Alsdann ist die Spannungskomponente e_R, welche unter Überwindung des Ohmschen Widerstandes die Stromdichte Δ in irgend einem Leiterfaden von der Länge l erzeugt, gegeben durch

$$e_R = \frac{\Delta \cdot l}{k}.$$

Ausserdem wirkt aber auf diesen Leiterfaden noch die Wechselinduktion aller anderen Leiterfäden im Betrage $\Sigma M \frac{d i'}{d t}$, so dass zur Erzeugung der Stromdichte Δ in jenem Faden eine Momentanspannung

$$e = \frac{\Delta \cdot l}{k} + \Sigma M \cdot \frac{d i'}{d t} \text{ nötig ist.}$$

Wird der Wert des Wechselinduktionskoeffizienten

$$M = 2 l (ln\, 2 l - 1) - 2 l \cdot ln\, a$$

für einen parallelen Faden im Abstande a eingeführt, sowie

$$\frac{i}{d t} = q \cdot \frac{d (\Delta_m)}{d t}$$

gesetzt, so liefert die mathematische Entwickelung die Differentialgleichung (vgl. Fig. 161)

$$4 \pi l \frac{d \Delta}{d t} = \frac{l}{k} \left(\frac{d^2 \Delta}{d z^2} + \frac{d^2 \Delta}{d y^2}\right).$$

Als Grenzbedingung erhält man bei symmetrischer Stromdichte um den Mittelpunkt des kreisförmig gedachten Leiters, also bei $\Delta = f\,(r, t)$, für die erforderliche Spannung in den Leiterfäden der Oberfläche mit dem Abstand r_1 vom Mittelpunkt

$$e = \frac{l}{k} \Delta_1 + 2 l q \left(l n \frac{2 l}{r_1} - 1\right) \frac{d (\Delta_m)}{d t}$$

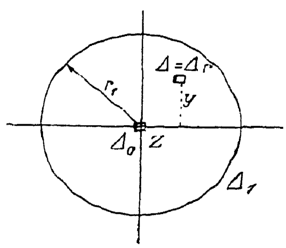


Fig. 161.

Die Abhängigkeit des Δ vom Abstand r verlangt Reihenentwickelung. Setzt man

$$\Delta = \Delta_r = \Delta_0 + \Delta' \cdot r + \Delta'' \cdot r^2 + \ldots, \text{ so folgt}$$

$$\Delta = \Delta_0 + k \pi r^2 \cdot \frac{d \Delta_0}{d t} + \frac{(k \pi r^2)^2}{1^2 \cdot 2^2} \cdot \frac{d^2 \Delta_0}{d t^2} + \frac{(k \pi r^2)^3}{(3\,!)^2} \frac{d^3 \Delta_0}{d t^3} + \ldots$$

Da fernerhin $\Delta = f\,(t)$ ist, so kann man für sinusförmige EMK setzen

$$\Delta_0 = A_0 \cdot \sin (\omega t + \varepsilon) = A_0 \cdot s,$$

$$\frac{d \Delta_0}{d t} = A_0\, \omega \cdot \cos (\omega t + \varepsilon) = A_0 \cdot \omega \cdot \gamma \text{ u. s. f.},$$

wenn die Sinusfunktion in s, die Cosinusfunktion in γ abgekürzt wird.

Hieraus folgt

$$\Delta = \Delta_0 \left[1 - \frac{(k \cdot q_i \cdot \omega)^2}{(2!)^2} + \frac{(k \cdot q_i \cdot \omega)^4}{(4!)^2} - \cdots\right] s + \Delta_0 \left[(k \cdot q_i \cdot \omega) - \frac{(k \cdot q_i \cdot \omega)^3}{(3!)^2} + \cdots\right] \gamma,$$

wenn $q_i = \pi r^2$ den Querschnitt bezeichnet, welcher innerhalb des Elementes mit der Stromdichte Δ gelegen ist.

Für die Leiterfäden an der Oberfläche ergiebt dies

$$\Delta_1 = \Delta_0 \left[1 - \frac{(k \cdot q \cdot \omega)^2}{(2!)^2} + \cdots\right] s + \Delta_0 \left[(k \cdot q \cdot \omega) - \frac{(k \cdot q \cdot \omega)^3}{(3!)^2} + \cdots\right] \gamma.$$

Nun ist $\Delta_m = \int^{r_1} \frac{2 \pi r \cdot dr \cdot \Delta}{\pi r_1^2}$

oder, allgemeiner, $\int_0^1 \frac{2 r^{2n+1} \cdot dr \cdot \Delta}{r_1^2} = \Delta_1 \cdot \frac{r_1^{2n}}{n+1}$, so folgt

$$\Delta_m = \Delta_0 \left[1 - \frac{(k \cdot q \cdot \omega)^2}{(2!)^2 \cdot 3} + \frac{(k \cdot q \cdot \omega)^4}{(4!)^2 \cdot 5} - \cdots\right] s + \Delta_0 \left[\frac{k \cdot q \cdot \omega}{2} - \frac{(k \cdot q \cdot \omega)^3}{(3!)^2 \cdot 4} + \cdots\right] \gamma.$$

Für gegebene Werte von k, q, ω erhält der Klammerausdruck einen bestimmten Wert, der zusammen mit der Amplitude Δ_0 (der Stromdichte in der Leitermitte) als dem angenommenen Ausgangswert eine Konstante B und C bezw. D und E liefert, so dass

$$\Delta_1 = B \cdot s + C \cdot \gamma \quad \text{und} \quad \Delta_m = D \cdot s + E \cdot \gamma.$$

Dies in die obige Gleichung für die erforderliche Spannung eingesetzt giebt auf Δ_m bezogen

$$e = \frac{l}{k} \cdot \frac{B \cdot D + C \cdot E}{D^2 + E^2} \Delta_m + \left[\frac{l}{k} \cdot \frac{C \cdot D - B \cdot E}{D^2 + E^2} \cdot \frac{1}{\omega} + 2 q \cdot l \left(ln \frac{2 l}{r_1} - 1\right)\right] \frac{d \Delta_m}{dt}$$

und

$$e = i \cdot \frac{l}{q \cdot k} \cdot \frac{B \cdot D + C \cdot E}{D^2 + E^2} + \frac{di}{dt} \left[\frac{l}{k \cdot q} \cdot \frac{C \cdot D - B \cdot E}{D^2 + E^2} \cdot \frac{1}{\omega} + 2 l \left(ln \frac{2 l}{r_1} - 1\right)\right]$$

$$e = i \cdot R_w + \frac{di}{dt} \cdot L_w.$$

Die Vergrösserung des wirksamen Leitungswiderstandes R_w gegenüber R und die Verkleinerung des wirksamen Selbstinduktionskoeffizienten wurde bereits in **176** besprochen, ebenso die resultierende Zunahme des gesamten Ausgleichwiderstandes

$$Z = \sqrt{R_w^2 + (\omega L_w)^2}.$$

Hier bleibt besonders noch das Verhältnis der Oberflächenstromdichte Δ_1 gegenüber der Stromdichte Δ_0 im Querschnittsmittelpunkt zu betrachten, und zwar sowohl hinsichtlich Grösse als Phase, welche durch die Sinusfunktion s bezw. Cosinusfunktion γ ausgedrückt wird. Bei Beschränkung auf die ersten Glieder ergiebt sich

$$\Delta_1 = \Delta_0 \cdot s + \Delta_0 \cdot \gamma \cdot (k \cdot q \cdot \omega) - \Delta_0 \cdot s \cdot \left(\frac{k \cdot q \cdot \omega}{2}\right)^2.$$

Gegenüber der Stromdichte $A_0 \cdot s$ im Zentrum besitzt also bei hinreichender Konvergenz der Reihen die Oberflächenstromdichte Δ_1 eine Amplitude, deren Quadrat den Wert

$$A_1{}^2 = A_0{}^2 \left(1 + \frac{k^2 \cdot \omega^2 \cdot q^2}{2}\right)$$

und deren Amplitude A_1 selbst den Wert

$$A_1 = A_0 \left(1 + \frac{k^2 \cdot \omega^2 \cdot q^2}{4}\right)$$

angenähert besitzt. Es wäre z. B. für $\omega = 1000$ und $q = 1$ qcm, sowie $k = 60 \cdot 10^{-5}$

$$A_1 = A_0 \left[1 + \left(\frac{0{\cdot}6 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 1}{2}\right)^2\right] = 1{\cdot}09\, A_0.$$

Ausser dieser Vergrösserung um 9 % ist aber noch eine Phasenverschiebung zwischen Δ_1 und Δ_0 vorhanden, so dass die Stromstärke in den einzelnen röhrenförmigen Querschnittselementen des Leiters um so mehr gegenüber der Stromstärke in der Oberflächenschicht zurückbleibt, je weiter dieselben nach innen liegen. Ähnlich wie bei einer Wechselstromstärke würde also auch hier bei der Stromdichte Δ_1 bezw. A_1 eine Zusammensetzung aus zwei um 90° gegeneinander versetzte Stromdichtekomponenten vorliegen, von denen sich die eine auf R_w, die andere auf L_w bezieht.

Die Formeln lassen durchweg erkennen, dass bei grösseren Werten von $(k \cdot \omega \cdot q)$ — namentlich auch bei magnetischem Leitermaterial mit grossen Werten von μ (**299**) — die obigen Reihen immer schlechter konvergieren. Für sehr schnelle Schwingungen kann nach Stefan unter der Voraussetzung, dass der Strom ganz in der Nähe der Peripherie verläuft, folgende Exponentialformel an Stelle der obigen Reihen Verwendung finden (vgl. hierzu **171** bei Formel [3 b])

$$\Delta_z = A_0 \cdot \varepsilon^{+c \cdot z} \cdot \sin\,(c' \cdot z + \omega \cdot t).$$

Die Konstanten c und c', welche mit der in Richtung des Radius gewählten z-Koordinate (vgl. Fig. 161) verbunden sind, werden durch die gegebenen Verhältnisse bedingt.

178. *Analogien zur Hautwirkung und experimentelle Prüfungen.*

Diese Formulierung ist namentlich dazu geeignet zu untersuchen, wie weit eine bestimmte Schwingungsart ω in das Innere des Leiters einzudringen vermag (**204**).

Die mit der Leitfähigkeit k proportionale Schirmwirkung, welche jede Leiterschicht gegen von aussen kommende elektrische Schwingungen auf die nach innen gelegenen Leiter bezw. Raumteile ausübt, ist zum besseren Verständnis analogen Erscheinungen auf anderen physikalischen Gebieten gegenübergestellt worden. So hat Stefan den elektrischen Leiter, welcher sich in einem elektromagnetischen Wechselfelde befindet, mit einem Wärmeleiter verglichen, der zunächst gleichförmig erwärmt und hierauf abwechselnd in Umgebungen von höherer und tieferer Temperatur gebracht wird. Auch hier werden die radial verlaufenden Wärmewellen beim Erwärmen und Abkühlen um so weniger tief eindringen, und die Differenzen der Amplituden bezw. die Gefälle von aussen nach innen werden um so grösser sein, je rascher die Periode der Temperaturänderung verläuft.

Ein mechanisches Bild benutzt FLEMING (Transformer I, 302), wenn er sagt: „Gerade so wie die Winkelgeschwindigkeit vom Umfang aus einwärts nach dem Zentrum sich verbreitet in dem Falle eines (um seine Achse) in Drehung versetzten Gefässes mit Flüssigkeit, so dringt, nach neuerer Auffassung, der Strom vom Umfang nach der Achse des elektrischen Leiters einwärts vor.“ Für auftreffende Wellen sind diese Bilder auch durchaus geeignet, die elektrische Erscheinung der Hautwirkung zu erläutern, doch sollte man nach meiner Ansicht die Analogie nicht weiter treiben als nötig ist, was geschieht, wenn man jene Erscheinung bei einer Leitung, die an einen Generator angeschlossen ist, in gleicher Weise erläutern will. Die Untersuchung der HERTZschen Wellen und die Energieübertragung durch Wechselfelder ohne Zuhilfenahme eines Leiters scheint auch hier der Grund gewesen zu sein, dass man die ältere Auffassung, also die Vorstellung einer Druckübertragung in der Leitung nach Art von Druckwasserleitungen, verlassen hat und stellenweise etwas über das Ziel hinausgeschossen ist. Alles mit einer ausserhalb des Leiters sitzenden Energie erklären zu wollen, dürfte aber ebenso einseitig, und auch hier der Mittelweg das Richtige sein. Hiernach würde beides nebeneinander bestehen: die Übertragung elektrischer Energie in der Leitung nach Art von Druckwasser, daneben die Übertragung ausserhalb der Leitung durch das Feld in Gestalt von elektromagnetischen Wellen. Von der praktisch reinen Druckübertragung bei stationärem Gleichstrom, wenn man von der Feldänderung bei Einleitung und Schluss der Bewegung absieht, würde ein allmählicher Übergang bis zu der reinen Feldübertragung bei sehr rasch wechselnden Vorgängen elektromagnetischer Art (Lichtschwingungen) vorliegen, also alle Zwischenstufen bei gemischter Übertragung kontinuierlich durchlaufen werden. Die Hautwirkungen jeder Einzelleitung bei technischem Wechselstrom bilden die Übergangsanfänge, welche noch nahe dem Gleichstrom liegen; bei den Wechselzahlen der Versuche von TESLA und HERTZ nähert man sich immer mehr der anderen Seite, um sie bei den Lichtschwingungen zu erreichen.

Bei der Übertragung elektrischer Energie von einem Leiterkreis auf einen zweiten, elektrisch isolierten Leiterkreis mit Hilfe der magnetischen Feldenergie hat man es naturgemäss mit der zweiten Art zu thun. Alle Vorrichtungen, welche hierauf im besonderen beruhen, wie etwa der Wechselstromtransformator, können, was den sekundären Teil betrifft, ohne weiteres mit Hilfe der obigen Bilder betrachtet werden, da das Wechselfeld genau in der oben betrachteten Weise in Form von Wellen von aussen an die Leiterteile herantritt. Für eine gerade gespannte Fernleitung von grösserem Durchmesser dürfte aber die Erläuterung der Hautwirkung gleichsam von innen heraus, wie sie mit Hilfe der Wechselinduktion der Leiterfäden oben abgeleitet wurde, richtiger und auch besser zu verfolgen sein.

Wie die Formeln in **176** erkennen lassen, wird namentlich für magnetisches Leitermaterial ($\mu > 1$) die Ungleichmässigkeit am stärksten sein, wenigstens solange keine magnetische Sättigung des ganzen Querschnitts eingetreten ist. So hat STEFAN berechnet, dass ein Eisendraht von 4 mm ∅ bei 500 sekundlichen Wechseln an der Oberfläche eine Stromdichte Δ_1 zeigt, die etwa 25 mal grösser ist als Δ_0 in der Achse (**177**); für $z = 1000$ würde aber eine Abnahme des Verhältnisses auf etwa das Sechsfache eintreten, während die Phasenverschiebung zwischen beiden von etwa $^1/_3$ auf $^1/_2$ der Periodendauer zunehmen würde, wodurch die momentane Stromrichtung bei beiden

zeitweilig bezw. dauernd entgegengesetzt verlaufen würde. Weitere Berechnungen, unter nachdrücklichem Hinweis auf die praktische Bedeutung der Erscheinung in physikalischer und technischer Richtung, sind durch W. THOMSON (jetzt Lord KELVIN) im Jahre 1888 erfolgt.

Die ersten experimentellen Untersuchungen dieser Erscheinung erfolgten durch E. HUGHES (1886) mit der von ihm 1879 (P. R. S. May 5 No. 196) konstruierten Induktionswage (**40**; **41**). Mit dieser von RALEIGH (1886 Phil. Mag. Dez., 471) verbesserten und auch theoretisch behandelten Messvorrichtung ergab sich für einen weichen Eisendraht von 160 cm Länge und 3·3 mm ∅ bei $z = 2100$ ein 1·84 mal grösserer Widerstand als bei Gleichstrom, doch ist dieser so erhaltene Wert der Ausgleichwiderstand

$$Z = \sqrt{R_w^2 + (\omega L_w)^2}.$$

Ausserdem ist auf die Stromstärke keine weitere Rücksicht genommen, welche bei magnetischem Material aber von grossem Einfluss ist und die

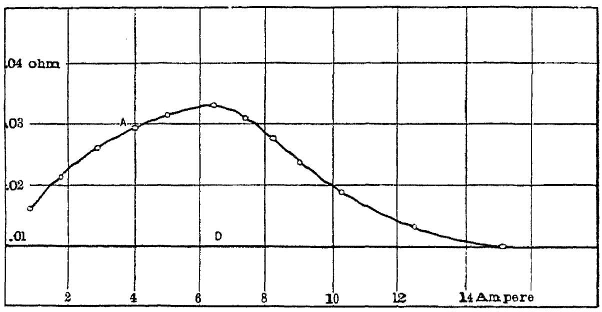


Fig. 162.

Erscheinungen verwickelt, so dass bei Auslegung der erhaltenen Resultate etwas Vorsicht geboten erscheint, wie an den folgenden Ergebnissen gezeigt werden soll.

Für sehr hohe Werte von ω, wie sie bei elektrischen Entladungsschwingungen (**201**) auftreten, hat KLEMENČIČ (vgl. ETZ 1895, 412) diesen Einfluss der Oberflächenwirkung experimentell untersucht, indem er die in Wärme umgesetzte Leistung $\tilde{J}^2 \cdot R_w$ bezw. $\tilde{J}^2 \cdot R$ zur Ausdehnung der Luft in einer Art Luftthermometer nach RIESS (**24**) benutzte, und durch die Steighöhen des Alkohols in anschliessenden Röhren auch als Demonstrationsapparat für diese Erscheinung geeignet machte. Er fand bei Eisendraht von 0·4 mm ∅ eine Erhöhung von R_w gegenüber R auf etwa das Vierfache.

Neuere Untersuchungen über den Wechselstromwiderstand von Eisendrähten abhängig von der Stromstärke (vgl. E. MERRITT 1900 Ph. Z. No. 23, 261) ergaben den in Fig. 162 dargestellten Zusammenhang, und zwar bei allen untersuchten sieben Eisendrähten zwischen 0·032 und 0·476 cm ∅ in typisch gleicher Weise. Die Figur bezieht sich auf einen Draht von 0·366 cm ∅, also auf angenähert gleiche Versuchsverhältnisse wie die von RALEIGH.

Die zur Abscissenachse parallele Gerade D zeigt den Widerstand, wie er mit Gleichstrom gemessen wurde; Kurve A zeigt den Ausgleichwiderstand Z abhängig von der Wechselstromstärke in Ampere, leider ohne An-

gabe der Wechselzahl. Die letztere dürfte, aus dem Verlauf der Kurve zu schliessen, gering gewesen sein, etwa von der Grössenordnung der technischen Wechselströme, da die Kurve bei der Sättigung mit dem Gleichstromwiderstand zusammenfällt. Die Kurve, welche gleichfalls mit der Induktionswage ermittelt wurde, ist hier in erster Linie durch die wechselnde Permeabilität μ — und zwar der zirkularen Permeabilität μ_c (**299**) — des Drahtes, also durch Änderung bezw. Zunahme von $L = L_1 \cdot \mu$ bedingt, nicht aber durch die eigentliche Hautwirkung, wie sie oben betrachtet wurde. Diese tritt hier offenbar ganz zurück gegenüber der Änderung von μ, weshalb auch die Kurve als abhängig von der mittleren Permeabilität deutlich den Charakter der μ-Kurve aufweist. Für magnetische Materialien darf sonach der gemessene Ausgleichwiderstand nicht mit der Zunahme des Leitungswiderstandes durch Hautwirkung gleich gesetzt werden, zumal auch die Hysteresearbeit im Draht die Werte von R_w und L_w beeinflusst (**142**; **148**). Weiteres über Schirmwirkung, Wirbelströme und ihre Wirkungen siehe **204**; **275**; **306**.

Besitzt die Leiterbahn Spulenform und mehrere Lagen übereinander, etwa wie Transformatorwickelungen, so findet eine Wechselinduktionswirkung zwischen den benachbarten Lagen des Leiters statt, welche durch Wirbelstrombildung im Kupfer eine Vergrösserung des wirksamen Widerstandes (**142**) herbeiführt. Dieser Fall ist namentlich von W. Thomson näher betrachtet worden. Die Wirkung dieser Widerstandsvergrösserung $(R_w - R)$, sowie die damit in Verbindung stehende Vergrösserung des Verlustes an elektrischer Leistung $\tilde{J}^2 (R_w - R)$ wird zuweilen als „antieffektive Wirkung" (vgl. Feldmann, W. Tr. I, 160) bezeichnet, während die Vergrösserung des Ausgleichwiderstandes Z durch diese, sowie die vorausgegangene Erscheinung der Hautwirkung als „Eigenimpedanz" von der gewöhnlichen Impedanz des verketteten Feldes unterschieden wird. Zahlenangaben über diese Wirkung, welche aber wohl noch der experimentellen Bestätigung bedürfen, siehe a. a. O. I, 160 und 161. Mit der Anzahl der übereinandergewickelten Lagen und mit dem Durchmesser bezw. der Seitenlänge des zusammenhängenden Leitungsquerschnittes nimmt diese Wirkung stark zu, während Unterteilung des Kupferquerschnittes durch dünne Isolierschichten dieselbe hintanhält.

6. Das magnetische Feld stromdurchflossener Leiter.

Die wichtige Ergänzung, welche jeder elektrische Ausgleichvorgang innerhalb einer Leiterbahn durch die Ausbildung eines magnetischen Feldes in der Umgebung der Strombahn erfährt, ist bereits in den vorausgegangenen Abschnitten mehrfach berührt worden. Sowohl die Entwickelung der Elektrophysik im Anschluss an diese folgenreiche Entdeckung Oerstedts (**16** ff.), als auch die dadurch notwendig werdende Umgestaltung der Hilfsvorstellungen, unter Ausbau der zuerst von Faraday (**61** ff.) entwickelten Feldvorstellung mit Hinzunahme des Hilfsmittels der Kraftlinien, ist daselbst eingehender behandelt worden, namentlich in qualitativer Hinsicht. Auch die Unterstützung, welche die Sichtbarmachung des Kraftlinienverlaufs durch Eisenfeilichtbilder den magnetischen Feldvorstellungen gewährt, wurde daselbst benutzt (vgl. u. a. Fig. 25 in **78**). **179.** Allgemeines über den magnetischen Kreislauf.

Der folgende Abschnitt soll eine Vervollständigung jener Ausführungen namentlich in quantitativer Hinsicht geben, ohne jedoch auf die besonderen magnetischen Erscheinungen einzugehen, wie sie die teilweise Bildung der Umgebung aus magnetischen (ferromagnetischen) Materialien, in erster Linie Eisen, hervorruft (hierüber siehe **279** ff.). Zunächst soll vielmehr nur das magnetische Feld stromdurchflossener Leiter der Betrachtung unterworfen werden, wenn die Umgebung aus „unmagnetischen" Stoffen, also mit der praktisch vorhandenen Permeabilität $\mu = 1$, gebildet ist.

Die Erkenntnis, dass alle elektrischen Ausgleichvorgänge ausnahmslos in geschlossenen oder Kreislaufbahnen vor sich gehen müssen, fand ihre Ergänzung in der Erkenntnis des Kreislaufcharakters aller magnetischen Ausgleichvorgänge. Wie bereits früher (**34**) erwähnt, war es namentlich die junge Elektrotechnik, welche in weiterer Verfolgung Faraday-Maxwellscher Vorstellungen dieser Erkenntnis gegenüber den älteren physikalischen Polvorstellungen zum allgemeinen Durchbruch verhalf. In Anlehnung an die elektrischen Ausgleichvorgänge, welche von einem erhöhten Standpunkt aus betrachtet (**140**) als Hauptcharakteristik den Kreislaufcharakter aufweisen, wurde auch hier die Dreiheit der Begriffe benutzt, welche für die Ausgleichbeziehung grundlegend ist. Die elektrische Ausgleichstärke, ausgedrückt durch die Gesamtzahl der elektrischen Stromlinien (**173**), wird durch die elektrische Spannung (EMK) als treibendes Moment oder „oberste Thatsache" einerseits, durch die elektrischen Ausgleichwiderstände der Strombahn andererseits bedingt; entsprechende Momente bedingen auch das ganze magnetische Feld jedes stromdurchflossenen Leiterkreises, wenn der erzielte magnetische Ausgleich durch die Gesamtzahl der mit dem Leiter verketteten magnetischen Kraftlinien (Induktionslinien) ausgedrückt wird.

Was zunächst die Unterscheidung von Kraftlinien und „Induktions"-linien betrifft, welche einer häufigen Verwechslung miteinander ausgesetzt sind, so fallen dieselben zwar praktisch der Richtung nach meist zusammen, woraus auch jene Verwechslung sich erklärt. Es können aber auch Fälle vorkommen — bei inhomogenen Medien mit schrägem Verlauf der eigentlichen Kraftlinien (Richtung der EMK oder MMK) durch die Grenzflächen der verschiedenen Materialien (siehe hierzu in **117** und **174**) — wo dies nicht mehr zutrifft, und ähnlich den optischen Brechungserscheinungen eine Ablenkung der „Induktionslinien" von den eigentlichen „Kraftlinien" stattfindet. Die Elektrotechnik befasst sich überwiegend mit dem integralen magnetischen Ausgleichgesetz (**182**; **289**) und benutzt die eigentlichen „Kraftlinien", welche in der Potentialtheorie des Magnetismus eine wichtige Rolle spielen, gegenwärtig praktisch kaum mehr. In Übereinstimmung mit der ursprünglichen Verwendung dieser Bezeichnung durch Faraday und Maxwell hat sich der Gebrauch herausgebildet, die Induktionslinien, welche eigentlich als Mass für den erzielten magnetischen Ausgleich oder das durch die MMK erzeugte Feld gelten, als Kraftlinien zu bezeichnen, ein Gebrauch, der trotz der Anstrengung von Physikern, die wie Boltzmann nach möglichster Schärfe und Klarheit streben, sich schwer wird beseitigen lassen. Der Gebrauch ist in diesem, wie in so manchem anderen Falle, unter den Technikern bereits so tief eingebürgert, dass er stärker als das Recht der eigentlich genauen Bezeichnung zu sein scheint (**63**).

Das treibende Moment oder oberste Prinzip, gewöhnlich als MMK bezeichnet, wird beim magnetischen Kreislauf von dem Richtungsantrieb (**69**)

gebildet, der vom stromdurchflossenen Leiter ausgeht; das widerstrebende Moment ist der „magnetische Widerstand" der Leiterumgebung gegen die Annahme eines Zwangszustandes im Sinne dieses Antriebes. Bei einem weiteren Ausbau der MAXWELLschen Hilfsvorstellungen könnte man sich die Kräfte, welche auf ein Einzelmolekül einwirken, zunächst als gegensätzliche Zweiheit vorstellen: die aktive Kraft als ein von aussen wirkendes mechanisches Drehmoment D, die (passive) Gegenkraft oder der magnetische Widerstand als einen elastischen Spannwiderstand am Umfang — in Fig. 163 zur besseren Veranschaulichung durch zwei Kautschukfäden K an zwei Stellen des Umfangs konzentriert gedacht. Der eintretende Drehungsbetrag α (**284**) wäre als der lokale magnetische Ausgleich (B) anzusehen, während die mit der erzielten Richtung proportionale Wirbelintensitätsvermehrung die Änderung der Feldenergie zum Ausdruck brächte (**180**). Der Kreislaufcharakter aller magnetischen Ausgleichvorgänge würde durch eine zwangläufige Verkettung der Molekularwirbel zu Wirbelfäden zum Ausdruck zu bringen sein, wie sie bei MAXWELL durch die Zwischenlagerung der Friktionsteilchen erfolgt, und in Fig. 362 in **286** noch etwas handgreiflicher durch die Lenkstangen F zwischen drei aufeinander folgenden Molekülen, welche demselben Wirbelfaden WF angehören, angedeutet ist.

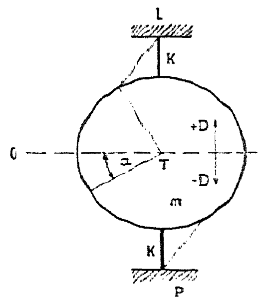


Fig. 163.

Wie bereits früher (**115**) nachgewiesen wurde, ist der Widerstandsbegriff, wie er in der Ausgleichbeziehung benutzt wird, im Aufbau (aus den Dimensionen der Ausgleichbahn und deren Materialkoeffizienten) völlig übereinstimmend bei allen drei hier in Frage kommenden Ausgleicherscheinungen, nämlich dem elektrischen Strömungsvorgang in geschlossenen Leiterbahnen, dem dielektrischen Verschiebungsvorgang in isolierenden Zwischenschichten, welche in die elektrische Ausgleichbahn eingeschaltet sind, sowie dem magnetischen Ausgleichvorgang im Felde stromdurchflossener Leiter. Vergleicht man jedoch die drei Widerstandsarten und den durch sie bedingten Charakter der Ausgleicherscheinungen, so erkennt man sofort, dass trotz der formalen Gleichheit der Beziehungen auf allen drei Erscheinungsgebieten doch der dielektrische und magnetische Widerstand sich innerlich ungleich näher stehen als jeder von ihnen dem elektrischen.

Die formale Übereinstimmung im Aufbau des Widerstandsbegriffes erstreckt sich zunächst auf alle von den Dimensionen der Ausgleichbahnen abhängigen Widerstandswerte (**115**), weshalb auch eine besondere Behandlung der Ausbreitungswiderstände (**175**) beim Übertritt aus einem Medium mit relativ hoher Durchlässigkeit in ein solches mit relativ niederer für jedes einzelne Gebiet unnötig wird, da die Betrachtungsweise zur Auswertung des Widerstandsbetrages für alle in genau gleicher Weise erfolgt, und nur der Materialkoeffizient, also die Leitfähigkeit k, bezw. Verschiebungsfähigkeit $\varkappa$, bezw. Durchlässigkeit μ des Mediums, in welches die Ausbreitung erfolgt, ausgetauscht zu werden braucht (**68**).

Ein innerlich tiefgreifender Unterschied besteht aber zwischen dem elektrischen Leitungswiderstand einerseits, dem dielektrischen Verschiebungs- und dem magnetischen Richtungswiderstand andererseits in dem Widerstands-

charakter. Jenem als Reibungswiderstand R stehen diese als elastische Spannwiderstände S gegenüber. Mit Rücksicht hierauf fällt sogar der Umstand weniger ins Gewicht, dass die Materialkoeffizienten k und $\varkappa$ bezüglich Unabhängigkeit von der Ausgleichdichte einander viel vergleichbarer sind als μ und k bezw. $\varkappa$, da μ nur für unmagnetische Materialien jene Unabhängigkeit besitzt, aber bei allen von der Einheit stärker abweichenden Werten, namentlich bei den Eisenmetallen, von der Ausgleichdichte (B) abhängt und nach Überschreitung eines Maximalwertes sich infolge einer Sättigungserscheinung (**292**) wieder der Einheit nähert. Immerhin bietet aber diese Eigenschaft praktisch auch einen merklichen Unterschied zwischen den dielektrischen und den magnetischen Ausgleichvorgängen. Ein weiterer Unterschied wurde gleichfalls schon früher (**65**) besprochen: Der dielektrische Ausgleich nach Maxwell erfolgt, wie bei dem Strom, durch eine Verschiebung in Richtung der Antriebskraft, also der elektrischen Kraftlinien, während bei dem magnetischen Zwangszustand zwar die Wirbelachsen einen Richtungsantrieb längs der Kraftlinien erfahren, aber die Wirbelbewegung, welche für das magnetische Feld und seinen Energiegehalt charakteristisch ist, in einer Drehung um die Kraftlinien besteht. Trotz dieser Verschiedenheiten weisen elektrisches Feld und magnetisches Feld mancherlei analoge Beziehungen auf, so dass viele der beim ersteren angestellten Betrachtungen ohne weiteres auf das letztere übertragen werden können (**112**). So diejenige der Zerlegung des magnetischen Feldes durch gerade oder gekrümmte Flächen in Richtung der Kraftlinien (Induktionslinien) in magnetische Induktionsröhren; als Einheitsröhre wäre auch hier diejenige zu bezeichnen, deren Querschnitt — gleichviel an welcher Stelle und von welchem Flächeninhalt — stets den gleichen (Einheits-) Betrag an magnetischer Induktion, also bei allen Molekularwirbeln jenes Querschnitts dieselbe Summe von Richtungskomponenten in Übereinstimmung mit den Kraftlinien aufweist. Das Gefälle der MMK findet auch hier längs der magnetischen Kraftlinien statt, weil die Moleküle, wie das mechanische Modell in Fig. 362 verdeutlicht, längs WF in Reihe geschaltet sind, so dass die Spannung jedes Kautschukfadenpaares einen bestimmten Betrag an Antriebskraft (MMK) kompensiert. Die Niveauflächen dieser Antriebskraft (Flächen gleichen Druckes, Äquipotentialflächen) werden daher, wie beim elektrischen Feld, senkrecht zu den Kraftlinien verlaufen und die magnetischen Kraftröhren in Energiezellen zerlegen (vgl. Fig. 53 in **115**), welche den Einheitsbetrag an magnetischer Wirbelenergie enthalten, falls die Niveauflächen das Einheitsgefälle ($H = 1$) zwischen sich einschliessen.

180. Energie des magnetischen Feldes.

In beiden Fällen wäre also das „Feld" der eigentliche Sitz der Energie und als in einem Zwangszustand befindlich aufzufassen, so dass jeder Raumteil beim elektrischen Feld einen bestimmten Betrag an elektrischer Spannungsenergie, beim magnetischen Feld an magnetischer Wirbelenergie enthält. Diese beiden Volumenergien wären in der Umgebung des stromdurchflossenen Leiters als übereinander gelagert, ja nach den neueren Hilfsvorstellungen über das elektromagnetische Feld (**75**) als innerlich zusammenhängend anzusehen. Der Zusammenhang in den Feldgleichungen wird aus den Ausführungen von H. I, 3 ersichtlich. Für die Zwecke der engeren Elektrophysik und der Elektrotechnik kommt man in den praktisch wichtigeren Fällen mit der einfachen Übereinanderlagerung aus, weshalb auch hier

der besseren Übersicht wegen die getrennte Behandlung der beiden Erscheinungsseiten nacheinander vorgezogen wurde.

Das Fallbestreben der Feldenergie oder der Trieb, auf ein energetisch tieferes Niveau herabzusinken, drückt sich in beiden Fällen durch einen Zwangszustand aus, der als ponderomotorischer Antrieb in die Erscheinung tritt (**118**), wenn Raumteile des Feldes mit verschieden grossen spezifischen Ausgleichvermögen ($\varkappa$ bezw. μ) beweglich oder gegeneinander verschiebbar sind. Aber auch sonst ruft dieser Zwangszustand einen Druck im Medium hervor, der sich sowohl in den physikalischen Eigenschaften desselben äussert (**132**), als auch in mechanischem Mass ausdrücken lässt. Auch in dieser Beziehung werden die Betrachtungen über das elektrische Feld (**132** ff.) zum grossen Teil auf das magnetische Feld übertragbar sein. Die Formulierung für die Grösse des Zwanges im elektromagnetischen Felde erfolgte durch Maxwell (Tr. II, § 641—646) und führte zu ganz analogen Ausdrücken, wie sie der Zwang im elektrischen Felde (Tr. I, § 103—111) aufweist. Die Zugspannung in Richtung der Verkürzung der Kraftlinien und die Druckspannung quer zu denselben (**78**) erzeugt im Medium einen mechanischen Druck von der Grösse

$$F = \frac{1}{8\pi} H^2 = \frac{1}{8\pi} B^2,$$

wenn H das magnetische Gefälle (die „Feldstärke“), bezw. B die erzielte (spezifische) magnetische Induktion bezeichnet, und das Medium die Durchlässigkeit $\mu = 1$ besitzt. Weiteres siehe in **298**.

Berücksichtigt man, dass der Zug F in Dyn (1·02 mg) erhalten wird, wenn H bezw. B in CGS-Einheiten (Kraftlinien auf cm²) eingesetzt wird, so ergiebt sich z. B. die Spannung im erdmagnetischen Kraftlinienfeld (Totalintensität zu 0·47 gesetzt) zu

$$F = 0{\cdot}0398 \cdot 0{\cdot}47^2 \cdot 1{\cdot}02 = 0{\cdot}9 \cdot 10^{-2}\,\text{mg auf den cm}^2 \text{ oder } 0{\cdot}9\,\text{mg auf } 1\,\text{dm}^2;$$

hingegen für das stärkste bisher mit Elektromagneten (**280**) erzielte Feld von etwa 40 000 Kraftlinien auf 1 cm² die Spannkraft

$$F = 0{\cdot}0398 \cdot 40^2 \cdot 10^6 \cdot 1{\cdot}02 \cdot 10^{-6}\,\text{kg} = 65\,\text{kg auf } 1\,\text{cm}^2 \text{ oder } 6500\,\text{kg auf } 1\,\text{dm}^2.$$

Unter Hinweis auf die Überlegungen beim elektrischen Feld (**135**) wäre hier nochmals zu erinnern, dass ein energetisches Fallbestreben besteht, auf Grund dessen ein elektrisches oder magnetisches System mit beweglichen Teilen ohne erneute Energiezufuhr von ausserhalb (**136**) diejenige Lage annimmt oder Bewegung ausführt, bei welcher möglichst viel der elektrischen Spannungsenergie bezw. der magnetischen Feldenergie in mechanische Energie übergeführt wird. In der Potentialtheorie hat diese Thatsache eine Formulierung erfahren, welche die Arbeitsfähigkeit auf Grund dieser ponderomotorischen Antriebe zur Grundlage nimmt. Die Arbeitsfähigkeit an den verschiedenen Punkten im Raume, bezogen auf den ins Auge gefassten und relativ festliegend gedachten Feldträger, etwa ein stromdurchflossener Leiter oder auch ein permanenter Magnet, besitzt für einen anderen, als Einheit gewählten Feldträger, etwa die (hypothetische) Einheitspolstärke, einen Wert, der nur von dem Punkt im Raume abhängt.

Dies setzt aber im allgemeinen voraus, dass für die Bewegung, welche der bewegliche Feldträger auszuführen vermag, eine Begrenzung vorhanden ist, und zwar entweder beiderseits, wie zwischen zwei zusammengehörigen Polflächen, oder doch wenigstens einerseits, wenn die Bewegungsbahn zwischen der festen Grenzfläche, aus welcher die Kraftlinien austreten, und einer beliebig weiten (unendlichen) Raumgrenze gelegen ist. Ein analoges energetisches Fallbestreben ist erfahrungsgemäss auch beim elektrischen Strom vorhanden, also bei stetiger Energiezufuhr von ausserhalb. Neben dem direkten Übergang (Fall) der elektrischen Energie in (JOULEsche) Wärme innerhalb des Leiters besteht ausserhalb noch jene gleichsam magneto-mechanische Fallbahn für die Energie. Die Übertragung des Begriffes der Arbeitsfähigkeit (des Potentials) auf diese Verhältnisse bedarf aber wegen seiner Vieldeutigkeit einiger Vorsicht. Beim stromdurchflossenen Leiter, der von ringförmigen und völlig in Luft verlaufenden Kraftlinien umschlossen wird, ist die Arbeitsfähigkeit eigentlich unbeschränkt, da der Umlauf des bewegten Feldträgers (Einheitspol oder gleichfalls stromdurchflossener Leiter) um den Leiter stets wieder von neuem beginnen kann, sobald ein Umlauf (Potentialperiode) vollendet ist. Vorausgesetzt ist nur, dass der Strom im Leiter zu fliessen fortfährt oder, mit anderen Worten, die erforderliche elektrische Energie durch den Leiter zugeführt und in magnetische Feldenergie, sowie weiterhin in mechanische Bewegungsenergie übergeführt wird (Prinzip jedes Elektromotors).

Die Änderung der Arbeitsfähigkeit beim Fortschreiten im Raume oder — unter Benutzung eines hydrotechnischen Bildes — ihr Gefälle (Potentialgefälle) bildet das Mass für die mechanische Antriebskraft, welche der zweite Feldträger (Einheitspol) infolge seines Kontrastes mit dem Hauptfelde an einem beliebigen Punkte und in einer beliebigen Richtung erfährt (**40**; **78**). Das Messen dieses Antriebes durch Ausbalanzieren (Kompensieren) mit Hilfe eines anderen Antriebes, der absolut oder relativ bekannt ist, ermöglicht die experimentelle Erforschung der Feldstärkenverteilung in der Nähe stromdurchflossener Leiter. Gleichzeitig liefert es den Ausgangspunkt des elektromagnetischen Masssystems. Zuerst von BIOT-SAVART (**23**) auf Grund experimenteller Erfahrungen ausgesprochen, bildet das Antriebsgesetz zwischen stromdurchflossenem Leiter und Magnetpol die Grundlage aller Formulierungen für die Leiterfeldstärken. Von der modernen elektromagnetischen Theorie wird es mit Vorliebe als diejenige Erfahrungsthatsache benutzt, auf welcher sich alles weitere aufbaut, oder aus der die grundlegenden Feldgleichungen hergeleitet werden. (Weiteres siehe in H. I, 3.)

181. Räumliche Verteilung der magnetischen Antriebskraft (des Gefälles H).

Die Art der Verteilung des magnetischen Gefälles H (der magnetischen Antriebskraft oder der „Feldstärke") im Raume wird auch hier (**112**) die Unterscheidung in homogene und nicht homogene Felder nahelegen. Die zentrische Feldanordnung rings um den Stromleiter (vgl. Fig. 24 in **78**) wird gegenüber den elektrischen Feldern, welche stets zwischen zwei Leiteroberflächen eingegrenzt sind (vgl. Fig. 52 in **112**), praktisch andere Verhältnisse bieten, die eine besondere Betrachtung erfordern. Diese Thatsache hängt mit dem in **179** erwähnten Unterschied zwischen dem rotatorischen Charakter der magnetischen und dem translatorischen der elektrischen Induktionslinien zusammen, sowie auch mit dem Fehlen der magnetischen Leiter im Sinne der elektrischen (**117**). Ausführlicheres über die magnetischen Begriffe siehe in **289** ff.

Neben dem magnetischen Ausgleichgesetz, welches die drei magnetischen Hauptbegriffe in Beziehung bringt und — entsprechend dem OHMschen Gesetz für die stationäre Stromstärke und dem FARADAY-MAXWELLschen Gesetz für die Gesamtzahl der Induktionslinien bei der dielektrischen Verschiebung — die totale magnetische Kraftlinienzahl (N) im Kreislaufquerschnitt als Quotient der resultierenden MMK im Kreislauf ($D = 1{\cdot}257$ AW) und des gesamten magnetischen Kreislaufwiderstandes (S_m) ausdrückt, spielt sonach die spezifische magnetische Antriebskraft (H) eine physikalisch wichtige Rolle. Es ist dies also der auf die Längeneinheit einer Kraftlinie entfallende (oder hierauf umgerechnete) magnetische Antrieb, der auch als Gefälle der magnetischen Spannung längs WF in Fig. 362 aufgefasst werden kann und vielfach, aber wenig glücklich, als „Feldstärke" bezeichnet wird (**289**). Gegenüber der „elektrischen Kraft" oder der elektrischen Spannung längs einer einzelnen Stromlinie liegt das stärkere Hervortreten dieser lokalen „Feldstärke" und der Niveauflächen bei den Feldbetrachtungen in dem Verhältnis der Kreislauflänge zum Kreislaufquerschnitt begründet. Bei den elektrischen Strömungsvorgängen ist infolge ausreichender Konzentration der Ausgleichbahn dies Verhältnis gewöhnlich so gross, dass praktisch Linearströme vorliegen, und die früher (**173**) erwähnte zusammenfassende Betrachtung von einem höheren Standpunkt aus die natürliche Folge bildet; bei magnetischen und dielektrischen Ausgleichvorgängen ist dies hingegen gewöhnlich nicht der Fall. Einmal sind die Querschnitte des Kreislaufs gewöhnlich viel weniger scharf begrenzt, so dass die „Nebenschlüsse" — Streuung, leakage, Abspaltung bezw. Verlust an Induktionslinien, oder wie man immer diese Erscheinungen bei teilweiser Parallelschaltung guter und schlechter, oder auch direkterer und indirekterer Ausgleichbahnen, mehr vom wirtschaftlichen oder mehr vom wissenschaftlichen Standpunkt aus benennen möge — eine viel grössere Rolle spielen, als bei den elektrischen Strömungsvorgängen (vgl. hierzu **114**); ein zweites Mal pflegen aber auch die in Frage kommenden Hauptquerschnitte zu der Länge des Kreislaufs ein ganz anderes Grössenverhältnis zu besitzen, so dass die Aufmerksamkeit häufig weit stärker zu dem Eingehen auf die Verhältnisse in den Partial- oder Differentialquerschnitten hingedrängt wird. Da ausserdem noch in beiden Fällen jedes beliebige, raumausfüllende Material, vor allem also auch die Luft, für die Ausgleichbahn in Frage kommt, so werden gegenüber den elektrischen Strömungsvorgängen der Potentialbegriff und das Hilfsmittel der Potentialtheorie mehr in den Vordergrund treten, wenn auch hier fast nur für Überlegungen theoretischer Art.

Der gradlinige stromdurchflossene Leiter, wie er von BIOT-SAVART angenommen wurde, stellt nach unserer Erkenntnis, dass alle elektrischen Ströme notwendig Kreislaufnatur besitzen, eine Abstraktion dar. Die einfache Formulierung

$$H = \frac{2 \cdot J}{r}$$

kann aber praktisch ausreichend zur Bestimmung der Feldstärken H benutzt werden, solange der Aufpunkt ausserhalb der Oberfläche des Leiters mit der Stromstärke J liegt, und seine Entfernung r von der Leiterachse ausreichend klein gegenüber dem Krümmungsradius der Leiterbahn, sowie der Entfernung der Rückleitung ist. Hierbei ergiebt sich H in CGS-Ein-

heiten (Dyn, welche auf den Einheitspol wirken), wenn J und r in CGS-Einheiten gemessen werden; also für $J = 20$ Amp. und $r = 2$ cm wird $H = 2$ CGS-Einheiten. Es ist einleuchtend, dass der Charakter des magnetischen Gefälles H von dem Charakter der Stromstärke J bedingt wird. Der Gleichung für ein der Zeit nach konstantes Gefälle $\overline{H} = 2 \cdot \frac{J}{r}$ wird also eine Gleichung

$$\tilde{H} = 2 \cdot \frac{\tilde{J}}{r} \text{ bezw. } \overset{w}{H} = \frac{2 \overset{w}{J}}{r}$$

entsprechen, d. h. einem Wechselstrom $\tilde{J}$ im Leiter ein magnetischer Wechselantrieb $\tilde{H}$, bezw. einem Wellenstrom $\overset{w}{J}$ ein entsprechender Wellenantrieb $\overset{w}{H}$ in der Umgebung des Leiters.

Ist das μ der Umgebung gleich der Einheit, also die erzeugte magnetische Felddichte B in ihrer Grösse mit dem Antrieb H zusammenfallend, so erfolgt die Kraftliniendarstellung des Feldes bei einem derartigen gradlinigen Leiter (in der Ebene senkrecht zur Leiterachse A) durch konzentrische Kreise, deren gegenseitiger Abstand an der Oberfläche des Leiters am kleinsten ist und proportional mit r zunimmt (vgl. Fig. 24 in 78). Ist die magnetische Permeabilität der Leiterumgebung nicht gleich der Einheit, sondern besitzt ein Kreisring die abweichende Permeabilität μ, so würde die daselbst vorhandene Felddichte sich zu

$$B = \mu \cdot H = 2 \mu \cdot \frac{J}{r}$$

ergeben; doch soll hier zunächst eine Beschränkung auf eine Leiterumgebung mit $\mu = 1$ stattfinden.

Entsprechend jener Feldverteilung hängt die Arbeitsfähigkeit ausser von der Stromstärke J im Leiter nur von dem Centriwinkel ab, welchen die Radiusvektoren einschliessen, die von A nach Anfang und Ende des durchlaufenen Weges gehen. In Richtung der Radiusvektoren ist kein „Potentialgefälle" vorhanden, d. h. sie bilden ebene Niveauflächen. Die keilförmigen Energiezellen, welche aus den ebenen Niveauflächen in Verbindung mit den kreisförmigen Kraftlinien sich ergeben (vgl. Fig. 164), charakterisieren das magnetische Feld eines stromdurchflossenen graden Leiters. Von einem bestimmten Radiusvektor an, als Anfang gerechnet, wird zwar jeder Punkt im Raume einen gewissen Phasenwert des Potentials besitzen, doch wird die Arbeitsfähigkeit ausserdem noch eine beliebig grosse Anzahl von „Potentialperioden" einschliessen können. Innerhalb des Leiters besteht kein Potential (vgl. Maxwell § 684).

Ebendaselbst ist nachgewiesen, dass ganz allgemein, also auch für das Innere eines Leiters geltend, der magnetische Antrieb (Feldstärke) eines Stromes, welcher in konachsialen cylindrischen Schichten fliesst, nicht von der Verteilung der Strömungsgeschwindigkeit in den einzelnen Schichten, sondern von der Gesamtstärke des Stromes abhängt, der in den Schichten $(\pi \cdot r_i^2)$ entlang fliesst, die zwischen Achse und Aufpunkt mit dem Abstand r_i liegen. Dies gilt auch für eine stromdurchflossene Röhre, bei der im inneren Hohlraum sonach die Feldstärke Null vorhanden sein muss, da

$$H = 2\,\frac{\Delta_i \cdot \quad r_i^2}{r_i} = 2\,\Delta_i\,\pi\,r_i$$

und in allen Schichten die Stromdichte $\Delta_i = 0$ ist.

Als Sonderfall besitzt hier zunächst, mit Rücksicht auf die Messtechnik und das absolute elektromagnetische Masssystem (siehe in **28** über Tangentenbussole und Bestimmung der Stromstärkeeinheit nach Weber), die Feldverteilung Wichtigkeit, wie sie bei einem Kreisstrom vorliegt.

Die allgemeine Theorie des magnetischen Potentiales der Kreisströmung und der Spulenströmung ist von Maxwell (vgl. Tr. II. § 694 ff.) behandelt worden, zugleich mit einer Anweisung zur Konstruktion der Darstellung ihrer magnetischen Felder durch Kraftlinien (§ 701). Aus diesen recht verwickelten

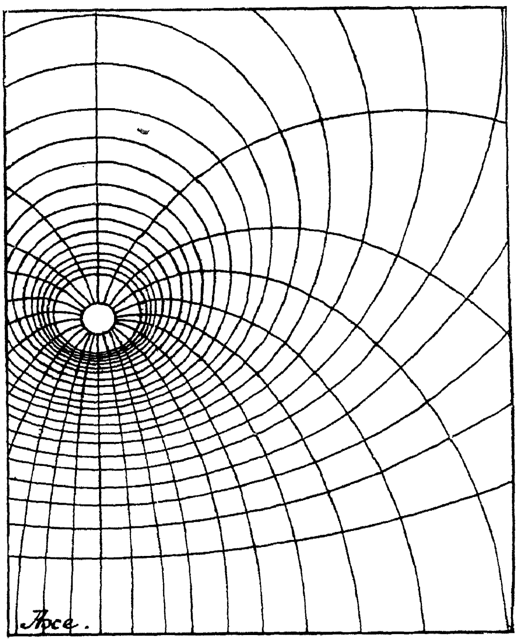


Fig. 164.

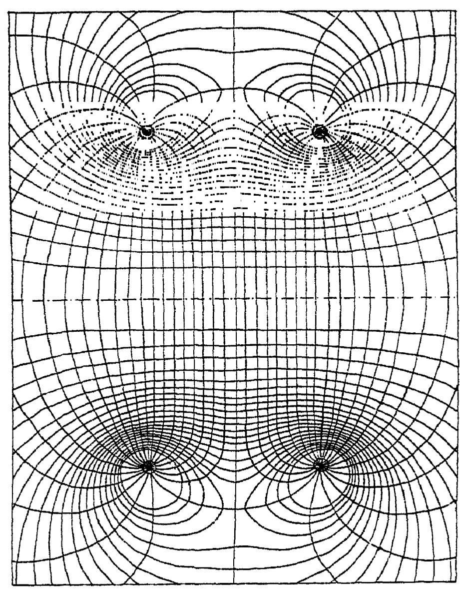


Fig. 165.

mathematischen Formeln, welche mit Hilfe von elliptischen und Kugelfunktionen erhalten werden, folgt die Abbildung des magnetischen Feldes durch Kraftlinien und den dazu senkrecht verlaufenden Äquipotentiallinien, wie sie Fig. 164 für den Teil des Feldes zwischen Kreisstromleiter und Achse in einer durch die Achse gelegten Ebene zur Darstellung bringt. Die Verteilung der Kraftlinien, welche den Leiter in Gestalt verdrückter Ringe umfassen, sowie der Äquipotentiallinien, welche senkrecht zur Leiteroberfläche münden, lässt den Mangel an Homogenität des Feldes deutlich erkennen. Hieraus erklärt sich auch, dass die mathematische Formulierung für die Feldstärke ausserordentlich kompliziert wird, sobald man aus der Ringachse herausgeht. Das Gleiche gilt von den Korrektionsgliedern, welche bei den Bussolen wegen der endlichen Grösse der Magnetnadel oder des Abstandes der Magnetpole bei genaueren Bestimmungen erforderlich werden. Eine merkliche Besserung der Homogenität des Feldes wird bereits durch Verwendung

zweier konachsialer Kreisströme gleichen Durchmessers erzielt, wie sie bei der Bussole von Gaugain-Helmholtz Anwendung finden, deren Feld in der Konstruktion nach Maxwell durch Fig. 165 wiedergegeben wird. Mit Rücksicht auf die Felder von Spulenwicklungen, zu denen dieses Feld gleichsam

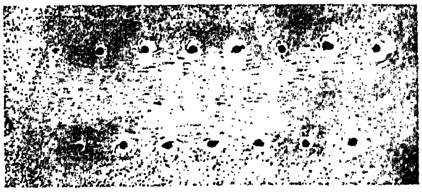


Fig. 166.

den Übergang bildet, hat sich hier die Aufmerksamkeit besonders auf die Grenze zu richten zwischen den Kraftlinien, welche den beiden Leitern gemeinsam sind, und denjenigen, welche nur mit einem Leiter verkettet

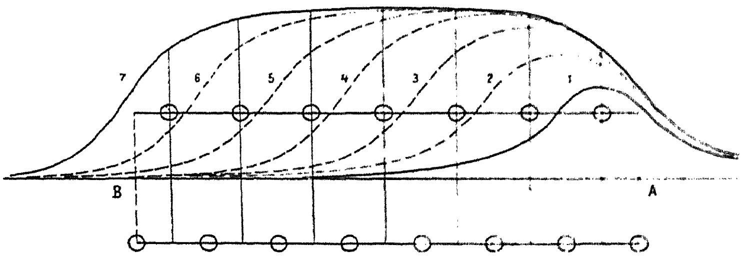


Fig. 167.

sind, und hinsichtlich der übrigen Leiter desselben Stromkreises gleichsam Streulinien darstellen (**106**). Das Kraftlinienbild eines Solenoids in einer durch eine Achse gehenden Ebene (Fig. 166), wie es experimentell mit Eisen-

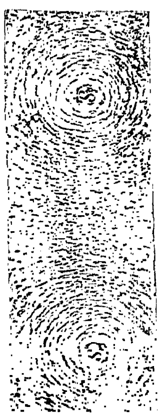


Fig. 168.

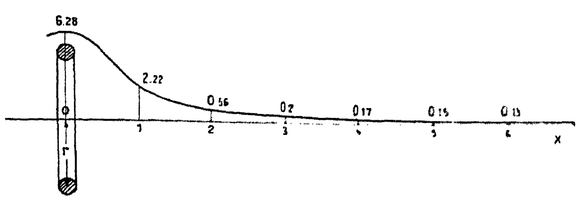


Fig. 168 a.

feilicht erhalten wird, lässt auch deutlich diese beiden Arten von Kraftlinien erkennen; auch die grössere Homogenität des Feldes in einem längeren Solenoid gegenüber dem Felde eines Kreisstromes tritt beim Vergleich mit dem Kraftlinienbild der „Achsenschleife" nach Ebert (Fig. 168) oder einer Stromspule mit kurzer Achse (Fig. 169) deutlich hervor.

Ermittelt man für eine Einzelwindung die Werte des magnetischen Gefälles H_a längs der Windungsachse, so liefert ihre Auftragung über der Achse die Fig. 168a, wobei die als Ordinaten aufgetragenen Werte

$$H_a = \frac{2\pi J \cdot r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

noch ziffermässig in CGS-Einheiten beigefügt sind für den Fall, dass der Radius r der Windung 1 cm und die im Ring fliessende Stromstärke 10 Amp. beträgt. Die Übereinanderlagerung der H_a-Werte und die angenäherte Konstanz des resultierenden H_a-Wertes bei einer Spule in ihrem mittleren Teil ist aus Fig. 167 ersichtlich.

Bei Entfernungen, welche relativ nicht klein sind gegenüber der Leiterkrümmung oder der Rückleitungsentfernung, findet eine Übereinanderlagerung der Felder statt, welche den verschiedenen Leiterpartien des Kreislaufes angehören (**183**). Der Verlauf der magnetischen Kraftlinien ist für den in Richtung des elektrischen Ausgleichs blickenden Beschauer stets im Uhrzeigersinn gerichtet und lässt ohne weiteres erkennen, dass zwischen Hin- und Rückleitung durch Übereinanderlagerung eine Verstärkung des Feldes eintreten muss, auf der Aussenseite jedes Leiters hingegen durch Differenzwirkung eine Schwächung des Einzelfeldes, wie dies zahlenmässig in **182** weiter verfolgt ist. Im Gegensatz zu der bisherigen, mehr differentiellen Betrachtungsweise der H-Werte wird hierbei die technisch wichtigere integrale Betrachtungsweise durch Benutzung des Begriffes für das ganze Kraftlinienfeld N bevorzugt, da die Verkettung des Feldes mit dem felderzeugenden Stromleiter, wie sie durch den Selbstinduktionskoeffizienten zum Ausdruck gelangt, diese integrale Betrachtungsweise nahelegt.

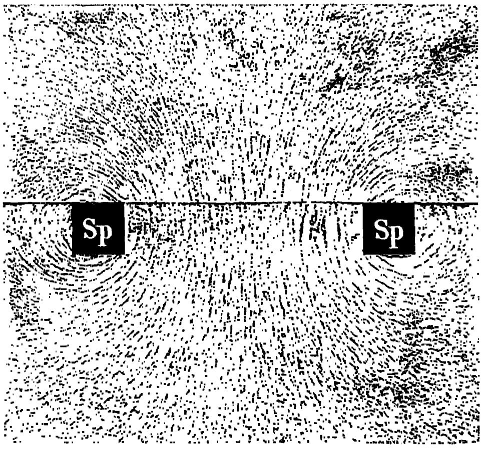


Fig. 169.

Die Zusammenfassung der Feldstärken H, oder richtiger der magnetischen Induktionen $B = \mu \cdot H$ in den Differentialquerschnitten der Ebene durch die Leiterachse, ergiebt das gesamte Kraftlinienfeld N_l. Dieser Integralwert des magnetischen Feldes spielt bei einem elektrischen Ausgleichvorgang durch seine elektromagnetische Trägheitswirkung eine praktisch wichtige Rolle. Man hat hierbei, wie bei mechanisch bewegten Systemen (**70**), zu unterscheiden zwischen der kinetischen, im Felde aufgespeicherten Energie und dem Bewegungsmoment (der Bewegungsgrösse). Beide hängen einerseits von der Stromstärke J, andererseits von einem als Selbstinduktionskoeffizient bezeichneten Leitungsfaktor L ab, so zwar, dass die Bewegungsgrösse des magnetischen Feldes sich als das Produkt beider darstellt, also $N_t = L \cdot J$. Als Definition für $L = \frac{N_t}{J}$ ergiebt sich hieraus die mit dem Leiter verkettete Kraftlinienzahl bei der Stromstärke $J = 1$.

182. Selbstinduktionskoeffizienten von Spulen.

Der mechanischen Analogie entsprechend ist die im magnetischen Felde aufgespeicherte kinetische Energie

$$A = \frac{L \cdot J^2}{2} = \frac{N_t}{2} \cdot J.$$

Bezüglich der Masseinheiten ist zu beachten, dass bei Benutzung der technischen Grösse (Ampere für J) der Selbstinduktionskoeffizient L in Henry erhalten wird, wenn N_t in 10^{-8} Kraftlinien (Integralvolt) gemessen wird. Alsdann wird auch die aufgespeicherte Feldenergie A in Joule erhalten.

Das totale Feld N_t wird praktisch eine Zerlegung in $N_t = N \cdot w$ nahelegen für solche Teile des elektrischen Kreislaufes, welche in Spulenform verlaufen, also für mehrere gleichartig geformte Bahnelemente w (Windungen) ein gemeinschaftliches Feld N besitzen, dessen N Kraftlinien sich so oft übereinander lagern, als Windungen vorhanden sind. Bedenkt man weiterhin, dass dieses gemeinschaftliche Feld N nach den vorausgegangenen Ausführungen über das magnetische Ausgleichgesetz (**181**; **115**) sich zu

$$N = c_m \cdot \frac{AW}{S_m} = c_m \cdot \frac{J \cdot w}{S_m}$$

ergiebt, so folgt aus der Identität dieser Kraftlinienwindungen ($N \cdot w$) mit dem elektromagnetischen Moment ($L \cdot J$), also aus der Gleichung

$$N \cdot w = L \cdot J$$

für den Leitungskoeffizienten L der Wert

$$L = \frac{c_m \cdot w^2}{S_m}.$$

Setzt man für den magnetischen Spannwiderstand S_m die Dimensionen der Ausgleichbahnen, mit etwaigen Reduktionen bei magnetischen Nebenschlüssen auf wirksame Werte, zu $S_m = \frac{l'}{q' \cdot \mu'}$ ein, so folgt für eine Spule mit der Windungszahl w der Ausdruck

$$L = \frac{c_m \cdot q \cdot w^2}{l} \cdot \mu = 4\pi \cdot \frac{q' \cdot w^2}{l'} \cdot \mu,$$

wenn für den Masssystemfaktor c_m derjenige des absoluten Masssystems in CGS-Einheiten eingesetzt wird.

Praktisch wird bei Benutzung dieser Formel die Hauptschwierigkeit in den notwendigen Reduktionen bezw. Korrektionen der Dimensionswerte liegen, denn nur selten werden, wie beim magnetischen Kreislauf mit völligem Eisenschluss, diese reduzierten Werte l', q' mit den direkt messbaren Grössen der mittleren Länge l bezw. des Querschnittes q des magnetischen Kreislaufes zusammenfallen (**292**). Ähnliches gilt bei magnetischen Materialien von der Permeabilität μ derselben für die jeweilige Stromstärke J und der Kreislauf-Permeabilität μ' bezw. μ_g (**291**).

Bei dem magnetischen Kreislauf von Spulen, oder überhaupt von Leitungswegen, deren Umgebung aus „nichtmagnetischen" Materialien besteht, die also praktisch die Permeabilität $\mu = 1$ besitzen, wird die zuletzt erwähnte Schwierigkeit zwar fortfallen, ebenso wie die Abhängigkeit des μ bezw. des Selbstinduktionskoeffizienten $L = L_1 \cdot \mu$ von der Stromstärke J (**290**); dafür wird aber hier der Einfluss der magnetischen Nebenschlüsse und die relative

Streuung (**106**), also die Zahl der mit einzelnen, aber nicht allen Windungen verketteten Kraftlinien (vgl. Fig. 166 und 167), um so grösser sein. Für diese Fälle sind von verschiedenen theoretischen Physikern, namentlich Maxwell und Stefan, die genauen Werte mit allen erforderlichen Korrektionen unter grossem Aufwand mathematischer Hilfsmittel berechnet worden (vgl. Maxwell II, 676—693).

Für Induktionsnormalen, deren Werte aus ihren Wicklungsdimensionen berechnet werden, ist von einer gewissen praktischen Wichtigkeit die Maxwellsche Formel, welche von Stefan berichtigt und mit weiteren Korrektionen versehen wurde. Sie gilt zunächst für weite, kurzachsige Spulen mit relativ kleinen Wicklungsdimensionen gegenüber dem Rollendurchmesser und lautet

$$L = 4\pi w^2 \cdot r \left[\left(1 + \frac{3b^2+c^2}{96r^2}\right) ln \frac{8r}{\sqrt{b^2+c^2}} - y_1 + \frac{b^2}{16r^2} \cdot y_2\right] + 4\pi w \cdot r \left(ln \frac{D}{d} + 0{\cdot}15494\right)$$

wenn

w = Windungszahl der Rolle,
r = mittlerer Radius,
b = Breite des Wicklungsquerschnittes,
c = Höhe des Wicklungsquerschnittes,
D = Durchmesser des besponnenen Drahtes,
d = Durchmesser des nackten Drahtes

und y_1 und y_2 nach Stefan (Sitz.-Ber. d. Wiener A. 2, 88) folgende von dem Verhältnis $\frac{c}{b}$ abhängige Werte besitzen:

$\frac{c}{b}$ =	0·00	0·05	0·10	0·15	0·20	0·25	0·30	0·35	0·40	0·45	0·50
y_1 =	0·5000	0·549	0·5924	0·6310	0·6652	0·6953	0·7217	0·7447	0·7645	0·7816	0·7960
y_2 =	0·1250	0·1269	0·1325	0·1418	0·1548	0·1714	0·1916	0·2152	0·2423	0·2728	0·3066

$\frac{c}{b}$ =	0·55	0·60	0·65	0·70	0·75	0·80	0·85	0·90	0·95	1·00
y_1 =	0·8082	0·8182	0·8265	0·8331	0·8383	0·8423	0·8451	0·8470	0·8480	0·8483
y_2 =	0·3437	0·3839	0·4274	0·4739	0·5234	0·5760	0·6317	0·6902	0.7518	0·8162

Vergleicht man diesen Wert mit dem Wert $\frac{c \cdot w^2}{S_m}$, so ergiebt sich im vorliegenden Fall als giltige Formulierung für den magnetischen Ausgleichwiderstand

$$S_m = \frac{1}{r\left[\left(1 + \frac{3b^2+c^2}{96r^2}\right) ln \frac{8r}{\sqrt{b^2+r^2}} - y_1 + \frac{b^2}{16r^2} \cdot y_2 + \frac{1}{w}\left(ln \frac{D}{d} + 0{\cdot}15494\right)\right]}.$$

Hierbei wird S_m ebenso wie L in absoluten CGS-Einheiten erhalten, wenn die Grössen in cm gemessen werden. Die Umständlichkeit der Formulierung von S_m ist hier besonders gross. Vergleicht man sie mit $\frac{l'}{q'}$ und setzt den mittleren Wicklungsquerschnitt πr^2 für q' ein, so folgt als reduzierte mittlere Länge l' des magnetischen Kreislaufes in roher Annäherung der

Wert $\pi \cdot r$, wenn man die Korrektionsglieder in der Klammer vernachlässigt.

183. Selbstinduktionskoeffizienten verschiedener Leiterbahnen.

Die Definition des elektromagnetischen Trägheitsmomentes (Selbstinduktionskoeffizienten) eines elektrischen Kreislaufes als das in magnetischen Kraftlinien ausgedrückte Feld, welches mit ihm bei der Einheitsstromstärke verkettet ist, gilt natürlich nicht nur für Spulen, sondern ganz allgemein. Technisch wichtige Fälle bieten noch die Parallelleitungen, sei es, dass sie gestreckt wie bei Freileitungen, oder in verseilten Kabeln für elektrische Energieübertragungen Verwendung finden, sei es, dass sie in Form „bifilar" gewickelter Widerstände in der Messtechnik benutzt werden.

Auch für solche Kreislaufstrecken hat Maxwell (vgl. Tr. II, § 685 und 686) die verkettete Kraftlinienzahl bei $J = 1$, also den Wert von L abgeleitet. Für vollcylindrische Leitungsdrähte mit dem konstanten Achsenabstand d und den Radien r_1 und r_2, sowie der magnetischen Permeabilität μ_1 bezw. μ_2, ergiebt sich jener Wert für die Längeneinheit ganz allgemein zu

$$L_1 = 2\,\mu_0\, ln\,\frac{d^2}{r_1 r_2} + \frac{1}{2}\,(\mu_1 + \mu_2),$$

wenn μ_0 die Permeabilität des Mediums zwischen den Drähten bezeichnet. Für Kupferdrähte von gleichem Durchmesser mit „unmagnetischer" Zwischenschicht, etwa Luft, ergiebt dies die für Freileitungen wichtige Formel

$$L_1 = 2\, ln\left(\frac{d}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 2 = 2\left(\frac{1}{2} + 2\, ln\,\frac{d}{r}\right).$$

Sie bildet die Grundlage für die Berechnung der Spannungskomponente $\tilde{E}_L = \tilde{J}\cdot\omega\cdot L$ zur Überwindung der Selbstinduktion bei Wechselstromleitungen (**145**). Um das L der ganzen Leitung zu erhalten, ist noch mit der Länge l_1 der Doppelleitung zu multiplizieren, welche bei elektrischen Arbeitsübertragungen mit der längs der Freileitung gemessenen Entfernung zwischen ihrem Generatorende und Konsumende zusammenfällt, falls man von der Leitungsverlängerung infolge von Durchhang absieht.

$$L = 2\, l_1\left(\frac{1}{2} + 2\, ln\,\frac{d}{r}\right)$$

wird in CGS-Einheiten erhalten, wenn l_1, d, r in cm gemessen werden. Das Glied $^1/_2$ in der Klammer bezieht sich hierbei auf das magnetische Feld innerhalb des Leiters selbst. Bei Fortfall dieses praktisch geringfügigen und auch etwas unsicheren Gliedes (vgl. unten) gelangt man zu der Formel, welche bereits früher (**115**) auf Grund der analogen Widerstandsbildung aller drei Ausgleichgesetze abgeleitet wurde, wo der Selbstinduktionskoeffizient gleichsam als reziproker magnetischer Widerstand oder als magnetisches Ausgleichvermögen erscheint, also der elektrischen Konduktanz K (**149**) entspricht. (Über Eisendrähte siehe in **178** und **299**.)

Um für die Leitungsstromstärke $\tilde{J}$ in Ampere, $\tilde{E}_L$ in Volt zu erhalten, müsste L in Henry eingesetzt werden, also der obige Ausdruck noch mit 10^{-4} multipliziert werden, falls die Entfernung l_1 in km $= 10^5$ cm gemessen wird. Weiteres, namentlich auch die Behandlung der Mehrphasenleitungen, siehe Bd. VI unter Leitungsberechnung.

Für die allgemeine Behandlung ist nicht zu übersehen, dass, neben dieser kilometrischen Induktanz $\overline{L}_1$ einer Hochspannungsleitung, bei sehr hohen Betriebsspannungen und kleineren Leistungen, also verhältnismässig kleinen Betriebsstromstärken, die kilometrische Kapazität oder das elektrische Feld der Leitung von merkbarem und in extremen Fällen sogar überwiegendem Einfluss werden kann (**145**).

Bei bifilar gewickelten Drähten werden sich die Felder von Hin- und Rückleitung durch Kontrastwirkung zum grössten Teil aufheben, und es nähert sich der noch verbleibende Rest von Selbstinduktion oder magnetischer Feldbildung dem Grenzwert

$$L = 2\, l \left(\frac{1}{2} + 2\, ln\, 2\right) = 3{\cdot}773 \text{ cm}$$

für jeden cm Bifilardraht, jedoch ist wegen der zur Isolation erforderlichen Bespinnung oder Isolation der Drähte der wirkliche Wert stets etwas grösser, weil $\frac{d}{r} > 2$ sein muss. Bei Einsetzung des wahren Wertes $\frac{d}{r}$ lässt sich zwar L ohne weiteres nach obiger Formel in absolutem Mass berechnen, doch ist auch hier zu berücksichtigen, dass die Wirkung des elektrischen Feldes (Kapazitätswirkung) bifilarer Drähte oft von gleichem und, bei dünndrahtigen Spulen mit vielen Windungen, sogar grösserem Einfluss sein kann. Bei der gegensätzlichen Wirkung von Selbstinduktion und Kapazität (**145**) kann die resultierende Wirkung von Bifilarwiderständen neben ihrem OHMschen Widerstand je nach Dimensions-, Wicklungs- und Betriebsverhältnissen sowohl nach der Seite der Selbstinduktion als nach Seite der Kapazität fallen.

Gleichsam das andere praktische Extrem zu den Bifilardrähten bietet der Fall, dass die Rückleitung sehr weit entfernt von der Hinleitung ausgeführt ist, oder auch in einer allseitig symmetrischen dielektrischen Verschiebungsbahn besteht, wie dies bei den früher als „ungeschlossen" bezeichneten Strömen der Fall ist und bei den elektrischen Schwingungen eine grosse Rolle spielt (**206**). Alsdann kann man für beschränkte Entfernungen eine Drahtstrecke l mit ihrem nach allen Richtungen hinreichend gleichmässig abnehmenden Feld ins Auge fassen (vgl. hierzu die Fig. 23 und 24 in **78**). Man spricht dann wohl von dem Feld oder dem Selbstinduktionskoeffizienten eines graden Drahtes. An Stelle des Abstandes d tritt hier die betrachtete grade Drahtlänge in die Formel ein, und man erhält für einen cylindrischen Leiter mit dem Radius r nach F. NEUMANN den Wert

$$L_g = \iint \frac{\cos\,(ds,\, ds')}{r} \cdot ds\, ds'$$

oder integriert

$$L_g = 2\, l\, (ln\, 2\, l - 1) - 2\, l \left(ln\, r - \frac{1}{4}\right) = 2\, l \left(ln \frac{2\, l}{r} - 0{\cdot}75\right),$$

was z. B. für einen graden Draht von $l = 1$ m Länge und 2 mm ⌀ den Wert $L_g = 1370$ cm ergiebt. Dieselbe Drahtlänge l im Kreise geführt, ergiebt für eine so entstehende Einzelwindung den Wert

$$L_k = 2\, l \left(ln \frac{4\, l}{\pi \cdot r} - \frac{7}{4}\right) = 2\, l \left(ln \frac{2\, l}{r} - 2{\cdot}20\right),$$

oder wenn man in der Klammer für l den mittleren Kreisdurchmesser d einführt:

$$L_k = 2\,l\left(ln\frac{4\,d}{r} - \frac{7}{4}\right).$$

Wie man sieht, folgt aus der Formel, dass L_g, ebenso wie L_k, mit abnehmendem Drahtdurchmesser wächst und sich mit Annäherung von r an Null dem Wert ∞ nähert. Dieses Resultat stimmt auch damit überein, dass mit abnehmendem r der magnetische Widerstand S_m kleiner und kleiner wird, also die Feldstärke in unmittelbarer Leiternähe sich dem Wert ∞ nähert (vgl. Fig. 24). Zur Vermeidung falscher mathematischer Schlüsse bei der Integrierung von Kraftlinienfeldern „grader" Leiter ist übrigens stets zu beachten, dass es in Wirklichkeit keine ungeschlossenen Ströme, und deshalb auch keine allseitig unendlich ausgedehnten Felder giebt; dass die Betrachtung der graden Leiterstücke also nur Abstraktionen sind mit beschränkter praktischer Giltigkeit.

Es sei aber hier nicht vergessen zu erwähnen, dass diese mathematisch abgeleiteten Werte eine (praktisch allerdings oft belanglose) Unsicherheit enthalten, insofern die Zulässigkeit der Formel von F. Neumann für sogenannte ungeschlossene Ströme nicht feststeht (vgl. Hertz Ges. W. II, 55). Die allgemeinste, mit den bisherigen Erfahrungen am besten verträgliche Formel von H. Helmholtz (Ges. Abh. I, 567) schliesst vielmehr noch eine unbekannte Konstante k ein, wonach die obige Formel für L_g des graden Drahtes zu lauten hätte:

$$L_g = 2\,l\left[ln\frac{2\,l}{r} - 0{\cdot}75 + \frac{1}{2}\,(1 - k)\right].$$

Nach F. Neumann würde nun $k = 1$ sein, während nach der Theorie von Maxwell $k = 0$ und nach der Theorie von W. Weber $k = -1$ zu setzen wäre.

Ausser dieser Unsicherheit des konstanten Gliedes wäre die Abhängigkeit des wirksamen Wertes (L_w) von der Wechsel- bezw. Schwingungszahl auf Grund der Oberflächenwirkung zu berücksichtigen (**176**). Namentlich für sehr schnelle Schwingungen würden die vorstehenden Werte merkliche Änderungen zu erleiden haben, und der wirksame Selbstinduktionskoeffizient L_w würde kleiner, der Wert R_w grösser werden. Weiteres hierüber, sowie auch über die rechnerischen Induktionskoeffizienten anders gestalteter Leiterbahnen siehe Wd. IV, 99—122 [1]); über den Wert von L_w bei sehr schnellen Schwingungen auch ETZ 1901, 646.

Über die experimentelle Bestimmung, also die Messung von Induktionskoeffizienten, siehe Bd. II.

1) Es darf hierbei zur Vermeidung von Irrtümern nicht unerwähnt bleiben, dass daselbst häufig log. brigg. und log. nat. miteinander verwechselt, und auch sonst mancherlei Versehen mit untergelaufen sind, wie denn überhaupt der Mangel an Übereinstimmung in den Formulierungen, sowie die Versehen infolge von Verwechslungen selten in dem Masse hervortreten, als dies bei der Vergleichung der Formeln für die Induktionskoeffizienten, welche in den verschiedenen Handbüchern, Kompendien und Zeitschriftartikeln angeführt werden, der Fall ist. Besonders ist noch auf die Verschiedenheit in der Formulierung hinzuweisen, welche sich dadurch ergiebt, dass die einen bei graden Drähten die ganze Länge mit l bezeichnen, die anderen mit $2\,l$, was vielfach nicht genügend beachtet wird.

Die magnetischen Kraftlinienfelder, wie sie die elektrischen Ströme erzeugen, sind im Raum gerichtete Grössen (Vektoren). Wirken zwei oder mehr magnetische Antriebskräfte auf dasselbe raumerfüllende Medium oder Substrat in der Weise, dass ihre Feldstärken, für sich genommen, in der Richtung kontrastieren würden, so erfolgt die Zusammensetzung genau in gleicher Weise wie bei mechanischen Kräften, welche an ein und demselben festen Körper angreifen, also unter Bildung einer geometrischen Resultierenden nach dem Kräfteparallelogramm. Es ist die notwendige Lösung beim Auftreten divergierender Kräfte, wie sie auf allen Gebieten der Physik wiederkehrt. Sie bringt in allen Fällen eigentlich immer wieder nur die Unmöglichkeit zum Ausdruck, dass dasselbe Substrat bei den Ausgleicherscheinungen in Wirklichkeit — hier im Gegensatz zur gedanklichen Abstraktion — zweien oder mehr Kräften zugleich dienen kann, ebensowenig, als ein Massenpunkt an verschiedenen Stellen des Raumes gleichzeitig vorhanden sein kann. **184.** Verkettung von Feldern. Drehfelder.

Neben den gleichzeitig auftretenden ponderomotorischen Kräften, welche stets eine Umlagerung des Systems in dem Sinne anstreben, dass eine Minderung des Kontrastes eintritt (**134**; **275**), wird die resultierende „Feldstärke" AW_r nach dem magnetischen Ausgleichgesetz ein resultierendes Kraftlinienfeld (Induktionslinienfeld) erzeugen. Diese Übereinanderlagerung oder Zusammensetzung von magnetischen Antrieben (MMKK) bezw. Feldern wird in gleicher Weise bei stationären Feldern $\overline{N} = c \cdot \frac{\overline{AW_r}}{S_m}$, wie bei gleichphasigen Wechselfeldern $\tilde{N} = c \cdot \frac{\tilde{AW_r}}{S_m}$ gelten, und spielt in der Dynamotheorie und der Messtechnik eine grosse Rolle (**274**).

Ein wesentlich neues Moment wird aber durch das Zusammenwirken von Phasenfeldern eingeführt, also durch die Einwirkung zweier oder mehrerer Wechsel-MMKK auf denselben magnetischen Kreislauf, wenn die felderzeugenden Ströme dieselbe Periode, aber abweichende Phase besitzen. Da es sich hier um die Zusammensetzung von periodischen Grössen mit zeitlich aufeinanderfolgenden Maximalwirkungen handelt ohne Rücksicht auf die Grösse des räumlichen Winkelabstandes der Antriebserzeuger (Wicklungen), so besitzen diese Antriebsgrössen nicht den Charakter von Vektoren im eigentlichen (räumlichen) Sinne. Bei Darstellung aller in Frage kommenden Grössen im Kreisdiagramm, also Darstellung der Zeitgrösse durch das räumliche Element der Richtung (Winkelgrösse), lassen sie zwar eine völlig analoge Behandlung zu; jedoch ist beim Kreisdiagramm stets darauf zu achten, dass die räumliche Anordnung seiner Pfeilgrössen nur ein Darstellungshilfsmittel ist; andernfalls wird eine nicht selten begangene Verwechslung der beiden Elemente zu missverständlichen Schlüssen führen.

Das wichtigste Charakteristikum der Mehrphasenströme in Wicklungen mit räumlich versetzten Achsen ist der allmähliche Übergang des resultierenden magnetischen Antriebes aus der Achsenlage der einen Wicklung in die Achsenlage derjenigen Wicklung, welcher der Zeit nach zunächst das Maximum des gleichsinnigen magnetischen Antriebes (Stromes) zugeführt wird. Der jeweilig resultierende Momentanantrieb i_r erfährt sonach eine Drehung im Raume, wenn die zusammenwirkenden Momentanwerte der beiden Phasenströme, z. B. in Fig. 170 i_1, vom Maximum J_1 nach Null hin abnimmt, während gleichzeitig i_2 von Null nach dem Maximum J_2 hin zunimmt, und die Spulenachsen, welche J_1 bezw. J_2 führen, gegeneinander

um einen Winkel versetzt sind. Dieser Winkel braucht aber keineswegs 90° betragen, wie im Polardiagramm der Fig. 170, sondern kann auch irgend einen anderen der Polzahl entsprechenden kleineren Betrag haben; jederzeit wird die räumliche Drehung bei Zweiphasenstrom innerhalb der Zeit einer viertel Periode $\left(\frac{T}{4}\right)$ von der Polmitte der einen Phase zur Polmitte der anderen Phase erfolgen, in einer halben Periode vom Nordpol der einen Phase zum Südpol der nämlichen Phase, und in einer vollen Periode (T) vom Nordpol einer Phase zum nächsten Nordpol derselben Phase.

Diese Eigentümlichkeit der räumlichen Drehung der resultierenden Polachsen durch passende zeitliche Verschiebung der Maximalwerte von mehreren getrennten Strömen gleicher Periode in räumlich feststehenden, aber in ihrer Achse versetzten Spulen wurde zuerst von Ferraris entdeckt (**34**), weiterhin bei Zweiphasensystemen von Tesla benutzt und in grösserem Massstabe (Lauffen-Frankfurt 1891) mit verkettetem Dreiphasenstrom von Dobrowolsky zu weiterer technischer Ausbildung gebracht. Die hierbei vollzogene Taufe des Systems der Mehrphasenströme und der durch sie erzeugten Drehfelder als Drehstrom ist zwar nicht besonders glück-

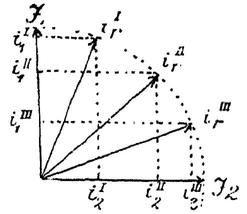


Fig. 170.

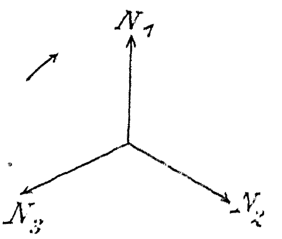


Fig. 171.

lich gewählt (wegen der leicht geweckten falschen Nebenvorstellungen bei Uneingeweihten), hat aber ein gewisses Gewohnheitsrecht erworben. Erwähnenswert bleibt nur noch, dass die Bezeichnung Drehstrom auf das symmetrische, verkettete Dreiphasensystem beschränkt zu werden pflegt und etwas willkürlich — nicht alle Drehfeldsysteme umfasst, zu denen eigentlich alle Mehrphasensysteme gehören, wenn auch vorläufig praktisch allein noch die verketteten oder unverketteten Zweiphasensysteme von nennenswerter Wichtigkeit sind.

Beim verketteten Dreiphasensystem pflegt man die drei verketteten Wechselspannungen, oder auch die durch sie erzeugten Stromstärken und Felder durch 3 um je 120° versetzte Pfeile mit den Spitzen nach aussen darzustellen wie in Fig. 171. Bei dem innigen Zusammenhang zwischen Spannung und Feldänderung (**99** ff. sowie **303**) werden daher für die pulsierenden Wechselfelder und für ihre Zusammensetzung bei zeitlicher Aufeinanderfolge genau die gleichen Überlegungen gelten wie bei der Verkettung von Spannungen bezw. Strömen (**165**); doch hat man sich jederzeit vor einer Verwechslung der zeitlichen und räumlichen Verhältnisse zu hüten und den obigen Zusammenhang zu beachten, dass eine ganze Drehung im Polardiagramm (um 360°) einer Periode, also dem Fortschreiten bis zum nächsten gleichnamigen Pol, etwa vom Nordpol zum Nordpol, entspricht, aber unabhängig von der im Kreise vorhandenen Polzahl, also dem räumlichen Achsen-

winkel der beiden aufeinanderfolgenden Nordpole ist. Im Phasendiagramm gelten sonach dieselben Regeln wie bei den Spannungen, und bei dem Übergang von den Einzelphasen- bezw. Komponentengrössen zu den Haupt- bezw. Resultantengrössen ist eine geometrische Zusammensetzung oder Summierung der ersteren erforderlich. Hierbei hat man jedoch wiederum (**165**) darauf zu achten, dass die in Fig. 171 gezeichneten Pfeile nicht in der bei Einphasenstrom üblichen Weise behandelt werden dürfen, was zu falschen Resultaten sowohl hinsichtlich Grösse als Phase führen würde. Vielmehr muss man bedenken, dass jeder der drei Pfeile das Maximum einer Wechselgrösse darstellt, die sich zwischen einem positiven und einem gleichgrossen negativen oder entgegengesetzt gerichteten Wert bewegt, so dass also jeder Pfeil doppelsinnig ist. Für verkettete Mehrphasenströme führt dies zu der Regel, dass man bei Phasengrössen, die um mehr als 90^0 voneinander abstehen, die Zusammensetzung in der üblichen Diagonalform erst nach Umkehrung des einen angrenzenden Pfeiles, und zwar des zeitlich voraufgehenden, vorzunehmen hat. Führt man dies, wie in Fig. 172 strichpunktiert angedeutet ist, durch, so erhält man als neuen, um 30^0 im Drehsinn versetzten Stern die Resultanten in Grösse und Phase. Hierbei ist zur Vermeidung von Irrtümern auf die cyklische Vertauschung der Zahlen bei den zusammengesetzten Grössen zu achten, also auf die Schreibweise 3,1 und nicht 1,3. Die Resultanten sind sonach durch 3,1; 1,2; 2,3 dargestellt, wodurch der Cyklus geschlossen ist. Weiteres über die verketteten Mehrphasengrössen siehe **165** ff. sowie namentlich auch in Bd. IV, VI u. IX.

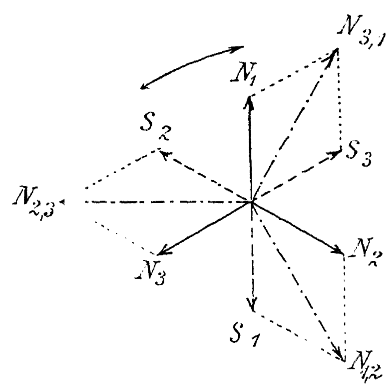


Fig. 172.

Bei der Beschaffenheit der Drehfelder ist in physikalischer Hinsicht die in Wirklichkeit vorhandene Intensität der Momentanwerte, sowie die Drehgeschwindigkeit und besonders der Wechsel in der Winkelgeschwindigkeit der resultierenden Drehfeldachse am wichtigsten. Nach der einfachen Theorie der Zusammensetzung von MMKK im Parallelogramm wäre für alle Drehfelder mit symmetrischer Spulenanordnung und symmetrischen Stromverhältnissen, was Phase und Intensität anlangt, sowohl Intensität als Winkelgeschwindigkeit konstant. Die thatsächliche Schwankung, wie sie zuerst Dobrowolsky beobachtete, liess ihn die Abhängigkeit der Drehfeldintensität von der jeweiligen gesamten Amperewindungszahl ohne Rücksicht auf ihre gegenseitige Lage vermuten (vgl. ETZ 91, 150). Diese Frage erfuhr hierauf durch Du Bois-Reymond eine experimentelle Untersuchung (vgl. ETZ 91, 303), deren Ergebnisse für die Drehfelder so wichtig erscheinen, dass das Wesentlichste hieraus wörtlich angeführt sei: **185.** Experimentelle Untersuchung von Drehfeldern.

Ein Eisenring mit einer kontinuierlichen Wicklung wurde einem Versuchsmodell entnommen und die Wicklung in drei, vier und sechs gleiche Teile zerlegt. Jeder Teil wurde mit völlig konstantem Gleichstrom erregt und zwar wurden die Stromstärken für jede Messung so gewählt, dass sie der betreffenden Phase der drei, vier oder sechs Wechselströme entsprach, in welcher das Drehfeld untersucht werden sollte. Auf diese Weise wurde für jede Phase der Drehung das resultierende Feld ruhend dargestellt und man konnte mit voller Musse seine Gestalt durch Eisenfeilspähne, seine Stärke und Rich-

tung durch beliebig genaue Messungen untersuchen. So wurden die Eisenfelddiagramme (Fig. 173) gewonnen, welche die thatsächliche Veränderung des Drehfeldes im drei-, vier- und sechsspuligen Motor veranschaulichen, wenn nach der Theorie des Parallelogramms der Kräfte die magnetische Achse von 30^0 zu 30^0 verschoben erscheinen sollte. Die beiden kontinuierlichen Kreise in den Diagrammen bezeichnen die Ränder des angewendeten Ringes, die radialen Marken geben die Begrenzungen der einzelnen Spulen an. Der eingezeichnete Pfeil giebt die Richtung der nach dem Parallelogramm der Kräfte konstruierten resultierenden Achse an.

Am interessantesten sind die Ergebnisse am dreispuligen Motor (Fig. 173 a). Die resultierende Achse ist überhaupt nur dann gradlinig, wenn die Erregung eine symmetrische ist. Selbst dann aber erscheinen die Kraftlinien an dem einen Pol zusammengedrängt, an dem anderen auseinandergezogen (Fig. 173 a I: Spule 1 mit 0 Amp., Spule 2 mit + 8·7 Amp., Spule 3 mit — 8·7 Amp.). Sobald aber die Erregung unsymmetrisch wird, erhalten wir eine gekrümmte magnetische Achse und wiederum Pole von wesentlich verschiedener Intensität (Fig. 173 a II: Spule 1 mit + 5 Amp., Spule 2 mit + 5 Amp., Spule 3 mit — 10 Amp.) u. s. f.

Der vierspulige Motor Fig. 173 b zeigt schon einen erheblichen Fortschritt. Hier ist die resultierende Achse stets gradlinig und beide Pole haben gleiche Intensität. Noch gleichmässiger gestaltet sich das Drehfeld, wenn sechs Spulen zur Anwendung kommen (Fig. 173 c).

Um die Intensitäten des Drehfeldes zu messen, wurde in der Mitte des Ringes eine Spule so aufgehängt, dass ihre magnetische Achse senkrecht zur jeweiligen resultierenden Achse des Drehfeldes stand und, nachdem sie mit einem konstanten Strom erregt worden war, durch eine Torsionsfeder in die alte Lage gebracht. Der Torsionswinkel ergab alsdann die gewünschte Intensität. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus konnte bei diesen Messungen vernachlässigt werden, weil der umgebende Eisenring als ein genügender magnetischer Schirm wirkte.

Die Ergebnisse der Messungen kommen in den Diagrammen Fig. 174 bis 176 zum Ausdruck.

In den Diagrammen Fig. 175 und 176 sind die Messungsergebnisse in der Weise dargestellt, dass für jede Messung, welche einen Fortschritt von einem Sechsunddreissigstel der Periode gegen die vorige darstellt, welche also theoretisch eine Drehung der resultierenden Achse um 10^0 ergeben sollte, ein Strahl verzeichnet ist, dessen Richtung der gefundenen Richtung der resultierenden magnetischen Achse entspricht und dessen Länge der in dieser Richtung gemessenen Intensität proportional ist. Die Messungen sind bei dem drei- und sechsspuligen Motor für ein Drittel, bei dem vierspuligen Motor für ein Viertel der Periode unverändert wiedergegeben und die wirklich gefundenen Werte sind in den oberen rechts liegenden Teil der Diagramme eingetragen, während die übrigen Teile einfach durch Wiederholung derselben Werte erhalten sind, wobei die Unregelmässigkeiten ein wenig ausgeglichen wurden.

Die Längen der Strahlen sind mit einem beliebigen, aber immer mit demselben Massstab gemessen, so dass sie untereinander verglichen werden können. Nach dem Parallelogramm der Kräfte konstruiert, müsste die Intensität der resultierenden Achse bei allen drei Schaltungen gleich sein, denn die gewählte Amplitude des zugeführten Drehstromes war in allen Fällen dieselbe, nämlich 10 Amp., und die Summe aller Windungen war konstant. Trotzdem sehen wir, dass sich beim dreispuligen, vierspuligen und sechsspuligen Motor die mittleren Intensitäten der resultierenden Achsen verhalten wie 117 : 127 : 136. Die Fluktuationen der Intensität sind im sechsspuligen Motor überhaupt nicht merklich und erreichen im vierspuligen Motor nicht ganz 13% ihres kleinsten Betrages. Bei dem dreispuligen Motor haben die Intensitätsmessungen verhältnismässig wenig Wert, weil die resultierende Achse meistens krumm ist. Gemessen wurde immer in der Halbierungslinie der beiden gemessenen Richtungen.

In das Diagramm Fig. 174 wurde daher nur der mittlere Wert der so gefundenen Intensitäten eingetragen.

Die Fluktuationen der Drehungsgeschwindigkeit sind bei allen drei Schaltungen viel grösser als die Fluktuationen der Feldstärke. Besonders interessant ist in dieser Beziehung der dreispulige Motor, weil die beiden Pole stets verschiedene Geschwindigkeiten haben. Das Diagramm Fig. 174 veranschaulicht die Veränderungen der resultierenden Achse während einer halben Umdrehung. Da dieselben Werte sich während einer Umdrehung

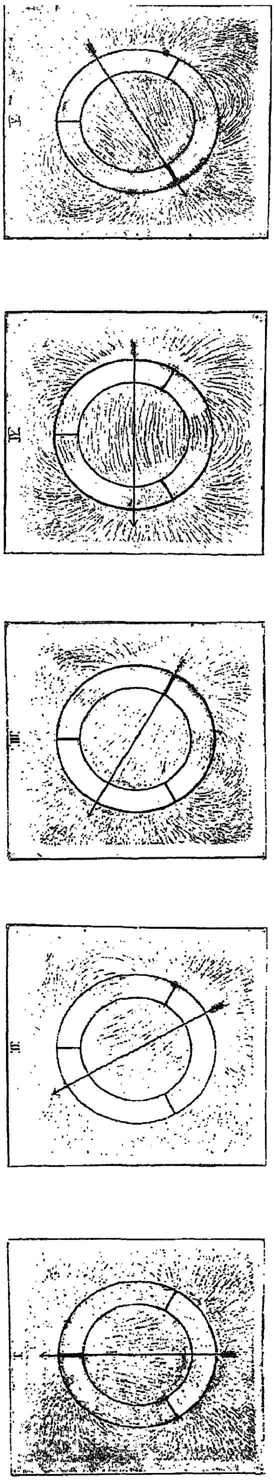


Fig. 173a.

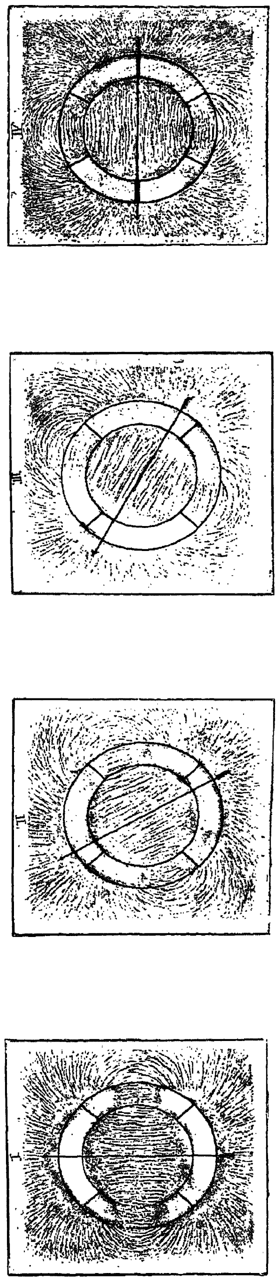


Fig. 173b.

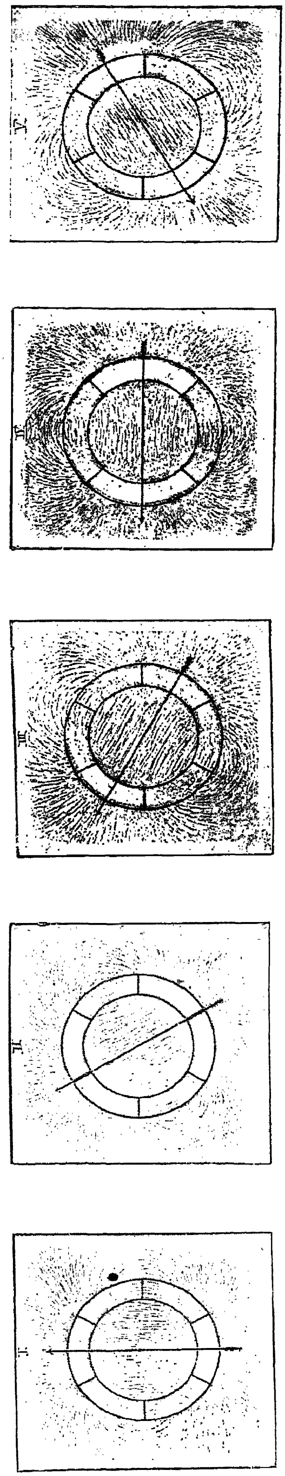


Fig. 173c.

dreimal wiederholen müssen, so wurde in dem Diagramm für drei gefundene, einander entsprechende Werte ein Mittelwert eingesetzt und dreimal wiederholt. Auf diese Weise wurde eine regelmässige Figur erhalten, welche ein anschauliches Bild des Verlaufes der Richtungsänderungen ergiebt.

Es fragt sich, wie weit diese Ergebnisse unverändert bleiben würden, wenn der Luftraum im Inneren des Ringes durch einen Anker ausgefüllt würde, und welche Ver-

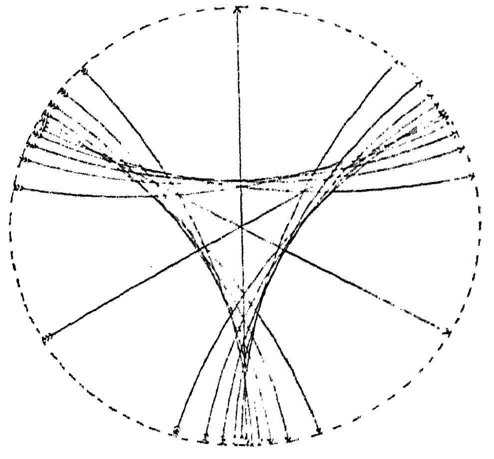


Fig. 174.

änderungen sie weiter erleiden würden, wenn dieser Anker rotierte, indessen können wir mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen, dass ein konstantes Feld von konstanter Winkelgeschwindigkeit durch Hinzufügung eines Ankers nicht in Bezug auf seine Konstanz gestört werden würde, wenn die Sättigung des Eisens nicht wesentlich dadurch ver-

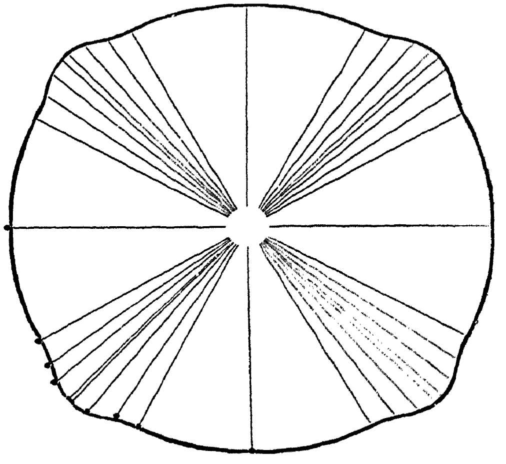


Fig. 175.

ändert wird. Ob die im ankerlosen Ring entstehenden Unregelmässigkeiten durch die Gegenwart des Ankers verstärkt oder ausgeglichen werden würden, ist schwer zu übersehen. Immerhin lehren diese Messungen, dass, wenn auch das von Herrn Ferraris angenommene Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte auf superponierte magnetische Felder nur mit Vorsicht angewendet werden darf, doch auch nicht etwa die Annahme gerechtfertigt ist, dass das resultierende Feld in jedem Augenblicke einfach der Summe aller im Motor vorhandenen Amperewindungen proportional sei.

Theoretische Ausführungen zur Erklärung dieser experimentellen Ergebnisse, besonders über den Einfluss des Eisens auf die Drehfelderscheinungen, finden sich in einem Aufsatz von KOLLERT (E T Z 92, 191), ferner von SAHULKA

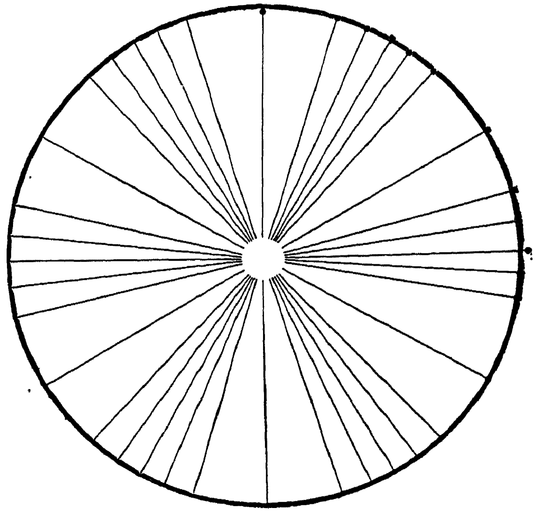


Fig. 176.

(E T Z 92, 121); die besonderen Verhältnisse bei Zweiphasenmotoren sind in Bd. IX dieses Werkes unter „Theorie der Motoren“ behandelt.

Weiteres über die Feldwirkungen, namentlich die aus Feldkontrasten sich ergebenden Bewegungsantriebe und energetischen Umsetzungen, siehe in **272** ff.

B. Die unbeständigen Ausgleichvorgänge und elektrischen Schwingungen.

Besitzt der Ausgleichvorgang innerhalb eines elektrischen Kreislaufes weder den Charakter eines Gleichstromes noch den einer Wechsel- oder auch Wellenströmung mit regelmässiger Wiederkehr der Werte aller Ausgleichgrössen, so kann er entweder eine einmalige, einseitige Änderung der Stromstärke zwischen zwei Grenzwerten, oder auch Schwingungscharakter mit einer mehr oder weniger raschen Dämpfung der Schwingungsamplitude aufweisen. Ob die Erscheinungen, welche infolge eines Spannungs**stosses** auftreten, den ersteren oder letzteren Charakter tragen, wird, in ganz ähnlicher Weise wie beim mechanischen Stoss, von der Art der Bewegungshindernisse abhängen. Je nach der Kombination des Reibungswiderstandes gegen das Medium, welches die Bewegungsbahn begrenzt, des Trägheitsmomentes der bewegten Masse und der elastischen Widerstände, welche sein Ausweichen in der Kraftrichtung begrenzen, wird ein Körper entweder durch eine einfache Elongation, oder durch schwingende Bewegungsvorgänge auf einen mechanischen Stoss reagieren. Im allgemeinen wird noch zwischen dem Körper

186. Allgemein und Einteilung.

als einem Ganzen und seinen beliebig kleinen Unterteilen zu unterscheiden sein. Bei einem gegebenen elektrischen Kreislauf wird die Wirkung einer stossartig wirkenden EMK in ähnlicher Weise bedingt durch die Vereinigung der Leitungskoeffizienten, die hier die Bezeichnung OHMscher Widerstand, Selbstinduktionskoeffizient und Kapazität tragen.

Die Ursache eines Stosses im elektrischen Sinne kann ziemlich mannigfaltig sein. An- und Abschalten von Spannungsquellen, entsprechend der plötzlichen Änderung zwischen Null und einem endlichen Wert oder umgekehrt, werden im Prinzip ebenso wirken wie eine plötzliche Änderung zwischen zwei endlichen Werten bei stationären primären Spannungswerten $(\overline{E})$, etwa durch rasche Änderung eines jener drei Arten von Leitungskoeffizienten hervorgebracht. Abgesehen von der Änderung der Leitungskoeffizenten des elektrischen Kreislaufes, bildet für die Entstehung elektrischer Schwingungen eine der wichtigsten Ursachen die plötzliche Selbstentladung eines vorher elektrisch gespannten Systems durch so weitgehende Herabsetzung des dielektrischen Spannwiderstandes, dass ein Bruch der dielektrisch schwächsten Stelle im Kreislauf eintritt (**128**). Reiht man unter die elektrischen Ausgleichvorgänge mit unbeständigem Charakter auch diejenigen ein, welche durch regelmässige Wiederkehr der einzelnen, für sich unbeständigen Vorgänge zu den beständigen periodischen hinüberleiten, so lassen alle eine Ableitung aus der allgemeinen Schwingungsformel zu, wenn man die mechanischen Grössen durch die obenerwähnten elektrischen ersetzt. Die angeführten Beispiele könnten sonach auch als Sonderfälle behandelt werden. Für die geistige Bewältigung erschien aber aus praktischen Gründen die folgende Unterteilung mit dem Aufsteigen von den einfacheren und geläufigeren Sonderfällen zu den zusammengesetzten, allgemeineren besser. Dies um so mehr, als dadurch die Voranstellung der für die Starkstromtechnik wichtigeren und häufigeren Fälle möglich war, beginnend mit den Erscheinungen bei Einschaltung und Ausschaltung von Stromquellen.

Diese Erscheinungen werden sich weiterhin naturgemäss gruppieren: in solche bei An- oder Abschaltung von Gleichspannung und solche bei Anschaltung von Wechselspannung auf Stromkreise mit gegebenen Leitungskoeffizienten; ausserdem wird praktisch die relative Grösse der letzteren (R, L, C) für den typischen Verlauf des unbeständigen Ausgleichvorganges massgebend sein. Da aber alle Ausgleichbahnen OHMschen Widerstand (R) in einem Betrage enthalten, der gegenüber L und C nur sehr selten praktisch zu vernachlässigen sein wird, so ergeben sich hauptsächlich folgende drei Unterklassen: C kann gegenüber L und R, oder L kann gegen R und C praktisch vernachlässigt werden, oder endlich als allgemeiner Fall, L und C üben neben R einen merklichen Einfluss auf den Vorgang aus.

Hiernach wäre zuerst zu behandeln An- und Abschaltung von Gleichspannung $(\overline{E})$ an elektrische Stromkreise. Unter diesen Fällen dürften wohl für den Starkstromtechniker praktisch wiederum diejenigen mit Vernachlässigung von C in erster Linie kommen, also wenn nur R und L im Stromkreise vorhanden sind.

187. Ein- und Ausschalten von Gleichspannung

Die Beschreibung des elektrischen Ausgleichvorganges beim Anschalten einer konstanten Spannung $(\overline{E})$ an eine geschlossene Leiterstrecke gestattet die Abstraktion nach dem Grenzfall $\frac{di}{dt} = \frac{\overline{E}}{L}$ (**141**; **143**) nur für relativ grosses

L und kleines R, und auch dann nur für die allerersten Zeitmomente nach dem Einschalten. Für die Zeit bis zur Erreichung des stationären Strömungszustandes $\bar{J} = \frac{\bar{E}}{R}$, den das OHMsche Gesetz praktisch völlig ausreichend beschreibt, ist ein Mischwiderstand aus R und L (vgl. Fig. 177) durch die konstante Spannung $\bar{E}$ zu überwinden. Die allgemeine Formulierung dieses Stadiums wird auf Grund des Prinzips von Wirkung und Gegenwirkung durch bei induktiven Stromkreisen.

$$\bar{E} = i \cdot R + L \frac{di}{dt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

gegeben sein, wenn sowohl R als L konstant bleiben (**154**). Die beiden Teilkomponenten des konstanten Wertes $\bar{E}$, nämlich $e_R = i \cdot R$ zur Überwindung von R, und $e_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ zur Überwindung von L, werden von Moment zu Moment variieren, doch in ihrer Summe stets konstant bleiben. Diese Teilung von $\bar{E}$, abhängig von der Zeit als Abscisse, etwa in 0·001 Sekunde als Einheit, stellt Fig. 178 graphisch dar (ausgezogene Kurve). Wählt man den Massstab von R so, dass $\bar{E}$ und $\bar{J}$ dieselbe Ordinatenhöhe erhalten, also der konstante Wert von R als Einheit dient, so stellt die Kurve gleichzeitig den Verlauf der anwachsenden Stromstärke i dar. Die Lösung der obigen Differentialgleichung ergiebt bei Auflösung nach i

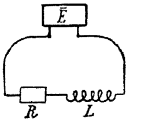


Fig. 177.

$$i = \bar{J} - \bar{J} \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T}} = \bar{J}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Hierin ist $\frac{\bar{E}}{R}$ durch die konstante Endstromstärke $\bar{J}$ ersetzt, ferner das Verhältnis $\frac{L}{R}$ durch T und die Basis 2·718 der natürlichen Logarithmen durch ε bezeichnet. Der Verlauf der logarithmischen i-Kurve ist sonach bezüglich der Raschheit des Ansteigens $\left(\frac{di}{dt}\right)$ von dem Wert $T = \frac{L}{R}$, der „Zeitkonstante" des Stromkreises, abhängig.

Wird L in Henry, R in Ohm eingesetzt, so ergiebt T den Zeitraum in Sekunden, in welchem vom Einschalten, also $i = 0$, ab die Stromstärke 63·2 % (rund $^2/_3$) ihres Endwertes $\bar{J}$ erreicht hat, denn für $t = T$ folgt aus der obigen Gleichung

$$i = \bar{J} - \frac{\bar{J}}{\varepsilon} \text{ oder } \frac{i}{\bar{J}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = 0{\cdot}632.$$

Für den Stromkreis, dessen Stromentwickelung in Fig. 178 graphisch dargestellt ist, ergäbe sich etwa für $\frac{i}{\bar{J}} = 0{\cdot}632$ der Zeitwert 0·001 Sekunden, also $T = \frac{L}{R} = 0{\cdot}001$, oder R in Ohm 1000 mal so gross als L in Henry. Aus der Mischung von R und L lässt sich sonach, bei Kenntnis der Werte dieser Leitungskoeffizienten im Stromkreise, der Stromverlauf auch beim Einschalten formulieren oder zahlenmässig angeben. Ist umgekehrt der Wert $\frac{L}{R}$ sehr hoch, wie etwa bei den Erregerwicklungen von Dynamos, oder bei Transformatorwicklungen, so kann man den Wert von T experimentell an-

genähert in Sekunden bestimmen, und damit auch bei Kenntnis von R in Ohm den (Mittel-) Wert des *wirksamen* Koeffizienten $L_w = T \cdot R$ in Sekunden-Ohm oder Henry (**192**).

Um die elektrischen Ausgleichvorgänge beim *Ausschalten* eines Stromkreises mit einem aus L und R bestehenden Mischwiderstand übersehen zu können, muss die energetische Seite berücksichtigt werden. Bei einem mechanisch bewegten System mit der reduzierten trägen Masse (Trägheitsmoment) M und der Geschwindigkeit v ist die Bewegungsgrösse oder das Bewegungsmoment $M \cdot v$ und die in ihm aufgespeicherte mechanische Bewegungsenergie („lebendige Kraft") $\frac{M \cdot v^2}{2}$. In entsprechender Weise ist bei

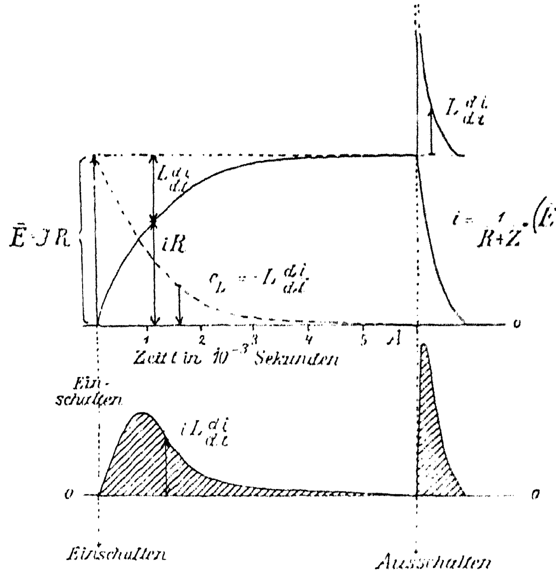


Fig. 178.

einem elektrischen Stromkreis mit dem Selbstinduktionskoeffizienten (elektromagnetisches Trägheitsmoment) L bei der Stromstärke i das Bewegungsmoment $L \cdot i$ und die mit ihm elektromagnetisch verkettete *Feldenergie* $\frac{L \cdot i^2}{2}$ (**70**). Die *Leistung*, welche bei der *Stromentwickelung* in irgend einem Moment dem Feld vom Stromkreis zugeführt wird, ist elektrisch gemessen sonach

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{L i^2}{2}\right) = i \cdot L\frac{di}{dt}.$$

Jeder Wert von $L\frac{di}{dt}$ (vgl. Fig. 178) mit dem zugehörigen Stromwert i multipliziert giebt also die *Feldleistung*, deren Kurve abhängig von der Zeit in Fig. 178 unterhalb beigefügt ist. Zu beachten bleibt hierbei, dass im vorliegenden Fall J den Wert 1 besitzt (siehe oben); ferner dass diese Leistung absolut in Watt erhalten wird, wenn i in Ampere, L in Henry und

t in Sekunden eingesetzt wird. Die schraffierte Fläche zwischen dieser Leistungskurve und der Nulllinie (Abscissenachse) stellt integriert den Betrag

$$\int_0^t i \cdot L \frac{di}{dt} = \frac{Li^2}{2}$$

der gesamten Feldenergie dar bis zur Erreichung des praktisch stationären Endwertes $\overline{J} = \frac{\overline{E}}{R}$, wenn t hinreichend gross ist. Für L in Henry, $\overline{J}$ in Ampere wird diese Feldenergie zu $\frac{L \cdot \overline{J}^2}{2}$ in Joule erhalten.

Diese energetische Überlegung fällt in vorstehender Einfachheit aber nur bei eisenfreien Stromkreisen mit der Wirklichkeit ausreichend zusammen. Bei eisenhaltigen Stromkreisen, ebenso auch bei solchen mit kurzgeschlossenen Sekundärwicklungen, also allgemein bei Arbeitsleistung im magnetischen oder auch im elektrischen Felde, welche bei $\frac{di}{dt} > 0$ von der Primärwicklung aus gedeckt werden muss, bewirkt diese zu leistende Feldarbeit eine Vergrösserung der primären Stromstärke, sodass die wirkliche Kurve des ansteigenden Stromes oberhalb der theoretisch aus R und L konstruierten liegt (**192**). Das steilere Ansteigen von i lässt sich durch die Hilfsvorstellung (**148**) erklären, dass vorübergehend ein veränderlicher Nebenschlusswiderstand (Parallelzweig zu der Primärwicklung) wirksam ist, dessen Grösse sich aus der Feldleistung ergiebt (**142**). Die primär in elektrischer Form geleistete Energie wird daher in solchem Falle grösser sein als $\frac{L \overline{J}^2}{2}$. Alle diese Arbeitleistungen im magnetischen Felde treten gleichsam aus dem primären Stromkreis als Energiekreislauf heraus und in andere Energiebahnen über, welche zwar mit jenem verkettet sind, aber keine umkehrbare Energiewandlung gestatten, während die Feldenergie im Betrage von $\frac{L \cdot \overline{J}^2}{2}$ Joule, welche bei Aufhören des primären $\overline{J}$ frei wird, zum grössten Teil reversibel ist, also in elektrische zurückverwandelt werden kann. Nicht völlig, sondern nur zum grössten Teil, weil hierbei abermals nicht umkehrbare Energiewandlungen im magnetischen Felde erforderlich sind, gleichsam die andere Hälfte der Hystereseschleife jenseits der Mittellinie für die Feldarbeit Null. Scheiden wir aber die Hysterese zunächst aus (**301** ff.) und betrachten den reversiblen Teil der Feldenergie.

Diese „lebendige Kraft" des elektromagnetischen Feldes muss beim Ausschalten auf den Stromkreis zurückwirken, soweit sie nicht in dem magnetischen Kreislauf in Form von remanenter magnetischer Feldenergie erhalten bleibt. Anders ausgedrückt: die mit dem Stromkreis verketteten Kraftlinien oder Wirbelfäden werden bei ihrem Verschwinden, bezw. ihrer Auflösung (**179**), einen stossartigen elektrischen Antrieb auf den Leiterkreis ausüben, ähnlich wie eine Schwungmasse einen mechanischen Stoss, etwa ein rotierendes Schwungrad bei rascher Aufhebung der Drehbewegung (**70**). Von der Raschheit $\left(\frac{d}{dt}\right)$ dieser Bewegungsänderung einerseits, der Grösse der lebendigen Kraft andererseits wird die Höhe des auftretenden Druckes oder der elek-

trischen Spannung abhängen. Die Geschwindigkeit der Vernichtung (richtiger Umsetzung) der Feldenergie $\frac{L \cdot J^2}{2}$, also der Wert

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{L \cdot J^2}{2}\right) = i \cdot L \frac{di}{dt}$$

wird die Leistung bestimmen, welche zur Umsetzung gelangt. Für einen gegebenen Wert von i wird weiterhin $L \cdot \frac{di}{dt}$, also die im Leiterkreis induzierte Spannung in Richtung des verschwindenden Stromes i, bedingt sein. Je rascher sonach das Ausschalten bewirkt wird, desto grösser wird $\frac{di}{dt}$ und damit der ausserdem mit L proportionale Spannungswert sein. Der letztere wird in Volt erhalten, wenn L in Henry und $\frac{di}{dt}$ in Ampere auf die Sekunde eingesetzt wird. Dieser Spannungsstoss würde also bei einem Stromkreis von $L = 2$ Henry und der gleichmässigen Abnahme von 1 Amp. in 0·001 Sekunde den Betrag $2 \cdot \frac{1}{0{\cdot}001} = 2000$ Volt erreichen. Bei sehr rascher Stromunterbrechung wird daher die Fläche der Energie, die das Feld an den Stromkreis zurückliefert, und welche bei kleiner Remanenz nahe den gleichen Betrag besitzt wie die beim Einschalten vom Feld aufgenommene, eine in Abscissenrichtung sehr gedrängte und spitze Form annehmen, wie sie Fig. 178 rechts von A, dem Moment des Ausschaltens, andeutet. Von A ab wächst auch der Wert Z des zusätzlichen Widerstandes der Funkenstrecke an der Ausschaltestelle von 0 bis ∞ und bedingt die Abnahmegeschwindigkeit von i. In noch höherem Grade gilt diese Zuspitzung von dem Spannungsverlauf $L \cdot \frac{di}{dt}$, sodass diese momentanen Spannungswerte den vielfachen Betrag der Gleichspannung $\overline{E}$ annehmen (188) und dadurch die Isolation gefährden können, da der Durchbruch an der Stelle mit der verhältnismässig schwächsten dielektrischen Festigkeit erfolgt. Um diese schwächste Stelle beim Ausschalten von Stromkreisen mit hoher Selbstinduktion, etwa Magnetbewicklungen, auch bei versehentlich rascher Hebelbewegung nicht in die Drahtisolation fallen zu lassen, was ein Durchschlagen derselben zur Folge hätte, bedient man sich der sogenannten Magnetausschalter (vgl. Bd. III oder VI). Durch Ausschaltung in zwei Stufen erfolgt hier der Ausgleich des Induktionsstosses durch vorübergehende Parallelschaltung eines induktionsfreien Widerstandes K zur induktiven Kreislaufstrecke (188).

188. Ausschaltespannungen. Die Erscheinungen, welche beim Ausschalten von Stromkreisen mit R und L auftreten, mögen wegen ihrer praktischen Wichtigkeit zunächst theoretisch verfolgt, und hieran die experimentell beobachteten Werte angeschlossen werden. Nach den theoretischen Erörterungen von L. Arons (1897 Wied. Ann. 63, 177, vgl. auch ETZ 1898, 601) möge bei plötzlicher Unterbrechung eines Stromkreises mit R Ohm und L Henry sein Widerstand in der sehr kleinen Zeit τ von dem Wert R Ohm auf den Wert ∞ gebracht werden. Für den Widerstand Z, Stromstärke i und Spannung e an den Enden der Selbstinduktion, bezw. an der Öffnungsstelle, hat man alsdann für irgend einen Zwischenmoment τ der Zeit 0 bis t folgende Werte zu erwarten:

$$Z = R \cdot \frac{\tau}{\tau - t} \qquad (1)$$

Bezeichnet man die abgeschaltete oder unterbrochene konstante Gleichspannung mit $\overline{E}$, die unterbrochene konstante Stromstärke mit $\overline{J}$, wobei $i = \overline{J}$ für $t = 0$ gesetzt sei, so folgt entsprechend der Gleichung (1) in **187**

$$L\frac{di}{dt} + \left(R \cdot \frac{\tau}{\tau - t} \cdot\right) i = \overline{E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und bei Auflösung nach i

$$i = \frac{E}{L - R \cdot \tau}\left[\frac{L}{R}\left(\frac{\tau - t}{\tau}\right)^{\frac{R\tau}{L}} - (\tau - t)\right] \quad . \quad . \quad (3)$$

Wird hierin wieder das Verhältnis $\frac{L}{R}$ als Zeitkonstante mit T bezeichnet, so folgt

$$i = \frac{\overline{E}}{R} \cdot \frac{T}{T - \tau}\left[\left(\frac{\tau - t}{\tau}\right)^{\frac{\tau}{T}} - \frac{\tau - t}{T}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Für die EMK der Selbstinduktion folgt

$$= -L\frac{di}{dt} = \overline{E} \cdot \frac{T}{T - \tau}\left[\left(\frac{\tau - t}{\tau}\right)^{\frac{\tau - T}{T}} - 1\right] \quad . \quad . \quad .$$

Unterscheidet man die Fälle

a) $\tau > T$

b) $\tau < T$,

so folgt für beide bei i eine stetige Abnahme von $i = \frac{\overline{E}}{R} = \overline{J}$ auf $i = 0$.

Hingegen wächst nach (5) der Wert von e für die Fälle unter a von 0 bis zu dem endlichen Grenzwert $\overline{E} \cdot \frac{T}{\tau - T}$ und wird um so grösser, je weniger T und τ verschieden sind. Für $T \gtreqless \tau$ erhält man die Fälle unter b, in denen jener Grenzwert theoretisch den Wert ∞ erreicht, also praktisch so hoch steigt, bis er die Isolation an der schwächsten Stelle durchschlägt.

Experimentell sind die Spannungskurven beim Ausschalten induktiver Widerstände in ihrem Verlauf von F. Natalis untersucht worden (vgl. ETZ 1898, 592). Die Spannungskurven am Messinstrument, welche unter Zwichenschaltung einer Art Kontaktmacher erhalten wurden, ähneln alle der Fig. 179, welche für bestimmte Verhältnisse (vgl. a. a. O.) bei einer Spule von $R = 3{\cdot}2\ \Omega$ Widerstand und für verschiedene Werte des Nebenschlusses K, nämlich ∞ (ausgezogene Kurve), ferner 1000 Ω, 100 Ω, 10 Ω (strichlierte Kurven), den Verlauf nach plötzlicher Abschaltung der konstanten Spannung $\overline{E} = 1{\cdot}23$ Volt angiebt. Zur Vermeidung von Irrtümern ist zu beachten, dass die Umkehrung der Spannungsrichtung (Fig. 179) im Moment des Abschaltens nur von der Schaltungsweise des Messinstrumentes im Nebenschluss zu der R, L-haltigen Spule ihren Grund findet. Wie Fig. 180 andeutet, findet nämlich beim Übergang der Batteriespannung $\overline{E}$ (ausgezogener Pfeil) in die induktive Spannung $e = L\frac{di}{dt}$ (strichlierter Pfeil) im Moment des Ausschaltens die Spannungsumkehr nur im

Nebenschluss (Messinstrument), nicht aber im Hauptstromkreis statt. Die in Fig. 178 dargestellte spitze Wellenform der frei werdenden Energie wird mit Rücksicht auf die oben nachgewiesene stetige Abnahme von i, des einen Faktors der elektrischen Leistung, also nur durch eine noch stärker zugespitzte des anderen Faktors e ermöglicht werden können, wie auch das Experiment bestätigt. Wie das vorliegende Beispiel zeigt, übertrifft für $K = \infty$ die EMK e der Selbstinduktion in ihrem höchsten Punkt die abgeschaltete Gleichspannung $\bar{E}$ um das Zehnfache, woraus Natalis folgenden Schluss zieht:

Einen natürlichen Schutz der gefährdeten Isolation bildet in erster Linie der Unterbrechungsfunke, welcher einen Teil der frei werdenden Energie aufzehrt. Als künstliche Mittel sind entweder Kohlenkontakte, welche die Zeitdauer des Funkens etwas verlängern,

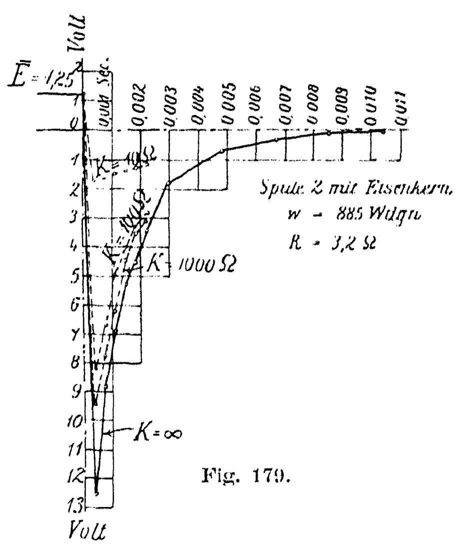


Fig. 179.

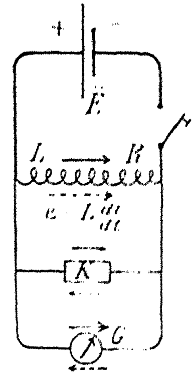


Fig. 180.

oder Nebenschlüsse ($K < 5\,R$ dürfte genügen) zu empfehlen; doch ist darauf zu achten, dass letztere möglichst induktionsfrei sind (etwa Kohlenwiderstände oder Flüssigkeitswiderstände).

Weitere experimentelle Untersuchungen über den Stromverlauf siehe in **192**, eine nutzbare Verwertung des Spannungsstosses zum Anlassen der Quecksilberdampflampe in **259**.

189. Anschalten von Wechselspannung an induktive Stromkreise. Die unbeständigen Einschaltphänomene beim Anschalten eines Stromkreises, bei dem praktisch nur R und L zu berücksichtigen ist, an eine für sich konstante Wechselspannung ($\tilde{E}$), kommen namentlich für die Starkstromtechnik in Betracht. Die allgemeine Gleichung hierfür lautet:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R\,i = e' \sin \omega t.$$

Die zur Lösung erforderliche zweimalige Differentiation, um die Sinusfunktion wegzuschaffen, liefert

$$L \cdot \frac{d^3 i}{dt^3} + R \frac{d^2 i}{dt^2} + \omega^2 L \frac{di}{dt} + \omega^2 R\, i = 0,$$

und die Lösung der Hilfsgleichung bei Einführung des Parameters $i = \varepsilon^{mt}$

$$L \cdot m^3 + R m^2 + \omega^2 L m + \omega^2 R = (m^2 + \omega^2)(L m + R) = 0.$$

Dies ergiebt die reelle Wurzel

$$m_1 = -\frac{R}{L}$$

und die beiden imaginären $m_2 = +\sqrt{-\omega}$

$$m_3 = -\sqrt{-\omega},$$

so dass die allgemeine Lösung der Differentialgleichung lautet:

$$i = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} + B \sin \omega t + B' \cos \omega t,$$

wenn α das Verhältnis $\frac{R}{L}$ der beiden Leitungskoeffizienten des Stromkreises bezeichnet. Bei Zusammenziehung der Sinus- und Cosinuskomponente (**171**) liefern die beiden letzten Glieder die stationär gewordene periodische Stromstärke $i' \sin (\omega t - \varphi)$, wenn wir der Spannung die Normalphase erteilen, und die Phasenverschiebung φ der Stromstärke gegenüber der Spannung durch die beiden Konstanten B und B' in ihrer gegenseitigen Richtung und Grösse bedingt wird. Wir erhalten also

$$i = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} + i' \sin (\omega t - \varphi)$$

und die letzte Integrationskonstante A, wenn wir A vom Moment des Einschaltens an rechnen, wo naturgemäss $i = 0$ ist. Erfolgt dieses Einschalten in dem Moment, in welchem die Spannung den Wert

$$e = e' \cdot \sin (\omega t')$$

besitzt, also zur Zeit t' vom Nullwert der Spannung an gerechnet, so ist

$$0 = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t'} + i' \sin (\omega t' - \varphi),$$

oder $$A = - i' \sin (\omega t' - \varphi) \cdot \varepsilon^{+\alpha t'}$$

und $$i = i' \sin (\omega t - \varphi) + i' \sin (\omega t' - \varphi) \cdot \varepsilon^{-\alpha (t - t')}.$$

Die Gleichungen für i lassen die Zusammensetzung der in Fig. 181 strichlierten Einschaltekurve 3 aus zwei Gliedern erkennen, wovon das eine (Kurve 2 in Fig. 181) logarithmisch von dem Anfangswert A nach dem Gesetz $\varepsilon^{-\alpha t}$ abnimmt, also graphisch durch eine Exponentialkurve dargestellt wird, während das dieser Exponentialkurve als Niveau wellenstromartig aufgelagerte zweite Glied (Kurve 1 in Fig. 181) den normalen oder stationär gewordenen Wechselstrom darstellt, wie er nach den Gesetzen des beständigen Ausgleiches (**144** ff.) sich ergiebt. Der Anfangswert A nun ist nicht feststehend für dieselbe Betriebsspannung $\tilde{E}$, sowie gegebenes R und L des Stromkreises, sondern hängt von dem Moment t' des Einschaltens, also von dessen Spannungsphase ab. Er hat sein Minimum, nämlich Null, für $\omega t' = \varphi$; alsdann fallen besondere Einschalterscheinungen fort; er hat sein Maximum für $\omega t' = \varphi + \frac{\pi}{2}$, nämlich $A = - i'$. Da für $t = 0$ aber i mit dem Wert Null anfängt, so muss bis zu dem Moment, in welchem die stationäre Komponente den Maximalwert $- i'$ erreicht, bereits eine wenn auch kleine Zeit

vergangen sein, in welcher der Wert A, der mit $\varepsilon^{-\alpha t}$ abnimmt, bereits etwas abgeklungen ist (**195**). Je kleiner α oder je grösser $\frac{L}{R}$, desto langsamer wird dies erfolgen, so dass sich als oberster, aber nie ganz erreichter Grenzwert für den Stromstoss (rush) beim Einschalten der Wert $i = 2\,i'$ ergiebt (vgl. Fig. 181), was aber unter Berücksichtigung der effektiven (quadratischen) Wirkungen der punktierten Kurve merkbar werden kann.

Im vorstehenden ist angenommen, dass die Koeffizienten R und L unveränderlich sind, was zwar bei R meist, bei L aber sehr häufig nicht zutrifft. Besitzt L, etwa bei einem Transformator infolge von vorhandenem Restmagnetismus, einen Wert, der zufällig im Moment des Einschaltens für die auftreffenden Spannungswerte einen bedeutend kleineren Trägheitswiderstand bietet, so wird, ähnlich wie bei einem Stoss auf einen zufällig schon in Stossrichtung bewegten Körper, wegen teilweisen Fortfalls des Trägheitswiderstandes die Wirkung des Stosses sehr viel grösser sein als bei einem ruhenden Körper. Die Stromstosserscheinung kann hierdurch in ihrer Intensität noch eine erhebliche Steigerung erfahren.

190. Ladung und Entladung einer Kapazität. Reihenschaltung von R und C.

Der Stromverlauf bei Verbindung einer Kapazität C mit der konstanten Spannung $\overline{E}$ würde bei Abstraktion von dem Ohmschen Widerstand R und der Selbstinduktion L des Stromkreises aus der Gleichung

$$Q = \int i \cdot dt = \overline{E} \cdot C$$

zu

$$\frac{dQ}{dt} = i = \frac{d}{dt}(\overline{E} \cdot C) = C \cdot \frac{d\overline{E}}{dt} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

folgen. Dies würde für momentane Einschaltung von $\overline{E}$, also Verbringen der Kapazitätsbelegung von dem Spannungswert 0 auf den Spannungswert $\overline{E}$ in verschwindend kurzer Zeit ($dt = 0$) auf die Gleichung $i = C \cdot \infty$ führen.

Dieser Grenzfall wird in Wirklichkeit natürlich nicht erreicht, und zwar aus zwei Gründen: Einmal weil R und L thatsächlich nie Null werden können:

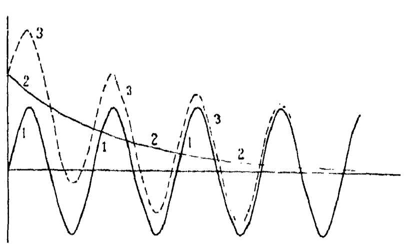


Fig. 181.

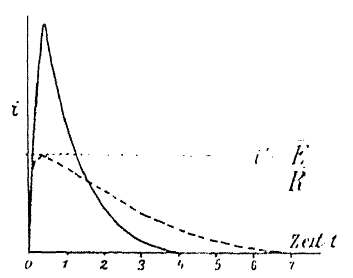


Fig. 182.

ein zweites Mal, weil die Ladezeit einer Kapazität durch die Natur des Dielektrikums bedingt ist und endlich sein muss (**124**). Streng genommen ist also der Wert von C nie konstant, sondern bedarf zu seiner Entwickelung einer wenn auch sehr kurzen Zeit. Aus diesem Grunde wird die Stromkurve von 0 an nicht in der Ordinatenachse selbst aufsteigen, sondern einen steilen Aufstieg und raschen Abfall zeigen, etwa wie in Fig. 182. In den Einzelheiten, namentlich in der Grössenordnung der Abscisseneinheiten (ob

10^{-6} Sekunden oder eine andere Potenz), wird die Kurve, ausser von den nicht unterschreitbaren Werten von L und R, namentlich vom Dielektrikum abhängen. Der Maximalwert von i wird ausserdem von dem innern Stromquellenwiderstand ϱ bedingt, wenn der sonstige Stromkreiswiderstand R sehr klein gehalten wird. Die Art der asymptotischen Annäherung des absteigenden Astes an die Abscissenachse hängt besonders von dem verschieden hohen Grade der dielektrischen Nachwirkung (**125**) ab.

Ist R von erheblicher Grösse, L hingegen vernachlässigbar klein, so besteht für den Stromverlauf bei der Ladung (vgl. Fig. 183 oberer Teil) die Gleichung

$$\overline{E} = i_1 \cdot R_1 + \frac{1}{C} \int_0^t i_1 \cdot dt = i_1 R_1 + \frac{q_1}{C} \qquad (2)$$

wenn q_1 die Momentanladung des Kondensators (Elektrizitätsmenge in Amperesekunden zur Zeit t) bezeichnet. Gleichung (2) würde wiederum auf ein Ansteigen der Stromkurve führen, das senkrecht oder in dem Zeitraum Null von 0 bis $i' = \frac{\overline{E}}{R}$ erfolgt, wenn es in Wirklichkeit nicht auch durch die soeben erwähnte materielle Schranke in ein sehr steiles Aufsteigen (vgl. Fig. 182) bis auf nahezu den Grenzwert $i_1' = \frac{\overline{E}}{R_1}$ überginge. Der Flächeninhalt

$$Q = \int i \cdot dt = \overline{E} \cdot C$$

zwischen Stromkurve und Abscissenachse ist von R unabhängig, wird also durch Veränderung von R nur eine Deformation seines konstanten Inhaltes erfahren, etwa in die strichlierte Kurve der Fig. 182.

Dieser Integralwert bleibt ferner derselbe, wenn neben R auch L von merklicher Grösse wird, nur ergiebt die alsdann giltige Gleichung

$$\overline{E} = L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot R + \frac{q}{C}$$

oder

$$\overline{E} - L\,\frac{d^2 q}{dt^2} - \frac{dq}{dt} \cdot R - \frac{q}{C} = 0 \quad . \; . \quad (3)$$

die Möglichkeit eines schwingenden Verlaufs der Ladestromkurve, ähnlich wie in dem näher bei der Entladung behandelten Fall (weiteres in **193** ff.).

Die Differentiation der Gleichung (2) nach der Zeit t liefert

$$\frac{d\overline{E}}{dt} = R_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C}\,\frac{dq_1}{dt} \qquad (4)$$

oder, da die Änderung der Ladung $\frac{dq}{dt} = i_1$ und $\frac{d\overline{E}}{dt} = 0$,

$$0 = R_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C}.$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung liefert unter Berücksichtigung des theoretischen Wertes $i_1 = i_1' = \frac{\overline{E}}{R_1}$ für $t = 0$ die Gleichung

$$i_1 = i_1' \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\overline{E}}{R_1} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{\frac{t}{RC}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Die Ladekurve der Stromstärke nimmt also logarithmisch mit wachsender Zeit gegen den Wert Null ab, den sie jedoch theoretisch erst für $t = \infty$ erreicht. Für praktische Verhältnisse kommt mehr die Lösung nach t in Betracht, also die Ermittelung der Zeit t, innerhalb welcher die Ladestromstärke auf einen bestimmten Bruchteil von i' abgenommen hat, und die Ladung praktisch vollendet ist. Man erhält

$$t = C \cdot R \cdot ln\left(\frac{i_1'}{i_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Für $i_1 = \frac{i_1'}{n}$ liefert dies $t = C \cdot R \cdot ln\,(n) = 2{\cdot}3\ C \cdot R \cdot \log n$,

für $n = 1000$, also $t = 2{\cdot}3\ C \cdot R \cdot 3 = 6{\cdot}9\ C \cdot R$ Sekunden,

wenn stets die zusammengehörigen technischen Einheiten, also C in Farad und R in Ω, eingesetzt werden.

So erhält man z. B.

bei $C = 1$ Mf und $R = 100\ \Omega$, also $CR = 1.10^{-4}$,

für $n = 100$ die Zeitdauer $t_{100} = 0{\cdot}46 \cdot 10^{-3}$ Sek.,

„ $n = 1000$ „ $t_{1000} = 0{\cdot}69 \cdot 10^{-3}$.

Die Zeitkonstante $C \cdot R = T_c$ des Stromkreises giebt also diejenige Zeit an, innerhalb welcher die Ladestromstärke auf den Betrag

$$i_T = \frac{i'}{\varepsilon} = 0{\cdot}368\ i'$$

abgenommen hat, und zwar gilt dies ganz unabhängig von der Grösse der Ladespannung $\overline{E}$, welche auf die Kurvenform theoretisch ohne jeden Einfluss ist.

Es wurde bereits früher (**149**) darauf hingewiesen, dass C und L eine gewisse Gegensätzlichkeit aufweisen. Dieselbe ist auch hier wiederum erkennbar, wenn man die Formulierung des Verlaufs der Stromstärke dort (Gl. 2 in **187**) und hier vergleicht; namentlich aber auch bei dem Vergleich der „Zeitkonstante" $T = \frac{L}{R}$ irgend eines Stromkreises, der nur L und R enthält, mit der vorliegenden Stromkreiskonstante $T_c = C \cdot R$, welche in der Kabeltelegraphie eine praktisch sehr wichtige Rolle spielt (**191**).

Verfolgen wir die Lade- und Entladeerscheinungen, welche für die Kabeltelegraphie und -telephonie von grosser praktischer Bedeutung sind, zunächst theoretisch, so möge vorerst abgesehen werden sowohl von dem Einfluss des geringen Betrages an Selbstinduktion (L), als auch von den Einflüssen des Dielektrikums auf die Lade- und Entladeerscheinungen, soweit sie von einer Variabilität des Wertes C verursacht werden. Wie oben (vgl. auch **125**) ausgeführt, wird bei festen und flüssigen Dielektricis dieser Einfluss, je nach den Eigenschaften des Dielektrikums, in mehr oder weniger starkem Grade sich in einer Verdrückung der theoretischen Ladekurve geltend machen, denn der Zeitbedarf für die „Richtung der Moleküle" wird sowohl das Ansteigen der Ladekurve etwas allmählicher gestalten, als auch infolge der „Nach-

ladung“ die absteigende Ladekurve gegenüber ihrem theoretischen Verlauf etwas verflachen oder zeitlich in die Länge strecken. Dieses materielle Moment, welches einer allgemeinen theoretischen Behandlung noch nicht näher zugänglich ist und einer Variabilität von C entspringt, soll also für die grundlegende Theorie ausser Ansatz bleiben.

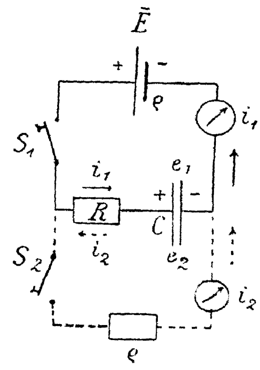


Fig. 183.

Geht man für die theoretische Betrachtung von dem Fall aus, welcher am leichtesten zu übersehen ist, so erhält man bei Konzentration der Koeffizienten R und C auf bestimmte Kreislaufstrecken und Reihenschaltung von R und C die in Fig. 183 angegebene Anordnung. Bei letzterer liefert der obere (ausgezogene) Stromkreis nach Schluss des Ladeschlüssels S_1, jedoch bei geöffnetem S_2, die Ladekurven für i_1 und e_1, hingegen nach beendigter Ladung und Öffnung von S_1, das Schliessen des Entladeschlüssels S_2 die entsprechende Entladekurve für i_2 und e_2.

Nach Schluss von S_1 und Anschaltung der konstanten Spannung (EMK) $\overline{E}$ muss die Spannungsgleichung

$$\overline{E} = e_R + e_1$$

auf Grund des Prinzips von Wirkung und Gegenwirkung in jedem Moment erfüllt sein, also bei Einführung der momentanen Ladestromstärke i_1 und der momentanen Ladung $q_1 = \int i_1 \cdot dt$ von C die obige Gleichung (2) gelten:

$$\overline{E} = i_1 \cdot R_1 + \frac{q_1}{C},$$

wenn $R_1 = R + \varrho$ gesetzt wird.

Bei der Ladung des Kondensators C ist ferner auf den Verlauf der Ladekurve q und damit in Zusammenhang auf den Verlauf der Spannungs- oder Gegenspannungskurve $e_C = - e_1$ an den Enden der Kapazität zu achten, da der Wert von e_C für die folgenden Verhältnisse der Parallelschaltung von C zu R von grosser Wichtigkeit ist. Die Ausgangsgleichung kann man bei Auflösung nach der Momentanladung q auch schreiben:

$$q = \overline{E} \cdot C - i_1 \cdot R_1 \cdot C.$$

Da nun $\overline{E} \cdot C = Q$ der Vollladung entspricht, also konstant ist, und für $i_1 = i_1'$, d. h. im Moment des Schlusses von S_1, $q = 0$ vorausgesetzt war, so folgt die Gleichung

$$Q = i_1' \cdot R_1 \cdot C$$

und ferner für einen beliebigen Moment, in welchem $i_1 = \frac{i_1'}{n}$ wird,

$$Q - R_1 \cdot C \cdot \frac{i_1'}{n} = q_n$$

oder
$$q_n = Q \cdot \frac{n-1}{n}.$$

Dies besagt: Wenn der Ladestrom i_1 auf einen bestimmten Bruchteil seines Maximalwertes $i' = \frac{\overline{E}}{R_1}$ abgenommen hat, hat sich die Ladung q_n bis

auf den gleichen Bruchteil der Vollladung Q genähert. Die Division beider Seiten durch den konstanten Wert C liefert

$$\frac{q_n}{C} \quad Q \quad n-1 \quad \text{oder}$$

$$e_n = \overline{E} \cdot \frac{n-1}{n} \text{ oder auch } e_n = \overline{E}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T_c}}\right).$$

Was von der Ladung q gilt, gilt also auch für die Spannung an den Enden der Kapazität, so dass Stromkurve i und Spannungskurve e_c entgegengesetzt verlaufen, wie Fig. 184 zeigt, die ausserdem noch die Kurve $i \cdot e_C$ der von der Kapazität aufgespeicherten (reversiblen) Leistung angiebt; wiederum ohne Berücksichtigung der im elektrischen Felde aufgewendeten oder umgesetzten Arbeit (**125**) beträgt ihre Energiefläche $\int_0^t i \cdot e_c \cdot dt = \frac{\overline{E} \cdot Q}{2} = \frac{\overline{E}^2 \cdot C}{2}$. Die Differenzspannung $E - e_c$ wird in dem OHMschen Widerstand des Stromkreises aufgezehrt, da $e_R = i \cdot R$ mit i konform und gleichphasig verlaufen muss, woraus folgt, dass die zweite Hälfte der von der Stromquelle gelieferten Energie $\overline{E} \cdot Q$ im Widerstand in Wärme umgesetzt wird.

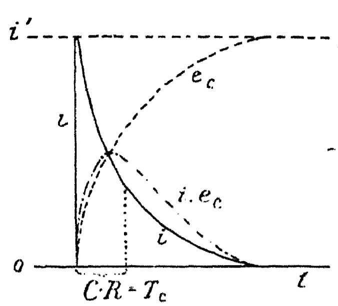


Fig. 184.

Richtet man sein Augenmerk auf die Maximalwerte der Stromkurve, der Spannungskurve, sowie endlich der Leistungskurve, so kann man von einer gegenseitigen Phasenverschiebung sprechen. Ein Vergleich der Verhältnisse beim Anschalten von $\overline{E}$ an $R + C$ (Fig. 184) mit denjenigen bei $R + L$ (Fig. 178) bietet auch hinsichtlich Vertauschung der e- und i-Kurven, gegenüber der an ihrem Platze verbleibenden Leistungskurve, Interesse als Beitrag zu der wiederholt erwähnten Gegensätzlichkeit von C und L. Hierbei ist nur zu beachten, dass in Fig. 178 die strichlierte Kurve $e_L = L\frac{di}{dt}$ der Kurve e_c in Fig. 184 entspricht. Während also bei L die Stromkurve logarithmisch nach dem Gesetz

$$i = \overline{J}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)$$

ansteigt, die Spannungskurve logarithmisch nach dem Gesetz

$$e_L = \overline{E} \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{T}}$$

abnimmt, findet bei C das Umgekehrte statt. Die Leistungskurve für die im Feld aufgespeicherte Energie, welche dort die magnetische $\int i \cdot e_L \cdot dt$, hier die elektrische $\int i \cdot e_C \cdot dt$ umfasst, enthält beide Faktoren und bleibt demgemäss an ihrem Platz, verläuft also in beiden Fällen identisch. Aus dem Gesagten folgt auch, dass man die Zeitkonstante des Stromkreises

$$T_L = \frac{L}{R} \text{ und } T_c = C \cdot R$$

in beiden Fällen gleich definieren kann, wenn man nicht beide Male die Stromstärke, sondern bei L das Anwachsen der Stromstärke auf $^{\varepsilon - 1} = 63{\cdot}2\,\%$ hingegen bei C das Anwachsen der Spannung e_C auf den gleichen Betrag hin, nicht aber die Abnahme der Stromstärke auf $36{\cdot}8\,\% = 1 - 0{\cdot}632$ (187) zu Grunde legt.

Die Verhältnisse bei der Entladung von C liegen nun ganz analog, wenn der Wert R_1 im Entladestromkreis derselbe ist wie im Ladestromkreis, so dass $C \cdot R_1$ unverändert bleibt, und damit auch die Stromkreiskonstante, welche den Verlauf des unbeständigen Ausgleiches bedingt. Nur finden entsprechend der Umkehrung des ganzen Vorganges auch bei den elektrischen Grössen Umkehrungen statt. Da jetzt nach Öffnen von S_1 (vgl. Fig. 183) und Schliessen von S_2 die vorher passive Kapazitätsspannung die aktive Rolle für den Entladestromkreis übernimmt ($e_C = + e_2$), so folgt zunächst die Umkehrung der Stromrichtung in R. Enthält jedoch der Entladestromkreis keine EMK, sondern nur ausser R den Ohmschen Widerstand ϱ, der von gleicher Grösse wie der innere Widerstand der Ladestromquelle einschliesslich Zuleitung sei, so dass also $R_2 = R_1$, so ist der Verlauf von i_2 völlig mit i_1 zusammenfallend, wie auch die Lösung der Gleichung

$$\frac{q}{C} - i \cdot R = 0$$

mit dem Anfangswert $q_0 = Q = \overline{E} \cdot C$ ergiebt.

Der Wechsel des Vorzeichens beim Übergang auf die Entladekurve q bezw. Spannungskurve e_2 von C lässt aber ohne weiteres die Umkehrung beider erkennen, also ihren übereinstimmenden Verlauf mit i_2, was auch aus der notwendigerweise bestehenden Gleichung

$$e_2 = i_2 \cdot R_2$$

sofort hervorgeht.

Die erforderliche Zeit t für die Entladung auf einen bestimmten Bruchteil $\left(\frac{q}{q_1'}\right) = \frac{1}{n}$ der ursprünglichen Ladung q_1' ist sonach auch hier durch die Gleichung

$$t = C \cdot R_1 \cdot ln \frac{i_2'}{i_2} = C \cdot R_1 \cdot ln\,(n) = C \cdot R_1 \cdot ln \left(\frac{q_1}{q}\right) \quad . \quad (7)$$

gegeben.

Wesentlich anders jedoch wird der Verlauf der Leistungskurve, wenn auch die Energiefläche des Entladevorganges — bei Abstraktion von den inneren Umsetzungsverlusten im elektrischen Felde infolge dielektrischer Hysterese — mit derjenigen der aufgespeicherten Energie übereinstimmt. Bei Wahl des gleichen Massstabes wie in Fig. 184, fällt sie nämlich gleichfalls mit der Entladekurve für i und e zusammen, also alle drei Kurven entsprechen der i-Kurve in Fig. 184.

Der zeitliche Verlauf der Spannung an den Enden der Kapazität in **190** **191**
verdient Aufmerksamkeit, um die Erscheinungen bei der Parallelschaltung eines zweiten Stromkreises zu C besser zu verstehen. Den einfachsten Fall dieser Art deutet Fig. 185 an, der als Grundlage der praktisch wichtigen Verhältnisse zunächst behandelt sei.

Parallelschaltung von R mit C.

Nach Schliessen von S_1 wirkt in dem ersten Moment C wie ein Kurzschluss, der dem von $\overline{E}$ abgelegenen Stromkreis (R_2) den Strom entzieht. Erst in dem Masse, als mit der wachsenden Ladung q die Spannung e_c an den Enden von C anwächst, wird diese Spannung e_c nach den Ausgleichgesetzen im Stromkreis R_2 einen Strom erzeugen können, der bei praktisch reinem OHMschen Widerstand konform mit e_c wächst nach der Gleichung

$$i_2 = \frac{e_c}{R_2}.$$

Das Anwachsen der Stromstärke i_2 wird sonach denselben Verlauf zeigen wie die Spannungskurve e_c in Fig. 184, also nach derselben Exponentialkurve erfolgen, wie wenn die konstante Spannung $\overline{E}$ auf einen einfachen Stromkreis mit dem Widerstand $R = R_1 + R_2$, aber einer in Reihe geschalteten Selbstinduktion L geschaltet würde, deren Betrag sich aus

$$\frac{L}{R} = R_1 \cdot C \text{ zu}$$

$$L = (R_1^2 + R_2 R_1)\ C \text{ bestimmt.}$$

Auch hier zeigt sich wiederum die erwähnte Gegensätzlichkeit (**149**; **190**), da für R_2 ein parallelgeschaltetes C, wie ein in Reihe geschaltetes

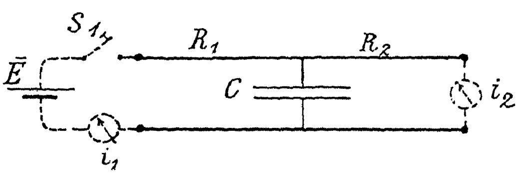


Fig. 185.

L wirkt (vgl. hierzu die experimentellen Kurven der Fig. 200—202 in **197**, welche auch die Gegensätzlichkeit des Verlaufs von i_1 und i_2 deutlich zeigen). Der Hauptunterschied gegenüber dem vorhergehenden Fall besteht darin, dass die asymptotische Annäherung von i_1 nicht an den Wert Null erfolgt, sondern an $\overline{J_1} = \frac{\overline{E}}{R_1 + R_2}$, so dass Fig. 183 den Sonderfall von Fig. 185 für $R_2 = \infty$ darstellt.

Was die Abschwächung der Wellen und die Aufzehrung der primär hineingeladenen Energie oder elektrischen Leistung, also die energetische Seite, anlangt, so ist für das Verständnis der Erscheinungen bei der Kabeltelegraphie und -telephonie der Umstand nicht zu übersehen, dass der Ladestrom

$$i_c = e_c \cdot \omega_c \cdot C$$

für die von der Stromquelle abliegenden Teile den vorliegenden Widerstand R_1 passieren muss, und daselbst unter allen Umständen einen Leistungsverlust von $i_c^2 \cdot R$ erfährt, der von der primär hineingeladenen Leistung abzuziehen ist. Ist die letztere durch die Betriebsverhältnisse gegeben, so ergiebt sich schon hieraus auch für die Schwachstromverhältnisse eine gewisse Beschränkung in der Überwindung der Entfernungen, eigentlich des Produktes $C \cdot R$, um noch eine für die Laut- bezw. Zeichenübertragung hinreichende

elektrische Leistung am Ende abzuliefern, ganz abgesehen von einer etwaigen Verzerrung und Dispersion der elektrischen Wellen. Dass auch alle kürzeren Gleichspannungskontakte bei längeren Kabelleitungen die Form von elektrischen Wellen annehmen müssen, ergiebt sich aus der Verteilung von R und C längs der Leitung.

Löst man zunächst die Kapazität, welche im letzten Fall (Fig. 185) konzentriert gedacht war, in eine grössere Zahl Einzelkapazitäten längs der Leitung auf, so erhält man eine Anordnung, die man als künstliches Kabel

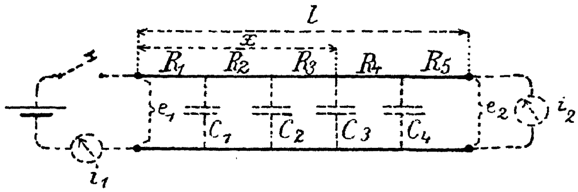


Fig. 186.

bezeichnen kann, und die auch praktisch als solches Verwendung findet. Für den vorliegenden Zweck macht es hierbei keinen wesentlichen Unterschied, ob die Leitung in Form einer Schleifenleitung ausgeführt ist, wie in Fig. 186, bei welcher R_1, R_2, R_3 u. s. f. die Ohmschen Widerstände von Hin- und Rückleitung der einzelnen Leitungsstrecken und C_1, C_2, C_3 ihre Kapazitäten zwischen den Leitungen bezeichnen, oder ob eine Einfachleitung (Fig. 187) vorliegt mit den Kapazitäten C_1, C_2, C_3 u. s. f. gegen Erde. Im ersten Fall sind die Spannungen e_1 bis e_2 zwischen den beiden Leitungen praktisch massgebend, im zweiten die Spannungen (Potentiale) von gleichem Betrage zwischen Leitung und Erde. In beiden Fällen ist die nutzbare Span-

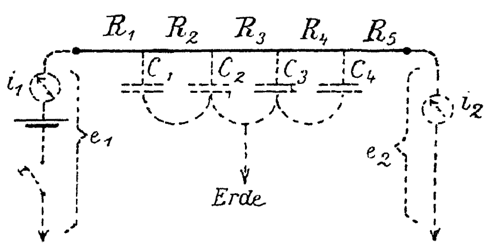


Fig. 187.

nung e_2 und ihr Verlauf von Bedeutung, da e_2 im Empfangsapparat die Stromstärke- bezw. Zeichenbildung nach den Ausgleichgesetzen bewirkt, und diese nur noch von den Ausgleichwiderständen des Restkreislaufes abhängen. Sieht man zunächst von einer etwaigen Selbstinduktion derselben ab, so wäre die Stromkurve i_2 mit e_2 konform und gleichphasig.

Bei Leitungen mit kontinuierlicher Verteilung von R und C, wie bei Kabeln, führt die exakte Theorie auf Differentialgleichungen, deren Lösung von Fourier bei Behandlung der Wärmeerscheinungen gegeben wurde. (Näheres siehe Mascart und Joubert Bd. I, Art. 223 ff.) In ihrer allgemeinsten Form, also unter Berücksichtigung seitlicher Verluste (Isolationsverluste), knüpfen dieselben an die Erscheinungen an, welche bei den be-

ständigen Ausgleichvorgängen (**168** ff.) behandelt würden. Sieht man von seitlichen Verlusten ab, indem man die Isolation als praktisch hinreichend gross voraussetzt, so liefert das allgemeine FOURIERsche Integral die vereinfachte Gleichung

$$\frac{e_x}{e_1} = \frac{l-x}{l} - 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n x} \cdot \varepsilon^{-\frac{n^2 x^2}{C_x \cdot R_x} \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l} \cdot x\right)$$

für das Verhältnis der Spannung e_x zur Anfangsspannung $e_1 = E$ im Zeitpunkt t, von der Herstellung des Kontaktes ab gerechnet. Es lässt zunächst unabhängig von n erkennen, dass für grosses t, also bei längerer Dauer des Kontaktes, sich das abzuziehende Glied immer mehr der Null nähert, und die Gleichung in die OHMsche Formel übergeht, welche besagt, dass die Spannung abnimmt proportional mit dem Stromkreiswiderstand $\frac{l}{q \cdot k}$, und bei konstantem Nenner auch mit der Länge l.

Die Formel, in welcher das ε hinter dem Summenzeichen die Basis der natürlichen Logarithmen (2·718) bezeichnet, besagt ferner, dass die Zeit t, welche erforderlich ist, um die Spannung e_x in der Entfernung x vom Anfangspunkt auf einen bestimmten Bruchteil ihres endgiltigen Wertes $\frac{l-x}{l} \cdot e_1$ steigen zu lassen, proportional ist mit $C_x \cdot R_x = T_x \cdot \pi^2$, also mit dem Produkt aus Kapazität und Widerstand zwischen Anfang und dem Punkt x.

Diese Thatsache ist von ausserordentlicher Wichtigkeit für die Kritik der bisherigen Bestimmungen der „Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität“ in Drähten bezw. Leitungen. Die Formel lässt nämlich ohne weiteres erkennen, dass gar keine bestimmte derartige „Fortpflanzungsgeschwindigkeit“ existiert, wie man sie für Schall und Licht bestimmt hat. Vielmehr hängt eine derartige Geschwindigkeit, etwa bestimmt durch die Zeit zwischen Kontakt am Anfang und Eintritt einer merklichen Wirkung am Ende der Leitung, sowohl von dem Produkt $C \cdot R$, also einer Stromkreiskonstante, als auch von der Empfindlichkeit des Messmittels bezw. Organes ab, welches eine bestimmte Grösse von e_2 bezw. i_2 benötigt. Neuerdings bezeichnet man daher auch unter Berücksichtigung dieser Umstände, namentlich des ersten, die so ermittelten Zeiten als „Dauer der relativen Fortpflanzung“. Ausserdem tritt hierzu weiterhin noch der komplizierende Einfluss der im Stromkreis vorhandenen Selbstinduktion. Aus allen diesen Ursachen erklärt sich die erhebliche Verschiedenheit der gefundenen Zahlen je nach der Versuchsanordnung. Eine kritische Zusammenstellung dieser früheren Ergebnisse findet sich in einem Vortrage von SAHULKA (siehe ETZ 1891, 292).

Wertet man das obige allgemeine Integral für bestimmte Fälle aus, so erhält man zunächst beim Übergang auf ein unendlich langes Kabel, wenn man

$$\frac{C_x \cdot R_x}{4 \cdot t} = z^2$$

setzt, das Verhältnis

$$\frac{e_x}{E_1} = 1 - \frac{\int_0^x \varepsilon^{-z^2} \, dz}{\int_0^\infty \varepsilon^{-z^2} \cdot dz} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \varepsilon^{-z^2} \cdot dz.$$

Für einen Draht bezw. ein Kabel von **endlicher** Länge hat W. THOMSON die Auswertung des allgemeinen Integrals angegeben, das für die Stromstärke i_x an einem Punkt x, bezw. für i_2 am Ende des Kabels, in

$$i_x = \frac{E}{R_x}\left(1 + 2\sum_{n=1}^{n=\infty} \varepsilon^{-\frac{n^2\pi^2}{CR}\cdot t}\cos\left(\frac{n\pi}{l}\cdot x\right)\right)$$

übergeht. Werden für n die Werte 1, 2, 3 u. s. f. eingesetzt und $\varepsilon^{-\frac{\pi^2 t}{CR}} = u$ eingeführt, so erhält man

$$i_2 = \frac{E}{R}\left[1 - 2\left(u - u^4 + u^9 - \ldots \mp u^{n^2}\right)\right] = f(t).$$

Für $t = 0$ folgt $u = 1$ und der Wert der u-Reihe $= \frac{1}{2}$, also die Stromstärke $i_2 = 0$. Für wachsendes t nimmt u ab, jedoch wird erst für $u < {}^3/_4$ die Reihe merklich von ${}^1/_2$ verschieden, also i_2 merklich grösser als 0. Bezeichnet man nach W. THOMSON für $u = \frac{3}{4}$, als Grenzwert einer überhaupt nennenswerten Grösse von i_2 $\left(\text{Grössenordnung } \frac{1}{1000} \text{ des Wertes } \frac{E}{R}\right)$, die zugehörige Zeit mit τ, also

$$\frac{3}{4} = \varepsilon^{-\frac{\pi^2\tau}{C\cdot R}} \quad \text{oder} \quad \tau = \frac{C\cdot R}{\pi^2}\, ln\left(\frac{4}{3}\right) = 0{\cdot}0292\ C\cdot R \text{ Sekunden}$$[1]

und benutzt diese Zeit als Einheit, so wird

$$u = \varepsilon^{-\frac{\pi^2\tau}{CR}\cdot\frac{t}{\tau}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{\tau}}.$$

Für τ als Abscisseneinheit stellt die Kurve I in Fig. 188, bezw. A in Fig. 189 den ansteigenden Strom am Ende des Kabels in $^0/_0$ des endgiltigen Wertes $\frac{E}{R}$

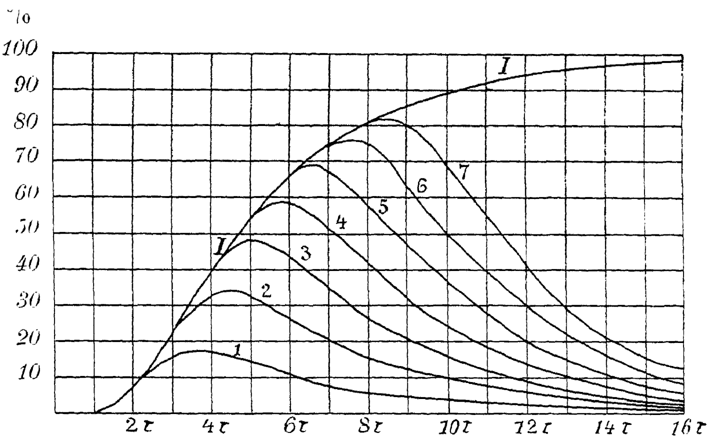


Fig. 188.

1) In der Praxis wird zuweilen eine etwas andere Einheit, nämlich $\tau = 0{\cdot}02332\ C\cdot R$ Sekunden benutzt, indem man auf $i_2 = 1{\cdot}6 \cdot 10^{-4}$ statt $1{\cdot}10^{-3}$ von $\frac{E}{R}$ zurückgeht: vgl. jedoch Bd. XII, 89, wo auch die oben angegebene Einheit gewählt ist.

bei Dauerkontakt am Anfang des Kabels dar, während die Kurven 2, 3, 4, 5, 6, 7 den zeitlichen Verlauf von i_2 am Ende darstellen, wenn der zur Zeit 0 am Anfang gemachte Kontakt nach 2τ, 3τ, 4τ u. s. f. wieder unterbrochen und der Kabelanfang an Erde gelegt wird. Der Verlauf dieser Stromkurven zeigt einen deutlichen Wellencharakter, gleichzeitig aber auch einen verhältnismässig in die Länge gezogenen Abfall, der für die Schnelligkeit der Zeichengebung nachteilig ist. Eine Beschleunigung lässt sich durch passend gewählte Wechselkontakte erzielen, also durch Kommutierung der Gleichspannungsquelle am Anfang des Kabels. Der Stromverlauf, welcher, bei abwechselnden $\pm \bar{E}$-Kontakten am Anfang, alsdann am Ende der Leitung eintritt, also der zeitliche Verlauf von i_2, ist wiederum in denselben Zeiteinheiten τ aufgetragen, für drei verschiedene Fälle der Vorzeichenfolge und Länge der Kontakte, in Fig. 189 dargestellt; nämlich für

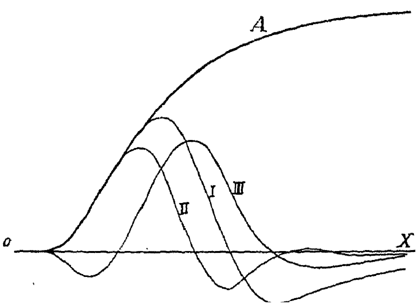


Fig. 189.

Folge und Dauer der Kontakte				Kurve
+	−	+	−	
4τ	4τ			I
3τ	3τ	τ		II
	τ	4τ	2τ	III

Diese Wechselkontakte bilden den Übergang für die Beschickung des Kabelanfangs mit Wechselspannung $\tilde{E}$, deren Verlauf regelmässig periodisch und zur Nullachse symmetrisch ist. Legt man für $\tilde{E}$ den Sinuscharakter zu Grunde, also für die sekundliche Wechselzahl z

$$e_1 = e_1' \cdot \sin \omega \cdot t = e_1' \cdot \sin (\pi \cdot z) \cdot t,$$

so liefert dieser Wert, in die Ausgangsformeln eingesetzt, für eine sehr lange, streng genommen unendlich lange Leitung die Beziehung

$$e_x = \left[e_1' \cdot \varepsilon^{-\sqrt{C_x \cdot R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}}} \right] \cdot \sin \left(\pi z \cdot t - \sqrt{C_x \cdot R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}} \right).$$

Diese Formel, welche bereits bei den beständigen Ausgleichvorgängen (172) auf andere Weise abgeleitet wurde und sonach die Verbindung mit jenen Ausführungen herstellt, lässt erkennen, dass die primäre Spannungswelle sich zwar als Sinuswelle durch die ganze Kabellänge fortpflanzt, jedoch mit einer Verkleinerung (Schwächung oder auch Dämpfung) des Maximalwertes, sodass dieser $\left[\frac{e_1'}{\varepsilon^{\sqrt{C_x R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}}}} \right]$ ausser von dem Produkt $C_x \cdot R_x$ der

durchlaufenen Kabelstrecke auch von der Wechselzahl z abhängt, und die Schwächung mit wachsendem z zunimmt.

Es folgt aus der Zeitfunktion der Formel für e_x ferner, dass die Fortpflanzung des Antriebes oder der Spannungswelle, welche beim Dauerkontakt von der Grösse $C \cdot R$ allein abhing und als „relative Fortpflanzungsgeschwindigkeit" bezeichnet wurde, hier mit einer Geschwindigkeit erfolgt, die proportional mit $\sqrt{2\omega} = 2\sqrt{\frac{z}{c \cdot r} \cdot \frac{\pi}{2}}$ wächst, wenn c und r die Kapazität bezw. den Widerstand der Längeneinheit des Kabels bezeichnet. Da nämlich für

$$\sqrt{C_x \cdot R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}} = 2\pi$$

die Phase den ganzen Cyklus von 0 bis 360°, also eine Wellenlänge $\lambda = x$ längs der Leitung, durchlaufen hat, so folgt aus

$$\sqrt{C_x \cdot R_x \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}} = x\sqrt{c \cdot r \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}} = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{c \cdot r \cdot z \cdot \frac{\pi}{2}}}.$$

Da ferner die relative Fortpflanzungsgeschwindigkeit v' durch $v' = \lambda \cdot \frac{z}{2}$ definiert ist, so ergiebt sich der angeführte Wert

$$v' = 2\sqrt{\frac{\pi \cdot z}{2\,c \cdot r}} = \sqrt{\frac{2\omega}{c \cdot r}}.$$

Die Schlüsse, welche sich hieraus für die Kabeltelephonie ergeben, führen also auf das interessante Resultat, dass die höheren Schwingungen (Obertöne) einmal stärker abgeschwächt werden, gegebenenfalls bis zum praktischen Verschwinden, wie der Ausdruck des Maximalwertes besagt, dass sie aber ausserdem sich rascher fortpflanzen als die tieferen. Hierdurch tritt längs der Leitung eine Dispersion oder Auseinanderziehung (Verzerrung) des Klanges ein, da die Obertöne, also die Wellen mit höheren Werten von z, abgesehen von ihrer stärkeren Schwächung, zeitlich früher am Ende des Kabels anlangen.

Weiteres über Telephonie und den grossen zuerst von Preece hervorgehobenen Einfluss des Produktes $C \cdot R$ auf die Schwachstromübertragungen siehe Bd. XII. Es möge jedoch sogleich an dieser Stelle betont sein, dass alle die hieraus gezogenen Schlüsse, unter Absehen von der Selbstinduktion des Stromkreises, nur mit der nötigen Vorsicht auf die praktischen Verhältnisse übertragen werden dürfen, da diese Abstraktion wohl für Kabel in erster Annäherung zulässig ist, jedoch für Freileitungen, namentlich in Verbindung mit Apparaten, die Berücksichtigung des erheblichen Einflusses von L meist nötig wird (**197**).

Eine hinreichende experimentelle Bestätigung der theoretischen Ergebnisse an künstlichen Kabeln, welche nur C und R enthalten, ist unter anderm an dem künstlichen Kabel des Züricher Polytechnikums erfolgt (vgl. Wunschendorf La Lumière. él. Bd. 27, Seite 167).

192. Experimentelle Untersuchung der an- und abschwellenden Ströme.

Eine Ergänzung zu den in 188 angeführten Experimentaluntersuchungen über den Verlauf der Spannung beim Abschalten induktiver Widerstände bieten folgende experimentelle Untersuchungen über den Verlauf der einsetzenden und abschwellenden Stromstärken bei Anschaltung und Abschaltung einer Gleichspannungsquelle an Stromkreise mit verschiedenartiger Kombination der drei Leitungskoeffizienten R, L und C. Diese Verhältnisse, welche namentlich für die Schwachstromtechnik, besonders für die Telegraphie, ein geradezu grundlegendes Interesse besitzen (siehe Bd. XII), sind daher auch von dieser Seite einer eingehenderen experimentellen Untersuchung unterzogen worden (vgl. Experimentelle Untersuchung des Stromverlaufes in Telegraphenleitungen von AD. FRANKE ETZ 1891, 103). Diese Untersuchungen wurden mit einem „Wellenmesser" (vgl. ETZ 1891, 6), also einer kontaktmacherartigen Vorrichtung, ausgeführt, die gestattete, die aufeinander folgenden Werte der Stromstärke in bestimmten und hinreichend kleinen Zeitintervallen (bis herunter zu 1.10^{-4} Sekunden) zu ermitteln. Vom physikalischen Standpunkt aus zerlegt man diese Untersuchungen am besten in folgende zwei Teile: Untersuchungen an Stromkreisen, welche durch künstliche Konzentration der einzelnen Leitungskoeffizienten R, L, C erhalten werden, und Untersuchungen an Stromkreisen der praktischen Telegraphentechnik mit der Komplikation, dass eine Mischung und Verteilung der Koeffizienten längs einer ausgedehnten Leitung vorhanden ist. Namentlich der erste Teil der Untersuchungen wird dazu geeignet sein, sowohl die typischen Eigenschaften des Stromverlaufs an den verschiedenen Stromkreisstellen besonders charakteristisch aufzuzeigen, als auch eine Nachprüfung der Theorie dieser Erscheinungen leichter zu gestatten. Hierbei sind bezüglich der Stromkreiszusammenstellung wieder die drei wichtigsten Kombinationen, nämlich R und L, R und C, R mit L und C zu unterscheiden, ferner in jedem einzelnen Falle bei jeder Untersuchungsperiode die drei Unterteile derselben, nämlich Anschalten des Stromkreises an die Gleichspannung $\overline{E}$ mit Entwickelung der Stromstärke bis zu ihrem OHMschen Wert $\overline{J} = \frac{\overline{E}}{R}$, Abschalten der Gleichspannung und schliesslich Entladung des Stromkreissystems ohne aktive Spannungsquelle $\overline{E}$ durch Verbinden der freien Enden bezw. Anlegen beider an Erde. Diese drei Unterperioden entsprechen auch den Verhältnissen beim Arbeiten mit dem Morsetaster, wenn man die mittlere entsprechend klein gegenüber 1 und 3 wählt.

Die Verhältnisse für $R = 8550\ \Omega$ und $L = 11{\cdot}9$ Henry in Reihenschaltung stellt Fig. 190 dar, wobei die Stromstärke in ihrem Verlauf an der durch ein Kreuz bezeichneten Stelle des Kreislaufes gemessen wurde. Der Verlauf der Stromkurve stimmt mit dem theoretisch zu erwartenden Werte in allen wesentlichen Punkten überein, doch sei auf folgende Punkte als beachtenswert nochmals hingewiesen: Der erste Anstieg der Stromkurve erfolgt etwas steiler als der Wert $T = \frac{11{\cdot}9}{8550}$ erwarten liesse, ferner ist das Knie etwas schärfer ausgebildet als das der theoretischen Kurve, und endlich erfolgt die Annäherung an den stationären Wert langsamer als bei letzterer. Der Grund ist in erster Linie offenbar in dem Umstand zu suchen, dass der angegebene Wert der Selbstinduktion des eisenhaltigen Morseapparates keinen konstanten Wert besitzt, sondern dass das L von der Stromstärke i abhängig ist, und im vorliegenden Fall offenbar mit i zu-

nimmt, also seinen grössten Wert selbst erst allmählich ausbildet. Die Ursache für das schärfere Ansteigen der i-Kurve ist wahrscheinlich in der Leistung im magnetischen Felde zu suchen (**187**). Das rasche Abfallen von i beim Unterbrechen (zweite Teilperiode), sowie das nochmalige Einsetzen einer Strömung i in gleichem Sinne beim Schliessen des Stromkreises in sich (dritte Teilperiode) entspricht auch völlig der Theorie, insofern hier der gleichgerichtete Spannungsstoss der Selbstinduktion (vgl. Fig. 178 in **187**) noch nicht abgelaufen ist und daher noch eine zweite, merklich kleinere Stromwelle in derselben Richtung erzeugt, deren langsames Abklingen offenbar auf das allmähliche Verschwinden der magnetischen Kraftlinien in dem nahezu eisengeschlossenen magnetischen Kreislauf des Morseapparates zurückzuführen ist.

Die Verhältnisse für eine Zusammensetzung des Stromkreises aus Widerständen und Kapazität stellt Fig. 191 dar, wobei hinsichtlich der Schaltung (vgl. Fig. 185) darauf zu achten ist, dass die Kapazität von 1 Mf mit

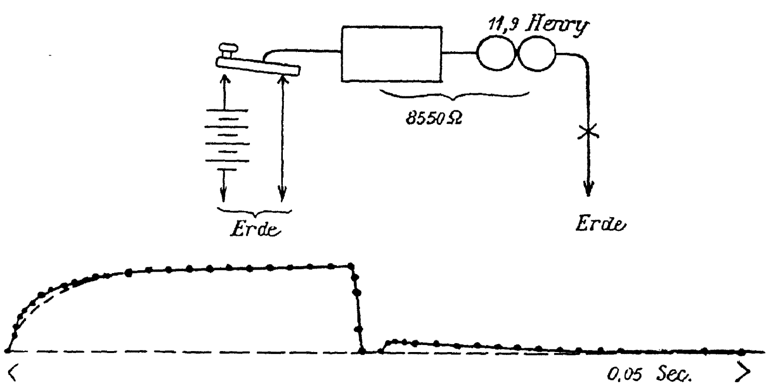


Fig. 190.

6840 Ω parallel und beide Zweige mit 1710 Ω und der Stromquelle in Reihe geschaltet sind. Hieraus erklärt sich auch ohne weiteres die grosse Verschiedenheit der Stromkurven an den bezeichneten Stellen I und II. Die Ladekurve II unterscheidet sich von den in **190** behandelten Verhältnissen nur darin, dass der Endwert der Stromstärke nicht $i = 0$ wird, wie bei reiner Reihenschaltung von 1710 Ω und 1 Mf, also unter Fortfall des Nebenschlusses von 6840 Ω zur Kapazität, sondern dass $i = \bar{J} = \frac{\bar{E}}{6840}$ das definitive Niveau am Ende der ersten Teilperiode liefert. Das allmähliche Ansteigen von i_I, welches grosse Ähnlichkeit mit der Kurve in Fig. 190 zeigt, hat hier aber eine völlig andere Ursache als dort, nämlich das allmähliche Anwachsen der Spannung

$$e_{6840} = \bar{E} - i_{II} \cdot 1710$$

für den Parallelzweig zur Kapazität, in welchem i_I gemessen wird (**191**). Das Abschalten von $\bar{E}$ in der zweiten Teilperiode hat den sofortigen Abfall von i_{II} auf Null zur Folge, dagegen einen allmählichen Abfall bei i_I, was von dem allmählichen Entladen, also Sinken von e_c in dem für sich geschlossenen Stromkreis: Mf — I — 6840 Ω, kommt. In der dritten Teil-

periode kommt noch der Entladungsweg 1710 Ω — II als zweiter, zu I parallelgeschalteter Stromkreis hinzu, woraus sich die parallelgeschalteten Ausgleichvorgänge in ihren Entladekurven

$$\frac{i_{II}}{i_I} = \frac{6840}{1700} = \frac{4}{1}$$

ohne weiteres erklären. In beiden Fällen, also bei Ladung und Entladung, giebt die Fläche zwischen den Kurven I und II die Gesamtladung an, ihre Teile geben den gerade vorhandenen Ladezustand q und, bei Division durch das bekannte C, die Kondensatorspannung $e_c = \frac{q}{C}$ an.

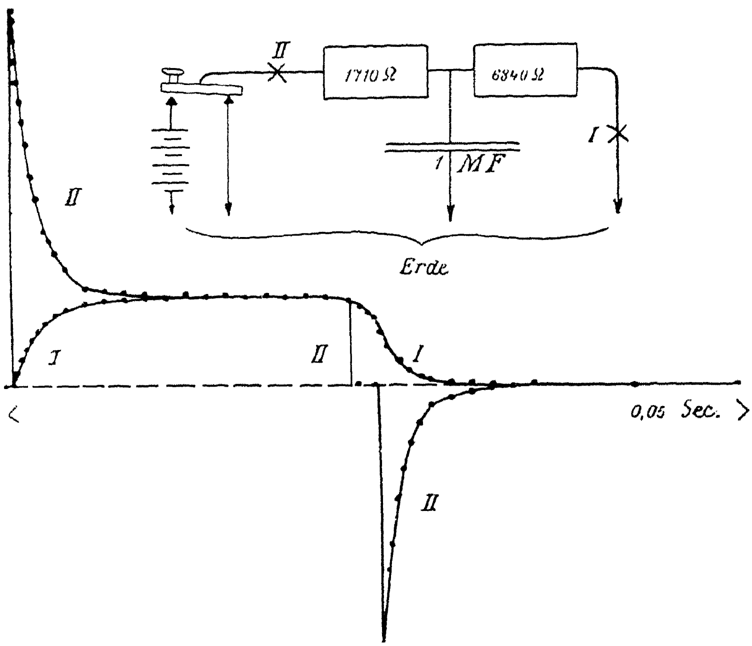


Fig. 191.

Vergleicht man auch hier die experimentellen Ergebnisse, wie sie in der Fig. 191 vorliegen, mit den theoretischen Formeln, so ergiebt sich folgendes: Nach den angegebenen Werten hätte die Zeitkonstante $T_c = C \cdot R$ für den Kreislauf beim Laden: Erde — Batterie — II — 1710 Ω — 1 Mf — Erde den Betrag

$$1 \cdot 1710 \cdot 10^{-6} = 1{\cdot}71 \cdot 10^{-3} \text{ Sekunden,}$$

also für eine Ladung der Kapazität auf 90% oder für $\frac{i'}{i} = 10$ wäre die Zeit

$$t = T_c \cdot ln \frac{i'}{i} = 1{\cdot}71 \cdot 2{\cdot}3 \cdot 10^{-3} = 3{\cdot}93 \cdot 10^{-3} \text{ Sek.}$$

erforderlich. Berücksichtigt man, dass die Ladestromstärke i durch die Differenz von Kurve II und I dargestellt wird, so ergiebt eine Ausmessung der Abscissenlänge für die Abnahme dieser Ordinatendifferenz von 51 auf 5·1 mm etwa die Länge von 6·2 mm, die experimentell gefundene Zeit wäre

sonach $3{\cdot}33 \cdot 10^{-3}$ Sekunden, also etwas kleiner. Dieser Umstand würde, abgesehen von den unvermeidlichen Mess-, Zeichen- und Auswertungsfehlern, darauf hindeuten, dass der wirksame Wert C_w nicht dem angegebenen Wert von 1 Mf entsprochen hätte, sondern bei dem benutzten Kondensator für die ersten Momente der Ladung um etwa 20% kleiner wäre als der Dauerladungswert, auf den sich vermutlich die Eichung bezieht. Diese Erklärung für die Abweichung zwischen Theorie und Experiment würde recht gut mit den Erfahrungen über das Verhalten der für die älteren Kondensatoren der Telegraphie benutzten Dielektrika (**124**) übereinstimmen.

Ein wesentlich neues Moment ist durch das gleichzeitige Vorhandensein merklicher Werte von L und C im Stromkreis gegeben, und damit eine ausserordentliche Bereicherung der möglichen Ausgleicherscheinungen. Diese Fälle bilden nicht nur den Übergang zu dem umfangreichen Erscheinungsgebiet der elektrischen Schwingungen, sondern enthalten auch bereits nahezu alle grundlegenden Elemente desselben, und zwar in so übersichtlicher Weise, dass sie als experimentelle Grundlage für jenes Gebiet besonders geeignet erscheinen. Dem Eingehen auf die Sonderfälle der elektrischen Schwingungen möge aber das Wesentliche der allgemeinen Schwingungstheorie, als das gemeinsame physikalische Fundament aller Arten von elastischen Schwingungen, vorangestellt sein.

193. Allgemeine Schwingungstheorie. Vorüberlegung. Analogien.

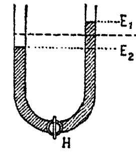


Fig. 192.

Wie bereits in dem früheren Abschnitt über Hilfsvorstellungen ausgeführt, entspricht der Ohmsche Widerstand (R) dem mechanischen Reibungswiderstand, die Selbstinduktion (L) der trägen Masse, die reziproke Kapazität $\frac{1}{C} = S_d$ der elastischen Richtkraft, welche die Bewegung beschränkt und die Ablenkung (Ausbiegung, Elongation) auf Null oder das Ausgangsniveau zurückzuführen sucht.

Die Verhältnisse bei Vorhandensein aller drei Faktoren sind bereits bei den beständigen Ausgleichvorgängen der Wechselspannung (**145** ff.) betrachtet, und die Bedingungen für den Eintritt einer merklichen elektrischen Resonanz untersucht worden. Das daselbst zur Erleichterung des Verständnisses der Erscheinungen benutzte Hilfsmodell (für Reihenschaltung von R, L und C siehe Fig. 93, für Parallelschaltung von R, L mit C siehe Fig. 85) kann mit kleinen Abänderungen auch hier zur Unterstützung der unsichtbaren elektrischen Vorgänge Verwendung finden.

Für den vorliegenden Zweck genügt aber ein noch einfacheres mechanisches Modell in Form eines Wasserpendels, das alle den elektrischen Vorgängen analogen Momente leicht übersehbar enthält. Ein U-förmig gestaltetes Glasrohr sei mit einer Flüssigkeit, etwa Wasser, gefüllt, die nach dem Gesetz der kommunizierenden Röhren im Gleichgewicht bis zum 0-Niveau reiche (Fig. 192). Wird bei geöffnetem Hahn H der Luftdruck über dem linken Schenkel erhöht, so wird eine Verschiebung der Wassersäule aus dem Niveau 0 bewirkt, bis das Übergewicht oder die Druckdifferenz $E = E_1 - E_2$ der Säule rechts dem Überdruck im linken Schenkel das Gleichgewicht hält. Das System befindet sich also im gespannten Zustand. Wird der Überdruck links entfernt, und das System sich selbst überlassen, so wirkt der Überdruck E der Säule rechts als Richtkraft nach dem Nullniveau hin. Der hierdurch herbeigeführte Ausgleich wird durch folgende Momente bedingt:

1. Die Energie A, welche vorher durch Spannung des Systems aufgespeichert wurde und nach Entfernung des linken Überdruckes „frei" wird (**83**). Ihr Betrag ist $\frac{1}{2} E \cdot Q$, worin Q der verschobenen Substratmenge (Wassermenge) entspricht, also gegenüber dem Intensitätsfaktor, der Druckdifferenz E, den Quantitätsfaktor darstellt. Nach früheren Ausführungen (**135**) ist die Richtkraft während des Ausgleiches durch $\frac{dA}{dx}$ gegeben, wenn dx die Annäherung des Wasserniveaus an das Nullniveau angiebt. Sie ändert sich also hier direkt proportional mit x, da $Q = C \cdot \lambda$, wenn C das konstant gedachte Verschiebungsvolumen — hier zusammenfallend mit Konstanz des Verschiebungsquerschnittes — bei der Einheitsverschiebung ($\lambda = 1$) bezeichnet. Da ferner die Verschiebungslänge hier in x-Richtung fällt, so wächst λ direkt proportional mit der Spannkraft bezw. Richtkraft E. Die „freie" Energie wird weiterhin auf den Ausgleichvorgang solange einwirken, bis sie aufgezehrt ist, also aus dem Energiekreislauf, der nur Momente rein mechanischer (oder auch nach Übersetzung des Vorganges ins Elektrische rein elektromagnetischer) Natur umfasst, ausgetreten und in einen anderen, etwa thermischer Natur, übergetreten ist, der der Betrachtung nicht weiter unterworfen wird.
2. Das an der Bewegung beteiligte Substrat, dessen Abweichung von der stabilen Gleichgewichtslage (Nullniveau) in einem bestimmten Moment mit q bezeichnet sei. Die zeitliche Änderung $\frac{dq}{dt}$ dieser Abweichung würde also die Ausgleichgeschwindigkeit i darstellen; ferner würde das an der Bewegung beteiligte Substrat infolge seiner Trägheit L bei der Beschleunigung $\left(\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}\right)$ eine Antriebskraft absorbieren im Betrage von $L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d^2q}{dt^2}$, sowie ausserdem bei der hierdurch erlangten Geschwindigkeit i den Energiebetrag $\frac{L \cdot i^2}{2}$ in Form von kinetischer Energie in sich aufspeichern, also einen umkehrbaren Energiewandlungsvorgang ermöglichen.
3. Das energieverzehrende Moment, welches mit Einleitung der Bewegung wirksam wird. Verzehren ist hierbei in dem Sinne gebraucht, dass die freie Energie durch einen nicht umkehrbaren Vorgang in der unter 1 angeführten Weise in eine andere Energieform übergeführt wird; sei es nun, dass dieses Moment nur in Bewegungswiderständen R innerhalb der Ausgleichbahn, vielleicht überwiegend bei H (Fig. 192), besteht, sei es, dass durch zwangläufige Kupplung des bewegten Substrates mit Mechanismen ausserhalb der Ausgleichbahn, welche etwa unter „Feld" bezeichnet sein mögen, Energie im obigen Sinne verzehrt wird.

Diese drei Momente bestimmen durch ihre Relativwerte vollständig den Ausgleichvorgang, dessen charakteristische Grössen aus der allgemeinen Theorie der Schwingungen sich herleiten lassen. Da die letztere auch die Grundlage für die elektrischen Schwingungen bildet, so sei das Wichtigste hier angeführt. (Weiteres siehe M. u. J. II, 675 ff.) Die hierbei benutzten Begriffe lassen sich zwar alle aus den obigen Momenten herleiten, fallen aber nicht unmittelbar mit ihnen zusammen.

Die R i c h t k r a f t bildet, wie unter 1 erwähnt, die erste Ableitung der ins Spiel tretenden freien Energie nach der Bewegungsrichtung. In die Formulierung geht aber nicht die t o t a l e Richtkraft ein, sondern eine s p e z i f i s c h e Grösse, nämlich diejenige bei der Einheitsverschiebung bezw. -drehung. Denkt man sich das verschobene Substrat inkompressibel, so wird für dieselbe verschobene Substratmenge $Q_1 = \lambda \cdot C_1$ die Verschiebungslänge λ sich umgekehrt wie der Verschiebungsquerschnitt (C_1) verhalten. Nun soll λ mit der Richtkraft direkt proportional wachsen, bei gleicher Verschiebbarkeit bezw. Durchbiegungsfähigkeit $\varkappa$ der elastischen Trennungsfläche (bei Fig. 192 die Atmosphäre, bei Fig. 193a und b vielleicht zwecks Eliminierung der Schwerkraft als Richtkraft eine Metallscheibe; vgl. auch Fig. 93). Jene Spannkraft oder Richtkraft S für $\lambda = 1$, nach den Ausführungen unter 1 auch für $E = 1$, ist sonach durch die Gleichung

$$S = \frac{\lambda}{C_1 \cdot \varkappa} = \frac{1}{C}$$

gegeben, wenn $C = C_1 \cdot \varkappa = \frac{V}{\lambda} \cdot \varkappa$ für $\lambda = 1$ und $\varkappa = 1$ ein Mass für die verschobene Substratmenge angiebt. Weiteres siehe in **199**.

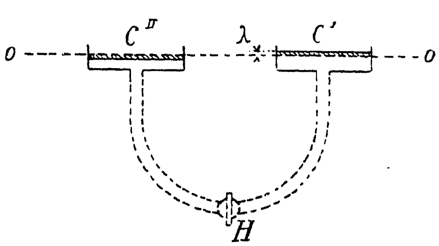


Fig. 193a.

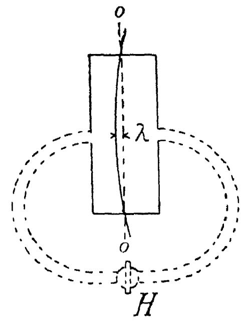


Fig. 193b.

Bezeichnen wir die Grösse der Gleichgewichtsstörung, welche ein einmaliger Antrieb hervorruft, als Elongation, d. i. bei Fig. 192 die verschobene Substratmenge, in anderen Fällen vielfach auch die als „Ausschlag" bezeichnete Abweichung von dem Nullniveau, und möge q diese in einem bestimmten Moment vorhandene Abweichung symbolisieren, so können wir im allgemeinen die Richtkraft S zur Wiederherstellung des Nullniveaus mit $f(q)$ bezeichnen. Die Ä n d e r u n g der Gleichgewichtsstörung, welche beim Ausgleichvorgang eintritt, wäre, auf die Zeiteinheit bezogen, sonach $\frac{dq}{dt} = \dot{q}$ (**193**). Der hierbei auftretende Bewegungswiderstand (Bahnwiderstand), welcher den Ausgleich verzögert und als passive oder Gegenkraft erscheint, wäre als eine Funktion von $\dot{q}$, etwa als $\varphi(\dot{q})$ einzuführen. Die Beschleunigung $\ddot{q} = \frac{d^2 q}{dt^2}$ $\left(\text{oder auch } \frac{di}{dt}\right)$ endlich, welche infolge des Trägheitsmomentes L des Systems, also des gesamten, am Ausgleichvorgang beteiligten Substrates, eine zweite passive oder Gegenkraft hervorruft, würde als solche mit $L \cdot \ddot{q}$ einzuführen sein. Da ausser diesen drei Momenten weitere Kräfte nicht in Frage kommen, so lautet die Bewegungsgleichung:

194. Mathema-tische Fo-mulierun der Schwin-gungs-vorgänge

Richtkraft = Teilkräfte der Bewegungswiderstände

$$f(q) = -[\varphi(\dot{q}) + L \cdot \ddot{q}]$$

oder auf die Nullform gebracht

$$L \cdot \ddot{q} + \varphi(\dot{q}) + f(q) = 0.$$

Praktisch kommen nur die Fälle in Betracht, bei welchen die Richtkraft $f(q)$ entweder direkt proportional mit q, also $f(q) = S \cdot q$, oder $f(q) = S \cdot \sin q$, einzusetzen ist. Da für unsere Zwecke nur der erstere Fall Interesse besitzt, so können wir also schreiben

$$L \cdot \ddot{q} + \varphi(\dot{q}) + S \cdot q = 0.$$

Der Grenzfall, welcher sich ergiebt, wenn das oben an dritter Stelle betrachtete Moment, also $\varphi(\dot{q})$ relativ so unbedeutend ist, dass wir in erster Annäherung von ihm abstrahieren und $\varphi(\dot{q}) = 0$ setzen können, möge als der einfachere zuerst betrachtet werden. Die Bewegungsgleichung lautet hierfür

$$L \cdot \ddot{q} + S \cdot q = 0$$

oder

$$\ddot{q} + \left(\frac{S}{L}\right) \cdot q = 0.$$

Die Lösung erfolgt, wie üblich, durch Einführung des Parameters $q = \varepsilon^{mt}$, was zu der Hilfsgleichung

$m^2 + \frac{S}{L} = 0$, also $m_1 = +\sqrt{-\frac{S}{L}}$ und $m_2 =$ [illegible] L führt.

Das allgemeine Integral dieser Gleichung führt auf isochrone Schwingungen, da man nach Überführung der imaginären Exponentialglieder in periodische Funktionen und Zerlegung der mit zwei Integrationskonstanten versehenen Sinusfunktion in zwei Funktionen mit gleicher Periode nach Fourier (vgl. **170** und **189**) erhält

$$q = A \sin\left(\sqrt{\frac{S}{L}}\right) t + A' \cos\left(\sqrt{\frac{S}{L}}\right) t,$$

worin t die fortlaufende Zeit bezeichnet.

Führt man für $\sqrt{\frac{S}{L}}$ den Parameter ω ein, so erhält man

$$q = A \cdot \sin \omega t + A' \cos \omega t$$

und

$$\dot{q} = \omega (A \cos \omega t - A' \sin \omega t).$$

Zählt man t von dem Moment eines Durchganges durch die Gleichgewichtslage und bezeichnet die alsdann vorhandene „Anfangsgeschwindigkeit" mit $\dot{q}_0$, so erhält man für diese durch Einsetzung von $t = 0$ auch

$$A' = 0 \text{ und } \dot{q}_0 = \omega \cdot A$$

oder die verbleibende Integrationskonstante

$$A = \frac{\dot{q}_0}{\omega},$$

also
$$q = \frac{\dot{q}_0}{\omega} \cdot \sin \omega t$$
und
$$\dot{q} = \dot{q}_0 \cdot \cos \omega t.$$

Für $\dot{q} = 0$ muss $\cos \omega t = 0$, also $\omega t = \frac{\pi}{2}$ werden. Alsdann erreicht die Abweichung von der Gleichgewichtslage q ihren maximalen Wert und wird gleich der Elongation A. Dieser Wert wird in periodischer Wiederkehr stets wieder erreicht, wenn t um π gewachsen ist, also bei

$$\begin{matrix} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ = \frac{\pi}{2\omega} & \frac{3\pi}{2\omega} & \frac{5\pi}{2\omega} & \frac{7\pi}{2\omega}. \end{matrix}$$

Bezeichnet man diese gleichen Zeitabstände, etwa $t_2 - t_1$, zwischen zwei äussersten Lagen oder Elongationen mit τ_0 als einfache Schwingungsdauer, im Gegensatz zur vollen Schwingungsdauer oder Periodenzeit

$$T = 2\tau_0 = t_3 - t_1$$

für die Zeit zwischen der Einnahme derselben Lage auf derselben Seite vom Nullniveau, so erhält man

$$\tau_0 = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{L}{S}} = \pi \sqrt{L \cdot C}.$$

Anstatt der einfachen Schwingungsdauer wird vielfach der reziproke Wert, die auf die Zeiteinheit (Sekunde) bezogene Zahl der Richtungswechsel z (Schwingungszahl, Zahl der einfachen oder Halbschwingungen), benutzt, also

$$\frac{1}{z} = \pi \sqrt{L \cdot C} \quad \text{oder} \quad z = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}},$$

woraus weiterhin sich ergiebt für den oben eingeführten Parameter

$$\omega = \sqrt{\frac{S}{L}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} = \pi \cdot z.$$

Aus der Gleichung für τ bezw. z folgt, dass diese Grössen von der Elongation A unabhängig oder isochron sind, sowie dass bei Abwesenheit des Momentes 3 (Reibung) das durch einmaligen Anstoss aus dem Gleichgewicht gebrachte und dann sich selbst überlassene System um die Gleichgewichtslage ungedämpfte, isochrone Schwingungen ausführt, deren Zahl in der Sekunde einzig und allein von den beiden Systemkonstanten S bezw. C und L, also Richtkraft bezw. Verschiebungsfähigkeit (Kapazität) und Trägheitsmoment, abhängt. Hierbei ist sonach angenommen, dass die gesamte frei werdende Energie des Anstosses sich vollständig in umkehrbare kinetische Energie $\frac{L \cdot \dot{q}^2}{2}$ verwandeln kann (ohne Verlust durch nicht umkehrbare). Dieser Prozess ist bei Erreichung der Gleichgewichtslage vollendet, um alsdann bei der jenseitigen Schwingung (von der Gleichgewichtslage weg) seine Umkehrung zu erfahren.

Dies gilt in gleicher Weise sowohl für mechanische Schwingungen, etwa Saitenschwingungen, oder beim Wasserpendel der Fig. 192, als auch für elektrische Schwingungen. Im letzteren Fall benötigt man nur eine Übersetzung der mechanischen Systemkoeffizienten S bezw. C und L ins Elektrische (Fig. 194), also ein elektrisch angestossenes ungeschlossenes Leitersystem, das aber bei relativ kleinem Ohmschen Widerstand neben elektromagnetischer Trägheit L passende Werte der dielektrischen Trennungsschicht besitzt, deren dielektrischer Widerstand S bezw. Kapazität $C = \frac{1}{S}$ die Grösse der Richtkraft für die Elektrizitätsmenge q bedingt, welche durch den elektromotorischen Anstoss verschoben wurde (vgl. die Fig. 194, 193a und Fig. 10 in **65**). Die Formel für die Wechsel- bezw. Schwingungszahl z in der Sekunde ergiebt deren Vergrösserung bei Verkleinerung von L und C, wenn beide Grössen in den zugehörigen technischen Einheiten (Henry bezw. Farad) eingesetzt werden.

195. Gedämpfte Schwingungen. Die bisherige Annahme, nach welcher das Moment 3 bei dem Ausgleichvorgang vernachlässigt wird, ist aber eine Abstraktion, die praktisch nicht zutrifft; vielmehr ist dieses Moment in allen Fällen mechanischer und elektrischer Natur so merklich (**157**), dass die Schwingungen mehr oder weniger

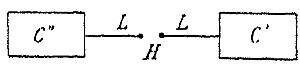


Fig. 194.

gedämpft, also kleiner werden, bis sie nach allmählicher Aufzehrung der verfügbaren freien Energie ganz aufhören.

Wird sonach das φ $(\dot{q})$ in der Differentialgleichung mit berücksichtigt und bedacht, dass die Abgabe oder auch Ausstrahlung der verfügbaren Energie nach ausserhalb (des Systems), und damit auch die verzögernde oder passive Widerstandskraft mit der Geschwindigkeit $\dot{q}$ bezw. i in einem Proportionalitätsverhältnis in Form einer Potenz steht, so kann man schreiben:

$$L \cdot \ddot{q} + R \cdot (\dot{q})^m + S \cdot q = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Mit Rücksicht auf das Elektrische interessiert praktisch vor allem der Fall, dass $m = 1$, also der Reibungswiderstand der Systembewegung direkt proportional mit der Geschwindigkeit $\dot{q}$ wächst. Wird die so erhaltene Grundgleichung umgeformt in

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \cdot \dot{q} + \frac{S}{L} \cdot q = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und an Stelle $\frac{S}{L}$ wieder $\frac{1}{L \cdot C}$ eingeführt, so folgt:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \cdot \dot{q} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot q = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2a)$$

Setzt man zur Lösung $q = \varepsilon^{mt}$, so erhält man (**194**)

$$m^2 + \frac{R}{L} \cdot m + \frac{1}{L \cdot C} = 0$$

und
$$m = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{L \cdot C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

so dass die allgemeine Lösung also lautet

$$q = A \cdot \varepsilon^{m_1 t} + A' \cdot \varepsilon^{m_2 t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wenn m_1 und m_2 die beiden Wurzeln der Gleichung (3) bezeichnen.

Je nach dem resultierenden Vorzeichen des Wurzelausdruckes, also je nachdem das „Dämpfungsglied“ $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{L \cdot C}$, das Glied der reinen (ungedämpften) Schwingung, ist, oder umgekehrt, wird m imaginär oder reell.

Nehmen wir zunächst an, dass der Dämpfungskoeffizient R zwar merklich, aber gegenüber L doch klein genug sei, um das „Schwingungsglied“ überwiegen zu lassen, also

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \quad \text{oder} \quad \frac{R^2 C}{4L} < 1,$$

so kann man den Wurzelausdruck auch schreiben $\sqrt{-\left[\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right]}$.

Führt man als Parameter ein

$$\alpha = \frac{R}{2L} \text{ und } \beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}, \text{ oder } \beta^2 = \omega^2 - \alpha^2, \quad . \quad (5)$$

wobei als Grenzfall für $\alpha = 0$ auch $\beta = \omega$ wird, also der Übergang in den vorausgegangenen Fall (**194**) stattfindet, so ergiebt sich als allgemeine Lösung nach Überführung der Exponentialglieder mit imaginärem β in die periodische Funktion (**194**)

$$q = \varepsilon^{-\alpha t} (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

oder auch bei Zusammensetzung nach Fourier (**171**)

$$q = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \cdot \sin [\beta (t - t_0)], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wenn t_0 den Zeitpunkt des Durchganges durch das Nullniveau (vgl. Fig. 195) angiebt. Setzt man wiederum $t_0 = 0$, rechnet also von dem Zeitpunkt t_0 ab, so wird

$$q = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Da nun A wie in **194** die grösste Elongation q_0 (Anfangsausschlag) darstellt, welche als Anfang des Bewegungsvorganges gedacht sei, so erkennt man aus der Formel, dass die Abweichung q vom Nullniveau, welche durch $\sin \beta t$ als schwingend gekennzeichnet ist (Wechselladung), infolge des Dämpfungsfaktors $\varepsilon^{-\alpha t}$ fortgesetzt mit der wachsenden Zeit t abnimmt.

Durch Differentiation nach t erhält man die Ausgleichintensität

$$\dot{q} = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} (\beta \cos \beta t - \alpha \sin \beta t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und für die Anfangsstromstärke bei $t = 0$

$$\dot{q}_0 = A \cdot \beta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

was erkennen lässt, dass β ebenso wie α und ω von der Dimension t^{-1} ist.

Die graphische Darstellung mit t als Abscisse ergiebt sich sonach, wenn man zwischen zwei Exponentialkurven, welche nach dem Gesetz $\varepsilon^{-\alpha t}$ und mit den Anfangswerten $A \cdot \beta$ für $\dot{q}_0$ bezw. A für q_0 gebildet werden, die gedämpften Sinuswellen für $\dot{q}$ bezw. q hineinzeichnet (Fig. 195).

Vergleicht man diese Figur mit Fig. 153, ebenso wie die vorstehenden Formeln mit denjenigen in **172**, so springt eine weitgehende Analogie in die Augen, nur dass die fortlaufende Leitungslänge x durch die fortlaufende Zeit t ersetzt ist. Während wir es sonach dort mit einem Ausgleichvorgang zu thun hatten, welcher der Zeit nach beständig, aber mit der Entfernung von der Energiequelle nach $(\varepsilon^{-\alpha x})$ gedämpft wurde, also gleichsam örtlich unbeständig war, haben wir hier einen Ausgleichvorgang, der längs des Kreislaufes ungedämpft, aber zeitlich unbeständig und gemäss $(\varepsilon^{-\alpha t})$ gedämpft wird. Diese grundlegende Unterscheidung der beiden Hauptklassen von Schwingungen, die von einem anderen Standpunkt aus in fortschreitende und stehende Schwingungen eingeteilt zu werden pflegen, scheint für ein besseres Verständnis, sowie für die immerhin schwierigere Vorstellung dieser Vorgänge von Wichtigkeit zu sein. Die Klasse der Ausgleichvorgänge, welche in ihren Intensitätsverhältnissen längs der Zeit stationär (beständig), aber infolge von parallelen Zweigkanälen zu dem Hauptkreislauf längs diesem unbeständig sind, bildet sonach das ergänzende Gegenstück zu der Klasse der Ausgleichvorgänge, welche in einem bestimmten Zeitpunkt längs des Leiterkreises in Bezug auf q unveränderlich (vgl. Fig. 195), hinsichtlich der Zeit aber unbeständig sind. Eine Kombination beider Hauptklassen in Gestalt einer Übereinanderlagerung beider Arten von Vorgängen lässt sich nach klarer gedanklicher Erfassung der beiden Komponenten nicht allzuschwer vorstellen, wenn eine solche auch in der Starkstromtechnik praktisch noch keine wichtigere Rolle zu spielen scheint, aber physikalisch bei den Vorgängen der elektrischen Schwingungen und praktisch bei der Telegraphie ohne Draht doch bedeutungsvoll wird.

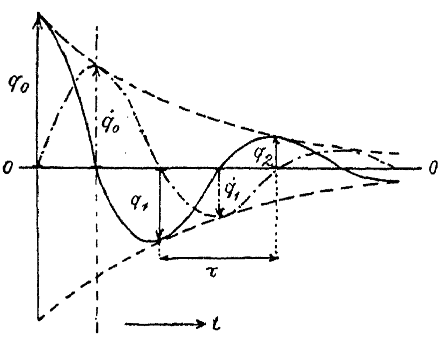


Fig. 195.

Zu den zeitlich gedämpften Schwingungen mit Reihenschaltung von C, L und R innerhalb der Schwingungsbahn zurückkehrend, erkennt man aus Gleichung (8) und (9), sowie aus Fig. 195, dass die Elongationen

$$q_1 = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t_1}; \; q_2 = A \cdot \varepsilon^{-\alpha t_2} \text{ u. s. f.}$$

mit den Werten $\dot{q} = 0$, oder $\beta \cos(\beta t) - \alpha \sin(\beta t) = 0$

zusammenfallen, also eintreten, so oft die Gleichung erfüllt ist

$$\operatorname{tg}(\beta t) = \frac{\beta}{\alpha} \qquad (11)$$

Da die linke Seite eine periodische Funktion darstellt, so kehren bei fortlaufender Zeit die Werte $\frac{\beta}{\alpha}$ in gleichen, um π voneinander abstehenden Zeitpunkten wieder, so dass

$$\beta t_2 = \pi + \beta t_1;\ \beta t_3 = \pi + \beta t_2 \text{ u. s. f.}$$

Bezeichnet man diese gleichen Zeitabstände (vgl. Fig. 195), etwa $t_2 - t_1$, mit τ, so folgt

$$\tau = \frac{\pi}{\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (12)$$

Für $R = 0$ war $\tau_0 = \frac{\pi}{\omega}$, also

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \alpha^2}} = \frac{z_0}{z} \quad \ldots \ldots \ldots (13)$$

Die Schwingungs**zahlen** werden also mit zunehmender Dämpfung (α) kleiner und liegen stets unterhalb des Grenzwertes

$$z_0 = \frac{1}{\pi \sqrt{L \cdot C}},$$

während die Schwingungs**dauer** sich umgekehrt verhält.

Die aufeinander folgenden Elongationen stehen in dem als Dämpfungsfaktor (k) bezeichneten Verhältnis $\varepsilon^{\alpha \tau}$, also

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{q_2}{q_3} = \varepsilon^{\alpha \tau} = k \quad \ldots \ldots \ldots (14)$$

$$\alpha \cdot \tau = ln\,(k) = \lambda \quad \ldots \ldots \ldots (15)$$

ist die von Gauss als „logarithmisches Dekrement" bezeichnete charakteristische Grösse für die Dämpfung. Unter Benutzung dieser Grösse, welche aus der Schwingungsabnahme bestimmbar ist, ferner der grössten beobachteten Abweichung q_1 vom Nullniveau, welche durch den schwingungerregenden Anstoss erzielt wird, sowie endlich der dritten direkt beobachtbaren Grösse, nämlich Schwingungsdauer τ, ergeben sich die wichtigsten Beziehungen zur Beschreibung des Ausgleichvorganges wie folgt:

$$\beta = \frac{\pi}{\tau} \quad \text{und} \quad \alpha = \frac{\lambda}{\tau} \quad \ldots \ldots \ldots (16)$$

$$\omega = \sqrt{\beta^2 + \alpha^2} = \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda^2}{\tau^2}} = \frac{\pi}{\tau} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} \quad \ldots (17)$$

$$\tau_0 = \tau \cdot \frac{\beta}{\omega} = \frac{\tau}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}} = \tau \cdot \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \quad \ldots \ldots (18)$$

$$q_0 = q_1 \cdot \frac{\pi}{\tau} \cdot \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}} \cdot \varepsilon^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots (19)$$

Der Vollständigkeit halber wäre jetzt noch der Fall kurz zu betrachten, in welchem R gegenüber L, und damit das Dämpfungsglied $\alpha = \frac{R}{2L}$ so gross wird, dass der Wurzelausdruck von Gleichung (3) in **195** positiv, die Werte für $\beta \cdot \sqrt{-}$ und für die beiden Wurzeln **196.** Aperiodischer Ausgleich.

$$m_1 = \alpha + \beta \cdot \sqrt{} \text{ bezw. } m_2 = \alpha - \beta \cdot \sqrt{}$$

reell werden. Setzt man in diesem Fall

$$\beta^2 = \alpha^2 - \omega^2, \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

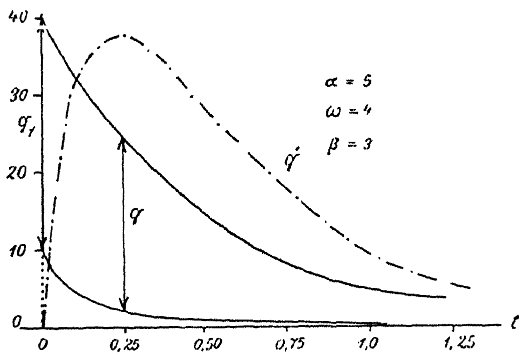
so wird die allgemeine Gleichung (6) aus **195** zu

$$q = \varepsilon^{-\alpha t} \cdot (A_1 \cdot \varepsilon^{\beta t} + A_2 \cdot \varepsilon^{-\beta t}) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

und

$$\dot{q} = -\varepsilon^{-\alpha t} \cdot [A_1 (\alpha - \beta) \varepsilon^{\beta t} + A_2 (\alpha + \beta) \varepsilon^{-\beta t}] \quad . \quad (3)$$

Die Integrationskonstanten ergeben sich aus einer bestimmten Festsetzung für die Zeitzählung. Wählt man diese hier etwa so, dass $t = 0$, wenn $q = q_1$, also die erste (grösste) Abweichung vom Nullniveau infolge



	0	0,25	0,50	1,0
+ Glied	40	24·8	14·7	4·9
− Glied	10	1·4	0·36	0·007
q =	30	23·4	14·3	4·9
$-\dot{q}$ =	0	37·6	28	9·7

Fig. 196.

des Anstosses $\dot{q}_0$ vorliegt, so ist auch $\dot{q} = 0$. Aus den beiden Gleichungen (2) und (3) folgt hierfür

$$A_1 = q_1 \frac{\alpha + \beta}{2\beta} \text{ und } A_2 = -q_1 \frac{\alpha - \beta}{2\beta} \quad \dots \quad (4)$$

und

$$q = \frac{q_1}{2\beta} \cdot \varepsilon^{-\alpha t} [(\alpha + \beta) \varepsilon^{\beta t} - (\alpha - \beta) \varepsilon^{-\beta t}] \quad \dots \quad (5)$$

Diese Formel besagt, dass die erzeugte elastische Abweichung q vom Nullniveau sich in aperiodischer Bewegung dem letzteren asymptotisch nähert und graphisch als Differenz zweier Exponentialkurven darstellbar ist, wie dies in Fig. 196 für $\alpha = 5$; $\beta = 3$; $\omega = 4$ und $q_1 = 30$ angegeben ist. Die Kurve für die Änderung der Ausgleichintensität bezw. der Geschwindigkeit $\dot{q}$ wird durch die Gleichung

$$\dot{q} = -q_1 \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2\beta} \cdot \varepsilon^{-\alpha t} (\varepsilon^{\beta t} - \varepsilon^{-\beta t}) \quad \dots \dots \quad (6)$$

gegeben und ist gleichfalls in Fig. 196 eingetragen. Sie nimmt von dem Wert 0 ziemlich rasch bis auf ein Maximum, hier bei etwa $t = 0{\cdot}25$, zu,

um sich alsdann gleichfalls asymptotisch dem Wert 0 zu nähern, den sie aber ebenso wie die übrigen Kurven erst für $t = \infty$ exakt erreichen würde. Für den besonderen Grenzfall, dass $\alpha = \omega$, also $\beta = 0$ wird, ergiebt sich aus (5) nach Reihenentwickelung von $\varepsilon^{\beta t}$ und $\varepsilon^{-\beta t}$ und Berücksichtigung der beiden ersten Glieder

$$q = q_1 (1 + \alpha t)\, \varepsilon^{-\alpha t}, \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

also

$$\dot{q} = -\, q_1 \cdot \alpha^2 \cdot t \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Es unterliegt nach dem Vorstehenden keinem Zweifel, dass ein elektrischer Kondensator irgend welcher Gestaltung — sei es, dass er durch Gegenüberstellung oder Zusammenlegung der Trennungsschichten von $C' C''$ (Fig. 193 b) die technisch übliche Form erhält, sei es, dass er nach Art des Wassermodells in Fig. 192 bezw. nach Fig. 193 a ausgebildet ist, oder auch nur aus einer leitenden Oberfläche mit der Umgebung als korrespondierender anderer Belegung besteht (Fig. 194) — nach seiner Ladung ein energetisch gespanntes System darstellt, welches bei Eröffnung einer Ausgleichbahn in Form einer leitenden Verbindung, unter Umständen auch Bethätigung einer eingeschalteten Funkenstrecke, das Abspielen der vorher beschriebenen Ausgleichvorgänge verursacht. Vor Betrachtung der experimentellen Ergebnisse (**197**) sei noch darauf hingewiesen, wie sich die aperiodischen Ausgleichvorgänge bei Abwesenheit bezw. Abstraktion von L (**190** und **191**) zu den zuletzt betrachteten Vorgängen, bei Vorhandensein bezw. Berücksichtigung von L, verhalten.

Für die Berechnung bestimmter Fälle kann man zunächst die Gleichungen (5) und (6) noch etwas bequemer gestalten, wenn man

$$\frac{1}{\alpha - \beta} = \tau_1 \text{ und } \frac{1}{\alpha + \beta} = \tau_2$$

setzt, wobei diese Symbole mit Rücksicht auf ihre Zeitdimension gewählt sind, da α und β von der Dimension $\frac{1}{t}$ (**195**). Alsdann wird die Gleichung (5) für die jeweilige Ladung

$$q = \frac{q_1}{\tau_1 - \tau_2}\left(\tau_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_2}}\right), \quad \ldots \quad (9)$$

und die Gleichung für die momentane Stromstärke, welche in den Kondensator hinein bezw. aus ihm heraus fliesst,

$$\dot{q} = -\frac{q_1}{\tau_1 - \tau_2}\left(\varepsilon^{-\frac{t}{\tau_1}} - \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) \quad (10)$$

Im Anschluss an die Ausführungen in **190** über die zur Entladung erforderliche Zeit und den zeitlichen Verlauf der Lade- bezw. Entladestromstärke ist zunächst zu untersuchen, wie sich bei Hinzutritt von Selbstinduktion die Zeitkonstante für die Entladung gestaltet. Zu diesem Zweck soll die Änderung der Zeitkonstante untersucht werden, welche zur Entladung auf denselben Bruchteil $\frac{q}{q_1} = \frac{1}{n}$ erforderlich ist, wenn bei Konstanz der Koeffizienten C und R die im Kreise vorhandene Selbstinduktion von Null an

allmählich ansteigt. Diese resultierenden Zeitkonstanten, als Ordinaten abhängig von L, oder richtiger von $\frac{L}{CR^2} = c_1 \cdot L$ (als Abscissen) aufgetragen, liefern die Kurve, welche in Fig. 197 ausgezogen angegeben ist und aus zwei Teilen besteht, einem Parabelstück und einer Graden. Sie wird auf folgende Weise erhalten:

1. Der Schnittpunkt mit der Ordinatenachse für $L = 0$ ist nach der Gleichung (7) in **190**

$$t = C \cdot R \cdot ln\left(\frac{q_1}{q}\right) \text{ gegeben.}$$

Bezeichnet man wiederum die Zeitkonstante für $L = 0$ mit

$$T_C = C \cdot R,$$

hingegen diejenige für $C = 0$ wie gewöhnlich mit

$$T = \frac{L}{R},$$

so erhält man zunächst für das Verhältnis ν beider

$$\frac{T}{T_C} = \frac{L}{R} \cdot \frac{1}{CR} = \frac{L}{CR^2} = c_1 \cdot L,$$

wenn nach Annahme C und R unverändert bleiben.

2. Wächst L allmählich von 0 bis zu dem Wert, der nach Gleichung (5) in **195** aus $\beta = 0$ sich ergiebt, also bis

$$L = \frac{CR^2}{4} \text{ oder } \nu = \frac{1}{4};$$

so erfolgt der aperiodische Ausgleich nach der obigen Gleichung (5) oder der hiermit identischen (9)

$$q = \frac{q_1}{\tau_1 - \tau_2}\left(\tau_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_2}}\right).$$

In unserem Falle können wir aber auf Grund der Ergebnisse bei Fig. 196 von τ_2 gegenüber τ_1 abstrahieren, da für alle kleineren Werte von q der Einfluss von τ_2 derartig klein wird gegenüber τ_1, wie die Durchrechnung jedes Zahlenbeispieles zeigt, dass die kleineren Werte von q allein durch die Zeitkonstante $\tau_1 = \frac{1}{\alpha - \beta}$ bedingt werden. Setzt man für alle weitergehenden Grade der Entladung $\left(n = \frac{q_1}{q} > 10\right)$, sonach das τ_2-Glied praktisch gleich Null, so kann man ohne merklichen Fehler schreiben:

$$t = \tau_1 \, ln\left(\frac{q_1}{q}\right).$$

Führt man in den Ausdruck für

$$\tau_1 = \frac{1}{\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}}$$

die Werte $\nu = \frac{L}{C R^2}$ und $T_C = C \cdot R$ ein, so erhält man

$$\tau_1 = \frac{2\, T_C \cdot \nu}{1 - \sqrt{1 - 4\nu}}.$$

Es besteht also in den Grenzen zwischen $\nu = 0$ und $\nu = \frac{1}{4}$ für die Entladezeit die Gleichung

$$t = \tau_1 \, ln \left(\frac{q_1}{q}\right), \text{ wobei } \tau_1 = T_C \cdot \frac{2\nu}{1 - \sqrt{1 - 4\nu}}.$$

Diese Gleichung liefert für τ_1 das Stück einer Parabel, das, wie Fig. 197 zeigt, durch die Punkte

$$\tau_1 = T_C \text{ für } \nu = 0, \text{ sowie } \tau_1 = \tfrac{1}{2}\, T_C \text{ für } \nu = \tfrac{1}{4}$$

begrenzt ist.

3. Wird $\nu > \frac{1}{4}$, also β imaginär, so tritt schwingende Entladung ein nach der Gleichung (8) in **195**

$$q = q_1 \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t.$$

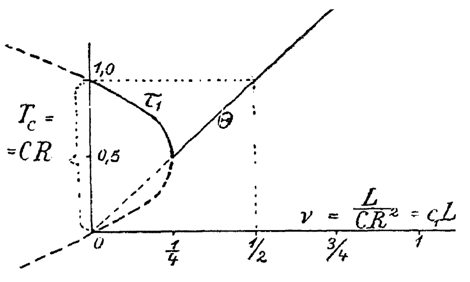


Fig. 197.

Der Begriff der Entladung auf einen bestimmten Bruchteil, etwa $\frac{1}{n}$, der Anfangsladung q_1 hat hier wegen des periodischen Charakters keinen eindeutigen Sinn, doch liegt es nahe (vgl. Fig. 195), die gedämpften Maximalwerte q' zu berücksichtigen, welche für $\beta t = \frac{\pi}{2}$, also $\sin \beta t = 1$ eintreten. Für diese gilt

$$q' = q_1 \cdot \varepsilon^{-\alpha t},$$

also

$$t = \Theta \, ln \left(\frac{q_1}{q'}\right),$$

wenn $\frac{1}{\alpha} = \Theta = T_C \cdot 2\nu$ gesetzt wird, wie aus

$$\nu = \frac{L}{C R_2} = \frac{L}{R \cdot T_C} = \frac{1}{2\alpha \cdot T_C}$$

folgt (**195** Gleichung 5).

Die graphische Darstellung von Θ wird also in Fig. **197** durch die Gerade erfolgen, welche bei $\Theta = \frac{1}{2}\, T_C$ für $\nu = \frac{1}{4}$ beginnt und durch den Punkt $\Theta = 1 \cdot T_C$ für $\nu = \frac{1}{2}$ verläuft.

Die drei Gleichungen für die erforderliche Zeit zur Entladung des Kondensators bis auf denselben Betrag, etwa $\frac{q}{q_1} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1000}$, sind also nochmals zusammengestellt

1) $t = T_c \cdot ln\,(n)$, wenn $T_c = C \cdot R$;

2) $t = \tau_1 \cdot ln\,(n)$, „ $\tau_1 = T_c \frac{}{1 - \sqrt{1 - 4\nu}}$;

3) $t = \Theta \cdot ln\,(n)$, „ $\Theta = T_c \cdot 2\nu$.

Trägt man, mit q als Ordinate, den Verlauf der Entladekurve II für den Grenzfall $\nu = \frac{1}{4}$ graphisch, zu der Zeit t in Einheiten von $T_c = C \cdot R$ als Abscissen auf (Fig. 198) und fügt zum Vergleich die Kurve I für ν bezw. $L = 0$ hinzu, so lassen diese beiden Kurven deutlich das anfängliche Zurückbleiben des Stromkreises mit L bis $t = 1{\cdot}26\,T_c$ erkennen. In diesem Zeitpunkt ist die Verzögerung bereits wieder eingeholt, und L bewirkt sogar weiterhin ein Voreilen gegenüber dem Stromkreis ohne L, ein sehr bemerkenswertes und im ersten Augenblick überraschendes Ergebnis des Vorhandenseins von L. Die Werte $\dot{q}$, in entsprechender Weise dargestellt, ergeben die Kurven der Fig. 199.

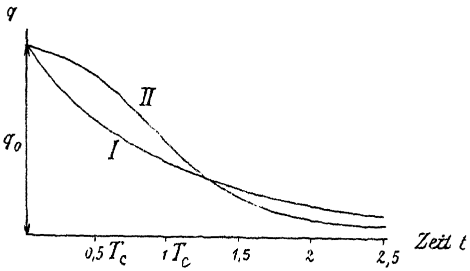


Fig. 198

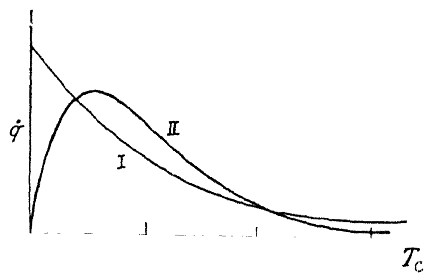


Fig. 199.

197. Experimentelle Ergebnisse bei schwingender Entladung und Ladung.

Als experimentelle Untersuchungen seien wiederum die in **192** erwähnten Mitteilungen von A. FRANKE herangezogen, und zwar die mit konzentrierter Anordnung von C und L, R. Wie das Schaltungsschema in Fig. 200 erkennen lässt, wird bei Abschaltung der Batteriespannung der geladene Kondensator von 1 Mf sich durch eine Leitung von 11·9 Henry und 563 Ω entladen und ergiebt hierbei an der durch ein Kreuz bezeichneten Stelle den angegebenen Stromverlauf. Wertet man zum Vergleich von Theorie und experimentellem Messergebnis die charakteristischen Grössen an der reproduzierten Kurve, so gut es geht, aus, so findet man für die einfache Schwingungsdauer etwa 5 mm = 0·014 Sekunden, ferner für die Dämpfung etwa $\frac{1}{0{\cdot}4} = 2{\cdot}5 = \varepsilon^{\alpha t}$. Nehmen wir zunächst die angegebenen Leitungskoefizienten als richtig an, so würden folgende Werte sich ergeben. Die reine oder ungedämpfte Schwingungsdauer (**194**) wäre

$$\tau_0 = \pi \sqrt{C \cdot L} = 0{\cdot}010 \text{ Sekunden,}$$

während die gedämpfte sich (**195** Gl. 18) zu

$$\tau = \tau_0 \cdot \frac{\omega}{R} = 0{\cdot}010 \quad 1 - \frac{R^2 C}{4 L},$$

also kaum merklich grösser als τ_0 ergiebt.

Für die Dämpfung würde sich ergeben

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 23{\cdot}5; \ \alpha\tau = 0{\cdot}24, \text{ also } \varepsilon^{\alpha\tau} = 1{\cdot}27.$$

Die Grössenordnung trifft sonach in beiden Fällen zu, jedoch ist in beiden Fällen der experimentelle Wert etwas grösser als der theoretische. Ein Zusammenfallen beider ist aber auch gar nicht zu erwarten, da die eingesetzten Werte von R, noch weniger aber die von L als die wirksamen angesehen werden können (**142**; **148**); vielmehr können wir umgekehrt auf die Effektivwerte aus der Beobachtung einen Rückschluss machen. R_w wird voraussichtlich mit Rücksicht auf Messvorrichtung, Erdübergangswiderstände und dergleichen erheblich grösser sein, wie auch umgekehrt aus der wirksamen grösseren Dämpfung folgt; aber auch der eingesetzte und nur für eine bestimmte Stromstärke gemessene Wert von L des eisenhaltigen Apparates scheint, nach τ zu schliessen, im wirksamen Mittelwert oberhalb

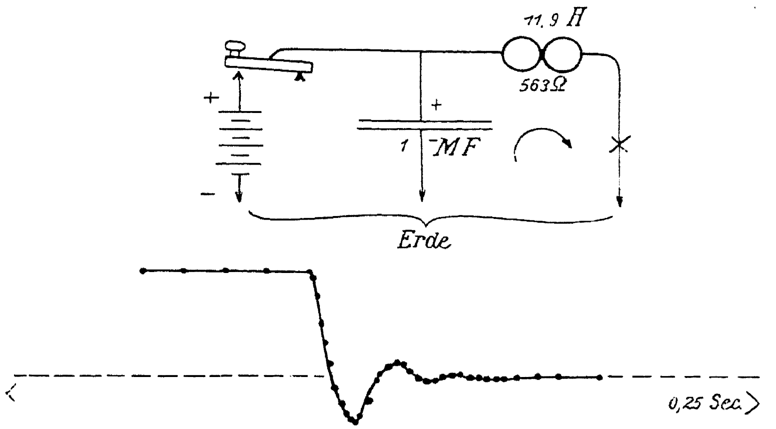


Fig. 200.

des angegebenen Wertes zu liegen. Setzt man C als angenähert richtig voraus, so würde L_w aus τ nahezu doppelt so gross als L folgen, während R_w etwa das Vierfache des Ohmschen Rollenwiderstandes wäre, wodurch auch sein Einfluss auf die Verlängerung der Schwingungsdauer etwas merklicher würde.

Dass nicht nur bei der Entladung, sondern auch bei der Ladung eines Systems mit passenden Eigenschwingungsverhältnissen merkbare Schwingungen um das stationäre Ablenkungsniveau als relativer Gleichgewichtslage stattfinden können, zeigt (Fig. 201) der Verlauf der Stromstärke an derselben Stelle, wie bei der vorhergehenden Versuchsanordnung, jedoch unter Vorschaltung eines grossen Widerstandes in der gemeinschaftlichen Zuleitung zu C und L, R. Ausserdem ist, um die Widerstandsverhältnisse bei Ladung und Entladung gleich zu machen (**190**), zwischen Entladekontakt der Taste und Erde ein dem benutzten Batteriewiderstand etwa gleicher Drahtwiderstand von 750 Ω eingeschaltet, und die Schwebestellung bezw. Schwebezeit der Taste beim Übergang von Kontakt zu Entladung auf Null verringert.

Da sich jedoch auf Grund des Vorhergehenden das Eintreten von Ladeschwingungen, sowie die Bedingungen hierfür nicht ohne weiteres übersehen lassen, so sei die Theorie für diesen interessanten Sonderfall noch beigefügt. Bezeichnen wir zu diesem Zweck die momentane Stromstärke an der be-

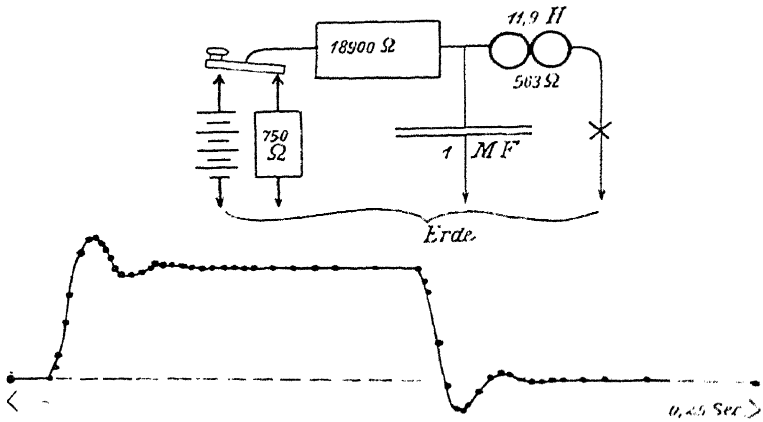


Fig. 201.

zeichneten Messstelle mit i_2, die in oder aus dem Kondensator fliessende Stromstärke im gleichen Moment mit i_1; ferner den vorgeschalteten gemeinsamen Widerstand mit R, hingegen den Widerstand des Zweiges der Selbstinduktion mit R_2; endlich die konstante Betriebsspannung mit $\bar{E}$ und die veränderliche Spannung zwischen Verzweigungsstelle und Erde mit e, so gelten die Grundgleichungen

$$i = i_1 + i_2,$$

$$i_1 = C \frac{de}{dt},$$

$$L \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = e.$$

Hieraus folgt

$$L \frac{d^2 i_2}{dt^2} + R_2 \frac{di_2}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{i_1}{C} = \frac{i - i_2}{C},$$

$$C L \frac{d^2 i_2}{dt^2} + C R_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 = \frac{\bar{E} - e}{R_1},$$

$$C L R_1 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + C R_2 R_1 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_1 + L \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = \bar{E}.$$

$$C L R_1 \frac{d^3 i_2}{dt^3} + (C R_2 R_1 + L) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + (R_1 + R_2) \frac{di_2}{dt} = 0.$$

Die Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{(C R_2 R_1 + L)}{C L R_1} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{C L R_1} = 0$$

führt wie früher (**189**) zu der Hilfsgleichung

$$m^2 + am + b = 0$$

mit den Wurzeln

$$m_1 = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - b} \quad \text{und} \quad m_2 = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - b},$$

bezw. für imaginäre Wurzelwerte

$$m_1 = -\frac{a}{2} + \sqrt{-1} \cdot \sqrt{b - \frac{a^2}{4}} \quad \text{und} \quad m_2 = -\frac{a}{2} - \sqrt{-1} \cdot \sqrt{b - \frac{a^2}{4}}.$$

Bezeichnen wir wiederum

$$\frac{a}{2} = \frac{CR_1R_2 + L}{CLR_1} \text{ mit } \alpha; \quad \sqrt{b - \frac{a_2}{4}} \text{ mit } \beta,$$

so ergiebt sich als allgemeine Lösung der Gleichung für den imaginären oder Schwingungsfall

$$i = \varepsilon^{-\alpha t}(A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t) + c_1,$$

worin c_1 eine Integrationskonstante, die wir als Niveaukonstante bezeichnen können, und die sich aus der Beziehung

$$i = \overline{J} \text{ für } t = \infty \text{ ergiebt zu } c_1 = \overline{J}.$$

Zusammensetzung der beiden Klammerkomponenten (**171**) und passende Wahl des Anfangspunktes der Zeitzählung liefert für $t = 0$ auch $i = 0$ und damit für die zweite Integrationskonstante

$$A = -\overline{J}.$$

Setzt man die Werte für R_1, für C und für L, R_2 ein, wie sie aus dem Schaltungsschema ersichtlich sind, so wird

$$b = \frac{R_1 + R_2}{CLR_1} = 83\,880 \quad \text{und} \quad \frac{a_2}{4} = \left(\frac{R_2R_1C + L}{2\,CLR_1}\right)^2 = 2420.$$

Man sieht, dass hier b soviel grösser als $\frac{a^2}{4}$ ist, dass der Wurzelwert β sehr nahe $= \sqrt{b}$ wird, und dass ausserdem infolge der Grösse von R_1 gegen R_2 sich b dem Wert $\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}$ annähert. Dies besagt, dass die Schwingungsverhältnisse bei der Ladung und Entladung sich bei grossem R_1 denjenigen der Entladung im vorhergehenden Fall nähern. Nur etwas grössere Dämpfung liegt vor infolge des Nebenschlussverlustes in R_1, der von der verfügbaren freien Energie der Entladung einen Teil abzapft und so ähnlich wirkt wie ein äusserer Dämpfungseinfluss, d. h. wie Energieabsorption im Felde.

Die obige Formel lässt auch sogleich die Grenze der schwingenden Ladung erkennen, d. h. ihren Übergang in die aperiodische Ladung, welche eintritt, sobald $\sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$ reell wird, was z. B. für $R_1 = R_2 = 1000\ \Omega$ der Fall sein würde.

Von den Messungen des Stromverlaufes in ausgeführten Telegraphenleitungen sei nur als Hauptergebnis angeführt, dass, in Übereinstimmung

mit der Theorie, bei der Kabelleitung die Selbstinduktion gegenüber der Kapazität überhaupt nicht merkbar ist, dass bei gemischten Leitungen, bei welchen aber die oberirdische überwiegt, die angenäherte Gleichwertigkeit bezw. Abstimmung beider aus den Schwingungen kenntlich wird, während bei rein oberirdischen Leitungen entschieden der Einfluss der Selbstinduktion überwiegt. Als für uns besonders interessant seien die Messergebnisse an einer 600 km langen oberirdischen E i s e n leitung, mit Kabelstücken innerhalb der Ortschaften, noch in Fig. 202 graphisch wiedergegeben. Die Gegensätzlichkeit zwischen der Stromstärke bei Punkt I und derjenigen bei Punkt II tritt namentlich während der Entladeperiode besonders deutlich hervor, erklärt sich aber sofort, wenn man die verteilte Kapazität der Leitung durch eine konzentrierte Kapazität in der Mitte ersetzt. Für die Entladung erhält man so zwei völlig symmetrische Stromkreise, welche hinsichtlich der Kapazität parallelgeschaltet sind, so dass die Entladestromstärken, von der Batterie aus gesehen, in entgegengesetzter Richtung fliessen, und wegen der Gleichheit von L und R in beiden Kreisen, welche durch die Kapazität zusammenhängen, auch übereinstimmende Schwingungsdauer und Durchschnittspunkte mit dem Nullniveau aufweisen müssen. Der Wert für τ, welcher aus der graphischen Darstellung sich ergiebt, wäre etwa 0·042 Sekunden. Nach Angabe wäre ferner der Widerstand der Leitung etwa 7500 Ω, also mit den beiderseitigen Apparaten roh angenähert zu etwa 9000 Ω einzusetzen, die Kapazität zu etwa 11 Mf. Auf jeden der beiden Schwingungskreise käme somit die Hälfte, also 4500 Ω und 5·5 Mf. Rechnet man das L jedes Morseapparates wieder zu rund 12 Henry, so ergiebt sich nach den obigen Formeln τ erheblich zu klein, was auch sehr erklärlich ist, da das L der E i s e n leitung noch nicht berücksichtigt ist. Deren wirksames L_{w} lässt sich aber nun rückwärts überschlagen: Aus τ würde es zu etwa 27 Henry folgen; aus der experimentellen Dämpfung ($\varepsilon^{\alpha t}$ etwa $= 6·6$) würde es, bei Verlegung der 5·5 Mf in die Mitte der Leitungshälften, mit R_{w} etwa 2600 Ω, sich ganz ungefähr zu 29 Henry ergeben. Natürlich sind im vorliegenden

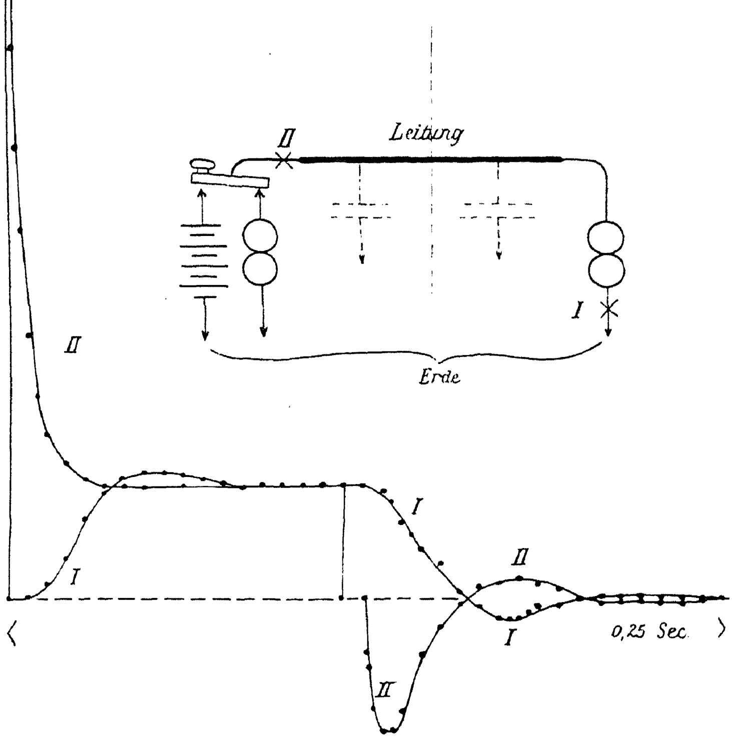


Fig. 202.

Fall die ungleichmässig verteilten Leitungskoeffizienten mit einer Konzentration von C nach den Enden zu nur annäherungsweise durch konzentrierte Werte zu ersetzen. Weiteres über Messergebnisse an ausgeführten Leitungen siehe a. a. O., sowie Bd. XII, dann auch Breisig ETZ 1900, 87 und 1046.

Experimentelle Prüfungen der Schwingungstheorie mit Entladeschwingungen sehr hoher Wechselzahlen, wie sie als Tesla-Schwingungen bei der Entladung kleiner Kapazitäten zwischen etwa 1000 und 10000 cm (also etwa 0·001 bis 0·01 Mf) durch eisenfreie Spulen mit entsprechend kleiner Selbstinduktion nebst Funkenstrecke (vgl. Fig. 205 in **200** und Fig. 244 in **205**) auftreten, hat Battelli (vgl. Ph. Z. III, 539) ausgeführt und eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den nach der Formel $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$ berechneten Werten gefunden (vgl. Ph. Z. IV, 181). Besonders wichtig erscheinen die gleichzeitig von ihm durchgeführten Messungen über die wirksamen Widerstände R_w der benutzten Funkenstrecken (a. a. O. Seite 187). Er fand hierbei, dass bei Änderung der benutzten Luftkondensatoren in ihrem Kapazitätswert zwischen den Grenzen $C_w = 3500$ bis 14000 cm (also 0·0039 bis 0·0156 Mf) die Funkenwiderstände von 1 bis 5 mm sich innerhalb der Grenzen 0·18 bis 0·92 Ω bewegten, wobei eine langsame Zunahme von R_w mit wachsender Länge erkennbar ist, so dass bei sonst gleichen Verhältnissen R_w allmählich auf nicht ganz den doppelten Wert steigt, z. B. von 0·18 Ω bis 0·34 Ω, wenn die Funkenstrecke schrittweise von 1 bis 5 mm vergrössert wird.

198. Anschalten von Wechselspannung an Stromkreise mit R, L und C.

Als Ergänzung zu dem früher (**189**) behandelten Fall, dem Anschalten einer Wechselspannung an einen Stromkreis, der praktisch nur R und L enthält, wären jetzt noch die unbeständigen Einschalterscheinungen zu betrachten, welche eintreten, wenn auch noch der Leitungskoeffizient C eine merkliche Grösse erreicht. Die beständigen Erscheinungen, sowohl bei Reihen- als bei Parallelschaltung der drei Koeffizienten R, L und C, wurden früher (**145** ff.) beschrieben, einschliesslich der Erscheinungen der elektrischen Resonanz, so dass hier die anfangs noch aufgelagerten, aber verhältnismässig rasch abklingenden Einschalteerscheinungen zu beschreiben wären. Um die allgemeine Gleichung für den praktisch wichtigen Fall der Reihenschaltung von L, R und C zu erhalten, haben wir nur nötig, die Gleichung der Momentanspannungen (**146**)

$$e_L + e_R + e_C = e_g$$

durch Einführung der Leitungskoeffizienten umzugestalten in

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = e_g' \sin \omega t,$$

wenn wir den aufgedrückten Spannungswert

$$e_g = e_g' \cdot \sin(\omega t)$$

im Moment t des Einschaltens setzen. Bezeichnen wir der Einfachheit halber die Teilspannung e_C am Kondensator mit e, unter Weglassung des Index, so ergiebt sich unter Benutzung der Beziehung

$$i = C\frac{de}{dt}$$

die Ausgangsdifferentialgleichung

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 e}{dt^2} + R \cdot C \cdot \frac{de}{dt} + e = e_g' \cdot \sin \omega t,$$

oder nach zweimaliger Differentiation nach t zur Eliminierung von $e_g' \sin \omega t$ folgt

$$L C \cdot \frac{d^4 e}{d t^4} + R \cdot C \frac{d^3 e}{d t^3} + (1 + \omega^2 C L) \frac{d^2 e}{d t^2} + \omega^2 C \cdot R \frac{de}{dt} + \omega^2 \cdot e = 0,$$

was bei Ersetzung von e durch ε^{mt} die Hilfsgleichung liefert (**189**)

$$L C m^4 + C R \cdot m^3 + (1 + \omega^2 C L) m^2 + C R \omega^2 \cdot m + \omega^2 = 0.$$

Diese mit $\quad (m^2 + \omega^2)\,(C L m^2 + C R m + 1) = 0$

gleichwertige Gleichung liefert als die vier Wurzeln für m

$$m = \pm \omega \sqrt{-1},$$

$$m = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{-1} \sqrt{\frac{4L - CR^2}{4CL^2}}$$

und stellt sonach eine Kombination der Lösungen in **194** und **195** dar.

Bezeichnen wir wiederum $\frac{R}{2L}$ mit α und $\sqrt{\frac{4L - CR^2}{4CL^2}}$ mit β, so lautet die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichung

$$e = A \sin \omega t + B \cos \omega t + C \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \sin \beta t + D \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \cos \beta t,$$

oder nach Zusammenfassung der Komponenten mit gleicher Periode

$$e = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin (\omega t - \varphi) + \sqrt{C^2 + D^2} \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \sin (\beta t - \psi).$$

Dieser Ausdruck für die Kondensator**spannung** oder, nach Multiplikation mit dem konstant angenommenen Wert der Kapazität, für die Kondensator**ladung** $e \cdot C = q$ besteht also aus einem stationären Glied, wie es sich nach Grösse und **Phasen**verschiebung φ (gegenüber der aufgedrückten Spannung e_g') aus den früher behandelten Ausgleichgesetzen (**146**) ergiebt, so dass wir $\sqrt{A^2 + B^2} = e$, bezw. $= e_c'$, unter neuerlicher Hinzufügung des Index C, setzen können, und ferner aus einem nach $\varepsilon^{-\alpha t}$ gedämpften periodischen Zusatzglied, welches jenem stationären periodischen Glied aufgelagert ist. Bemerkenswert ist, dass die Periode des **Zusatzgliedes** nur von β abhängt, also von der Kombination von C, L und R des Stromkreises, welche die natürliche oder Eigenschwingung des Systems charakterisiert (**195**), dagegen **nicht** von der Periode der aufgedrückten Spannung.

Der ursprüngliche, also ungedämpfte Maximalwert

$$c_1 = \sqrt{C^2 + D^2}$$

des aufgelagerten Wertes ist abhängig von dem Moment t' des Einschaltens, d. h. von der Spannung

$$e_g = e_g' \cdot \sin (\omega t').$$

Ist Ladung und Kondensatorspannung im Moment des Anschaltens gleich Null, so erhalten wir als Bestimmungsgleichung für die Integrationskonstante c_1 die Beziehung

$$0 = e_C' \cdot \sin(\omega t' - \varphi) + c_1 \cdot \varepsilon^{-\alpha t'} \sin(\beta t' - \psi),$$

$$c_1 = -\frac{e_C' \cdot (\sin \omega t' - \varphi)\, \varepsilon^{\alpha t'}}{\sin(\beta t' - \psi)}.$$

Ohne auf die verschiedenen Sonderfälle einzugehen, sei nur bemerkt, dass diese am besten an den einfacheren und leichter vorstellbaren Fall der schwingenden Ladung (siehe **197** und Fig. 201) angeschlossen werden. Das gedämpfte Zusatzglied unmittelbar nach dem Einschalten mit der natürlichen Periodendauer $T' = \frac{2\pi}{\beta}$ ist beiden Fällen analog. Während aber dort das Niveau für die aufgelagerte gedämpfte Schwingung das stationäre Gleichstrom- bezw. -Spannungsniveau ist, ist es hier die endgiltig sich ergebende stationäre Wechselspannung mit der aufgedrückten Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$. In unserem Fall ergiebt sich die Kondensatorspannung kurz nach dem Einschalten sonach aus der Übereinanderlagerung der beiden Wellenzüge in Fig. 203, nämlich erstens der stationär gewordenen Wechselspannung mit dem Maximalwert e_C' und der Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$, und zweitens der (in Fig. 203 oben getrennt gezeichneten) gedämpften Schwingung, welche innerhalb der nach $\varepsilon^{\alpha t}$ verlaufenden Exponentialkurven sich vollzieht mit dem Anfangswert c_1 und der Periodendauer $T' = \frac{2\pi}{\beta}$, und zwar zu beiden Seiten des ausgestreckt gedachten $\tilde{E}_C$-Niveaus (gedämpfte Wellenladung).

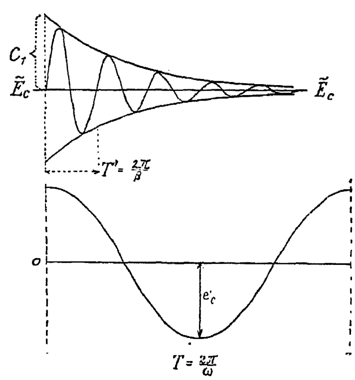


Fig. 203.

Für die im ganzen Kreislauf einheitliche Stromstärke kurz nach dem Einschalten erhält man die Beziehung (vgl. H. IV, Kap. 17, Gleichung 17)

$$\frac{e_g'}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}} \cdot \sin\left\{\omega t + \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1}{\omega C R} - \frac{\omega L}{R}\right)\right\} + c_1 \cdot \varepsilon^{-m_1 t} + c_2\, \varepsilon^{-m_2 t},$$

wenn zur Abkürzung gesetzt ist

$$m_1 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{CR^2 - 4L}{4CL^2}} \quad \text{und} \quad m_2 = \frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{CR^2 - 4L}{4CL^2}}.$$

Auch hierbei ist das erste, stationäre Glied auf die früher (**145**) abgeleitete Beziehung zurückführbar, während die gedämpften zusätzlichen Glieder sich jenem kurz nach dem Einschalten auflagern, wobei noch eine Zusammenfassung der beiden letzteren, ähnlich wie oben bei der Spannung, möglich ist, wenn man auch hier an Stelle der imaginären Exponentialfunktion die periodischen Funktionen einführt (**194**; **195**).

Wie schon angedeutet, gelten alle diese Gleichungen allgemein, d. h. für alle Arten Schwingungen; man braucht nur die in **193** erwähnten drei **199.** Schwingungs-

analogien und -begriffe. Momente sinngemäss für den ins Auge gefassten Bewegungsvorgang zu formulieren, und die so erhaltenen physikalischen Grössen in zusammengehörigen Einheiten einzusetzen, etwa für elektrische Vorgänge die dielektrische Richtkraft S_d bezw. deren Reziproke, die Verschiebungsfähigkeit (Kapazität) C in Farad, das elektromagnetische Trägheitsmoment L in Henry und den dämpfenden, d. h. Energie absorbierenden Bewegungswiderstand R in Ω. Hierbei ist allerdings darauf zu achten, ob nur Ohmscher Leiterwiderstand in Frage kommt, oder ob ein reduzierter (wirksamer) Wert R_w in Verbindung mit L_w einzusetzen ist, falls auch Abgabe von freier Energie in das Feld stattfindet, sei es durch „Ausstrahlungen", sei es durch sonstige Arbeiten im Feld, die übrigens auch als in Form von elektromagnetischen Wellen abgestrahlte und nicht wieder reflektierte Energie aufgefasst werden können (**157**).

Die typischen Seiten der Erscheinung, welche auch für die Messtechnik und insonderheit für die Verhältnisse beim Schwingungsgalvanometer von praktisch grosser Wichtigkeit sind (vgl. Bd. II), lassen sich besser an den völlig analogen, zugleich aber augenfälligeren Vorgängen des Wasserpendels, wie es Fig. 192 in **193** darstellt, verfolgen: Nach einmaliger Ablenkung der Wassersäule aus dem Gleichgewichtsniveau wird bei relativ kleinem Wert von R, etwa voll geöffnetem Hahn H, so dass nur die Wandreibung verbleibt, die Säule einen schwingenden Ausgleich nach dem Dämpfungsgesetz $\varepsilon^{-\alpha t}$ vollführen, wenn α das Verhältnis $\frac{R}{2L}$ der mechanischen Reibung R zu dem Doppelten des mechanischen Trägheitsmomentes L bezeichnet. Wird der Hahn immer mehr geschlossen, so wird die Dämpfung mehr und mehr zunehmen, bis bei einem gewissen Punkt gar keine Schwingung mehr zustande kommt, sondern der Ausgleich sich aperiodisch nach Gleichung (8) in **196** vollzieht. Bei noch weiterer Vergrösserung der energieverzehrenden Bewegungswiderstände, hier in Form noch weiterer Verengerung der Hahnöffnung, findet ein noch allmählicheres Abfliessen der vorher bewirkten „Ladung" im rechten Rohrschenkel statt, wie dies Gleichung (6) bezw. Fig. 196 darstellt. Der Verlauf der Ausgleichgeschwindigkeit $\dot{q}$, hier die durch jeden Rohrquerschnitt pro Zeiteinheit hindurchtretende Wassermenge, zeigt stets einen ähnlichen Verlauf wie die $\dot{q}$-Kurve in Fig. 196. Die Konstanz von $\dot{q}$ in jedem Ausgleichquerschnitt ist natürlich unabhängig von einer Querschnittsänderung, während die Stromdichte Δ sich hiermit umgekehrt proportional ändert. Nimmt man z. B. an Stelle der Anordnung in Fig. 192 diejenige in Fig. 193, oder auch in Fig. 10 (**65**), welche sich in den Querschnittsverhältnissen denjenigen eines elektrischen Kondensators mit verbindender Leitung mehr nähern — besonders wenn wir uns noch den Richtwiderstand gegen elastische Verschiebung an den Grenzflächen hinreichend gross vorstellen, etwa als eine durchzubiegende Metallscheibe (Fig. 193b), — so wird die Stromdichte Δ und damit auch die Länge λ, um welche die Substratteilchen bei jeder Schwingung aus ihrer Gleichgewichtslage verschoben werden, in der Verbindungsleitung und den ausgebreiteten Endteilen sehr stark variieren. Trägt man die Länge der Ausgleichbahn als Abscisse, die Werte von Δ für $\dot{q}'$ als Ordinaten auf, so wird in Fig. 204 die ausgezogene Linie etwa die Verhältnisse darstellen ohne die Ausbreitungserscheinungen, welche den Übergang allmählicher gestalten, etwa wie die punktierte Linie angiebt. Wenn man hingegen die bei $\dot{q} = 0$,

also $q = q_1$ bezw. q_2, q_3 vorhandenen Spannungsverhältnisse in der dielektrischen Begrenzung (**109**) der Ausgleichbahn darstellt, so wird dies etwa durch die strichpunktierte Kurve *e* geschehen, wobei hier Symmetrie zum Nullniveau (Erdpotential) angenommen ist. Berücksichtigt man, dass, abgesehen von der Dämpfung, diese Verhältnisse bei jeder Schwingung wiederkehren, und beachtet, dass die Maximalwerte e' und $\dot{q}'$ zeitlich um $\frac{\pi}{2}$ oder eine Viertelperiode voneinander abstehen, also bezüglich ihrer Phase gegensätzlich sind, so hat man sich die beiden Kurven für Δ und *e* der Fig. 204 um das Nullniveau schwingend vorzustellen. Man erkennt, dass die Verbindungsleitung einen Schwingungs**bauch** hinsichtlich der Werte von Δ (Strömungs**bauch**), hingegen einen Schwingungs**knoten** hinsichtlich der Werte von *e* (Spannungs**knoten**) darstellt, während die Grenzflächen C' C'' hinsichtlich Δ einen Schwingungs**knoten** (Strömungsknoten), hinsichtlich *e* einen Schwingungs**bauch** (Spannungsbauch) darstellen. Hiernach kann auch jeder derartige schwingende Ausgleichvorgang in **elektrisch nahezu geschlossener Bahn** (vgl. hierzu **204**) als **stehende** „Welle", oder hier vielleicht besser Kreisschwingung aufgefasst werden. Denkt man sich die Übergänge der Kurven noch allmählicher gestaltet, indem man die Verschiebungsfähigkeit (C) mehr und mehr längs der Leitung verteilt, also zu elektrisch **immer offneren** Systemen, d. h. solchen mit wachsender Relativlänge der **dielektrischen** Verschiebungsbahnen, übergeht, so nähern sich jene Kurven immer mehr Sinuswellen, und der Charakter der Bäuche und Knoten tritt deutlicher hervor (vgl. Fig. 216 und 241), doch ist das Typische auch im obigen Fall zu erkennen.

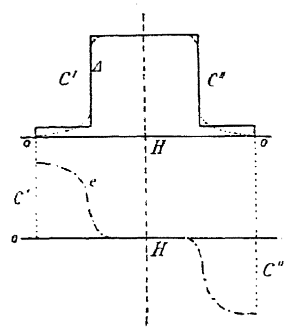


Fig. 204.

Will man die Vorstellung der Übereinanderlagerung von Wellen bei den komplizierteren Schwingungsvorgängen, welche in **198** analytisch formuliert sind, unterstützen, so kann man gleichfalls eine mechanische Analogie zu Hilfe nehmen, die an Stelle des früheren Modells des Wasserpendels (Fig. 192) zu treten hätte. Eine solche bietet die Federwage, am besten eine solche mit grossen Elongationen, wie sie etwa in der Physik als Jollysche Federwage Verwendung findet. Auch hier haben wir die drei Schwingungsmomente (**193**) gegeben: die elastische Richtkraft der Federspannung, die Trägheit von Belastung und Feder und die Dämpfung in Gestalt von äusserer Luft- bezw. Mediumreibung und innerer Federreibung. Soll zunächst eine einfache Belastung erfolgen, so kann man dieselbe entweder allmählich anwachsen lassen und erhält alsdann eine einfache Ausdehnung **ohne** Schwingungen, oder man kann das Gewicht F plötzlich mit dem vollen Betrage angreifen lassen. Im letzteren Fall wird beim Ausdehnen bis zur neuen Gleichgewichtslage, im Abstande s von der ursprünglichen, die Energiemenge $F \cdot s$ frei. Zur Spannung der Feder bis zu dieser Gleichgewichtslage wird aber nur $\frac{1}{2} F \cdot s$ verwendet, der übrige Betrag von $\frac{1}{2} F \cdot s$ hingegen zur Massenbeschleunigung, und die hierdurch erzeugte lebendige Kraft $\frac{1}{2} M \cdot v^2$ verursacht alsdann gedämpfte Schwingungen um die neue Gleichgewichtslage als Endlage, die mit der schwingenden Ladung (**197**) vergleichbar sind.

Stellt man sich weiterhin vor, dass die äussere Kraft nicht nur einmal stossartig wirkt, wie ein angehängtes Gewicht, sondern selbst die Form eines periodisch veränderlichen bezw. wechselnden Impulses besitzt, so wird bei ihrer Einwirkung einmal ein Stoss vorliegen, dessen Grösse von dem Moment des Anschaltens bezw. Einrückens abhängig ist, und der wie jeder Stoss gedämpfte Schwingungen nach **195** mit natürlicher, also nur vom System abhängiger Schwingungsdauer hervorruft; ausserdem werden aber noch durch den periodischen Impuls Schwingungen verursacht werden, und für diese Schwingungen wird notwendig derselbe Rhythmus erzwungen, wie sie der Antrieb besitzt. Beide Arten von Schwingungen werden gleichsam unabhängig voneinander, also in Übereinanderlagerung auftreten, wenn der periodische Antrieb plötzlich angeschaltet wird.

Je mehr sich der Rhythmus (die Wechselzahl) des äusseren Impulses (der aufgedrückten Spannung $\tilde{E}$) der natürlichen Schwingungsdauer des Systems nähert, also beim Beispiel der Federwage der spezifischen Richtkraft der Feder (bezw. Durchbiegungsfähigkeit, Kapazität) und der trägen, mitbewegten Masse angepasst wird, um so näher kommen die Verhältnisse der vollkommenen Resonanz, bei welcher sehr kleine Impulse bezw. Elongationen des Antriebes sehr grosse Elongationen oder Schwingungsweiten des Systems zur Folge haben können. Dass diese Verhältnisse, in entsprechender Weise wie beim Pendel oder der Federwage, auch in elektrischen Stromkreisen vorliegen, wurde bereits früher (**147**) eingehend behandelt. Ebendaselbst wurde gezeigt, dass in allen diesen Fällen die Dämpfung durch Reibung, oder allgemeiner durch Energieabgabe in die Umgebung für die Begrenzung der Resonanz massgebend ist. Diese Energieabgabe muss nämlich durch die zugeführte Leistung bezw. die Energie, welche im Felde in Form von lebendiger Kraft vorübergehend (während einer Halbschwingung) aufgespeichert wurde, gedeckt werden. Dies gilt sowohl für die stehende Linienschwingung bei Reihenschaltung von L, R und C, welche früher (**146**) als Spannungsresonanz bezeichnet wurde, als auch für die als Stromresonanz (**145**) bezeichneten stehenden Kreisschwingungen bei Parallelschaltung von C mit L, R; endlich auch für den folgenden Fall der (zeitlich) gedämpften Schwingungen.

200. *Schwingungsstösse und Teslaschwingungen.* Findet ein rhythmischer Antrieb nicht statt, so liegt einfaches Ausklingen oder Ausschwingen vor. Diese gedämpften Schwingungen können durch stets erneuerten Hervorruf auch rhythmischen Charakter annehmen, ohne dass die Impulse in bestimmtem Resonanzrhythmus zu stehen brauchen; es handelt sich alsdann nur um eine wiederholte Erzeugung oder eine Aufeinanderfolge von gedämpften Schwingungssätzen. Solche Schwingungen ohne ausgesprochene Resonanz treten naturgemäss, infolge Wegfalls der einen (Resonanz-) Bedingung für die Aufeinanderfolge der Impulse in den Zeitabständen $\pi \sqrt{\frac{L}{D}}$, viel häufiger auf. Sie treten immer in die Erscheinung, wenn die Ladespannung bei einer der oben erwähnten Leiterkombinationen regelmässige starke Schwankungen erleidet, etwa infolge Bethätigung irgend einer selbstthätigen Unterbrechervorrichtung. Als solche wurden früher (**155**) der Wagner-Neef'sche Hammer oder eine seiner Abänderungen im Primärkreis der älteren Induktorien angeführt, ferner rotierende Quecksilberunterbrecher, elektrolytische Unterbrecher, oder auch eine andere als Wellen-

stromerreger *W. E.* (Fig. 205) benutzbare Vorrichtung, bei passender Versuchsanordnung etwa auch ein Lichtbogen. (Weiteres siehe **264** ff.)

Jede einzelne dieser Unterbrecherperioden entspricht also folgendem Vorgang. Durch die Wellenstromperiode (**155**) in der Primärwicklung P wird in der Sekundärwicklung S des Induktoriums eine anwachsende Spannungswelle induziert, die eine wachsende Ladung der mehr oder weniger grossen Kapazität C an den Enden der Sekundärwicklung bewirkt, bis die elektrische Spannung zwischen den Grenzflächen (Belegungen) und der hierzu parallelgeschalteten Funkenstrecke F so hoch gestiegen ist, dass die dielektrische Bruchgrenze (**128**) der letzteren überschritten wird, und die Durchbrechung derselben durch den ersten Funken gleichzeitig eine Überbrückung darstellt, welche die Funkenstrecke F vom Standpunkt der elektrischen Ausgleichvorgänge in einen Ohmschen Widerstand von mässig hohem Betrage (**197**) umwandelt. Da jede Verbindungsleitung zwischen C und F mehr oder weniger Selbstinduktion besitzt, so sind hiermit die Bedingungen zu einem gedämpften oscillatorischen (schwingenden) Entladungsvorgang in dem aus Kapazität C, Selbstinduktion (bei L konzentriert gedacht) und Ohmschen Widerstand R (bei F konzentriert gedacht) gebildeten Stromkreis gegeben. In jeder Unterbrecherperiode spielt sich dann der gleiche Vorgang ab, so dass bei Darstellung des Stromverlaufes als Ordinate, der Zeit als Abscisse etwa Fig. 206

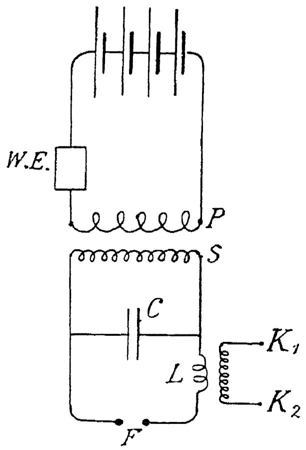


Fig. 205.

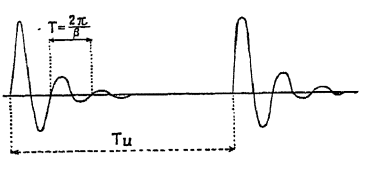


Fig. 206.

die Verhältnisse wiedergiebt, wenn T_U der Unterbrecherperiode des *W. E.* in Fig. 205 entspricht, während $T = \frac{2\pi}{\beta}$ die natürliche Schwingungsdauer (Eigenschwingungsdauer) des Stromkreises C, L, F ist; nur dass in Wirklichkeit das Verhältnis von $T_U : T$ fast stets vielmal grösser sein wird, als in Fig. 206 dargestellt. Je nach der Ausgestaltung der Grössen C, L, F wird auch T und damit die Grössenordnung der sekundlichen Schwingungszahl, oder bei qualitativer Übereinstimmung die quantitative Seite der Ausgleichvorgänge variieren.

Im geschichtlichen Teil (**35**) ist bereits erwähnt, dass mit Hilfe der üblichen reibungselektrischen Versuchsanordnungen, nämlich bei der Entladung der mit Elektrisiermaschinen geladenen Leydener Flaschen (Pogg. Ann. 113, 461), zuerst von Feddersen der oscillatorische Charakter nachgewiesen wurde; ebenso, dass bei Ausbildung dieser Versuchsanordnungen für oscillatorische Entladungen nach der quantitativen Richtung die Benutzung des Induktoriums als Quelle hoher Spannung und zur Ermöglichung von Dauererscheinungen eine wichtige Rolle spielte, unter denen namentlich die

Experimente von TESLA durch ihren, wenn auch vergeblichen Versuch einer technischen Verwertung der erzielten Ausgleichvorgänge für Beleuchtungszwecke Aufsehen erregten; endlich, dass die Verkleinerung von C und L und die dadurch erzielte Kleinheit von T bezw. der Wellenlänge λ es H. HERTZ ermöglichte, den in wissenschaftlicher Beziehung überaus bedeutungsvollen experimentellen Nachweis von elektrischen Wellen im Sinne der FARADAY-MAXWELLschen Theorie zu führen.

Von den Anordnungen für TESLA-Versuche stellt Fig. 207 eine neuere Ausführung (von F. ERNECKE) dar mit nochmaliger Transformierung des schwingenden Entladestromes zum Zweck der Erzielung sehr hoher Wechselspannungen von hoher Frequenz zwischen den Enden K_1 und K_2 der Sekundärspule des Hochspannungsapparates. Bei Vergleich mit dem allgemeinen

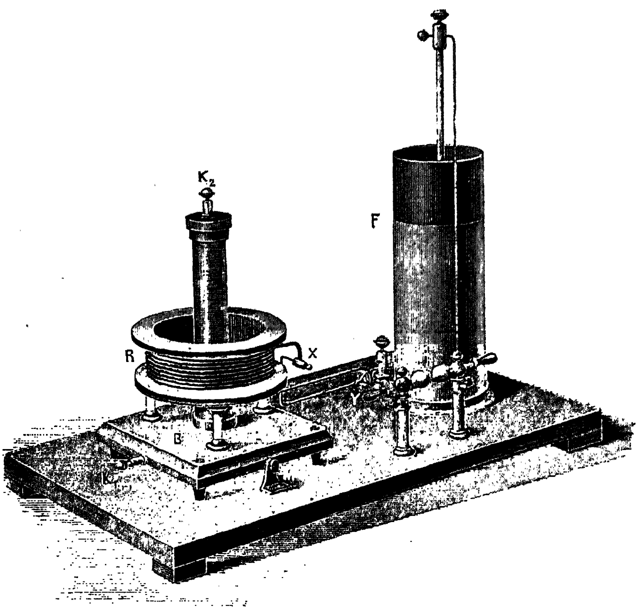


Fig. 207.

Schema der Fig. 205 würde die Kapazität C hier der Leydener Flasche F entsprechen, deren innere Belegung mit der rechten Seite der Funkenstrecke i in leitender Verbindung steht, während die äussere nach dem Ende X der primären Spule R führt. Letztere entspricht dem L in Fig. 205 und ist mit dem anderen Ende Y an die linke Seite von i angeschlossen. Allerdings sei bemerkt, dass die Erzeugung von Wechselspannungen gleicher oder noch grösserer Intensität wohl jetzt häufig besser ohne Transformierung, n u r d u r c h R e s o n a n z (siehe hierzu **146**), in Anordnungen erfolgt, wie sie in **206** (Fig. 243) beschrieben sind; letzteres namentlich dann, wenn nur kleine Energiemengen nach aussen abzugeben sind (**147**); andernfalls wird man besser auf die Transformierung zurückgreifen (vgl. Fig. 238 in **206**). Die hochgespannten Wechselströme sehr hoher Wechselzahl (**35**), wie sie die Anordnung nach Fig. 205 liefert, werden auch den in Fig. 206 angedeuteten Verlauf zeigen, aber bei der raschen Aufeinanderfolge der einzelnen ge-

dämpften Schwingungssätze doch für unsere Wahrnehmungsorgane scheinbare Dauererscheinungen ermöglichen, wie dies die Versuche von TESLA, einerseits mit Maschinenwechselstrom von etwa 30000 Wechsel pro Sekunde, andererseits mit oscillatorischen Dauerentladungen, auch bestätigen.

Die Ausgleicherscheinungen, überwiegend Leuchterscheinungen, welche TESLA mit diesen oder ähnlichen Versuchsanordnungen in grosser Mannigfaltigkeit ausgeführt und angegeben hat (vgl. 1894, E. DE FODOR „Experimente mit Strömen hoher Wechselzahl und Frequenz", erschienen in HARTLEBENS elektrotechnischer Bibliothek), gehören fast durchgehends in das später behandelte Gebiet der Gasentladungen (**247** ff.). Die Ausgleichstärke, welche zur Hervorbringung des Leuchteffektes erforderlich ist, wird, elektrodynamisch betrachtet, bei allen noch so mannigfaltig variierten Versuchsanordnungen stets mit einer (meist kleinen) Kapazität C, hingegen mit sehr hohen Werten von $\tilde{E}$ und namentlich von $\omega = c \cdot z$ nach der Gleichung (**144**).

$$\tilde{J} = E \cdot \omega \cdot C$$

erzielt. Die überraschende Wirkung hierbei ist meist auf die vorher unbekannte, oder doch zu wenig beachtete Kombination von sehr kleinen Werten von C mit sehr hohem ω zurückzuführen, Ausgleicherscheinungen, die irreführenderweise vielfach, namentlich von TESLA selbst, als „elektrostatische Effekte" bezeichnet wurden. Hierzu kam noch die physiologisch interessante Thatsache, dass diese hohen Wechselzahlen sich weder hinsichtlich Empfindung noch Gefahr gleichartig wie die technischen Wechselströme verhalten, eine Thatsache, zu deren Erklärung G. KAPP auf folgende Analogie hinweist:

Wir wissen, dass kräftige Tonwellen von genügend kleiner Periodizität das Trommelfell des Ohres beschädigen können; wenn wir aber die Schwingungszahl entsprechend erhöhen, können wir Töne erhalten, welche das Ohr nicht mehr angreifen. Ebenso mit dem Lichte: Die weissen Strahlen eines Bogenlichtes können die Netzhaut des Auges angreifen; wenn die Netzhaut aber bloss von den ultravioletten Strahlen getroffen wird, üben die letzteren keine Wirkung aus. Es mag hierin vielleicht eine Analogie mit dem Verhalten von Wechselströmen niederer oder hoher Wechselzahl gefunden werden.

Das elektrische Wechselfeld ($\tilde{N}_{el}$ vgl. **113**) von sehr hoher Frequenz, in welchem sich die leuchtenden Raumteile mit elektrolytisch leitendem Gas befinden, kann hierbei in mehrfacher Weise erzeugt werden. Entweder kann man es nach dem Schema der Fig. 208 zwischen zwei grossen metallisch leitenden Flächen herstellen, wobei das Gefälle (**116**) aber so gross sein muss, dass die elektrische Spannung zwischen den Enden einer

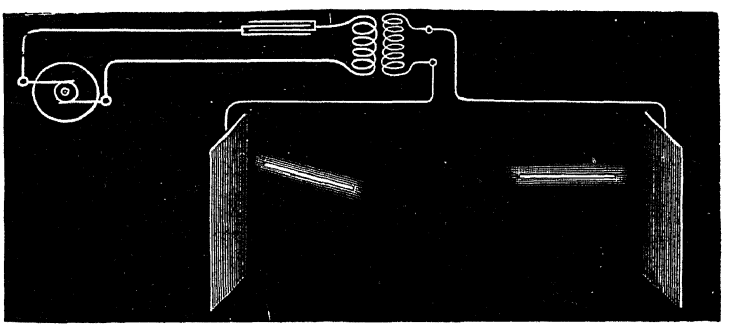


Fig. 208.

elektrisch leuchtfähigen Gasstrecke (Vakuumröhre, Geisslerröhre) ausreicht (siehe hierzu über Leitung in Gasen **241**; **248**), um letztere zum Leuchten zu bringen; oder man kann die Kondensatorbelegungen, wie Fig. 209 erkennen lässt, direkt an dem Leuchtkörper (Crookessche Kondensatorlampe) anbringen; oder man benutzt die natürliche Kapazität der Lampenelektrode, sowie des anderen Induktoriumendes gegen Erde, um die Lampe nur mit einem Zuführungsdraht brennen zu lassen (Fig. 210), eine Erscheinung, die



Fig. 209.

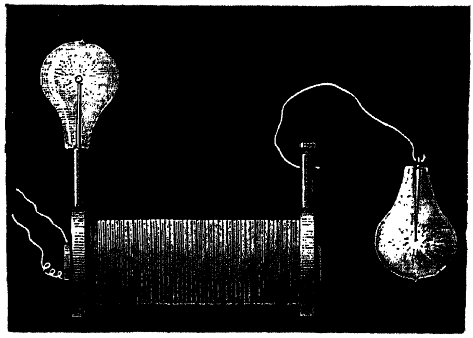


Fig. 210.

dem Uneingeweihten gegen das elektrische Kreislaufgesetz zu sprechen scheint. Er übersieht nämlich die Rolle der Luft als Dielektrikum und damit, bei der in ihr stattfindenden Wechselverschiebung, das Bindeglied zwischen Lampenelektrode und dem anderen Pol des Induktoriums (weiteres in **258**). Die Erhöhung der Leuchtkraft oder der Ausgleichstromstärke bei Erhöhung der Kapazität des Lampenendes gegen Erde, wie sie Fig. 211 andeutet, weist allerdings schon deutlicher auf diese Rolle der Umgebung hin, sowie auf das Vorhandensein des elektrischen Wechsel-

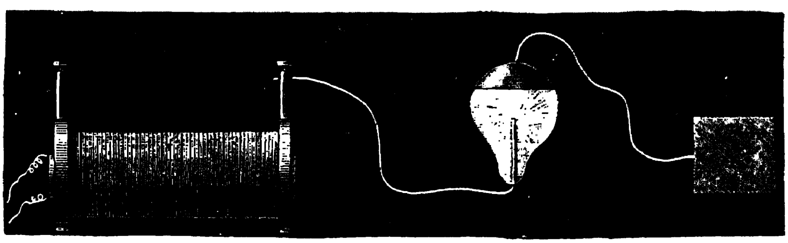


Fig. 211.

feldes in der Lampenkugel als Hauptgrund der ganzen Erscheinung. (Weiteres siehe in **237** ff. sowie in **270**.)

Dass die schwingende Entladung bei der in Fig. 205 angegebenen Anordnung thatsächlich im wesentlichen den von der Theorie (**195**) verlangten Verlauf zeigt, lässt sich experimentell sehr hübsch mit der Braunschen Röhre (siehe **271**) nachweisen, wie H. Th. Simon und M. Reich (vgl. Ph. Z. II, 284 ff.) gezeigt haben. Fig. 212 zeigt die von ihnen photographisch aufgenommene Entladekurve mit einem mittleren Dämpfungsverhältnis k von etwa 1·4; die schwache Zunahme von k ist vermutlich auf eine Abhängigkeit der Dämpfungseinflüsse von der Stromstärke i der schwingenden Entladung zurückzuführen.

Die Wechselzahlen der schwingenden Entladungen, welche Tesla für seine Versuche benutzte, führen aber immer noch zu so langen Wellen, dass bei den benutzten Versuchsanordnungen von einer Ausbildung stehender Wellen (in dem üblichen Sinne) längs der Leitungswege noch nicht die Rede sein kann, wenn man auch mit Rücksicht auf die Begrenzung der Schwingungsbahn CLF (vgl. Fig. 205) durch die dielektrische Zwischenschicht bei C von einer s t e h e n d e n K r e i s s c h w i n g u n g in dem früher (**199**) bezeichneten Sinne sprechen könnte.

201. Untersuchungen von H. Hertz. Arbeit 1 und 5.

Die experimentelle Entdeckung und das Studium der kurzen elektrischen Wellen verdanken wir fast ausschliesslich den Arbeiten von H. Hertz, welche auf diesem Gebiete als klassisch anzusehen sind. Im dem zweiten Bande seiner Ges. Werke, unter dem Titel: „Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft“ zusammengefasst (Leipzig, J. A. Barth, II. Aufl. 1894), gewähren sie den besten Leitfaden auf diesem Gebiet und bieten zugleich in der Einleitung interessante Notizen über die geistige Entstehungsgeschichte.

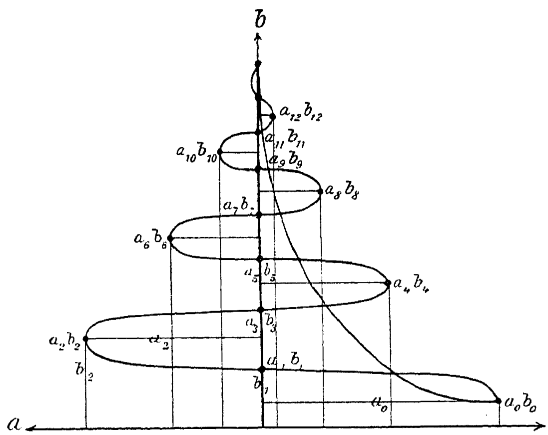


Fig. 212.

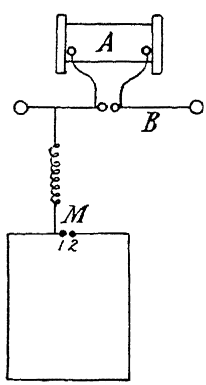


Fig. 213.

Hier soll der Hauptsache nach eine Beschränkung auf die experimentelle Seite der Arbeiten erfolgen, welche die unumstössliche Grundlage unserer heutigen Auffassung im Sinne derjenigen von Faraday-Maxwell bilden. Mit der Arbeit „Über sehr schnelle elektrische Schwingungen“ im Jahre 1887 beginnend und derjenigen „Über die mechanischen Wirkungen elektrischer Drahtwellen“ im Jahre 1891 endend, erforschte Hertz Schritt für Schritt alle wesentlichen Seiten dieses unsichtbaren Gebietes mit so grossem experimentellen Geschick und solcher Gründlichkeit, dass die Aufdeckung aller grundlegenden Punkte ihm zufiel. Im folgenden sollen daher die Hauptergebnisse dieser Arbeiten in der natürlichen Reihenfolge kurz zusammengefasst werden, wenn auch das genussreiche Studium der Originalarbeiten, ähnlich wie bei Faradays Exp. Res., nicht genug empfohlen werden kann.

In der ersten Arbeit (1887) über sehr schnelle elektrische Schwingungen wird zunächst der Kreislauf für die schwingende Entladung (vgl. FLC in Fig. 205) umgeordnet, wie Fig. 213 erkennen lässt. Der mit B bezeichnete Kreislauf für die schwingende Entladung enthält auch hier den wesentlichen Teil des Ohmschen (Reibungs-) Widerstandes an der in der Mitte von B liegenden Funkenstrecke, die Selbstinduktion (den elektro-

magnetischen Trägheitswiderstand) hauptsächlich in den anschliessenden geradlinigen Leiterstücken und die Kapazität (den elastischen Verschiebungswiderstand) überwiegend an den abschliessenden Kugeln (vgl. hierzu auch die Fig. 194, 193 und 10). Durch Berechnung des Wertes von L im geradlinigen Leiter dieses Kreislaufes (**183**), sowie der Kapazität C der Endkugeln (**115**), zwischen denen die dielektrischen Verschiebungsbahnen den Rückschluss vermitteln, also den Kreislauf schliessen (vgl. Fig. 10 in **65**), fand HERTZ seine einfache Schwingungsdauer ohne Berücksichtigung der Dämpfung (**205** ff.) zu etwa 1·26 Hundertmilliontel Sekunden, also von der Grössenordnung 10^{-8} Sekunden. Sorgte er für „wirksame" Funken, stellte also die Funkenstrecke der häufig geputzten Kugelenden so ein, dass der OHMsche Widerstand von Funkenbahn und Oberflächenoxydschicht klein genug war, um aperiodische oder sehr stark gedämpfte Entladungen auszuschliessen (**196**), und stellte eine aus Fig. 213 kenntliche leitende Verbindung zwischen dem Schwingungskreis B und einem Drahtrechteck mit der Unterbrechung zwischen 1 und 2 her, so traten Funken an dieser sekundären Funkenstrecke M auf. Diese sekundären Funken bilden den Beweis für beträchtliche Spannungen zwischen 1 und 2. Unter Benutzung der angenäherten Proportionalität von Spannung — hier Wechselspannung — und Funkenlänge (**128**) nahm HERTZ diese sekundäre Funkenstrecke in den Leiterkreisen, welche später eine weitere Ausbildung als elektrische Analysatoren bezw. Resonatoren erfuhren, zunächst als Messmittel der bei M auftretenden Spannungen, indem er das Maximum der daselbst noch erzielbaren Funkenlängen ausmass. So fand er, dass die Funken bezw. die Funkenmaxima kleiner wurden beim Abrücken der leitenden Verbindungsstelle von 1 und endlich ganz erloschen bei Erreichung des symmetrisch zu M gelegenen Punktes e (Fig. 214). Es gelang nachzuweisen, dass nicht die Unterbrecherschwingungen (vgl. T_i in Fig. 206), sondern nur die natürlichen Entladeschwingungen (T in Fig. 206) des Kreislaufsystems B die Ursache der Spannungen bezw. Funken bei M bildeten, wenn auch die Auflagerung der natürlichen Entladeschwingungen des Systems auf die sehr viel langsameren des Induktoriums (die aufgezwungenen) für die Erscheinungen deshalb wesentlich ist, weil nur die letzteren den Widerstand der Funkenstrecke, also R_B, hinreichend klein halten können (**197**), um die Dämpfung der ersteren genügend zu vermindern.

Der nächste wesentliche Schritt zur Aufklärung bestand in der Auffindung und in dem Nachweis des Resonanzcharakters der Erscheinung durch kontinuierliche Abänderung von C und L des Kreislaufsystems B einerseits, der Selbstinduktion bezw. Länge des sekundären Kreises (Drahtrechtecks) andererseits (vgl. Fig. 215). Durch die Auffindung dieser elektrischen Resonanz war bereits der Schwingungscharakter der Erscheinung im höchsten Grade wahrscheinlich geworden; die Bestätigung gelang dann noch durch Nachweis der Schwingungsknoten und -bäuche an den von der Theorie geforderten Stellen. Nachdem HERTZ, in weiterem Studium der verschiedenen Wirksamkeit der Entladungsfunken, als eine Art Nebenprodukt die bedeutungsvolle Entdeckung über den Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung (**241**) gemacht hatte, verfolgte er (1888) in der Arbeit „Über die Einwirkung einer geradlinigen elektrischen Schwingung auf eine benachbarte Strombahn" seinen Hauptweg weiter. Mit Hilfe der

Funkenlängen von elektrischen Resonatoren, also empirisch auf die natürliche Primärschwingung von B abgestimmter Drahtkreise, ähnlich den Drahtrechtecken von Fig. 213 und 214, nur jetzt meist kreisförmig gestaltet, untersuchte er das „Feld“ oder die Umgebung der geradlinigen Strombahn mit schwingender Entladung. Für das Verständnis der Funkensprache des Resonators hat man zu beachten, dass zwei Wechselfelder vor-

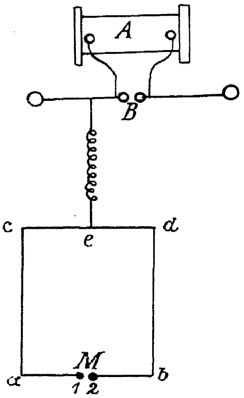


Fig. 214.

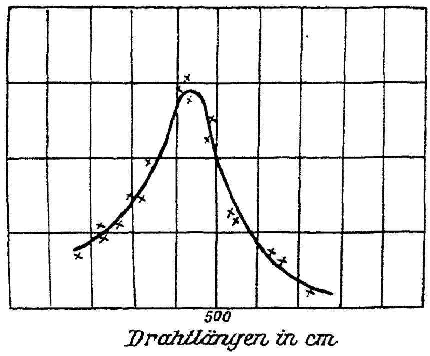


Fig. 215.

liegen, einmal das elektrische Wechselfeld in der den Rückschluss bildenden Verschiebungsbahn zwischen den Kugeln (A und A' in Fig. 216) mit der Kapazität C, welche bei der schwingenden Entladung eine Wechselspannung bezw. Wechselladung aufweisen; ein zweites Mal das magnetische Wechselfeld der schwingenden elektrischen Strömung, welche im geraden Teil der Schwingungsbahn, also zwischen A und A', an die Leiterbahn gebunden ist. Um die Wirkungen dieser beiden Fälle sondern zu können, ist zu beachten, dass die Induktion von Wechselspannung durch das magne-

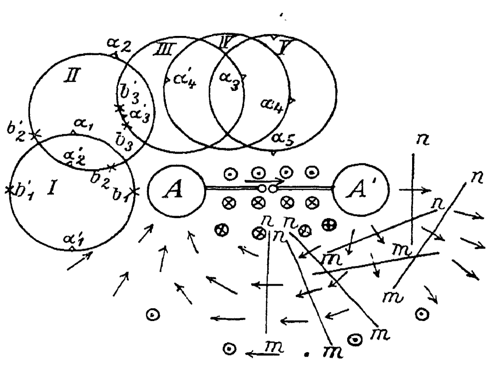


Fig. 216.

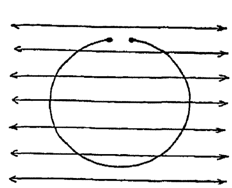


Fig. 217.

tische Wechselfeld Null werden muss, wenn die Ebene des sekundären Prüfkreises nicht von magnetischen Kraftlinien durchsetzt werden kann, wenn sie also mit dieser Kraftlinienebene in der Richtung zusammenfällt, was z. B. bei den Lagen des Prüfkreises mn senkrecht zur Papierebene in Fig. 216 der Fall ist. Das elektrische Wechselfeld wird in dem Prüfkreis Wechselspannungen hervorrufen können, wenn die Projektion des Prüfkreises in die Ebene der elektrischen Kraftlinien nicht Null ist, und ein relatives Maximum wird erreicht, wenn der Kreis in diese Ebene fällt. Im letzteren Fall (vgl. Fig. 217) haben wir aber bei Vorhandensein einer Funken-

strecke, also Unterbrechung des leitenden Kreises an einer Stelle, noch sehr auf die Lage der Funkenstrecke zu achten, da diese eine weitere Bedingung für die Möglichkeit elektrischer Schwingungen im Prüfkreis schafft, und damit ein weiteres Untersuchungselement. Liegt die Funkenstrecke, wie in Fig. 217 angegeben, auf das Wechselfeld $\tilde{E}$ bezw. seine (elektrischen) Kraftlinien bezogen, oben oder unten, so werden sich die Antriebe in der nicht unterbrochenen Kreishälfte summieren und, wegen der unendlich grossen Verschiebbarkeit ($\varkappa = \infty$, vgl. **116**) der elektrischen Teilchen im Leiter, im Gegensatz zu der dielektrischen Umgebung mit beträchtlichem und schnell wechselndem Spannungsgefälle (**117**), einen Wechselstrom von der Periode des elektrischen Wechselfeldes veranlassen (induzieren), während dies in der oberen, unterbrochenen Hälfte nicht der Fall ist. Ist der Prüfkreis in Resonanz mit dem Wechselfeld, so wird die bekannte Steigerung (**199**) der Ströme und Spannungen im Prüfkreis erfolgen und damit ein Maximum der Funkenlänge. Wird die Funkenstrecke in Fig. 217 um 90° gedreht, bis sie rechts oder links in der Mitte liegt, so erfolgen die Antriebe in beiden Hälften genau gleich, auch der Zeit nach, so dass zwischen den Enden der Funkenstrecke keine Spannungen, also auch keine Funken auftreten können, während alle Zwischenlagen Übergänge zwischen Null und dem Maximum aufweisen. Mit dem Prüfkreis senkrecht zur Papierebene (Fig. 216), ferner Funkenstrecke ständig oben und allmählicher Drehung der Kreisachse um eine Vertikale zur Papierebene, lässt sich also der Verlauf der elektrischen Kraftlinien experimentell abtasten, da bei Verschwinden der Funken diese Kraftlinien senkrecht zum Prüfkreis mit den Projektionen mn in Fig. 216 stehen müssen. Dieses Abtasten ergab den Verlauf des elektrischen Feldes in der Nähe der primären Schwingung, wie in Fig. 216 die Pfeile angeben (NB. für den Moment, in welchem $A'+$ und $A-$ Ladung besitzt).

Bei den Lagen des Prüfkreises in der Papierebene, also I bis V in Fig. 216, werden sich beide Induktionen übereinander lagern, es wird also zu der eben für sich untersuchten Induktion des elektrischen Wechselfeldes diejenige des magnetischen Wechselfeldes hinzutreten, und zwar die letztere mit dem vollen Betrage, weil jetzt die magnetischen Kraftlinien senkrecht den Prüfkreis durchsetzen. In der Projektion in Fig. 216 sind die aufsteigenden magnetischen Wirbelfäden bezw. Kraftlinien wie üblich mit ⊙, die absteigenden mit ⊗ bezeichnet. Die magnetische Induktion allein ist also unabhängig von der Lage der Funkenstrecke des Resonators und nur durch die relative Lage des Prüfkreises zur Schwingungsbahn bedingt, also relativ konstant und für die Lagen I bis V ein relatives Maximum. Die elektrische Induktion hängt hingegen (vgl. oben) von der Lage der Funkenstrecke ab. Drehung der letzteren ohne räumliche Verlegung des Prüfkreises muss also eine Übereinanderlagerung beider Einflüsse liefern. Durch Beobachtung der grossen Funkenmaxima (bei Hertz von 6 mm Länge in Lage V) in a_1 bis a_5 bei Summenwirkung (Addition) von elektrischer und magnetischer Maximalinduktion, sowie der gegenüberliegenden kleinen Maxima (bei Hertz 2·5 mm in Lage V) bei a_1' bis a_5' bei Differenzwirkung beider Maxima, sowie endlich der Verlöschungsstellen bei b, also völliger Aufhebung beider Einflüsse der Richtung und Grösse nach, war auch hier eine Charakterisierung des Feldes möglich; nebenbei war auch eine angenäherte Grössenbestimmung des Stärkeverhältnisses

zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld möglich, oder, wie Hertz hier noch sagt, der elektrostatischen und der elektrodynamischen Kraft. Hertz fasst das Ergebnis der Felduntersuchung, welches er in Fig. 218, die als Querschnitt eines Rotationskörpers zu denken ist, für grössere Entfernungen skizziert, in folgende Sätze zusammen (vgl. a. a. O. Seite 94, 99, 100):

1. Die Verteilung der Gesamtkraft in der Nähe der geradlinigen Schwingung ist sehr ähnlich der Verteilung der elektrostatischen Kraft, welche von den Enden der Schwingung ausgeht. Insbesondere stimmt die Richtung der Gesamtkraft in der Nähe der Mitte der Schwingung überein mit derjenigen der elektrostatischen Kraft; die derselben entgegenstehende elektrodynamische Kraft wird also überwältigt. Auch die Theorie ergiebt, dass in diesen Gegenden die Kraft der Induktion schwächer ist als die elektrostatische Kraft.

2. Doch bemerkt man ganz wohl einen Einfluss der Induktionswirkung. Es erscheinen nämlich die Kraftlinien gewissermassen von der Achse der Schwingung weggedrängt; sie machen einen grösseren Bogen, um von A nach A' zu gelangen, als wenn nur die elektrostatische Kraft thätig wäre. Es erklärt sich dies daraus, dass die Induktionskraft die dem primären Leiter parallele Komponente der elektrostatischen Kraft schwächt, auf die zum primären Leiter senkrechte Komponente aber ohne Einfluss ist.

3. In Entfernungen, welche 3 m übertreffen, ist die Kraft überall parallel der primären Schwingung. Es ist dies offenbar das Gebiet, in welchem nur noch die Induktionskraft wirksam ist, während die elektrostatische Kraft schon unmerklich geworden ist. Alle Theorien stimmen darin überein, dass die Kraft der Induktion eines Stromelementes abnehme umgekehrt proportional der Entfernung, während die elektrostatische Kraft als Differenzwirkung der beiden Pole abnimmt umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung. Es ist bemerkenswert, dass in der Richtung der Schwingung die Wirkung sehr viel schneller abnimmt, als in der dazu senkrechten Richtung, so dass in ersterer die Wirkung sich schon in 4 m Entfernung kaum wahrnehmen lässt, während sie in letzterer Richtung jedenfalls weiter als auf 12 m reicht. Viele der als möglich angenommenen Elementargesetze der Induktion werden versagen, wenn sie auf die Übereinstimmung mit diesen Ergebnissen des Versuchs geprüft werden.

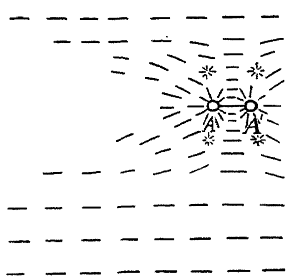


Fig. 218.

4. Dass in Entfernungen, welche kleiner als 1 m sind, der Charakter der Verteilung durch die elektrostatische Kraft gegeben ist, haben wir schon früher erwähnt.

5. In den Punkten zweier bestimmten Geraden lässt sich die Richtung der Kraft in allen Entfernungen bestimmen. Die erste dieser Geraden ist die Richtung der primären Schwingung selbst, die zweite ist die auf der Mitte der primären Schwingung errichtete Senkrechte. In der letzteren wird die Grösse der Kraft in keiner Entfernung gleich Null, die Grösse der durch sie erregten Funken nimmt gleichmässig von grösseren zu kleineren Werten ab. Auch in dieser Hinsicht stehen die Erscheinungen im Widerspruch mit einzelnen der möglichen Elementargesetze, welche ein Verschwinden in bestimmter Entfernung verlangen.

6. Ein eigentümliches Ergebnis des Versuchs ist die Existenz der Gebiete, in welchen sich die Richtung der Kraft nicht bestimmen lässt, und welche in unserer Zeichnung durch je einen Stern bezeichnet sind. Im Raume bilden diese Gebiete zwei Ringe um die geradlinige Schwingung. Da die Kraft hier in allen Richtungen nahezu gleich stark wirkt, ohne doch gleichzeitig in den verschiedenen Richtungen wirken zu können, so muss sie die verschiedenen Richtungen nacheinander annehmen.

Man kann die Erscheinung daher wohl nur dahin deuten, dass die Kraft hier nicht unter gleichbleibender Richtung ihre Grösse ändere, indem sie bei jeder Schwingung die Zeichen der Windrose durchkreist. Ich habe dieses Verhalten ebensowenig zu erklären vermocht aus den in unserer vereinfachten Theorie vernachlässigten Gliedern, als aus den Oberschwingungen, welche ja unserer Grundschwingung wohl beigemischt sein mögen. Auch scheint mir, dass keine der Theorien, welche auf die Annahme einer unvermittelten Fernwirkung aufgebaut sind, etwas ähnliches vermuten lässt. Eine einfache Erklärung

der Erscheinung aber ergiebt sich, wenn man für die elektrostatische Kraft und die Kraft der Induktion verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten zulässt. Denn in den Gebieten, von welchen wir reden, stehen beide Kräfte senkrecht aufeinander und sind von gleicher Grössenordnung; haben dieselben also infolge des durchlaufenen Weges eine merkliche Phasenverschiebung gegeneinander erhalten, so wird ihre Resultante, die Gesamtkraft, bei jeder Schwingung die Richtungen der Windrose durchlaufen, ohne in einer Lage sich der Null zu nähern.

Eine verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrostatischen und der elektrodynamischen Kraft setzt eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit mindestens einer derselben voraus. Es scheint mir daher sehr wahrscheinlich, dass hier die erste Andeutung für eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Fernwirkungen vorliege.

Diese dualistische Vorstellung der zwei Kräfte, der elektrostatischen und der elektrodynamischen, mit verschiedener Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat Hertz auf Grund der folgenden Untersuchungen später aufgegeben zu Gunsten der unitarischen Vorstellung von Maxwell, welche diese Erscheinung besser und einfacher erklärt.

202. H. Hertz. Arbeit 6 bis 8.

Die nächste Arbeit („Über Induktionserscheinungen, hervorgerufen durch die elektrischen Vorgänge in Isolatoren") enthält den Nachweis des wirklichen Vorhandenseins der dielektrischen Verschiebungsströme nach Faraday-Maxwell (**65**). Hertz schliesst, dass bei immer rascheren Richtungswechseln der Spannung die dielektrischen Verschiebungsströme, falls sie wirklich vorhanden sind, immer gleichwertiger mit ebenso rasch wechselnden Leiterströmen werden müssen, also die elastisch beschränkte Bewegung der elektrischen Teilchen im Dielektrikum gegenüber der freien Bewegung im Leiter (**116**) immer weniger ins Gewicht fallen wird. Je rascher der Richtungswechsel erfolgt, desto mehr würde der Unterschied zwischen Leiterströmung und dielektrischer Verschiebung verschwinden. Der Beweis wird von ihm durch ein geistreiches Vergleichs- bezw. Kompensationsverfahren experimentell geführt. Die Rückwirkung von Kurzschlussströmen in einem genäherten Leitersystem (*C* in Fig. 219) auf den primären Schwingungskreis *AA'* wird wiederum mit Hilfe des Resonators *B* untersucht, und zwar in Gestalt einer Verschiebung einmal des Nullniveaus der magnetischen Feldwirkung (auf *B*) allein, ein zweites Mal der Nullwirkung bei Kombination der Induktionen, welche das elektrische und das magnetische Feld, wie bei *b* in Fig. 216, ausüben. Im ersten Fall ist ein direkter Vergleich der Kurzschlussstromwirkung in dem Isolatorklotz *D* allein möglich, im zweiten Fall die Kompensation der gegensätzlichen Drehung beider. Beide Erscheinungen liefern einen unzweideutigen Beweis für das Vorhandensein der Verschiebungsströme im Isolatorklotz, ja sogar das Prinzip für eine Art Induktionswage (**40**) zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten reiner Dielektrika. Die Grösse des Drehungswinkels für die Erreichung der Funkenlosigkeit, bezw. Kompensation beider Induktionseinflüsse, wurde im zweiten Fall zur Messung benutzt, wenn die Zwischenschaltung von *AA'* zwischen *C* und *D* erfolgte, wie Fig. 219 angiebt.

Die anschliessende Arbeit „Über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkungen" liefert endlich die Ausmessung der elektrischen Wellen längs geradliniger Drähte mit einer in Fig. 220 skizzierten Versuchsanordnung und zugleich die Endlichkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Für die Wirkung der Resonatoren (*B* bezw. *C* in Fig. 220) kommen hierbei drei Hauptlagen in Betracht, nämlich I: Ebene von $B \perp$ der sogenannten Grundlinie *sr*, also Wirkung des elektrischen und des magneti-

schen Feldes gleich Null; ferner II: Ebene von C mit sr zusammenfallend, jedoch ⊥ der Ebene durch Draht und sr, also Wirkung des elektrischen Feldes abhängig von der Lage der Funkenstrecke, Wirkung des magnetischen Feldes wegen symmetrischer Gegensätzlichkeit des Antriebes gleich Null; endlich III: Ebene des Resonators in der Ebene durch Draht und sr, also algebraische Summierung der relativ maximalen Einflüsse von elektrischem und magnetischem Feld. Die Funkensprache ermöglicht zunächst wieder die Scheidung der Induktionswirkungen von seiten des elektrischen und des magnetischen Feldes (vgl. hierzu in **201**, sowie die Felddarstellung bei Fig. 228 in **204**). Nachdem Hertz bei einem langen und am Ende mit der Erde verbundenen Draht durch das Funkenspiel bei Lage II und III längs des ganzen Drahtes das Vorhandensein fortschreitender Wellen, sowie mit Hilfe der Variation der Resonatorlänge ihre gleiche Schwingungsdauer mit den primären Schwingungen des Schwingungssystems AA' in Fig. 216 nachgewiesen hat, wendet er sich sofort zur Untersuchung der stehenden Wellen an kürzeren, isoliert endenden Drähten, um hieraus mit Hilfe der Grundbeziehung der Wellenlehre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v aus Schwingungsdauer τ und Wellenlänge λ zu $v = \frac{\lambda}{\tau}$ zu ermitteln. Durch Abtasten der Drahtumgebung mit dem Resonator in den

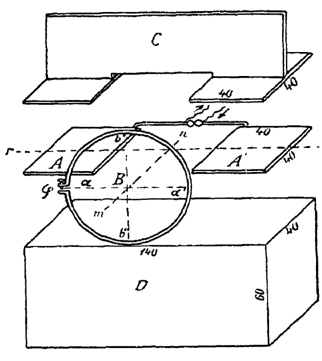


Fig. 219.

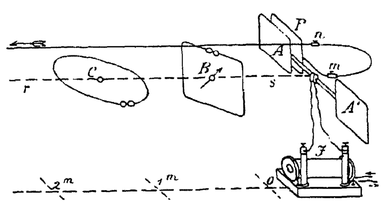


Fig. 220.

Hauptlagen II und III gelingt es ihm, die Knoten und Bäuche sowohl im magnetischen als im elektrischen Felde (vgl. Fig. 228) längs des Drahtes mit hinreichender Sicherheit festzulegen. Da der Abstand zweier Knoten sich zu etwa 2·8 m ermittelt, so findet er, für τ sehr nahe bei $1 \cdot 10^{-8}$ Sek., die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu etwa 280 000 km. Interferenzversuche zwischen Drahtwellen und Luftwellen führen, obwohl prinzipiell richtig angestellt, wahrscheinlich infolge eigentümlicher Reflexionsverhältnisse des von ihm benutzten Raumes, zu Ergebnissen über die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in Drähten und Luft, welche später von ihm auf Grund zuverlässiger Messungen von Sarasin und de la Rive als fehlerhaft aufgegeben wurden.

Bald darauf gelang es ihm, die Versuchsanordnung unter Fortlassung des Drahtes, aber Anbringung einer elektrisch spiegelnden oder leitenden Wand in 13 m Entfernung parallel zu AA' so abzuändern, dass er „die wellenförmige Ausbreitung der Induktion durch den Luftraum fast greifbar vor die Augen führen“ konnte. In der Arbeit „Über elektrodynamische Wellen im Luftraume und deren Reflexion“ berichtet er über die unmittelbare Messung der Wellenlänge in der Luft. Das Ergebnis seiner Unter-

suchung des Raumes, welcher vor der reflektierenden Wand (bei A in Fig. 221) liegt, bei vertikal aufgestellter Primärschwingung (AA' der Fig. 220) und Wahl richtiger Abstände, also Interferenz primärer und reflektierter Wellen zu stehenden Wellen, ist in Fig. 221 veranschaulicht. Aus dieser geht hervor, dass Knoten des elektrischen Feldes (Spannungsknoten) bei A und C, hingegen Knoten der magnetischen Kraft (Strömungsknoten) räumlich um eine Viertelwellenlänge versetzt bei B und D liegen (vgl. hierzu auch H. I, 3, Fig. 15).

203. H. Hertz. Arbeit 10 bis 12. Durch die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchungen war HERTZ veranlasst worden, seine Anschauungen über die Ausbreitung und Übertragung der Energie elektromagnetischer Wellen immer mehr in Richtung der MAXWELLschen Auffassung abzuändern, ja schliesslich zu der zuerst von HEAVISIDE und von POYNTING angegebenen Vorstellung überzugehen (**76**), welche eine gewisse Umkehr der Rolle von Dielektrikum und Leiter annimmt. Dieses Gebiet wird zunächst mehr theoretisch mit „Die Kräfte elektrischer Schwingungen behandelt nach der MAXWELLschen Theorie" (vgl. hierzu **205**) in Angriff genommen und von ihm bald darauf auch experimentell in der Arbeit 10 „Über die Fortleitung elektrischer Wellen durch Drähte" bebaut. Durch zahlreiche Versuchsanordnungen, welche gleichsam das Prinzip des FARADAYschen Vogelkäfigs, als elektrischen Schutzraumes, aus dem elektrostatischen in das elektrodynamische Gebiet übertragen, weist er nach, dass die Energie schneller elektrischer Wellen nicht die dünnste Metallschicht zu durchdringen vermag, sondern dass dem Eindringen in die Leiter ein „unüberwindlicher

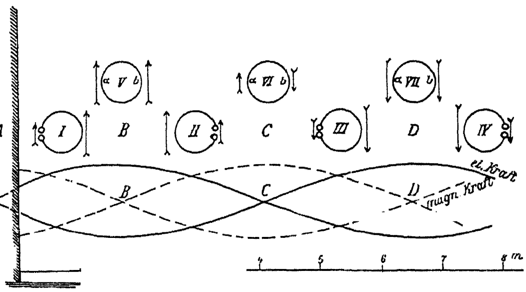


Fig. 221.

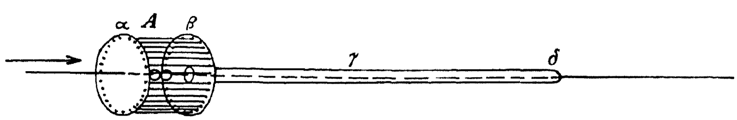


Fig. 222.

Widerstand" entgegensteht, dass aber die Fortleitung solcher Energie längs einer Leiteroberfläche auch auf grossen Umwegen erfolgt. So zeigte z. B. das Experiment, dass die funkenauslösende Energie in den „metallisch geschützten Raum" A der Fig. 222 hineingelangt, wenn das lange Metallrohr γ an seinem Ende δ metallisch offen ist, während die geringste leitende Verbindung zwischen Draht und Rohrende das Eindringen verhindert. Hieraus folgt, dass, bei Isolierung des Schutzrohres γ gegenüber dem Draht, die elektrische Wellenenergie durch den weiten Umweg in den Käfig einzudringen vermag, indem die Wellen erst an der Aussenseite von γ längs wandern bis δ, hier auf der Innenseite von γ zurück, um auf diese Weise in den nicht völlig geschützten Käfig zu gelangen. Bezüglich der Folgerungen, die sich aus diesen Erscheinungen ergeben und im ersten Augen-

blick verblüffen, soweit die Bezeichnung Leiter und Nichtleiter (**111**) in Frage kommt, bemerkt Hertz jedoch ganz richtig:

Indessen kommt ein solches Paradoxon doch nur dadurch zustande, dass man die Angabe dessen unterschlägt, von dessen Leitung oder Nichtleitung man redet. Unzweifelhaft sind die Metalle Nichtleiter für die elektrische Kraft, eben dadurch zwingen sie dieselbe unter gewissen Verhältnissen, sich nicht zu zerstreuen, sondern zusammen zu bleiben und werden so Leiter des scheinbaren Ursprungs dieser Kräfte, der Elektrizität, auf welche sich die übliche Terminologie bezieht.

Auch sei an dieser Stelle bemerkt, dass Hertz vorsichtig genug war, in den später hinzugefügten Bemerkungen (vgl. No. 24) bei der Zusammenfassung seiner Arbeiten ausdrücklich zu betonen, dass die Vorstellung einer Strömung im Draht hierdurch aber nicht so stark berührt wird, als manche Forscher anzunehmen scheinen, indem er sagt:

Dass die Vorgänge im Drahte mit einem kontinuierlichen Kreislauf materieller Teilchen oder eines ad hoc angenommenen Fluidums verbunden seien, ist eine Hypothese, welche durch unsere Versuche weder bewiesen, noch ausgeschlossen wird, sondern auf welche sich unsere Versuche gar nicht beziehen. Wir haben weder ein Recht, noch ist es unsere Absicht, diese Hypothese auf Grund der vorliegenden Versuche zu bekämpfen.

Die (im Dezember 1888) anschliessende Arbeit „Über Strahlen der elektrischen Kraft“ war diejenige, welche in weiteren Kreisen das grösste Aufsehen erregte, sowie infolge des Schlagenden ihrer Beweisführung das Grundlegende und die Tragweite seiner Forschungsergebnisse den meisten Physikern erst deutlich zum Bewusstsein brachte. Indem er die unsichtbaren, aber durch die vorausgegangenen Arbeiten bereits ausgekundeten elektromagnetischen Wellen wie Lichtwellen behandelte, ihre geradlinige Ausbreitung mit Hilfe metallischer Schutzwände nachwies, ebenso ihre Reflexion an solchen als regelmässig, also *nicht* diffus, erkannte, ferner alle möglichen Reflexionsversuche mit Hilfe grosser, parabolischer Hohlspiegel bestätigte und endlich auch die Brechung mit Hilfe grosser dielektrischer Prismen auffand, vereinigte er nicht nur die Optik mit der Elektrizität zu einem „wahrhaft kaiserlichen“ physikalischen Reich, sondern löste gleichzeitig auch manche strittige Frage in beiden Gebieten. Von besonderer Wichtigkeit erscheint diejenige der Polarisation (des Lichtes), wozu er bemerkt:

Mit den in der gegenwärtigen Untersuchung benutzten Mitteln vermögen wir nur die elektrische Kraft wahrzunehmen. Die Schwingungen derselben erfolgen bei vertikaler Stellung der primären Schwingung unzweifelhaft in der durch den Strahl gelegten Vertikalebene und fehlen in der Horizontalebene. Nach den Erfahrungen, welche wir an langsam veränderlichen Strömen machen, können wir aber nicht zweifeln, dass die elektrischen Schwingungen begleitet sind von Schwingungen magnetischer Kraft, welche in der durch den Strahl gelegten Horizontalebene stattfinden und Null werden in der Vertikalebene. Die Polarisation des Strahles besteht also nicht sowohl darin, dass die Schwingungen in der Vertikalebene elektrischer, in der Horizontalebene magnetischer Natur sind. Die Frage schlechthin, in welcher von beiden Ebenen in unserem Strahl die Schwingung erfolge, ohne Angabe, ob man nach der elektrischen oder der magnetischen Schwingung frage, lässt eine Antwort nicht zu. Dass in dieser Überlegung auch die Resultatlosigkeit einer alten optischen Streitfrage begründet sei, ist wohl zuerst klar von Herrn Kolaček ausgesprochen worden.

Die letzte und gleichsam abschliessende Aufklärung über die Verteilung des elektrischen und magnetischen Feldes längs des Drahtes bei stehenden Wellen brachte (1891) die Arbeit: „Über die mechanischen Wirkungen elektrischer Drahtwellen“. Hierbei bediente er sich der von Lecher (1890) an-

gegebenen Anordnung, wie sie Fig. 223 erkennen lässt. Dem primären System AA', mit zwei vertikalen quadratischen Platten von 40 cm Seitenlänge als Kapazitäten an den Enden, welches wie früher (Fig. 205) in schwingenden Ausgleich versetzt wird, stehen zwei korrespondierende Platten BB' gegenüber, auf welche, mit Hilfe des von AA' ausgehenden elektrischen Wechselfeldes, Schwingungsstösse im Rhythmus der Primärschwingung ausgeübt werden, die sich längs der anschliessenden und im Abstand von 60 cm verlaufenden Paralleldrähte in Form von Schwingungsströmen ausgleichen. Zu einem gegebenen Primärsystem von bestimmter natürlicher Grundschwingung kann man die Drahtbahn empirisch so abgleichen bezw. abstimmen, dass eine übergelegte Brücke aa' die Bahn in zwei bei aa' aneinanderstossende Stromkreise mit derselben natürlichen Schwingungsdauer zerfällt, wie die des Systems AA' ist. Alsdann sind die stehenden Wellen infolge Resonanz (**199**) am kräftigsten, und es liegt nach der Theorie bei BB' und bei c ein Spannungsbauch, also hinsichtlich des elektrischen Feldes (oder auch der „elektrostatischen Kraft") ein Schwingungsbauch, bei aa' und bb' ein Schwingungsknoten; hingegen ein Strömungsbauch, also hinsichtlich des magnetischen Feldes (der elektrodynamischen Kraft) ein Schwingungsbauch bei aa' und bei bb', ein Strömungs- bezw. Schwingungsknoten bei BB' und c.

Nebenbei wäre zu bemerken, dass diese Anordnung von Lecher später (1891) die aus Fig. 224 erkennbare Abänderung durch Blondlot erfahren hat, die wegen der konzentrischen, also transformatorartig gewählten Anordnung von Primär- und Sekundärkreis mit Benutzung des magnetischen Wechselfeldes in mancher Beziehung noch wirksamer ist. (Über weitere Anordnungen siehe Wk. III b, 424 ff.)

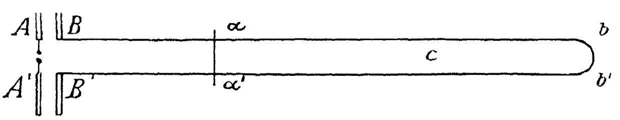


Fig. 223.

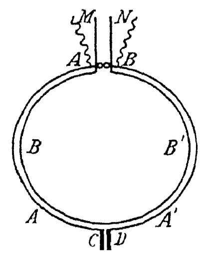


Fig. 224.

Um die Richtigkeit seiner Annahme über die räumliche Versetzung des elektrischen und des magnetischen Feldes bei stehenden Wellen experimentell zu erweisen, bediente sich Hertz hier zweier ponderomotorischer Wirkungen, die für messtechnische Zwecke bei dieser Gelegenheit wohl zum erstenmal Verwendung fanden. Für die Untersuchung der Stärke des elektrischen Feldes diente der in Fig. 225 dargestellte einfache Apparat, bestehend aus einem metallisch leitenden Körper in Stäbchenform (hier ein cylindrisches Röhrchen von Goldpapier), welcher isoliert und vor Luftzug geschützt aufgehängt, sowie mit kleinem Richtmagnet und Spiegel versehen, dem Bestreben, ein Minimum des dielektrischen Widerstandes (Maximum der Kapazität) herbeizuführen (**135**), etwas nachgeben konnte. Unter sonst gleichen Verhältnissen gab der Ausschlag a ein relatives Mass für die Stärke des elektrischen Feldes. Wurden, nach Abstimmung des Sekundärkreises auf Resonanzmaximum mit Hilfe dieses Apparates, die parallelen Drähte gegenüber dem Apparat allmählich verschoben, so ergaben sich, bei Teilung der Strecke

zwischen den Knoten a und b der Fig. 223 in zwölf gleiche Teile, für das Feldmaximum oder den Schwingungsbauch c die in Fig. 226 dargestellten Werte α. Rein sinusförmig ist die Schwingung also nicht.

Zur Untersuchung des magnetischen Feldes (Stärke der magnetischen Kraft) diente die ponderomotorische Wirkung der Kurzschlussströme in einem — ähnlich wie bei Fig. 225 angegeben — aufgehängten Aluminiumreif (vgl. Fig. 227). Wird dieser Reif von einem magnetischen Wechselfeld durchsetzt, so suchen die in ihm induzierten Wechselströme, nach den von E. Thomson zuerst beobachteten Erscheinungen (**275**), ein Minimum des magnetischen Kontrastes zwischen dem primären und dem sekundären Feld herbeizuführen, den Reif also hier senkrecht zur Leiterebene einzustellen. Entgegen diesem abstossenden Einfluss wirkt allerdings der vorher betrachtete anziehende Einfluss des elektrischen Feldes, so dass auch hier eine Sichtung der beiden Einflüsse erforderlich wird, was in allen solchen Fällen streng zu beachten ist. Durch Anbringung der Kompensationsleiter $a_1 b_1$ (vgl. Fig. 227) liess

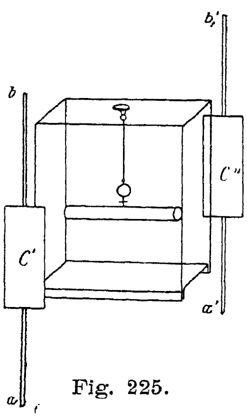


Fig. 225.

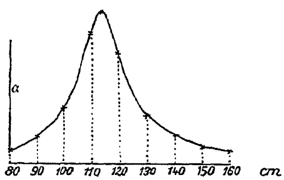


Fig. 226.

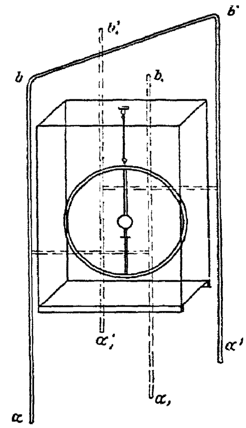


Fig. 227.

sich aber der Einfluss des elektrischen Feldes hier praktisch eliminieren, und alsdann zeigte sich ein deutliches Maximum der Abstossung in dem Strömungsbauch (Bauch der magnetischen Kraft) bei $b\,b'$ (vgl. Fig. 223).

Bei Verschiebung nach c zu nahm der Ausschlag fortgesetzt ab und zeigte daselbst ein Minimum (von vier Skalenteilen), das Hertz auf die Abweichung der Schwingung von der reinen Sinusform zurückführt. Das Verhältnis der beiden Wirkungen fasst er wie folgt zusammen:

Die mechanischen Wirkungen der elektrischen und der magnetischen Kraft erweisen sich, wie es der Theorie entspricht, im allgemeinen von gleicher Grössenordnung; das Überwiegen der einen oder der andern in jedem besonderen Falle ist wesentlich von den Verhältnissen der nächstbenachbarten Teile des Ringes und der festen Leitungen bedingt. Je mehr sich dieselben verschwindend dünnen Drähten nähern, desto mehr vermag die magnetische Kraft zur Geltung zu kommen, je breiteren Flächen sich dieselben zuwenden, desto mehr wird die magnetische von der elektrischen Kraft in den Hintergrund gedrängt. Schon aus den einfachen Beispielen von Leiterformen, welche wir zur näheren Untersuchung herausgehoben haben, geht hervor, dass ein beliebig gestalteter Leiter im Innern eines elektromagnetischen Wellenzuges verwickelte und nicht immer leicht verständliche Bewegungsantriebe erfahren muss.

204. Schwingungsdarstellung. Reibungsdämpfung nach Bjerknes.

Machen wir auf Grund dieser Untersuchungen von Hertz den Versuch, uns die Verhältnisse längs eines Drahtes zu veranschaulichen, der stehende elektrische Schwingungen führt bezw. leitet, so könnte dies etwa in der Weise erfolgen, wie Fig. 228 andeutet. *SS* würde den Stromleiter darstellen, während Richtung und Stärke der elektrischen Strömung an der Leiteroberfläche durch Pfeilrichtung und Dicke der Strömungsachse zum Ausdruck gelangt. Richtung und Stärke des elektrischen Feldes gelangen durch die Pfeillängen senkrecht zur Strömungsachse zum Ausdruck und sind dort ein Maximum, wo die Strömung am Leiter ein Minimum wird, also in Gestalt des Verschiebungsstromes in das umgebende Dielektrikum gleichsam vom Leiter abgesaugt ist. Richtung und Stärke des magnetischen Feldes ist in der üblichen Weise durch Bezeichnung und Abstand der durch die Papierebene hindurchtretenden Kraftlinien (Wirbelfäden) angedeutet und verläuft konform mit der Strömungsintensität am Leiter. Wegen des Wechsels der Richtung und der Intensität, oder des Wechselcharakters aller Grössen, sind bei stehenden Wellen, alle Wellenlinien pulsierend vorzustellen, um eine richtige Vorstellung zu erhalten. Unter Wahrung der Bauch- und Knotenstellen würden sie also um die Stromachse *SS* als Nulllinie schwingen, im Gegensatz zu den fortschreitenden Wellen, wo die Wellenlinien längs *SS* weiter wandern, also über einen zum Leiter feststehenden Punkt hinweglaufen. In der Darstellung der Fig. 228 ist zunächst von einer örtlichen Dämpfung längs des Stromleiters (**168** ff.) abgesehen, also von einer Absorption der Schwingungsenergie durch die Leiterumgebung, bezw. von einer Umsetzung in andere Energieformen, wenn man sie sich in demselben Zeitmomente längs der Leitung fortschreitend denkt.

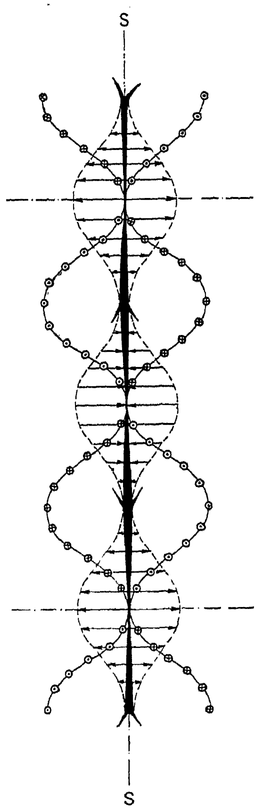


Fig. 228.

Die energetisch und technisch so wichtige Erscheinungsseite der Dämpfung, sowohl der zeitlichen als auch der örtlichen, wäre aber jetzt etwas näher zu betrachten. Zwar ist bereits früher der Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungserscheinungen behandelt worden (**168** und **195**), sowie gelegentlich der Unterscheidung der primären Funken in wirksame und unwirksame (**201**) ihre praktische Bedeutung für die Erregung von Schwingungen gestreift worden, in beiden Fällen ist aber in erster Linie die Reibungsdämpfung gemeint, also die Dämpfung, welche vom Ohmschen Stromkreiswiderstand herrührt. Diese muss naturgemäss vorhanden sein, ist aber vom praktischen Standpunkt aus — hier von demjenigen der Übertragung elektrischer Energie in Gestalt elektrischer Wellen — als schädlich zu bezeichnen. Die technisch nutzbare oder Strahlungsdämpfung, also die Abgabe elektromagnetischer Energie nach aussen, ihre Loslösung von dem Leiter und Hinaussendung in den Raum auf grosse Entfernungen, ist jedoch hinsichtlich Einfluss und Vorstellung noch näher zu betrachten.

Anfänglich von Hertz wenig beachtet, aber in den späteren Arbeiten (siehe **205**) näher behandelt, wurde die Grösse der Gesamtdämpfung, also der Reibungs- und Strahlungsdämpfung zusammen, zuerst für die oben (**203**) erwähnten Schwingungsanordnungen der Hertzschen Versuche von Bjerknes experimentell bestimmt (1891 Wied. Ann. 44, 74 und 513). Mit der Zeit als Abscisse graphisch dargestellt, wird sie für Kupferdrähte etwa durch Fig. 229 wiedergegeben; das ungefähre Dämpfungsverhältnis beträgt 1·2.

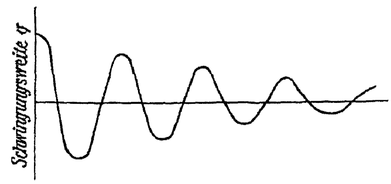


Fig. 229.

Besonderes Interesse beanspruchen auch die experimentellen Ergebnisse von Bjerknes (1892 Wied. Ann. 47, 69) über den Einfluss des Drahtmaterials auf die Dämpfung unter sonst gleichen Verhältnissen. Zunächst erfolgte eine Variation der Schwingungsdauer des primären Systems, um den Wert der besten Abstimmung (Resonanz) für die sekundären Kreise aus den verschiedenen Materialien zu ermitteln. In Fig. 230 sind diese Werte mit 1 bezeichnet und als Abscissen die Schwingungsdauern des primären Systems aufgetragen. Die Höhe der daselbst vorhandenen Kurven (Elektrometerausschläge an den offenen Enden des Sekundärkreises) geben zunächst ein Mass für den integralen effektiven Mittelwert eines Schwingungssatzes, wie ihn Fig. 229, oder auch Fig. 206 in der Zeit T_U darstellt. Ihr reziproker Wert liefert somit ein Mass für die Grösse der Dämpfung ($\varepsilon^{\alpha t}$). Trägt man diese Reziproke als Ordinate, den Ohmschen Widerstand des Sekundärkreises als Abscisse auf (vgl. Fig. 231), so erhält man für die „unmagnetischen" Materialien Kupfer (Cu), Messing (M), Neusilber (N), Platin (Pt) eine Abhängigkeit zwischen der Gesamtdämpfung und dem Ohmschen Widerstand, während die magnetischen Metalle Nickel (Ni) und Eisen (Fe) herausfallen und durch ihre aussergewöhnlich grosse Dämpfung wohl auf die Verluste durch Ummagnetisierung (**302**) hinweisen. Diese Ergebnisse, welche zugleich als Beweis dafür gelten können, dass der Ausgleich zum Teil auch im Innern des Leiters erfolgt, ermöglichten es V. Bjerknes (1893 Wied. Ann. 48, 592), eine experimentelle Untersuchung über die Tiefe des Eindringens der Wellen anzustellen. Indem er für den abgestimmten sekundären Leiter einen Kernleiter aus bestimmtem Material, etwa Eisen, wählte und diesen mit einer sehr dünnen Metallhaut von anderem Material, etwa Cu, überzog, konnte er bei allmählich wachsender Dicke des letzteren die Annäherung an einen Grenzwert bestimmen, bei welchem nur noch das Oberhautmetall für die Leitung in Betracht kam. Trägt man (vgl. Fig. 232) als Abscissen die Dicke der Oberhaut in tausendstel Millimeter auf, als Ordinaten die Strömungsintensität, welche noch durch den Kernleiter erfolgt (für Oberhautdicke 0 stets gleich 1 gesetzt), so liefert die

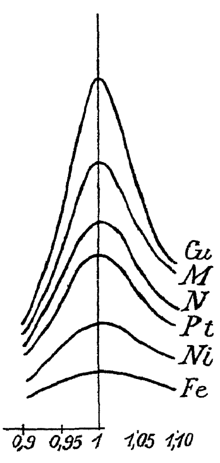


Fig. 230.

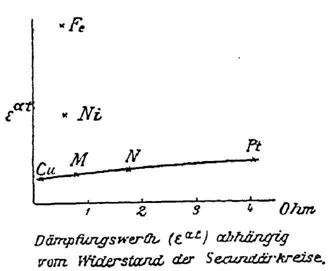


Fig. 231.

Steilheit der Kurven ein Mass für das Auslöschungs- oder auch Absorptionsvermögen des Oberhautmateriales. Diese Schirmwirkung gegen das Eindringen elektromagnetischer Wellen nimmt, wie die Kurven ohne weiteres erkennen lassen, mit der elektrischen Leitfähigkeit und mit der Magnetisierbarkeit zu.

Zu betonen ist übrigens, dass die von Bjerknes experimentell ermittelten Dämpfungswerte nur für die Lecher sche Anordnung gelten, bei welcher die Reibungsdämpfung überwiegt und die Strahlungsdämpfung zurücktritt (**206**).

205. Strahlungsdämpfung. H. Hertz. Arbeit 9.

Wenden wir uns jetzt im besondern der Strahlungsdämpfung zu, so entsteht zunächst die Frage, wie diese Energieabgabe von dem Leiter an das Dielektrikum, sowie die wellenartige Fortpflanzung durch das Dielektrikum, etwa die Luft, eigentlich in Übereinstimmung mit den im vorhergehenden betrachteten Untersuchungsergebnissen von Hertz vorzustellen sei. Dieser Punkt ist nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch (für die Wellentelegraphie und alles damit Zusammenhängende) von der grössten Bedeutung.

Hierüber hat Hertz selbst in der Arbeit (9): „Die Kräfte elektrischer Schwingungen behandelt nach der Maxwell schen Theorie" (**203**) äusserst wertvolle und interessante Anhaltspunkte gegeben, deren wichtigste Stellen zur Erläuterung seiner graphischen Konstruktionen hier folgen mögen, während bezüglich Ableitung der etwas komplizierten Formeln, welche der Konstruktion zu Grunde liegen, auf die Originalarbeit verwiesen sei (vgl. a. a. O. Seite 154 bis 161).

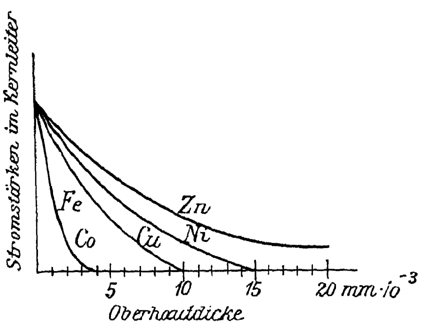


Fig. 232.

Begnügen wir uns, in den Fig. 233 bis 236 das Resultat einer solchen Konstruktion zu betrachten. Diese Figuren stellen die Kraftverteilung dar zu den Zeiten $t = 0$; $\frac{1}{4}\,T$; $^1/_2\,T$; $\frac{3}{4}\,T$; aber bei passender Umkehr der Pfeile auch für alle weiteren Zeiten, welche ganzzahlige Vielfache von $^1/_4\,T$ sind. Im Nullpunkt ist in richtiger Lage und ungefähr richtigem Grössenverhältnis die Vorrichtung angedeutet, durch welche in unsern früheren Versuchen die Schwingungen erregt wurden. Die Kraftlinien sind allerdings nicht völlig bis zu diesem Bilde fortgeführt, da ja unsere Formeln die Schwingung als unendlich kurz annehmen, daher in der Nachbarschaft der endlichen Schwingung unzulänglich werden.

Beginnen wir eine Erläuterung der Figuren mit Fig. 233. Hier ist $t = 0$, die Strömung ist im Zustande ihrer stärksten Entwickelung, aber die Pole der geradlinigen Schwingung sind nicht elektrisch geladen, es führen keine Kraftlinien auf dieselben zu. Solche Kraftlinien beginnen nun aber von der Zeit $t = 0$ an aus den Polen hervorzuschiessen, sie sind eingeschlossen in eine Kugel, welche einem Wert $Q = 0$ entspricht. In Fig. 233 ist diese Kugel allerdings noch verschwindend klein, aber sie vergrössert sich schnell und erfüllt zur Zeit $t = \frac{1}{4}\,T$ (Fig. 234) schon den Raum R_1. Die Verteilung der Kraftlinien im Innern der Kugel ist nahezu der Art, wie sie einer ruhenden elektrischen Ladung der Pole entspricht. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Kugelfläche $Q = 0$ vom Nullpunkt entfernt, ist zunächst weit grösser als $1/A$, in der That würde der letzteren Geschwindigkeit während der Zeit $\frac{1}{4}\,T$ nur der in der Figur angegebene Wert von $\frac{1}{4}\,\lambda$ entsprechen. In verschwindendem Abstand vom Nullpunkt ist die Geschwindigkeit der Ausbreitung sogar unendlich. Diese Erscheinung ist es, welche wir in der alten Ausdrucksweise durch die Aussage darstellten, dass sich der mit der Geschwindigkeit $1/A$ fortschreitenden Induktionswirkung eine mit unendlicher Geschwindigkeit fortschreitende elektrostatische Kraft superponiere. Richtiger deuten wir wohl im Sinne unserer Theorie die Erscheinung, indem wir bemerken, dass im Grunde die sich bildende Welle nicht

lediglich den Vorgängen im Nullpunkt ihre Entstehung verdankt, sondern aus den Zuständen des ganzen umgebenden Raumes hervorgeht, welch letzterer nach unserer Theorie der eigentliche Sitz der Energie ist. Wie dem auch sei, die Fläche $Q = 0$ breitet sich weiter mit einer Geschwindigkeit aus, welche mehr und mehr auf $1/A$ herabsinkt, und erfüllt zur Zeit $t = \frac{1}{2} T$ (Fig. 235) den Raum R_2. Nunmehr ist die elektrostatische Ladung der Pole in ihrer grössten Entwickelung, die Zahl der Kraftlinien, welche auf die Pole zuführen, erreicht ihren Maximalwert. Bei weiterem Fortschreiten der Zeit treten keine weiteren Kraftlinien aus den Polen hervor, vielmehr beginnen die vorhandenen sich wieder in den schwingenden Leiter zurückzuziehen, um dort als elektrische Kraftlinien zu verschwinden, ihre Energie aber in magnetische Energie umzuwandeln. Hierbei tritt ein eigentümliches Verhalten ein, welches aus Fig. 236 ($t = \frac{3}{4} T$), wenigstens in seinen Anfängen deutlich zu erkennen ist. Die Kraftlinien nämlich, welche sich am meisten vom Nullpunkt entfernt haben, erhalten bei dem Bestreben, sich zusammenzuziehen, eine seitliche Einbiegung, und indem diese Einbiegung sich mehr und mehr gegen die z-Achse zusammenzieht, schnürt sich von jeder der äusseren Kraftlinien eine in sich geschlossene Kraftlinie ab, welche selbständig in den Raum fortschreitet, während der Rest der Kraftlinien in den schwingenden Leiter zurücksinkt.

Die Zahl der zurückkehrenden Kraftlinien ist also ebenso gross, wie die Zahl der ausgegangenen, ihre Energie aber ist notwendig um die Energie der abgeschnürten Teile vermindert. Dieser Energieverlust entspricht der Strahlung in den Raum. Infolge desselben müsste die Schwingung bald zur Ruhe kommen, wenn nicht fremde Kräfte im Nullpunkte die verlorene Energie ersetzten. Indem wir die Schwingung als ungedämpft einführten, haben wir das Vorhandensein solcher Kräfte stillschweigend unterstellt. In Fig. 233, zu welcher wir nunmehr zur Zeit $t = T$ zurückkehren, indem wir uns die Pfeile umgekehrt denken, erfüllen die abgeschnürten Teile der Kraftlinien den Kugelraum R_4, während die von den Polen ausgehenden Kraftlinien vollständig verschwunden sind. Aber neue Kraftlinien brechen aus den Polen hervor und drängen die Kraftlinien, deren Entstehung wir verfolgten, in den Raum R_5 (Fig. 234) zusammen. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, wie nun weiter diese Kraftlinien in den Raum R_6 (Fig. 235), R_7 (Fig. 236), R_8 (Fig. 233) gelangen. Mehr und mehr gehen dieselben in eine reine Transversalwelle über und verlieren sich als solche in der Entfernung. Das beste Bild vom Spiel der Kräfte würde man erhalten, wenn man die Zeichnungen für noch kleinere Zeitabstände herstellte und dieselben auf einer stroboskopischen Scheibe befestigte.

Eine nähere Betrachtung der Figuren ergiebt, dass für solche Punkte, welche weder in der z-Achse noch in der xy-Ebene liegen, die Richtung der Kraft sich von Augenblick zu Augenblick ändert. Stellen wir daher die Kraft für einen Punkt in üblicher Weise durch eine von dem betrachteten Punkt ausgehende Linie dar, so oscilliert der Endpunkt dieser Linie während der Schwingung nicht etwa in einer Geraden hin und her, sondern beschreibt eine Ellipse. Um zu erfahren, ob es Punkte giebt, für welche diese Ellipse nahezu in einen Kreis übergeht, in welchen also die Kraft ohne wesentliche Änderung ihrer Grösse die Richtungen der Windrose durchläuft, superponieren wir zwei der Zeichnungen, welche Zeiten entsprechen, die um $^1/_2\, T$ voneinander entfernt sind, z. B. Fig. 233 und 235 oder 234 und 236. Für Punkte, wie wir sie suchen, muss offenbar das Liniensystem der einen senkrecht dasjenige der andern schneiden und die Abstände der Linien der einen Figur denen der Linien der anderen gleich werden. Die kleinen Vierecke, welche durch den Schnitt der beiden Systeme entstehen, müssen also für die gesuchten Punkte Quadrate werden. Es lassen sich nun in der That Gebiete der gesuchten Art bemerken; dieselben sind in Fig. 233 und 234 durch kreisförmige Pfeile angedeutet, deren Richtung zugleich die Drehungsrichtung der Kraft angiebt. Die punktierten Linien sind zur Erläuterung eingetragen, dieselben gehören den Liniensystemen der Fig. 235 und 236 an. Übrigens findet man, dass die Kraft das hier geschilderte Verhalten nicht allein in den angegebenen Punkten zeigt, vielmehr in dem ganzen streifenförmigen Gebiet, welches von jenen Punkten ausgehend die Nachbarschaft der z-Achse bildet. Doch nimmt in dieser Richtung die Kraft so schnell an Grösse ab, dass nur in den hervorgehobenen Punkten ihr eigentümliches Verhalten auffällig werden kann.

Das beschriebene, von der Theorie geforderte Kraftsystem kann nun einer unvollkommenen und noch nicht durch die Theorie geleiteten Beobachtung ganz wohl sich in der Weise darstellen, welche ich in einer früheren Arbeit geschildert habe. Zwar lassen jene Beobachtungen bei weitem nicht alle verwickelten Einzelheiten erkennen, aber sie ergeben das Wesentliche der Verteilung richtig. Nach Beobachtung wie nach Theorie

ist die Verteilung der Kraft in der Nähe der Schwingung ähnlich der elektrostatischen Verteilung; nach Beobachtung wie nach Theorie breitet sich die Kraft wesentlich in der Äquatorialebene aus und nimmt hier anfangs schnell, dann langsam ab, ohne in

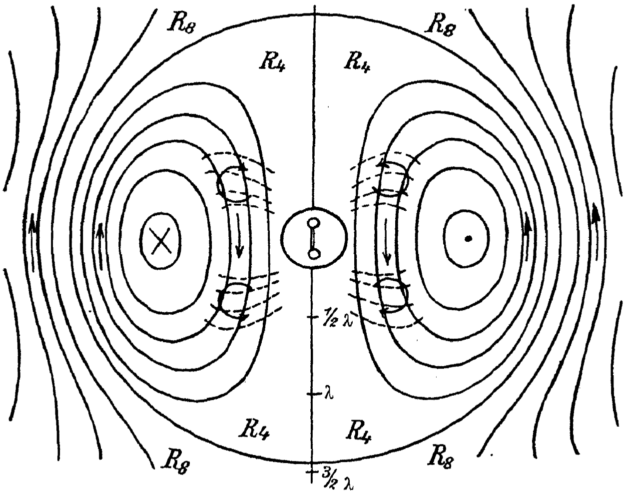


Fig. 233.

einer mittleren Entfernung Null zu werden; nach Beobachtung wie nach Theorie ist die Kraft in der Äquatorialebene, der Achse und in grossen Entfernungen von beständiger Richtung und wechselnder Grösse, während sie in zwischenliegenden Punkten weniger ihre Grösse, als vielmehr ihre Richtung ändert.

Während die Schwingung arbeitet, schwankt die Energie durch die Kugelflächen, welche den Nullpunkt umgeben, aus und ein. Durch jede Kugelfläche aber tritt während einer Schwingungsdauer mehr Energie aus, als in die Kugelfläche zurücktritt, und zwar

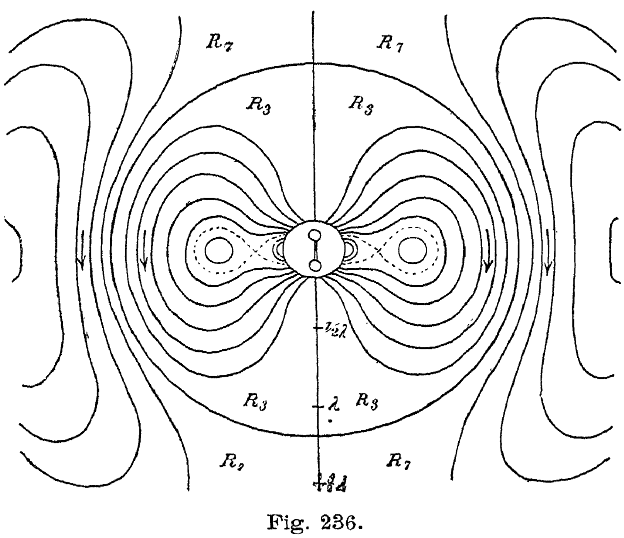


Fig. 236.

für alle Kugelflächen der gleiche Betrag. Dieser Betrag stellt den während der Schwingungsdauer durch Strahlung erlittenen Energieverlust dar. Wir können ihn leicht berechnen für Kugelflächen, deren Radius r schon so gross ist, dass wir die vereinfachten

Formeln anwenden dürfen. Es wird nämlich während des Zeitelementes dt durch eine Kugelzone, welche zwischen Θ und $\Theta + d\Theta$ liegt, austreten die Energie:

$$dt \cdot 2\pi r \sin \Theta \cdot r d\Theta \cdot {}^1/_4\, \pi A \cdot (Z \cdot \sin \Theta - R \cos \Theta) \cdot P.$$

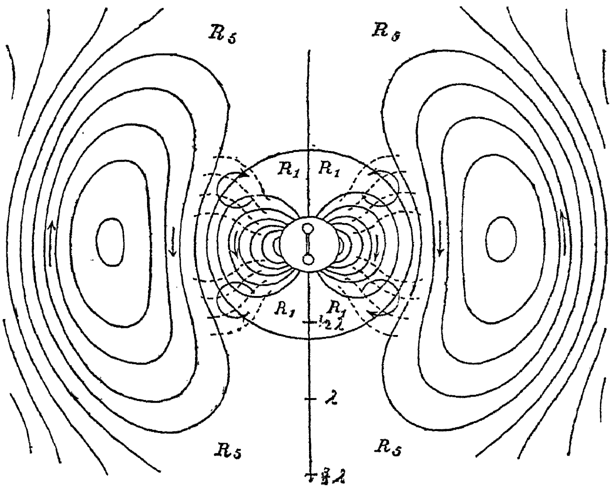


Fig. 234.

Setzen wir hierin für Z, P, R die für grosse r gültigen Werte und integrieren nach Θ von 0 bis π und nach t von 0 bis T, so ergiebt sich, dass durch die ganze Kugel während jeder halben Schwingung austritt die Energie:

$$\tfrac{1}{3} E^2 l^2 m^3 n T = \pi^4 E^2 l^2 / 3 \lambda^3.$$

Suchen wir hieraus eine angenäherte Schätzung der Verhältnisse zu gewinnen, welche bei unseren wirklichen Versuchen vorlagen. In denselben luden wir zwei Kugeln von

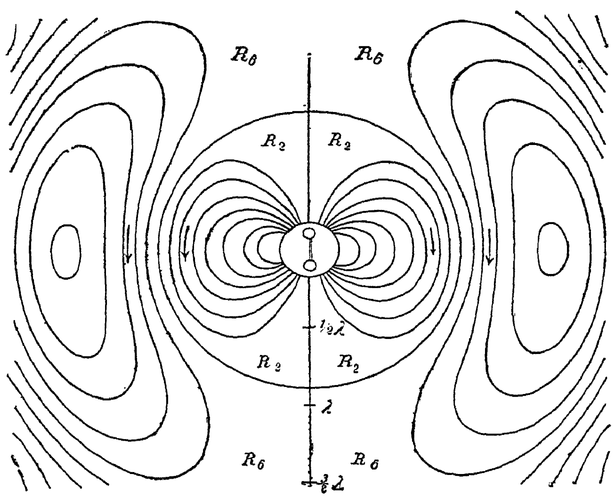


Fig. 235.

15 cm Radius in entgegesetztem Sinne zu einer Schlagweite von etwa 1 cm. Schätzen wir die elektrostatische Potentialdifferenz zwischen den beiden Kugeln hiernach zu 120 $gr^{1/2}\, cm^{1/2}\, sec^{-1}$, so war jede Kngel auf das Potential $\pm 60\ gr^{1/2}\, cm^{1/2}\, sec^{-1}$ geladen,

und es war also $E = 15 \times 60 = 900$ gr.$^{1/2}$ cm$^{3/2}$ sec^{-1}. Der Gesamtvorrat von Energie, welchen die Schwingung bei ihrem Beginne besass, betrug darnach $2 \times {}^1/_2 \times 900 \times 60 = 54\,000$ g cm^2 sec^{-2}, entsprach daher etwa der Energie, welche ein Grammgewicht nach dem Fall durch 55 cm erreicht hat. Es war weiter die Länge der Schwingung $l = 100$ cm näherungsweise und die Wellenlänge etwa gleich 480 cm. Daraus ergiebt sich der Energieverlust in der halben Schwingungsdauer zu etwa 2400 g cm^2 sec^{-2}. Es erhellt, dass schon nach elf halben Schwingungen die Hälfte der Energie auf Strahlung verausgabt sein musste. Die schnelle Dämpfung, welche die Erscheinungen an unseren Schwingungen erkennen liessen, war also schon durch die Strahlung notwendig bedingt und konnte nicht fehlen, selbst wenn der Widerstand der Leiter und des Funkens zu vernachlässigen gewesen wäre.

Eine Energieabgabe von 2400 g cm^2 sec^{-2} in 1,5 Hundertmillionteln Sekunde entspricht einer Arbeitsleistung von 22 Pferdekräften. Mindestens in dieser Fülle müsste der primären Schwingung Energie zugeführt werden, wollte man trotz der Strahlung die erregten Schwingungen dauernd mit gleicher Intensität erhalten. Während der ersten wenigen Schwingungen entspricht die Intensität der Strahlung in etwa 12 m Abstand vom primären Leiter der Intensität der Sonnenstrahlung auf der festen Erdoberfläche.

206. Weitere Ausbildung und drahtlose Telegraphie.

Der cyklische Vorgang, welchen die Fig. 233, 234, 235, 236; 233, 234 u. s. f. darstellen, und die Abstossung der Energiewellen durch eine gleichsam quallenartige Bewegung der elektrischen Kraftlinien werden in ähnlicher Weise bei allen Leitungssystemen stattfinden, die elektrische Wellen führen. Berücksichtigt man z. B. bei Fig. 228, dass die dielektrische Verschiebung aus dem Draht in das angrenzende Dielektrikum nach den früheren Vorstellungen (**65**) nicht blind enden kann, sondern einen äusseren Schluss der elektrischen Kraftlinien von den „positiv geladenen“ Teilen nach den „negativ geladenen“ — sei es direkt, sei es durch Vermittlung benachbarter Leiter bezw. der Erde — erfordert, so müssen sich hier bei Hinzuziehung des pulsierenden Wechsels auch ähnliche Verhältnisse ergeben, wie die oben betrachteten. Dasselbe gilt streng genommen von allen elektrischen Wechselfeldern, und die Energiemenge, welche nach aussen, also in Strahlungsform, bei jeder Einzelschwingung abgegeben wird, ist von der Anordnung der korrespondierenden Leiteroberflächen abhängig, welche als Kapazität fungieren. Je offener diese Anordnung ist, also je weiter jene Leiteroberflächen voneinander abstehen, desto grösser wird, unter sonst gleichen Verhältnissen bezüglich Resonanz und dergleichen, die Basis der ausgehenden Welle sein, und damit auch die ausgesendete oder ausgestrahlte Energiemenge, ein Moment, das sich praktisch bei der Wellentelegraphie in der Höhe der Aufhängung des Leiterendes bezw. des Mastes ausspricht.

Die von Hertz geschaffene Grundlage unserer Kenntnis von dem Verhalten der elektrischen Wellen hat neuerdings unter Vorantritt von Marconi eine weitere Ausbildung nach der technischen, also quantitativen Seite hin erfahren. Die nutzbare Verwendung der Strahlungsdämpfung in der drahtlosen Telegraphie (vgl. Bd. XII) wird einmal nach Seite der möglichst kräftigen Wellen hin arbeiten, um möglichst grosse Entfernungen überwinden, also die zur Auslösung der Kohärerwirkung erforderliche Wellenenergie durch möglichst dicke dielektrische Zwischenschichten (Luft) fortpflanzen zu können, trotz der unvermeidlich auftretenden Dispersion; ein zweites Mal wird ihr Bestreben dahin gehen, möglichst reine Zeichen zu übermitteln, also unzweideutige Auslösungen zu erreichen, eine Seite, die offenbar mit dem Verlauf und der Form der ausgesendeten Welle zusammenhängt.

Aus beiden Momenten erklären sich auch, nach Marconis Übersetzung der Hertzschen Erscheinungen ins Praktische, die zahlreichen „Systeme“

der Senderanordnungen. Diese Systeme schliessen entweder, wie das von MARCONI, unmittelbar an die Anordnung von HERTZ bezw. deren Umbildung in RIGHIS Oscillator an (vgl. *S* in Fig. 237; weiteres siehe Bd. XII, 304), oder es liegt ihnen, wie bei BRAUNS Anordnung (vgl. hierzu ETZ 1901, 258 sowie Ph. Z. III, 143 ff.), eine Abänderung der TESLA-Anordnung zu Grunde (vgl. Fig. 205 sowie Fig. 238), welche das Prinzip von BRAUNS induktiver Sendererregung erkennen lässt. Als Hauptunterschied dieser von BBAUN angegebenen Anordnungen (vgl. ETZ 1901, 258 und 469) gegenüber jenen MARCONIS ist der Umstand anzusehen, dass sich bei BRAUN die Luftstrecke (Funkenstrecke) im Primärkreis, und nicht wie bei MARCONI im Sekundärkreis des Senders, genauer im Nebenschluss zum Sender, befindet. Die Wirksamkeit der BRAUNschen Anordnung für die drahtlose Telegraphie mit verhältnismässig grossen Mengen (**205**; **207**) abzugebender Energie, also starker Strahlungsdämpfung durch den ungeteilten Sendedraht (vgl. Fig. 238), beruht offenbar in der Möglichkeit, die primär erforderlichen Energiemengen mit Hilfe der

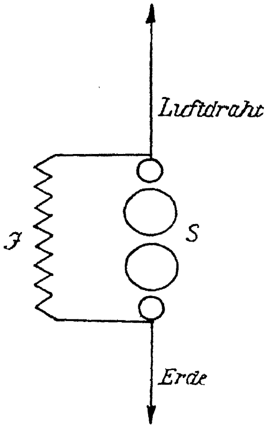


Fig. 237.

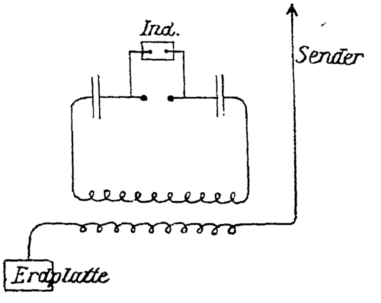


Fig. 238.

Transformation nachschaffen zu können, was nicht der Fall ist bei reiner Resonanz, die zu grosse Labilität bei Energieabgabe oder sekundärer Belastung des resonierenden Systems aufweist (**147**; **157**).

Wie es scheint, wird durch die Resonanz neben der Spannungserhöhung noch eine grössere Reinigung oder Filtrierung der zur Aussendung gelangenden elektromagnetischen Wellen erzielt. Die Anordnung von ARCO-SLABY arbeitete daher auch hauptsächlich nach Richtung der Resonanzvervollkommnung durch sorgfältiges Abstimmen der beiden korrespondierenden Teile, Kapazität (vgl. *AA'* in Fig. 216) und Selbstinduktion im Kreise der Primärschwingungen. Neuerdings hat SLABY (vgl. ETZ 1902, 165 sowie 254) die Verhältnisse bei den elektrischen Schwingungen an Drähten, namentlich an gradlinigen, nochmals messend verfolgt, und seine Ergebnisse, obwohl in allen wesentlichen Punkten mit denjenigen der HERTZschen Versuche übereinstimmend, stellen für die Grundlage der Funkentelegraphie eine praktisch wertvolle Zusammenstellung der einschlägigen elektrophysikalischen Erscheinungen dar.

Eine neuere Untersuchung von M. Wien „Über die Verwendung der Resonanz bei der drahtlosen Telegraphie“ (vgl. ETZ 1902, 781) unterscheidet in Übereinstimmung mit den oben erwähnten zwei Richtungen die beiden Hauptklassen: einmal Überwiegen der „Koppelung“ gegenüber der Dämpfung, wobei unter Zurücktreten der Resonanz eine „explosionsartige“ Aussendung von Energie erfolgt und eine Zeichengebung auf weite Entfernungen ermöglicht; ein zweites Mal Überwiegen der Dämpfung gegenüber der „Koppelung“ mit starker Verminderung der Amplitude im sekundären System, aber Möglichkeit einer ausgebildeten Resonanz, also einer auswählenden (selektiven) Telegraphie auf kleinere Entfernungen. Die schematische Anordnung bei der elektromagnetischen Koppelung nach Art eines Transformators giebt Fig. 239, hingegen diejenige der direkten Braunschen Koppelung des Senders Fig. 240.

Neben diesen Ausbildungen des Erscheinungsgebietes der elektrischen Wellen, welche immer weiter in das Technische, damit aus dem Bereich

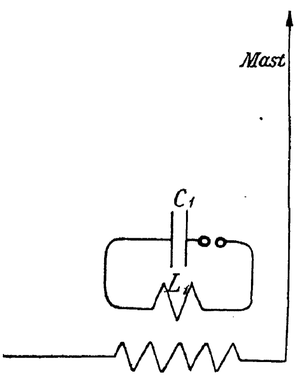


Fig. 239.

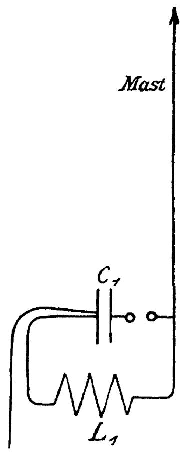


Fig. 240.

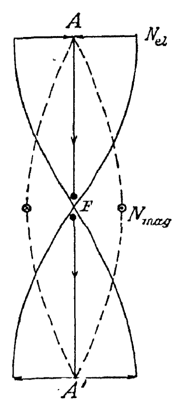


Fig. 241.

dieses Bandes heraus- und in denjenigen von Bd. XII hinüberführen, sind auch für das elektrophysikalische Gebiet, namentlich für die Demonstration der elektrischen Wellen, Bereicherungen aus der Steigerung der Wellenerscheinungen mit Hilfe der elektrischen Resonanz erzielt worden.

Für ein tieferes Verständnis aller Resonanzerscheinungen, wie sie die verbesserte drahtlose Telegraphie benutzt, ist es wichtig, sich klar zu machen, dass jeder Draht, sei er gerade oder spulenförmig aufgewickelt, infolge seiner verteilten Kapazitäts- und Selbstinduktionseigenschaften (**115**; **183**) ein Schwingungssystem im elektrischen Sinne mit bestimmter natürlicher Eigenschwingung darstellt (**193**). Wird nun ein solcher Draht mit einem Ende an einen anderen (primären) elektrischen Schwingungskreis mit rhythmischen Entladeschwingungen so angeschlossen (vgl. hierzu Fig. 244), dass das Ende an einen Punkt starker Spannungsschwankungen (Spannungsbauch) zu liegen kommt, so wird jener Draht von diesem primären Schwingungskreis gleichsam elektrisch angestossen oder auch angeblasen (vgl. hierzu **266**). Lässt sich die Schwingungsdauer des primären Schwingungskreises in hinreichend weiten Grenzen variieren und auf die natürliche Schwingungsdauer

des angeschlossenen (angeblasenen) Drahtes „abstimmen" (**199**), so können im letzteren sehr hohe Resonanzspannungen ohne eigentliche Transformation (siehe **146**) hervorgerufen werden mit allen ihren weiteren Folgeerscheinungen.

Verteilt man die Kapazität des Systems, welche in Fig. 216 noch in *AA'* konzentriert ist, längs eines gleichförmigen Drahtes (Fig. 241), so liegt in Übereinstimmung mit den früheren Ausführungen (**199** bis **203**) auch bei dieser elektrisch ganz offenen Anordnung der Strömungsbauch bei *F*, falls das System auf eine halbe Wellenlänge, also jeder Draht *AF* bezw. *A'F* auf eine Viertelwellenlänge abgestimmt wird. Diesem Maximum der Leiterströmung bei *F*, der Funkenstrecke, bezw. der Erde bei der Anordnung nach Braun oder Tesla, entspricht ein Maximum der Spannung oder ein Spannungsbauch an den offenen Enden *AA'* des Drahtes (vgl. hierzu auch Fig. 228). Dieser Wellenbauch des elektrischen Feldes (Spannungsbauch) zeigt sich auch in gleicher Weise, wenn der Draht nicht gerade geführt, sondern zwecks besserer Hantierung grösserer Längen in Spulenform aufgewunden wird. Die mit verbesserter Resonanz des Systems (**199**) wachsende Weite dieses Spannungsbauches lässt sich augenfällig machen, also ins Sichtbare übersetzen, wenn man kleine Hilfsspitzen an verschiedenen Punkten längs der Leitung anbringt, und die an diesen erzielten Glimmlichtentladungen als Mass für die daselbst vorhandene Stärke des elektrischen Feldes benutzt. Fig. 242 (aus ETZ 1901, 580) stellt die von Seibt aufgenommene Photographie einer solchen abgestimmten Spule bei schwingender Entladung dar und lässt das wellenartige Anwachsen des elektrischen Feldes bis zum Maximum am Ende gut erkennen.

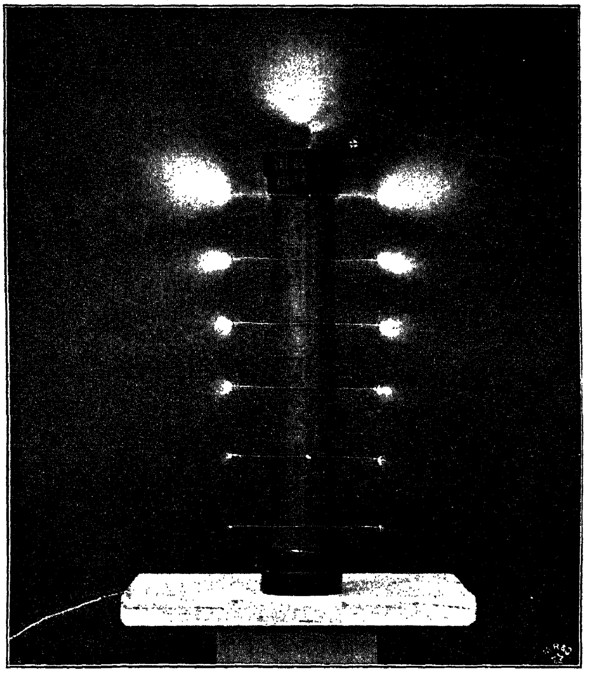


Fig. 242.

Macht man den an die Hochspannungsspule *S* des Induktoriums (vgl. Fig. 205 in **200**) angeschlossenen primären Schwingungskreis *C*, *L*, *F* veränderlich (hauptsächlich durch Variation des Wertes von *L*, wie dies etwa Fig. 243 mit der von der Firma F. Ernecke ausgeführten Seibtschen Anordnung nebst Schema derselben in Fig. 244 erkennen lässt, vgl. Ph. Z. IV, 99 bezw. ETZ 1903, 105 ff.), so kann man für eine Spulenwickelung *R*, welche bei *P* mit ihrem einen Ende elektrisch angeschlossen wird, durch Veränderung der Windungszahl von *L* bezw. des Wertes von *C* und der Funkenstrecke *F* eine Abstimmung des Primärkreises auf die angeschlossene Spule herbeiführen. Diese Abstimmung lässt sich leicht so weit treiben, dass die rhythmischen Impulse des Primärkreises die Resonanz-

spannungen in der Spule auf solche Höhe bringen (**199**), dass sie an den Spannungsbäuchen deutlich sichtbare Entladungen gegen einen geerdeten Draht (vgl. Fig. 245) zur Folge haben. Hierdurch lassen sich die kurzen elektrischen Drahtwellen, welche man bisher nur in verdünnten Gasräumen durch Glimmlichtentladungen in ihrem ganzen Verlauf augenfällig zu machen vermochte, auch direkt in Luft von Atmosphärendruck, also von verhältnismässig hoher dielektrischer Festigkeit (**128**), mit ihren Bäuchen und Knoten, d. h. ihren Dimensionen, gleichsam fassbar darstellen, wie Fig. 245 erkennen lässt.

Tesla ist schon seit mehreren Jahren wieder auf sein früheres Gebiet der Erzeugung technisch verwertbarer Wechselfelder durch schwingende Ent-

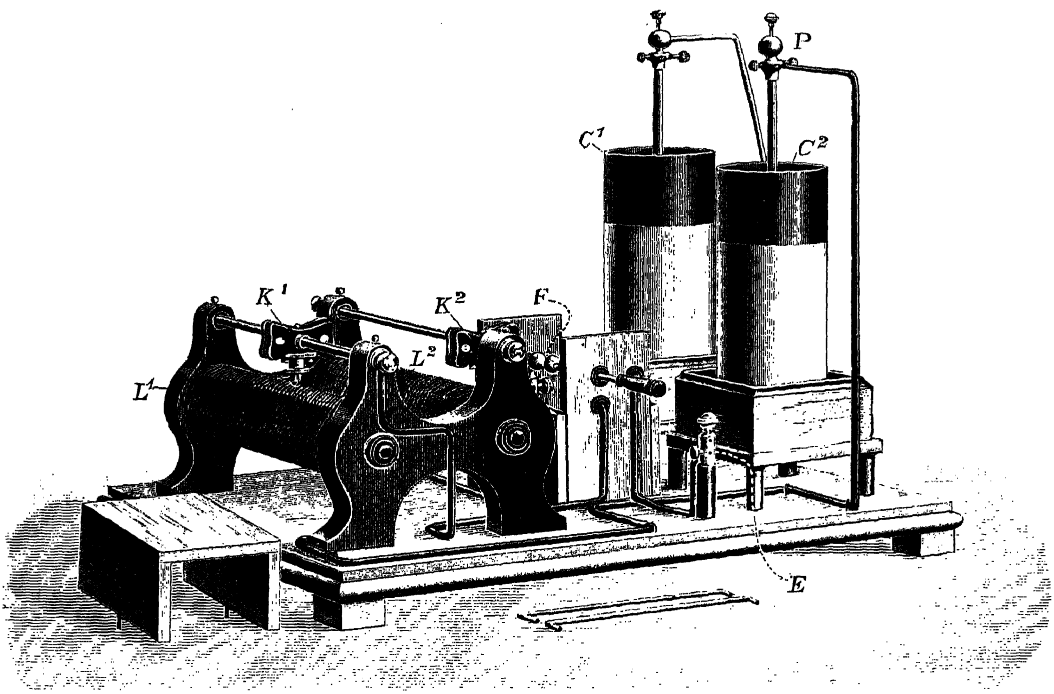


Fig. 243.

ladungen zurückgekehrt. Diesmal aber soll die Verwertung nicht in Richtung der Erregung von Glimmlichtlampen für Beleuchtungszwecke (**200**), sondern der drahtlosen Telegraphie auf grosse Entfernungen, wenn möglich sogar der drahtlosen Arbeitsübertragung erfolgen. Zunächst sind die beiden irdischen grossen Oceane für solche elektrische Überbrückungen in Aussicht genommen, während für die Zukunft das noch etwas phantastischere Objekt einer Zeichenverständigung mit etwaigen Marsbewohnern vorgemerkt ist mit der Kapazität Mars — Weltraum — Erde als Ausgangspunkt. Mag man über derartige Projekte der praktischen Verwertung denken, wie man wolle, soviel steht fest, dass die Vorarbeiten Teslas einige sehr beachtenswerte und interessante Ergebnisse in der quantitativen Ausbildung der Schwingungserscheinungen ergeben haben. Durch Anwendung sehr grosser Apparate und — was hier die Hauptsache ist — sehr sorgfältiger Abstimmung der Versuchsglieder hat

TESLA Entladungsfunken bis auf 15 m erzielt, also jedenfalls durch Resonanz eine bisher auf anderem Wege noch nicht erreichte Höhe der Wechselspannungen und der künstlichen Nachbildung von Blitzen, wenn man auch der angegebenen Zahl von Millionen Volt gegenüber sich vielleicht etwas zweifelnd verhalten mag. Zwei Aufnahmen[1]) derartiger Entladungen in TESLAs Arbeitsraum zeigen die Fig. 246 und 247, welche noch ungleich stärkere Wirkungen durch Abstimmung der sichtbaren Selbstinduktionsspulen erkennen lassen, als die Fig. 242 und 245. Bemerkt sei noch, dass nach TESLA für die Überwindung grösserer Entfernungen nicht die Länge der Basis der elektrischen Halbwelle, genauer die Höhe der benutzten Drahtaufhängung, ausschlaggebend ist, also nicht Stärke und Abstand der elektrischen Bäuche bezw. Felder, sondern die Intensität der Wechselströmung am elektrischen Knoten, d. h. an der Verbindung mit der Erde, so dass die eigentliche Übertragung durch die Erde hindurch nach dem fernen Punkte hin stattfindet. Hiernach bildet die ganze zwischengeschaltete Erdstrecke den Spannungs**knoten** (vgl. Fig. 242 bei *F*) bezw. den Strömungs**bauch**. Diese auch von BRAUN diskutierte Anschauung gründet sich zum Teil auf die sehr viel günstigeren Erfahrungen, welche die drahtlose Telegraphie von der Meeresküste aus geliefert hat, was von den Vertretern dieser Ansicht der besseren Leitfähigkeit des Meerwassers zugeschrieben wird, bezw. der geringeren Dämpfung in diesem Fall.

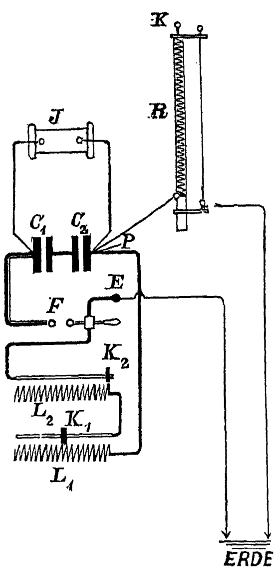


Fig. 244.

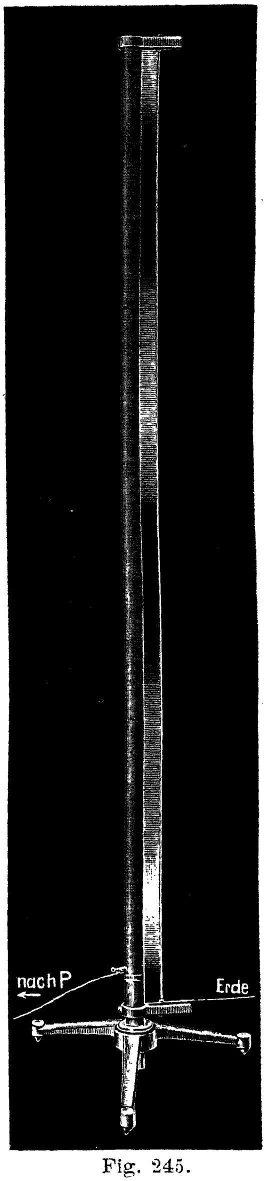


Fig. 245.

207. Strahlungsdämpfung und Reibungsdämpfung.

Ehe auf das wichtige Verhältnis zwischen Reibungsdämpfung und Strahlungsdämpfung eingegangen sei, möge nochmals auf die Ausbreitungsverhältnisse der elektromagnetischen Wellenenergie, oder auf ihre Loslösung von dem führenden Draht bezw. der schwingenden Leiteranordnung hingewiesen sein. Wie Fig. 233 bis 236 in **205** erkennen lassen, welche den Übergang zu räumlichen Verhältnissen liefern, wenn man die Rotation jeder Figur um die vertikale Achse in Gedanken vornimmt, stellt jede Halbwelle der Energie nach ihrer Loslösung vom Leiter (von

1) Dieselben wurden mir von Herrn SCHARF, einem früheren Assistenten TESLAs, freundlichst zur Verfügung gestellt.

Fig. 233 anfangend) einen im Durchmesser wachsenden zylindrischen Ring vor, dessen feststehende Achse mit dem ausstrahlenden Leiter zusammenfällt. Jeder derartige Ring stellt nach seiner Loslösung vom Leiter einen dielektrischen Verschiebungsring dar, bei welchem die elektrischen Kraftlinien (Verschiebungsbahnen) nicht mehr, wie vorher, auf den beiden korrespondierenden Leiterflächen (Kapazitätsbelegungen) enden (**80**), sondern in sich geschlossen völlig im Dielektrikum verlaufen (vgl. die Pfeilbahnen in Fig. 233 bis 236).

Der Wechsel von Richtung und Intensität, ausgedrückt durch die elektrische Kraftliniendichte längs der horizontalen Mittellinien in Fig. 233 bis

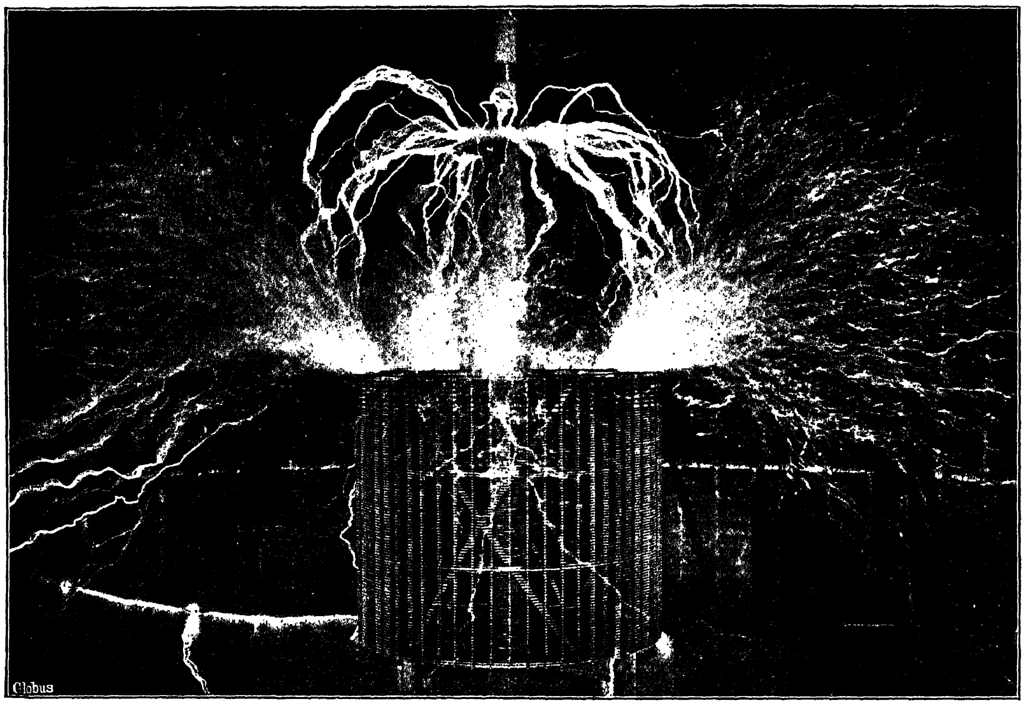


Fig. 246.

236, liefert die elektrische Verschiebungswelle im Raume oder das räumliche Nebeneinander der Zustände in der Welle der „elektrischen Kraft“. Jeder Verschiebungskanal in Hohlringform (vgl. Pfeilbahnen der Figuren) muss aber nach Maxwells Auffassung die Qualität einer elektrischen Strömung besitzen, also mit magnetischen Kraftlinien verkettet sein. Daraus folgt, dass der ringförmige Kern der Verschiebungsbahnen, d. h. die Minima des elektrischen Feldes der Welle, die Maxima ihres magnetischen Feldes bilden, wobei die magnetische Kraftlinie im Schwerpunkt der magnetischen Welle die Papierebene bei den Figuren senkrecht durchsetzt und, wie z. B. in Fig. 233 angedeutet, in der Insel auf der linken Seite vom Beschauer weg, in der Insel auf der rechten Seite auf ihn zu verläuft. Hiermit möge man Fig. 216 in **201** vergleichen, sowie die Ausführungen in **69**, woraus die Richtung des Wirbelns bei den „Wirbelfäden“, also hier auch die Richtung der untrennbar damit verbundenen dielektrischen Verschiebung sich

im Uhrzeigersinn ergiebt, wenn man längs der magnetischen Kraftlinie blickt. Die gegenseitige Verkettung der beiden Kraftlinienfelder und die früheren experimentellen Ergebnisse von Hertz (vgl. Fig. 216) sind also völlig im Einklang mit diesen Vorstellungen über die Wellenaussendung. Ebenso erklärt sich sehr gut aus dem wachsenden Umfang der dielektrischen Verschiebungsringe das früher (**201**) Gesagte von dem Überwiegen der „magnetischen (elektro-dynamischen) Kraft“ oder der magnetischen Feldwirkung in grösseren Entfernungen, senkrecht zur primären oder aussendenden Schwingungsbahn. Dieselben Überlegungen gelten, wie schon gesagt, für jeden Leiter, der elektrische Schwingungen führt, auch wenn keine Funkenstrecke

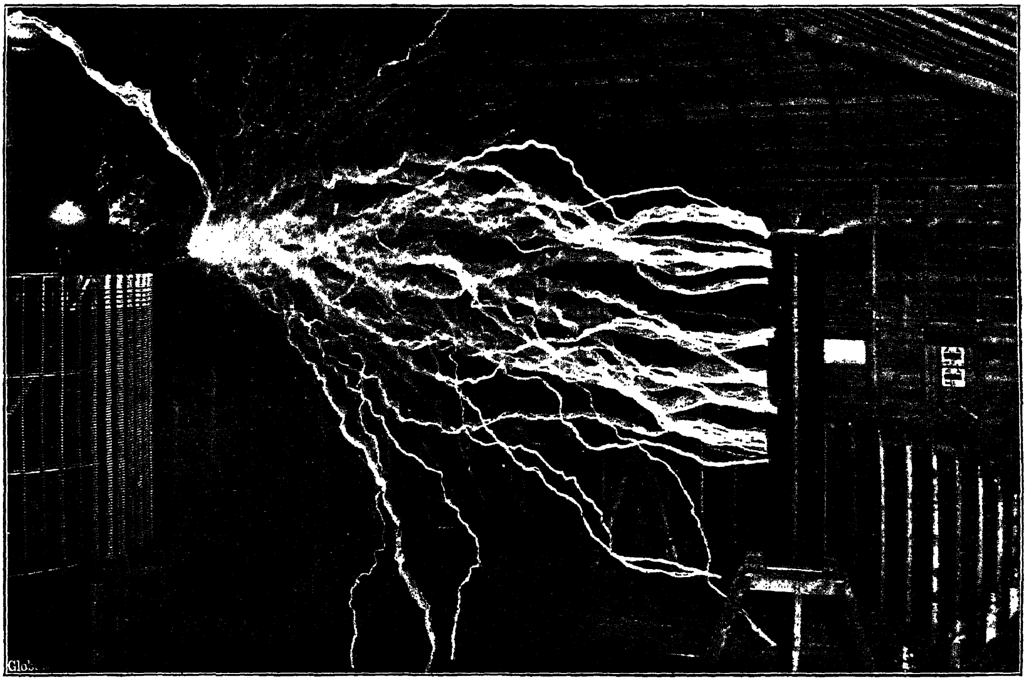


Fig. 247.

in ihm vorhanden ist, somit auch für sekundäre Sender nach Braun bezw. Tesla (**206**).

Eine Betrachtung über die Abgabe von Schwingungsenergie als „nutzbare Dämpfung“ bei der Anordnung des Senders nach Hertz wurde bereits früher (**204**) angeführt. Für Schwingungen in Drähten ohne Funkenstrecken ist nun das Verhältnis der Reibungs- zur Strahlungsdämpfung theoretisch und praktisch von grossem Interesse.

Die früher erwähnten experimentellen Versuche von Bjerknes mit der Leiteranordnung nach Lecher (Fig. 223 in **203**) beziehen sich auf Anordnungen mit einem verhältnismässig stark geschlossenen elektrischen Feld, insofern die elektrischen Kraftlinien des einen Drahtes durch den anderen gebunden werden, etwa wie bei einem Kondensator mit drahtförmigen Belegungen (vgl. hierzu über die Kapazität von parallelen Fernleitungen Fig. 53 in **115**). Hierdurch wird die Strahlungsdämpfung relativ klein, die Reibungsdämpfung

relativ gross, worauf auch die von BJERKNES erhaltenen Resultate hinzuweisen scheinen. Diese Anordnungen sind zwar günstig, um Störungen durch Reflexion an den Wänden des Zimmers möglichst zu vermeiden (202), nicht aber massgebend für die Verhältnisse bei der drahtlosen Telegraphie mit einem einzigen, frei schwingenden Draht, der die in Fig. 241 schematisch dargestellte Feldverteilung aufweist. Für diesen Fall ist das Verhältnis der Dämpfungen von M. ABRAHAM (vgl. 1901 Ph. Z. II, 329) untersucht worden. Hiernach beträgt die Energie A_s, welche in der Zeit einer ganzen Schwingung $\left(\tau = \frac{4\,l}{c \cdot n}\right)$ dem Felde des oscillierenden Drahtes entzogen wird,

$$A_s = \frac{2\,l}{n} \cdot a^2 \cdot C_n\,(\mathrm{I}),$$

wobei $C_n\,(\mathrm{I}) = 2{\cdot}44$ für die Grundschwingung $n = \mathrm{I}$, während a die konstant gehaltene Amplitude der Stromschwankungen in den Strombäuchen bezeichnet, l die Drahtlänge und c die Lichtgeschwindigkeit. Obwohl die Strömung von Querschnitt zu Querschnitt wechselt (vgl. Fig. 228 in 204), so kann man für die gesamte schwingende Energie des magnetischen Feldes (182)

$$A = \tfrac{1}{2} \cdot L \cdot J^2$$

doch wohl angenähert die mittlere Amplitude, also $\frac{a^2}{2}$ für $\frac{J^2}{2}$ einsetzen und erhält

$$A = \tfrac{1}{2}\,L \cdot a^2.$$

Setzt man wegen Beschränkung der Strömung auf die Oberflächenschicht für den Selbstinduktionskoeffizienten L den Wert (183)

$$L = 2\,l\left[ln\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) - \frac{1}{4}\right]$$

ein, wobei ϱ den Drahtradius bezeichnet, so folgt für den prozentualen Dämpfungsverlust an Energie $\frac{A_s}{A}$ bei einer Schwingung

$$\frac{A_s}{A} = \frac{2}{n} \cdot \frac{C_n\,(I)}{\left[ln\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) - \frac{1}{4}\right]}$$

und für das logarithmische Dekrement (195) der Schwingungsamplitude

$$\sigma_n = \frac{1}{n}\,\frac{C_n\,(I)}{\left[ln\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) - \frac{1}{4}\right]}.$$

Für den konkreten Fall eines geraden Drahtes von $l = 50$ m Länge und $\varrho = 0{\cdot}5$ mm Radius, also 1 mm ∅, folgt für die (natürliche) Grundschwingung ($n = 1$) als Strahlungsdekrement angenähert

$$\sigma_1 = \frac{2{\cdot}44}{12{\cdot}2} = 0{\cdot}2 = \frac{1}{5}.$$

Das Dekrement der Dämpfung infolge Reibungswiderstandes, also Absorption der Wellen längs des Drahtes, unter Überführung der elektrischen Energie in Drahterwärmung, kann man auf Grund einer Näherungsformel

von A. SOMMERFELD (1899, WIED. Ann. 67, 233 bis 290) berechnen, wonach für das logarithmische Reibungsdekrement σ' der Grundschwingung sich ergiebt

$$\sigma_1' = \frac{1{\cdot}1}{\varrho} \sqrt{\frac{4\,\mu\, l}{k}} \cdot 10^{-7},$$

wenn μ die magnetische Permeabilität des Drahtes bezeichnet, also hier für Kupfer gleich 1 zu setzen ist, und k die Leitfähigkeit in CGS-Einheiten, also $k = 6 \cdot 10^{-4}$. Hieraus folgt

$$\sigma_1' = \frac{1{\cdot}1 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{6 \cdot 10^{-4}}} = 0{\cdot}013 \sim \frac{1}{80}.$$

Bei dieser offenen Anordnung des Sendedrahtes überwiegt also ganz bedeutend die nutzbare oder Strahlungsdämpfung, da die Umsetzung der Schwingungsenergie in Drahtwärme die Amplitude a der Stromstärke erst nach 80 Schwingungen auf den Wert

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{2{\cdot}718}$$

reduzieren würde, während dies infolge ausgestrahlter Energie bereits nach fünf Schwingungen der Fall ist. Hieraus würde auf einen relativ hohen elektrischen Wirkungsgrad der jetzt meist üblichen Sendevorrichtungen bei der drahtlosen Telegraphie zu schliessen sein.

C. Die elektrischen Leiter.

In den beiden vorausgehenden Abschnitten sind die verschiedenen Formen der elektrischen Ausgleichvorgänge betrachtet worden, ohne auf die materiellen Eigenschaften der elektrischen Leiter, welche die Ausgleichbahn ganz oder zum Teil bilden, näher Rücksicht zu nehmen. Diese Seite der Erscheinungen soll im folgenden Abschnitt behandelt werden. **208.** *Einleitung. Vorstellungen über Leitungsmechanik.*

Als erste Frage drängt sich hierbei auf: Worin besteht die elektrische Leitung überhaupt, und wieviele Arten der elektrischen Leitung sind zu unterscheiden? Schon früher (**36**) wurde darauf hingewiesen, dass die Vorstellung des Leitungsvorganges zu den schwierigeren und noch dunkleren Gebieten der Elektrophysik gehört, und dies wird beim Überblick über die gegenwärtig benutzten Hilfsvorstellungen (**42**; **79**) durch die völlige Verschiedenartigkeit derselben besonders augenfällig. Andererseits ist durch den gegenwärtigen Stand der Jonenhypothese insofern eine Vereinfachung eingetreten, als durch sie die früher getrennt behandelten Gebiete der Leitung von oder in Flüssigkeiten und der Leitung von oder in Gasen eine so weitgehende Annäherung erfahren haben, dass für die grundlegende Unterscheidung der Leitungsarten bezw. der Leitungsmechanik an Stelle der Dreiteilung wohl vorerst eine Zweiteilung zu wählen wäre. Wenn man auch wegen der quantitativen Unterschiede und mit Rücksicht auf die Aggregatzustände gut thut, die frühere Einteilung der Leitung in festen, in flüssigen und in gasförmigen Körpern beizubehalten, so wird hinsichtlich der Vor-

stellungen, also der Leitungsmechanik, doch jetzt eine Zusammenfassung der beiden letzten Teile gegenüber dem ersten Platz zu greifen haben. Sehen wir von dem Schwingungsausgleich vorläufig ab, ebenso von den hiermit zusammenhängenden (nichtmateriellen) elektrischen Ausgleichvorstellungen, wie sie in **72** ff., oder auch **42** (vgl. Hypothese von Grätz) angeführt sind, und behalten wir der grösseren Anschaulichkeit wegen die materielle Vorstellung der Elektrizitätsleitung bei, wie sie die Hilfsvorstellungen von Maxwell, oder auch die von Nernst als Elektronentheorie bezeichneten Auffassungen (**79**) liefern, so können wir nach dem neueren Stand der Jonenhypothese etwa folgende Unterscheidung der beiden Hauptleitungsarten vornehmen:

Die metallische Leitung, welche angenähert zusammenfällt mit der Leitung in festen Körpern, wäre hiernach ähnlich wie das Strömen einer Flüssigkeit in einem Rohr- bezw. Zellensystem (**64**) vorzustellen, d. h. in kontinuierlichen oder zusammenhängenden Strömungsfäden erfolgend. Die elektrolytische Leitung, oder allgemeiner die Jonenleitung in Flüssigkeiten und Gasen hingegen wäre als ein Vorgang der Fortführung (Konvektion) von tropfenartig (atomig) abgegrenzten Elektrizitätsmengen anzusehen, die den Ausgleichvorgang ruckweise gestalten, infolge eines Aus- bezw. Abstossens von der Elektrode, das sich in gewissen Zeitabständen immer wiederholt. Am besten dürfte sich die Verschiedenheit der Mechanik, wie gesagt, durch die beiden verschiedenen Formen des Wasserausgleichs analogisieren lassen, nämlich durch den kontinuierlichen Wasserfaden bezw. -strom einerseits, durch die Tropfenform, also den abgerissenen bezw. durch nichtwässrige (nichtelektrische) Trennungsschichten unterbrochenen Ausgleichvorgang andererseits. Diese Analogie würde auch sogleich auf die Möglichkeit der Überführung des einen in den andern Vorgang bei gemischtem Kreislauf hinweisen, wie ihn etwa die Elektronenvorstellung annimmt (**250**). Noch vollkommener würde allerdings das obige Bild für die Leitung durch Elektrolyse, wenn man sich an Stelle der Wassertropfen Wasserbläschen für den konvektiven Ausgleich vorstellen würde, um den materiellen Kern der Jonen, welcher die elektrische Ladung führt, noch zur Darstellung zu bringen. Der nichtelektrische Kern könnte natürlich gegenüber der „elektrischen Ladung" auch hier alle Grössenordnungen bis herab gegen Null, also zu den ganz oder nahezu rein elektrischen Tropfen (Elektronen) besitzen.

Ob und inwieweit diese rein materielle Vorstellung, welche die weitgehendste Vereinheitlichung des Leitungsvorganges anstrebt und im Grunde alle Leitungsvorgänge in qualitative Übereinstimmung bringt, sich als haltbar erweist, kann nur die zukünftige Entwickelung der Elektrophysik lehren, im gegenwärtigen Stand derselben kann jene Vorstellung jedenfalls als Hilfsvorstellung wertvolle Dienste leisten, weshalb sie auch für die Beschreibung im folgenden Abschnitt beibehalten werden soll.

Es ist aber nicht ohne Interesse, auch die halb materielle, halb kinetische Auffassung der verschiedenen Leitungsvorgänge sich hier kurz zu vergegenwärtigen, wie sie die Vereinigung der Jonentheorie auf dem Gebiet der elektrolytischen Leitung (in Flüssigkeiten und Gasen) mit der kinetischen Auffassung der metallischen Leitung verlangt. Bei der Hypothese nach Grätz (**42**) würde man sich etwa vorzustellen haben, dass die zwischen den Elektroden tropfenförmig bewegten Jonenladungen durch ihren Aufprall auf die Elektroden, als die Enden der metallischen Leiterstrecke, in dieser mole-

kulare Erzitterungen fortpflanzen, welche uns als elektrischer Strom erscheinen und dessen weitere Wirkungen bedingen. Nach dieser Vorstellung wäre also auch der konstante Gleichstrom nicht als streng kontinuierlicher Ausgleichvorgang, sondern nur als stationärer Erzitterungsstrom längs der metallischen Leiterbahn anzusehen, dessen Konstanz sich aus der Übereinanderlagerung vieler nebeneinander und rasch nacheinander erfolgender Antriebsstösse der einzelnen Elektrizitätstropfen an bezw. von der Endelektrode ergiebt.

Wenden wir uns zunächst der metallischen Leitung zu, so kommt in erster Linie der Materialkoeffizient in Frage, der als spezifisches Leitvermögen (k), bezw. spezifischer Widerstand $\left(\varrho = \frac{1}{k}\right)$ das elektrische Verhalten der verschiedenen Materialien charakterisiert. Da dieser Koeffizient in allen Fällen von der Temperatur des Leitungsmateriales abhängig ist, weniger, oder häufig praktisch gar nicht von den sonstigen Umgebungsverhältnissen des Materiales, so wird er naturgemäss stets in Zusammenhang mit der Temperatur zu behandeln sein, was innerhalb gewisser Grenzen durch Angabe des Temperaturkoeffizienten, also der prozentualen Änderung (α_k bezw. α_ϱ) von k oder ϱ in Richtung und Grösse bei Zunahme der Materialtemperatur um 1^0 C. geschehen kann. **209.** Materialkoeffizient der Leitung; seine Formulierung.

Vor dem Eingehen auf diese Koeffizienten der verschiedenen Materialien ist es aber notwendig, die Einheit der Beziehung klarzustellen. Hierbei sind hauptsächlich zwei Arten des Vorgehens zu unterscheiden. Entweder kann man ein Normalmaterial benutzen, auf welches man alle übrigen bezieht, ähnlich wie man dies z. B. bei den spezifischen Gewichten verschiedener Materialien thut. Das spezifische Gewicht erscheint hierbei als unbenannte Zahl, welche das Verhältnis der Gewichte angiebt zwischen einem beliebigen Volumen des Materiales und dem genau übereinstimmenden Volumen des Normalsubstrates, nämlich reines (destilliertes) Wasser unter bestimmten, genau festgesetzten Seinsbedingungen. Dieses Vorgehen, auf das Gebiet des elektrischen Widerstandes bezw. Leitvermögens übertragen, benutzt nach dem Vorgang von W. Siemens (**40**) das reine (destillierte) Quecksilber bei 0^0 C. als Normalmaterial, bei welchem also $\varrho = k = 1$ ist. Es liefert als spezifischen elektrischen Widerstand (ϱ_{Hg}) diejenige unbenannte Zahl, welche angiebt, um wievielmal grösser bei Normalverhältnissen, namentlich hinsichtlich Temperatur, der Ohmsche Widerstand $\left(R = \frac{l \cdot \varrho}{q} \text{ Widerstandseinheiten}\right)$ des betreffenden Materiales ist in einer beliebigen, aber genau bestimmten Gestalt, als der Ohmsche Widerstand R_1 einer genau gleichgestalteten Leiterstrecke aus Normalmaterial, also Quecksilber. Die benutzten Widerstandseinheiten sind hierbei ganz gleichgiltig, wenn sie nur in beiden Fällen dieselben sind, da sie bei den auf Hg bezogenen Werten, also

$$\varrho_{Hg} = \frac{R}{R_1} \text{ bezw. } k_{Hg} = \frac{1}{R} : \frac{1}{R_1} = \frac{R_1}{R},$$

wieder herausfallen. Die Angabe der Materialkoeffizienten in dieser Art war früher allgemein in der Elektrophysik üblich, und ist es zum Teil jetzt noch, wird aber gegenwärtig immer mehr von dem zweiten Vorgehen verdrängt, das namentlich in der Elektrotechnik bald nach hinreichend sicherer Durchführung der absoluten Ohmbestimmung das üblichere wurde.

Bei diesem Vorgehen benutzt man zur Angabe der Materialkoeffizienten, welche auf die elektrische Leitung Bezug haben, nicht ein Normalmaterial als Bezugseinheit, sondern Normaldimensionen für l und q in der OHMschen Widerstandsformulierung

$$R = \frac{l}{q} \cdot \varrho.$$

Man misst also den elektrischen Widerstand R in internationalen Ohm, welchen das betreffende Material von dem Volumen $l \cdot q$ in einer Leitungsstrecke von ganz genau bestimmten Dimensionen l und q (bei bestimmten Seinsbedingungen) darbietet; hieraus ergiebt sich der spezifische Widerstand ϱ, bezogen auf jene Normaldimensionen, zu

$$\varrho = R \cdot \frac{q}{l} \text{ Einheiten,}$$

also in diesem Falle nicht als unbenannte Zahl, auch nicht in Ω, sondern der Dimension nach in Ohm $\times$ Längeneinheit. Als Einheiten für R wird jetzt, wie gesagt, allgemein das internationale Ohm $= 10^9$ CGS-Einheiten (40) benutzt. Für die Normaldimensionen $\frac{q}{l}$ sind aber wiederum zwei verschiedene Fälle zu unterscheiden:

1. Man wählt, unter möglichstem Anschluss an die Einheiten des CGS-Systems, $q = 1$ cm^2 und $l = 1$ cm, also für R den elektrischen Widerstand, den 1 cm^3 des betreffenden Materiales in Würfelform darbietet. Alsdann erhält man ϱ' in Ohmcentimeter (Dimension: $10^9\ C^2\ S^{-1}$) bezw. Mikrohm · cm ($10^3\ C^2\ S^{-1}$), falls man unbequem viele Nullen hinter dem Komma zu vermeiden wünscht. So ist z. B. bei 0° C. der spezifische Leitungswiderstand ϱ' von reinem Quecksilber $= 0{\cdot}94073 \cdot 10^{-4}$ Ohm . cm oder 94·073 Mikrohm · cm, was besagt, dass der elektrische Widerstand von 1 cm^3 Hg in Würfelform sich bei 0° C. zu 0·000094073 Ω ergiebt.

2. Man wählt gleichfalls das Materialvolumen von 1 cm^3 als Einheit, jedoch in der praktisch wichtigeren Leitergestalt von $q = (0{\cdot}1 \text{ cm})^2 = 1$ mm^2 und $l = 1$ m $= 1000$ mm. In diesem Fall erhält man

$$= \left(\frac{mm^2}{m}\right) = 1{\cdot}10^{-3} \text{ mm} = 1\ \mu.$$

Bezeichnet man den dergestalt sich ergebenden Materialkoeffizienten mit ϱ und misst R in internationalen Ohm, so erhält man

$$\varrho \text{ in } \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right) \text{ oder } \Omega \cdot \mu,$$

also Ohm · Mikroneinheiten (Dimension: $10^5\ C^2\ S^{-1}$). Da alsdann der Quotient $\frac{q}{l}$ um 10000 mal kleiner ist, als im Falle 1, so folgt

$$\varrho = 10000\ \varrho',$$

oder der in Ohm · Mikron ausgedrückte spezifische Materialkoeffizient (ϱ) gleich 10^4 mal dem in Ohm · cm ausgedrückten (ϱ') und gleich 10^{-2} mal dem in Mikrohm · cm ausgedrückten (ϱ''). Nach dem Vorgehen von 2 wäre also für Quecksilber von 0° C. ($l = 1$ m, $q = 1$ mm^2) der spezifische Wider-

standskoeffizient $\varrho_0 = 0{\cdot}94073\ \Omega \cdot \mu$ (Ohm · Mikron), was besagt, dass der Widerstand von 1 cm³ *Hg* in der Gestalt eines Fadens von 1 m Länge und 1 mm² Querschnittt 0·94073 Ω beträgt.

Benutzt man den zu ϱ reziproken Begriff des spezifischen Leitvermögens k in der praktisch am meisten benutzten Formel

$$R = \frac{l}{q \cdot k},$$

oder auch an Stelle des OHMschen Widerstandes R in Ω denjenigen der Konduktanz (**149**) K in Mho ($\mho$), so folgt aus

$$K = \frac{q \cdot k}{l}$$

$$k = \frac{l}{q} \cdot K = \frac{l}{q \cdot R}.$$

Für das Vorgehen im Falle 1 ergiebt sich also die (spezifische) Leitfähigkeit eines Materiales k' in Mho · cm^{-1} (Dimension: $10^{-9}\, C^{-2}\, S^1$), also z. B. für *Hg* bei 0° C. ist

$$k_0' = \frac{1}{\varrho_0'} = 10630\ \mho \cdot \mathrm{cm}^{-1}.$$

Für das Vorgehen im Falle 2 hingegen ergiebt sich k in Mho · μ^{-1} (Dimension: $10^{-5}\, C^{-2}\, S^1$), also z. B. für *Hg* ist

$$k_0 = \frac{1}{\varrho_0} = 1{\cdot}0630\ \mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right).$$

Praktisch hat sich in der Elektrotechnik der Gebrauch herausgebildet (vgl. Sicherheitsvorschriften des V. D. E.), die (spezifische) Leitfähigkeit k eines Materiales, also 1 cm³ desselben in der Gestaltung von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt, ohne die vorstehende Benennung

$$\mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right) = \mho \cdot \mu^{-1}$$

zu benutzen, und ausserdem als Normaltemperatur nicht die etwas ausserhalb der gewöhnlich vorhandenen Verhältnisse liegende Temperatur 0° C., sondern 15° C. zu wählen. Unter stillschweigender Ergänzung der Dimension von $\mho \cdot \mu^{-1}$ spricht man also kurzweg z. B. von Kupfer mit der (spezifischen) Leitfähigkeit 58, wodurch man ausdrücken will, dass für dieses Leitungsmaterial $k_{15} = 58\ \mho \cdot \mu^{-1}$ beträgt, was besagt, dass eine Leitungsstrecke von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 15° C. ein Leitvermögen von 58 (internationalen) Mho oder, was dasselbe ist, einen Widerstand von $\frac{1}{58}\ \Omega$ besitzt. Die Thatsache, dass praktisch weit mehr mit dem spezifischen Leitvermögen k als mit dem reziproken Begriff $\varrho = \frac{1}{k}$ operiert wird, erklärt sich wohl sehr einfach daraus, dass es sich bei den weitaus am häufigsten gebrauchten Leitungsmaterialien sehr viel bequemer und übersichtlicher mit ganzen zweistelligen Zahlen, z. B. 58, rechnet als mit Dezimalwerten, wie 0·01725.

I. Metallisch leitende Materialien.

210. Leitfähigkeit von Metallen; beonders gereinigte Metalle. Für die Zahlenwerte k bezw. ϱ gelten zunächst allgemein ganz ähnliche Überlegungen, wie sie bereits bei einer anderen Materialkonstanten, nämlich der Dielektrizitätskonstanten $\varkappa$, angestellt wurden (**120**), und es sei nur noch einmal ausdrücklich auf den Umstand hingewiesen (**36**), dass die übliche Materialbezeichnung, wie Kupfer, Eisen, nur einen ungefähren Anhalt für diese Koeffizienten gewährt, vielmehr umgekehrt diese Koeffizienten in Verbindung mit denjenigen für die übrigen Materialeigenschaften zur näheren Definierung oder Kennzeichnung des Materiales heranzuziehen sind. Diese Koeffizienten stimmen unter sich um so weniger überein, je weniger rein die betreffenden Materialproben sind. Aus diesem Grunde möge folgende Reihenfolge in der Angabe der Werte von k bezw. ϱ eingehalten werden. Unter Voranstellung der Metalle seien zunächst die von verschiedenen Forschern gefundenen Werte von k_{Hg} (**209**) angeführt, wenn bei Herstellung der Materialproben ganz besonderes Gewicht auf deren Reinheit gelegt wurde. Hierbei wäre das Hauptaugenmerk auf die trotzdem gefundenen Differenzen zu richten, um daraus Schlüsse ziehen zu können auf die Grösse der Schwankungen von k bei „käuflich reinen" Metallen und weiterhin der käuflichen Materialien ohne den besonderen Zusatz „rein".

Wegen der praktischen Wichtigkeit der „käuflich reinen" Metalle sollen deren ungefähre Werte in einer besonderen Tabelle zusammengestellt werden, unter Nebeneinanderstellung der praktisch wichtigsten Ausdrucksweisen dieses Materialkoeffizienten, ferner ihre Temperaturkoeffizienten a innerhalb der Grenzen 0^0 bis 100^0 C. Was die letzteren anlangt, so wird gleichfalls aus praktischen Gründen sich eine Dreiteilung in der Betrachtung empfehlen, nämlich die Änderung des elektrischen Widerstandes erstens innerhalb der praktisch wichtigsten Temperaturgrenzen zwischen 0^0 und 100^0 C., zweitens bei Temperaturen über 100^0 bis hinauf zu den höchsten, drittens bei Temperaturen unter 0^0 C. bis hinab zu den tiefsten erreichbaren Temperaturen. Der Einfluss von „Verunreinigungen" eines Materiales führt bei Kenntnis der verunreinigenden Metalle und ihres Prozentualgehaltes kontinuierlich hinüber zu den Legierungen und zu ihrem elektrischen Verhalten. Die kurze Behandlung der übrigen Einflüsse auf die Änderung des elektrischen Widerstandes, sowie seine Beziehung zur Wärmeleitung hätte die Betrachtung der Metalle abzuschliessen. Die metallische Leitung von Nichtmetallen würde hierauf zu dem Grenzgebiet zwischen metallischer und elektrolytischer Leitung und zu der letzteren hinüberleiten.

Die Grösse und die Unterschiede der Werte von k_{Hg}, also der Leitfähigkeit bei 0^0 C. bezogen auf reines Quecksilber von 0^0 C., bei sorgfältig gereinigten Materialien, verschiedenen Beobachtern und verschiedenen Messmethoden, zeigt Tabelle I. Zu derselben ist noch zu bemerken, dass die Zahlen von Matthiessen und v. Bose (1862, P. A. 115, 362) mit Hilfe der Wheatstonebrücke, diejenigen von Bénoit mit Hilfe des Differentialgalvanometers, die Zahlen von Oberbeck (1887 Wied. Ann. 31, 792) mit Hilfe der Induktionswage, diejenigen von H. F. Weber aus der Dämpfung schwingender Magnetnadeln abgeleitet sind. Ausserdem sind die bei den Werten von Matthiessen und v. Bose gleichzeitig zwischen 0^0 C. und 100^0 C. beob-

achteten Änderungen von k zur Berechnung der Temperaturkoeffizienten nach der Formel

$$k_t = k_0 \, (1 - \alpha t + \beta t^2)$$

benutzt worden. Zur bequemeren Vergleichung wurden die in die Formel eintretenden Werte α_k bezw. β_k mit 1000 bezw. 1 000 000 multipliziert in die Tabelle eingesetzt und die Dezimalen, welche so wie so keine allgemeinere Bedeutung beanspruchen können, abgerundet (vgl. hierzu auch Wd. I, 523 ff., ferner Wk. III a, 271, sowie LANDOLT u. BÖRNSTEIN).

Tabelle I.

Werte k_{Hg} bei **gereinigten** Metallen bezogen auf Quecksilber = 1·000.

Material	Matthiessen und v. Bose	Bénoit	H. F. Weber	Oberbeck	$10^3 \cdot \alpha_k$	$10^6 \cdot \beta_k$
Silber (hart) . . .	60·39	—		—	3·83	9·85
„ (weich) . .	65·64	55·86		54·87	3·83	
Kupfer (hart) . .	60·36	—		—	3·67	9·01
„ (weich) .	61·70	—		—	3·67	
Gold (hart)	47·07	—		—	3·67	8·44
„ (weich) . . .	47·92	—		—	3·67	
Aluminium (weich)	—	30·86		30·17		
Zink	17·52	11·92 (weich) 16·10 (hart)	16·65	15·93	3·70	8·27
Kadmium	14·32	13·96 (hart)	13·95	13·77	3·69	7·58
Magnesium (hart)	—	22·57	—	18·94		
Zinn	7·56	8·237	9·871	9·045	3·60	6·14
Blei	5·02	4·819	5·111	4·688	3·88	9·15
Arsen	2·87		—	—	3·90	8·88
Antimon	2·79		—	2·459	3·98	10·36
Wismuth	0·75		0·8004	0·8205	3·52	5·73
Eisen	(9·67)			—	5·12	12·92
Kalium (fest) . .	13·66			—	4·07	1116
Natrium (fest) . .	24·45			—	3·60	387

Neben den prozentual hohen Abweichungen (bei weichem Silber über 20 %) zwischen gleich bezeichneten Materialien fällt noch der grosse Einfluss der Bezeichnung hart und weich ins Auge. Bei der Unsicherheit dieser Definition infolge der vielen möglichen Abstufungen darf man die letzten Dezimalen einzelner Beobachter als ziemlich illusorisch bezeichnen. Auch sei bemerkt, dass die Formulierung der Änderung von k mit Hilfe der Temperaturkoeffizienten α und β von entgegengesetztem Vorzeichen nicht ganz übereinstimmende Resultate liefert mit den Untersuchungen anderer Forscher, welche hinreichende Übereinstimmung mit nur einem Temperatur-

koeffizienten α von etwas anderer Grösse finden (vgl. hierzu z. B. Wd. I, 586 oder W. v. SIEMENS Wiss. Arb. I, 180).

211. Leitfähigkeit „käuflich reiner" Metalle.

Die Werte, wie sie bei „käuflich reinem" Material beobachtet wurden und bei solchem etwa erwartet werden können, sind in Tabelle II zusammengestellt (vgl. hierzu auch Wd. I, 525 ff.; ferner Wk. III a, 269; UPPENBORN Kalender 1901, 75; F. KOHLRAUSCH, Lehrbuch der praktischen Physik 1901, 595).

Tabelle II.

Materialkoeffizienten der Leitung bei „käuflich reinen" Metallen.

Materialbezeichnung	Beobachter		k_{15} in ℧ $\left(\frac{m}{mm^2}\right)$	ϱ_{15} in Ω $\left(\frac{mm^2}{m}\right)$	10^3
Aluminium (weich) .		32·4			
„ (geglüht) .		37	37·2	0·0269	
	2	39			
„ (rein)	3	43			
„ d. A. E. G. Kabelwerke . . .			34·8	0·02874	
Blei (gepresst)	1	4·80	4·82	0·2076	3·87
Eisen (rein)	1	9·67	9·60	0·1042	4·81
„ (schwedisch mit ca. $^1/_2$ % C.)	7	9·75	9·67	0·1034	4·8
„ Grenzwerte	K		6·8 bis 11·2		bis 6
Gold (geglüht)	1	45·8	46·2	0·0216	3·65
„ hart	1	45·0	45·4	0·0220	3·65
Kupfer (rein)	4	61·8	61·6	0·01625	4·45
„ (sehr rein)	1	59			
„ (käuflich)	5	57	57·3	0·01745	3·8
Nickel (weich)	1	3·14			
„ Grenzwerte [1]) . . .	K		9·2 bis 12·7		bis 6
Platin (geglüht)	1	14·4	14·8	0·0675	2·43
„ (rein)	K		9·35	0·107	3·6
„ (käuflich)	K		7·2	0·139	2 bis 3
Quecksilber	6	1·000	1·0482	0·954	0·985
Silber (geglüht)	1	62·6	63·0	0·0159	3·77
„ (hart)	1	57·8	58·2	0·0172	3·77
„ (weich)	K		63·0		3·7
Stahldraht (hart)	U.		5·43	0·1843	
Stahl Grenzwerte	K	6	6·7 bis 20	0·15 bis 0·5	
Wismuth (gepresst) . . .	1	0·72	0·727	1·375	3·54
Zink (gepresst)	1	16·17	16·8	0·0595	3·65
Zinn	1	7·14	7·20	0·139	3·65

1) Über die Unsicherheit der Werte bei Nickel vgl. auch Ph. Z. II, 372.

In der mit Beobachter bezeichneten Reihe bedeutet: 1 MATTHIESSEN, 2 SCOTT u. RICHARDS (vgl. L'éclairage el. Bd. 8, 413), 3 ADDENBROKE u. KELVIN (vgl. El. Engineer Bd. 21, 196), 4 LAGARDE (vgl. ETZ 1893, 531), 5 S. u. H., 6 W. SIEMENS (vgl. 1861, P. A. 113, 91), 7 PREECE, *K* Werte aus F. KOHLRAUSCH a. a. O., *U* aus UPPENBORNS Kalender a. a. O. Auch hier werden in vielen Fällen die vorkommenden Grenzwerte grösseres Interesse besitzen, als die auf mehrere Dezimalen berechneten Sonderwerte, weshalb gerade bei weniger genau definierbarem Material jene, bezw. mehrere Werte angegeben wurden. Was den Temperaturkoeffizienten α anlangt, der hier nach der Formel

$$\varrho_t = \varrho_{15} \; [1 + \alpha_\varrho \; (t - 15)]$$

berechnet ist, wenn t und 15 die Materialtemperatur in Graden Celsius angeben, so ist α_ϱ (auf den Widerstand ϱ bezogen) in vorstehender Tabelle stets positiv. Sein Zahlenwert pflegt bei demselben Material eine Änderung zu erfahren, die umgekehrt wie ϱ, also direkt wie k verläuft. Anders ausgedrückt: weniger reines Material mit geringerem k hat auch ein kleineres α_ϱ. So fand z. B. W. SIEMENS (1861, vgl. a. a. O.) für ein von ihm untersuchtes käufliches Kupfer

$$k_{Hg} = 46{\cdot}7 \text{ und } \alpha_\varrho \cdot 10^3 = 3{\cdot}29.$$

Die Verschiedenheiten von k bei gleichbenanntem Material, welche zuweilen sehr gross sind, erklären sich aus Verschiedenheiten in chemischer und physikalischer Richtung um so eher, wenn man die Ergebnisse der Untersuchungen von KIRCHHOFF und HANSEMANN (1881 WIED. Ann. 13, 415) über die elektrische Homogenität von Stäben mit konstantem Querschnitt berücksichtigt. In willkürlichen Widerstandseinheiten ausgedrückt ergaben sich an demselben Stabe bei Längen von je 14·0 cm folgende Werte:

									Grösste Abweichung
Kupferstab:	20·98	21·86	22·75	23·83	25·33	22·39	26·18	24·25	25 %
Zinnstab:	9·501	8·876	8·943	9·036	8·574	8·760			9·7 %
Zinkstab:	14·43	14·54	14·74	14·74	12·02				3·7 %
Bleistab:	4·643	4·677	4·517	4·461	4·539				4·6 %

Der Einfluss kleiner Beimengungen anderer Materialien, Verunreinigungen genannt, falls sie ungewollt vorhanden sind, ist gleichfalls sehr beträchtlich, wie MATTHIESSEN schon 1860 (P. A. 109, 452) nachwies. Nach ihm würde eine Beimengung von nur 0·05 % Kohle zum Kupfer die Leitfähigkeit desselben um etwa 20 % seines Anfangswertes verkleinern. Auch die Leitfähigkeit von Eisen bezw. Stahl (vgl. hierzu **219** und **307**) ist, wenn auch in weniger hohem Grade, von seinem Kohlengehalt abhängig; ähnlich wie Kohle wirken Schwefel und Phosphor (vgl. Wd. I, 552). Über den Einfluss der Mischung von Metallen siehe weiteres bei den Legierungen (**220**). Hier möge zunächst das Verhalten der einzelnen Metalle bei hohen und tiefen Temperaturen angeschlossen werden.

212. **Leitfähigkeit der Metalle bei höheren Temperaturen.**

Für Temperaturen von 100° C. (siedendes Wasser), 360° (siedendes Quecksilber), 440° C. (siedender Schwefel) und 860° C. (siedendes Kadmium) wurden die wichtigsten Materialien von BÉNOIT (1873 Compt. rend. 76, 342) auf ihren elektrischen Widerstand untersucht, und aus den gefundenen Werten

die Temperaturkoeffizienten α und β mit gleichem Vorzeichen (vgl. **210**) zwischen 0 und 860° C. nach der Formel

$$\varrho_t = \varrho_0 \; (1 + \alpha_\varrho t + \beta_\varrho t^2)$$

berechnet. Sie sind zusammen mit den Koeffizienten k_{Hg} und ϱ_0, welche das vorliegende Material charakterisieren, in der Tabelle III aufgeführt, aus der sich auch $k_0 = 1{\cdot}063 \, \frac{k_{Hg}}{\varrho_0}$ leicht berechnen lässt.

Tabelle III.

Widerstands- und Temperaturkoeffizienten der Metalle bei höheren Temperaturen.

Materialbezeichnung	k_{Hg}	ϱ_0 in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$	$\alpha_\varrho \cdot 10^3$	$\beta_\varrho \cdot 10^6$
Aluminium (weich)	30·8	0·0306	3·88	1·32
Aluminiumbronze (weich)	8·07	0·1164	1·02	0·0
Blei (rein)	4·82	0·1950	3·95	1·43
Kadmium (rein, gehämmert)	14·0	0·0671	4·26	1·77
Eisen (weich)	7·89	0·1190	4·52	5·83
Gold (rein, weich)	44·1	0·0213	3·68	0·43
Kupfer (weich)	55·9	0·0168	3·64	0·59
Magnesium (gehämmert)	22·6	0·0416	3·87	0·86
Messing (weich)	13·85	0·0678	1·60	0·0
Neusilber (weich)	1·12	0·8403	0·36	0·0
Palladium (weich)	6·90	0·1360	2·79	0·61
Platin (weich)	6·07	0·1548	2·45	0·59
Quecksilber	1·000	0·9407	0·88	1·14
Silber (weich)	62·2	0·0151	3·97	0·69
„ (75/100 weich)	49·7	0·0189	3·52	0·67
Stahl (weich)	8·70	0·1080	4·98	7·35
Thallium	5·23	0·1798	4·13	3·49
Zink (rein, weich)	17·1	0·0549	4·19	1·48
„ (rein, gehämmert)	16·1	0·0584	—	—
Zinn (rein)	8·26	0·1138	4·03	5·83

Wie die Formel für die Widerstandsänderung in Zusammenhang mit den Werten für α und β erkennen lässt, ist die Widerstandszunahme bei kleineren Temperaturänderungen unterhalb 100° C. sehr angenähert durch α_ϱ allein gegeben. Für letzteren Wert erhält man z. B. bei Kupfer

$$\varrho_{100} = 0{\cdot}0168 \; (1 + 0{\cdot}364 + 0{\cdot}0059) = 1{\cdot}370 \; \varrho_0.$$

Bei sehr starken Temperaturerhöhungen tritt aber das zweite Glied prozentual immer mehr hervor und lässt ein merkliches Steigen des Temperaturkoeffizienten erkennen; z. B. für Kupfer bei Extrapolation auf 1000° C.

$$\varrho_{1000} = 0{\cdot}0168 \; (1 + 3{\cdot}64 + 0{\cdot}59) = 5{\cdot}23 \; \varrho_0.$$

Aus der Tabelle geht hervor, dass bei Eisen und Stahl das β-Glied besonders gross ist, also hier stärkere Abweichungen von der Proportionalität zu erwarten sind. Neuere Untersuchungen von J. HOPKINSON (1889 Proc. Roy. Soc. Lond. 45, 457) haben aber ein noch unregelmässigeres Verhalten bei Eisen aufgedeckt. Der Temperaturkoeffizient $(\alpha + \beta t)$ nimmt hiernach von 0·0048 bei gewöhnlicher Temperatur etwas rascher zu, als den Zahlen von BENOIT entsprechen würde, und erreicht etwa den Wert 0·018 dicht vor 855° C. (nach BENOIT wäre bei 850° $\alpha + \beta t = 0{\cdot}00452 + 0{\cdot}00495 = 0{\cdot}00947$, also merklich kleiner), fällt aber bei dieser kritischen Temperatur, bei welcher der Magnetismus des Eisens verschwindet, plötzlich auf 0·0067 herab (vgl. hierzu **295**).

213. Leitfähigkeit der Metalle bei tieferen Temperaturen.

Ein noch höheres Interesse besitzt der elektrische Widerstand der Metalle bei sehr tiefen Temperaturen. Zunächst ergiebt ein ganz ungefährer Überschlag folgendes: Wenn man nach Tabelle II oder auch I den Mittelwert von a_ϱ bei den reinen Metallen zu etwa 0·00365 einsetzt, so würde man bei Konstanz von a_ϱ für etwa — 273° C., wo der absolute Nullpunkt der Temperatur angenommen zu werden pflegt, für ϱ den Wert 0, also für k den Wert ∞ erreichen. Soweit bis vor kurzem die Beobachtungen reichten, konvergieren thatsächlich die Widerstandskurven bezw. -graden aller Metalle (abhängig von der Temperatur) gegen ihren Nullwert bei Temperaturen unter 200° C. (vgl. unten).

WROBLEWSKI (1885 WIED. Ann. 26, 27) untersuchte die Leitfähigkeit k des Kupfers bei 0° C., — 103° C. (Siedetemperatur des Äthylens bei 1 Atm. Druck), — 146° C. (kritische Temperatur des Stickstoffs), — 193° C. (Siedetemperatur des Stickstoffs), — 200 bis 202° C. (ungefähre Erstarrungstemperatur des Stickstoffs) und fand für das Verhältnis $\frac{k}{k_0}$ die in Tabelle IV angegebenen Werte. Hinzugefügt wurden in den folgenden Reihen noch $\frac{\varrho}{\varrho_0}$, ferner der Wert für a_ϱ, wie er sich aus der Formel

$$\varrho = \varrho_0\ (1 + a_\varrho \cdot t) \text{ zu } a_\varrho = \frac{\varrho_0 - \varrho}{\varrho_0} \cdot \frac{1}{t} \text{ ergiebt,}$$

endlich auch a_k, wie es aus der Formel

$$k = k_0\ (1 - a_k \cdot t) \text{ zu } a_k = \frac{k - k_0}{k_0} \cdot \frac{1}{t} \text{ folgt:}$$

Tabelle IV.

Widerstand von Kupfer bei tiefen Temperaturen.

	$\frac{k}{k_0}$	$\frac{\varrho}{\varrho_0}$	a_ϱ	a_k
0	1·000	1·000	—	—
— 103	1·743	0·573	0·00414	0·00712
— 146	2·657	0·376	0·00427	0·01132
— 193	6·231	0·161	0.00435	0·0271
— 200	8·729	0·114	0·00443	0·0386

Während bei den gewöhnlichen Temperaturen α_ϱ und α_k sich nur wenig voneinander unterscheiden, tritt der Unterschied um so mehr hervor, je näher man der Temperatur — 273° C. kommt, da hier k, also auch α_k ∞ würde. Hieraus geht auch hervor, dass die Angabe des Temperaturkoeffizienten α_ϱ wegen seiner grösseren Konstanz, also Unabhängigkeit von der „absoluten" Temperatur, im allgemeinen vorzuziehen ist; vor allem aber, dass zwischen α_ϱ und α_k, falls ein solches angegeben wird, ausdrücklich zu unterscheiden ist, wenn es sich um tiefere Temperaturen handelt, dass aber ihre Verwechslung auch bei gewöhnlichen Temperaturen einen kleinen Fehler einschliesst.

Cailletet und Bouty (1885, Compt. rend. 100, 1188) untersuchten auch für andere Metalle den Wert von α_ϱ bei tieferen Temperaturen innerhalb bestimmter Temperaturgrenzen (t_1 — t_2) und fanden hierfür nach der Formel

$$\varrho_{t_2} = \varrho_{t_1}\,[1 + \alpha_\varrho\,(t_1 - t_2)]$$

folgende Werte:

Tabelle V.

Temperaturkoeffizient einiger Metalle bei tiefen Temperaturen.

Metall	t_1	t_2	α_ϱ
Silber	+ 29.79	— 101·75	0·00385
Aluminium	+ 27·7	— 90·57	0·00388
Magnesium	0	— 88·31	0·00390
Zinn	0	— 85·08	0·00424
Eisen	0	— 92·0	0·00490
Kupfer	0	— 58·22	0·00408
Kupfer	— 63·5	— 101·30	0·00426
Kupfer	— 113·08	— 122·82	0·00424

Untersuchungen von Fleming und Dewar zwischen + 100° und — 200° C. (vgl. ETZ 1893, 76) ergaben Werte, welche für die Metalle in Fig. 248 graphisch dargestellt sind und die vorausgehenden Beobachtungen im wesentlichen bestätigen. Über das Verhalten von Legierungen und Kohle bei diesen tiefen Temperaturen siehe **220**.

214. *Widerstandsnullpunkt und Widerstandsthermometer.*

Sowohl aus Tabelle IV und V als auch aus Fig. 248 scheint hervorzugehen, dass α_ϱ bei Kupfer mit der Annäherung an den „absoluten" Nullpunkt der Temperatur etwas zunimmt, also den Nullwert schon früher als bei — 273°, nämlich bereits bei — 223° C. erreichen würde. Eisen würde gleichfalls $\varrho = 0$ bei — 223° C. ergeben. Auch Platin würde den Wert Null schon früher bei etwa — 258° C. erreichen, Silber bei — 248° C.

Die neuesten Untersuchungen von Dewar, welche er mit flüssigem bezw. siedendem Wasserstoff bis herunter zu etwa — 250° C. durchführte, haben aber ergeben, dass die Extrapolationen der Fig. 248 überhaupt nicht den Thatsachen entsprechen, sondern dass unterhalb — 200° C. eine Abbiegung

der Widerstandskurven eintritt, aus der hervorgeht, dass der Widerstandsnullpunkt gar nicht erreicht wird.

Zur genaueren Formulierung der Beziehung zwischen Temperatur und Widerstand würde, hier ebenso wie in 212, noch das zweite Glied der Reihe zu berücksichtigen sein; es wäre also zu setzen:

$$\varrho = \varrho_0 \, (1 + \alpha_\varrho \cdot t + \beta_\varrho \cdot t^2).$$

Diese Beziehung ist deshalb praktisch von so grosser Bedeutung, weil ihre Umformung durch Auflösung nach t in der Gestalt

$$t = a + b \cdot R_t + c \cdot R_t^2$$

die Beziehung für das „Widerstandsthermometer“, d. h. für die Ermittelung sehr tiefer oder sehr hoher Temperaturen mit Hilfe der Widerstandsbestimmung

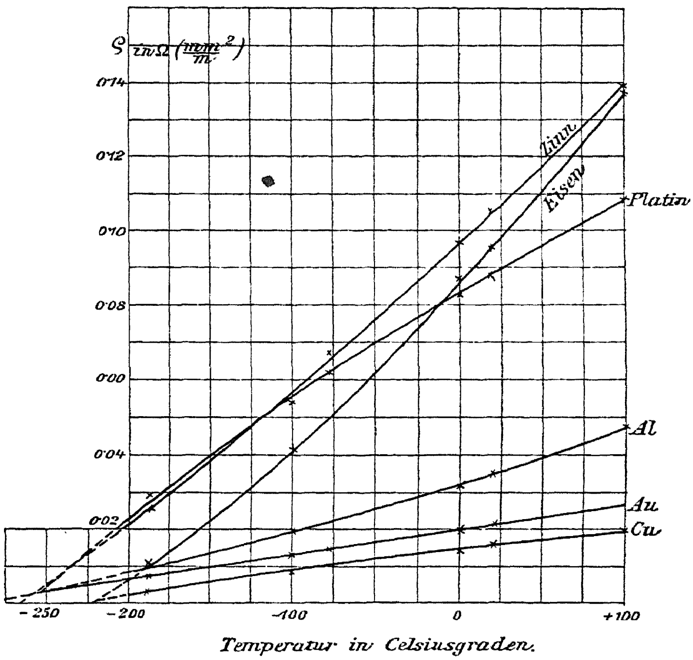


Fig. 248.

R_t einschliesst. Als hierfür besonders geeignetes Metall (vgl. L. Holborn und W. Wien 1896, Wied. Ann. 59, 213) hat sich Platin in Drahtform erwiesen, für welches in einem bestimmten Falle die Temperaturgleichung lautete:

$$t = -\,258{\cdot}3 + 5{\cdot}0567 \, R_t + 0{\cdot}005855 \, R_t^2,$$

wobei die Koeffizienten b und c natürlich mit den Dimensionen des benutzten Drahtes sich ändern. Die Abweichungen der so ermittelten Temperaturen von den Angaben des Wasserstoffthermometers sollen nicht mehr als 1^0 C. betragen.

Begnügt man sich mit der Annäherung, welche bei Benutzung nur eines Temperaturkoeffizienten (α_ϱ) in der Gleichung (in 213) sich ergiebt, setzt also

an Stelle der ganz schwach gekrümmten Kurve für die Abhängigkeit des Widerstandes R von der Temperatur eine Gerade (vgl. Fig. 249), so kann man nach einem Vorschlage von CALLENDAR (vgl. Ph. Z. II, 40) in sehr einfacher Weise einen Platindraht als Thermometer benutzen. Der jeweilige Widerstand dieses als Widerstandsthermometer benutzten Platindrahtes dient hierbei als Temperaturmass und liefert die sogenannte Platintemperatur pt. Man erhält als Beziehung, welche namentlich zur Ermittelung sehr hoher Temperaturen wichtig ist (vgl. Fig. 249),

$$pt = 100 \cdot \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0}.$$

Hierin wird die ein für allemal bestimmte Widerstands**änderung** $R_{100} - R_0$ des verwendeten Platindrahtes zwischen 100^0 C. und 0^0 C. als Masseinheit benutzt, und es ergiebt sich alsdann durch **einmalige** Bestimmung des Widerstandswertes R die zugehörige Platintemperatur $p\,t$, welche mit der Celsiustemperatur t sehr nahe zusammenfällt..

215. Widerstand sehr dünner Schichten.

Für den Vorgang der elektrischen Leitung als Molekularphänomen besitzt der Einfluss einer stetigen Abnahme der Schichtdicke des leitenden Metalles, besonders das Verhalten ausserordentlich dünner Metallhäute, ein grosses Interesse. Diese Erscheinungen haben eine nähere Untersuchung erfahren, als man sich bemühte, sehr grosse Widerstandsnormalen von ausreichender Konstanz aus dünnen niedergeschlagenen Häuten reiner Metalle zu erhalten (vgl. Ph. Z. I, 605). J. STONE untersuchte zu diesem Zweck das elektrische Leitverhalten von Silberhäutchen, die aus wässriger Lösung auf Glas niedergeschlagen waren. Noch interessanter und charakteristischer sind aber die von LONGDEN (1900, vgl. Ph. Z. a. a. O.) erhaltenen Resultate an Niederschlagshäutchen von grosser Dichtigkeit, wie sie Kathodenentladungen im Vakuum (10^{-4} bis 10^{-5} Atmosphäre) auf Glasplatten erzeugen. Die Hauptergebnisse, welche gleichzeitig für die Messtechnik grosse praktische Bedeutung besitzen, waren folgende (vgl. a. a. O.):

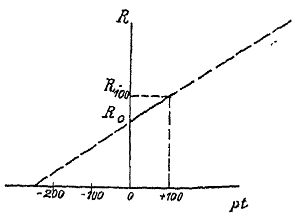


Fig. 249.

Der elektrische Widerstand **dicker** Schichten dieser Art ist ungefähr so, wie er nach den Abmessungen des Häutchens und dem spezifischen Widerstand des verwendeten Metalles zu erwarten ist; aber in **dünnen** Schichten ist das Verhältnis des gemessenen zum berechneten Widerstand gross — in **sehr dünnen** Häutchen **sehr** gross.

Auch wurde bei der Untersuchung sehr bald bemerkt, dass Temperaturänderungen nicht immer so grosse Widerstandsänderungen zur Folge hatten, wie sie bei metallischen Drähten allgemein sind. In vielen Fällen waren die Widerstandsänderungen viel kleiner, als der Temperaturkoeffizient des fraglichen Metalles erwarten liess, hier und da schienen die Änderungen im umgekehrten Sinne aufzutreten. Im April 1898 wurde der Temperaturkoeffizient (α) eines einzelnen Platinhäutchens sorgfältig bestimmt und sein Wert als **negativ** von der Grösse 0.00013 gefunden. Seitdem habe ich eine grosse Zahl dünner Häutchen mit negativen Temperaturkoeffizienten erzeugt und die Thatsache völlig bestätigt gefunden, dass alle **sehr dünnen**, durch Kathodenentladung niedergeschlagenen Schichten negative Temperaturkoeffizienten besitzen, und dass Häutchen von einer ganz bestimmten Dicke keinen oder einen vernachlässigbaren Temperaturkoeffizienten haben.

Ein weiteres interessantes Verhalten ist die eigentümliche Beziehung, welche zwischen dem Temperaturkoeffizienten eines Schichtenwiderstandes und dem Verhalten während des Prozesses des künstlichen Alterns beobachtet wurde. Schichten mit positivem Temperaturkoeffizienten erleiden immer ein plötzliches Anwachsen des Widerstandes,

wenn sie in ein Bad mit geschmolzenem Paraffin oder heissem Öl gebracht werden; sobald aber das Maximum erreicht ist, tritt ein stufenweises und lang anhaltendes Fallen des Widerstandes ein. Schichten mit negativem Temperaturkoeffizienten verhalten sich in genau entgegengesetzter Weise, und solche ohne oder mit vernachlässigbarem Koeffizienten zeigen keine sehr markanten Widerstandsänderungen und bedürfen keines besonderen künstlichen Alterns. Obgleich der Prozess des künstlichen Alterns in dem einen Falle weniger wichtig ist als in dem andern, sollte er namentlich dann, wenn der Widerstand als Normalmass benutzt wird, nicht vernachlässigt oder unterlassen werden; nach Durchführung des Alterungsprozesses müssen die Schichten gegen spätere Veränderungen dadurch geschützt werden, dass man sie luftdicht verschliesst. Der erforderliche Schutz kann durch Einbetten der Schicht in Paraffin oder durch Überziehen derselben mit einem Firnis, den man durch Auflösen von Federharz in Schwefelkohlenstoff erhält, erreicht werden; man kann die Schicht auch in Glastuben, die nachträglich durch Auspumpen luftleer gemacht werden, einschliessen.

Elektrische Widerstände dieser Art können, falls sie sorgfältig vorbereitet sind, als Normalmasse von grosser Präzision gelten. Sind sie aus reinen Metallen hergestellt, so fällt die Gefahr der Zersetzung, die den Legierungen so eigen ist, fort, und die benutzten Metalle können diejenigen, welche am wenigsten unter dem Kontakt mit ihrer Umgebung leiden, sein. Sie können von solcher Dicke gewählt werden, dass sie irgend einen Wert von einigen wenigen Ohm bis hinauf zu einigen Megohm besitzen; bei einer gewissen Dicke weisen sie keinen oder einen vernachlässigbaren Temperaturkoeffizienten auf. Zur Herstellung eines sehr hohen Widerstandes ist es nicht erforderlich, eine Schicht so dünn zu machen, dass man einen unzulässig hohen negativen Temperaturkoeffizienten erhält. Es ist nur nötig, eine Schicht von solcher Dicke zu wählen, dass man keinen oder einen vernachlässigbaren Temperaturkoeffizienten und einen Widerstand von etwa 50000 Ohm bekommt. Hierauf bringt man sie durch Zerschneiden in einzelne Stücke in eine Anordnung, dass der Strom gezwungen ist, mehreremal entlang der Schicht zu fliessen.

Versuche, die sich über mehrere Monate erstreckten, ergaben, dass diese Widerstände durchaus zuverlässig sind.

Die quantitative Seite des abweichenden Verhaltens, hier speziell der elektrischen Leitfähigkeit bei „Übergangsschichten“, oder mit anderen Worten die Bestimmung der Dicke jener Oberflächenschicht, welche beim Eindringen in einen Körper durchsetzt werden muss, ehe man zu Gebieten der homogenen Konstitution gelangt, ist näher von G. VINCENT (1900, Ph. Z. I, 429) untersucht worden, nachdem Beobachtungen nach dieser Richtung bereits QUINCKE (1869, POGG. Ann. 137), sowie REINOLD und RUCKER (1877 bis 1893, Phil. Trans.) gemacht hatten. Die Widerstandsmessungen an dünnen Silberschichten mit graphischer Auftragung der Resultate (siehe hierzu auch Fig. 36 in 87) führte zu folgenden Schlüssen (vgl. Ph. Z. I, 429):

α) Jede Silberschicht, deren Dicke grösser als 50 $\mu\mu$ ist ($\mu\mu = 10^{-6}$ mm), besteht aus einer homogenen Schicht von konstanter Leitfähigkeit, die sich zwischen zwei Übergangsschichten befindet, die eine bestimmte, aber geringe Leitfähigkeit haben, und deren Dicke unveränderlich ist.

β) Die Summe der Dicken dieser beiden Übergangsschichten beträgt ungefähr 50 $\mu\mu$.

Vergleicht man diese Resultate mit denen QUINCKEs und denen von REINOLD und RUCKER, so erhellt, dass auch die Resultate dieser Physiker sich durch Annahme von Übergangsschichten erklären lassen. Diese Übereinstimmung ist sehr wichtig, denn, obwohl die Untersuchungen sich nur auf wenig zahlreiche Körper erstrecken, so waren dieselben doch sehr verschieden, und die Untersuchung geschah durch Methoden, die untereinander nichts Gemeinsames hatten.

Sie gestattet vor allem, den durch diese Methoden ermittelten Übergangsschichten eine objektive Existenz zuzuschreiben, und sie lässt ausserdem voraussehen, dass die Summe der Dicke der Übergangsschichten dieselbe für alle Substanzen ist. . . .

Diese Erscheinungen versprechen bei näherer Untersuchung zur weiteren Klärung unserer Auffassung der metallischen Leitung noch von grosser Wichtigkeit zu werden, da sie allem Anschein nach einem Übergangs- oder

Grenzgebiet angehören, dessen Aufdeckung stets klärend auf das Hauptgebiet, hier die metallische Leitung, zurückwirkt. Allerdings erscheinen die Untersuchungen über das Leitungsverhalten sehr dünner Schichten noch nach verschiedenen Richtungen ergänzungsbedürftig, wenn auch aus den bisherigen Resultaten von LONGDEN bereits hervorzugehen scheint, dass für die Gleichstromleitung insofern eine Art Gegenstück zu der Oberflächenwirkung bei Wechselstrom (**176**) besteht, als die äussersten Molekularschichten für die Gleichstromleitung weniger in Betracht kommen, sowie dass die Temperaturerhöhung eine Änderung der molekularen Anordnung bewirkt, welche für die Leitung günstiger ist. Aus den Untersuchungen geht aber nicht hervor, ob für diese sehr dünnen Schichten, welche nicht mehr der Formel $R = \frac{l}{q \cdot k}$ folgen, vielleicht auch das OHMsche Gesetz nicht mehr zutrifft, mit anderen Worten, ob sie, bei verschiedenen durch sie hindurchgesandten Stromstärken $\overline{J}$, für $\frac{\overline{E}}{\overline{J}}$ noch einen konstanten Quotienten liefern. Eine Untersuchung nach dieser Richtung wäre aber im Hinblick auf die Verhältnisse bei der elektrolytischen Leitung, namentlich in Gasen, von hohem Interesse, da bei letzteren auch Sättigungserscheinungen hinsichtlich der Stromstärkebildung vorliegen, welche eigentlich nicht mehr von einem bestimmten Widerstande im Sinne OHMS zu sprechen gestatten (vgl. **227** sowie **245**).

Hierher gehört auch das noch recht klärungsbedürftige Verhalten sehr dünner Niederschlagsschichten oder Membrane, welche quer vom elektrischen Strome durchsetzt werden und einen sehr hohen Widerstand besitzen können, solange sie so dünn sind, dass sie die Lösungen durchlassen, hingegen sich dem Widerstand Null nähern, wenn sie undurchlässig werden (vgl. OBERBECK 1891 WIED. Ann. 42, 193 oder auch ETZ 1891, 182). Endlich würden sich auch die Widerstandsverhältnisse von Kontaktstellen hier anreihen (**267**).

216. Einfluss mechanischer Beanspruchung auf die Leitfähigkeit.

Neben der Temperatur, welche stets beim spezifischen Leitvermögen in Frage kommt, wäre noch kurz auf andere, seltener vorliegende Einflüsse hinzuweisen. Dass die „Strukturverhältnisse“, wie sie nicht von der Messtemperatur, sondern dem thermischen Vorleben des Materiales abhängen und durch hart (gehämmert oder gezogen), bezw. weich (geglüht oder wenigstens angelassen, also je nach Material und Schmelztemperatur stark erhitzt und langsam erkalten gelassen) gekennzeichnet zu werden pflegen, das elektrische Leitvermögen stark beeinflussen können, geht bereits aus den Tabellen in **210** und **211** hervor. Einen besonders grossen Einfluss übt hierbei das „Härten“, also das plötzliche Ablöschen nach starker Erhitzung aus, wenn auch der Stahl, bei welchem hierdurch eine Steigerung des spezifischen Widerstandes auf das Zwei- bis Dreifache erfolgt, eigentlich nicht zu den Metallen, sondern eher zu den Legierungen zu zählen ist (vgl. Tabelle II und III in **211**, **212** sowie **219** und **307**).

Neben dem Temperaturkoeffizienten α_ϱ besitzt die Widerstandsänderung infolge mechanischer Beanspruchung, besonders Dehnung des Leiters, ein gewisses Interesse. Diese Verhältnisse sind namentlich von TOMLINSON (vgl. WIED. I, 571 ff.) näher untersucht worden. Beschränken wir uns auf den Einfluss der temporären Dehnung, d. h. auf die Widerstandsänderung während einer elastischen Deformation durch Zugbelastung, so hat man zu unter-

scheiden zwischen der Widerstandsänderung $\frac{dR}{R}$ infolge Gestaltänderung $\delta\left(\frac{l}{q}\right)$, also infolge Vergrösserung des l und Verkleinerung des q in der Formel

$$R = \frac{l}{q} \cdot \varrho,$$

und der Änderung des spezifischen Materialkoeffizienten ϱ infolge „Struktur“-Änderung des Materiales. Bezeichnen wir die letztere Änderung mit

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{dR}{R} - \delta\left(\frac{l}{q}\right),$$

so können wir den Materialkoeffizienten ϱ_b bei Belastung durch die Gleichung ausdrücken

$$\varrho_b = \varrho\,(1 + \Delta_\varrho \cdot b).$$

Nach den Untersuchungen von Tomlinson ist für die Belastung b in kg auf den cm^2 der Wert von Δ (mit 10^6 multipliziert) für die untersuchten Materialien durch folgende Tabelle gegeben:

Tabelle VI.

Werte von Dehnungskoeffizienten Δ_ϱ bei Metallwiderständen.

Material	$\Delta_\varrho \cdot 10^6$	$R_\varepsilon : R$	$\varrho_\varepsilon : \varrho$	Material	$\Delta_\varrho \cdot 10^6$	$R_\varepsilon : R$	$\varrho_\varepsilon : \varrho$
Eisen	2·1	4·2	2·6	Platinsilber . .	2·3	2·5	0·62
Platin	2·3	3·4	2·3	Neusilber . . .	1·5	2·0	0·23
Zink	4·4	3·4	2·1	Aluminium . .	1·9	1·3	— 0·26
Zinn	10·5	2·9	1·6	Nickel	— 3·2	— 7·0	— 8·9
Blei	17·3	2·9	1·6	Kobalt	— 0·24	—	— 2·0
Silber	4·3	3·9	1·5	Kobalt (angelassen)	— 0·4	—	— 2·2
Kupfer . . .	2·3	2·7	1·0	Magnesium . .	1·8	—	0·72
Kohle	9·2	2·5	0·98	Platin-Iridium .	3·0	—	4·5

Unter $R_\varepsilon : R$ und $\varrho_\varepsilon : \varrho$ sind noch die aus den Beobachtungen berechneten (fiktiven) Werte beigefügt, welche bei einer dem Elastizitätsmodul entsprechenden Belastung vorhanden wären, also die Änderung des Gesamtwiderstandes R und des spezifischen Widerstandes ϱ bei einer Belastung, welche eine Verdoppelung der Drahtlänge (l) zur Folge hätte. Können die letzteren, namentlich in ihren widersinnigen negativen Werten, kaum irgendwie bedeutungsvoll erscheinen, so sind doch die negativen Werte von Δ_ϱ, also die Widerstands**verkleinerung** durch Dehnung bei Nickel und Kobalt interessant (vgl. hierzu **296** und **310**). Eine **cyklische** Widerstandsveränderung ist bei einer Spirale aus Nickeldraht bei Verlängerung und Verkürzung der Spirale von Schumann beobachtet worden (1889, Wied. Ann. 38, 256).

Auch andere mechanische Materialbeanspruchungen, wie Druck, Zug, Torsion, besitzen bei allen Metallen einen ausgesprochenen Einfluss auf den spe-

zifischen Widerstand, meist im Sinne der Vergrösserung des letzteren, so bei Kompression oder Dehnung des Materiales, ebenso bei Torsion und verwandten Beanspruchungen, wie Wickeln von Drähten (letzteres namentlich wichtig für Widerstandssätze), ebenso bei dem bereits oben erwähnten Ziehen von Metalldrähten. Eine Zusammenstellung der Litteratur über diese zahlenmässig wenig bestimmten bezw. übereinstimmenden Einflüsse siehe Wk. IIIa, 274.

217. Einfluss magnetischer Beanspruchung auf die Leitfähigkeit.

Theoretisch und praktisch besonders interessant ist die Beeinflussung des Materialkoeffizienten ϱ bezw. k durch den magnetischen Zwangszustand oder, mit anderen Worten, die Änderung des elektrischen Widerstandes gewisser Metalle im magnetischen Feld. Nachweisbar ist dieser

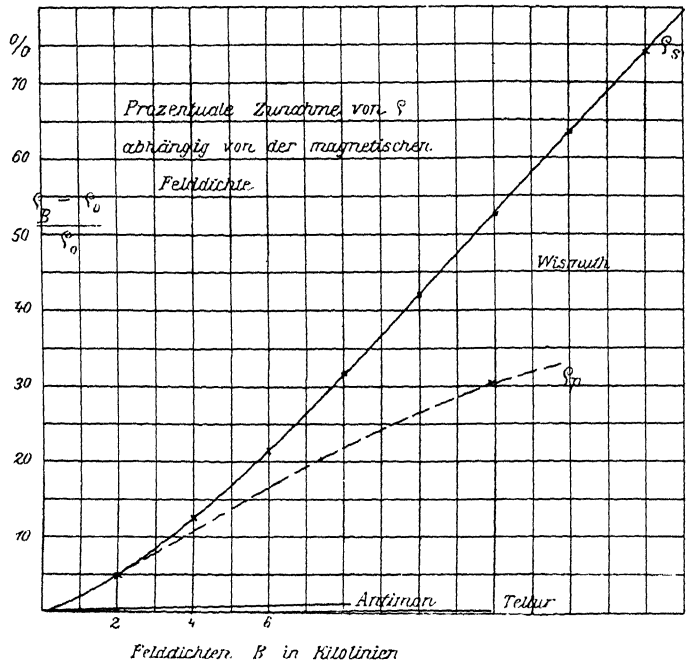


Fig. 250.

Einfluss nur bei einer kleineren Anzahl von Metallen, und auch bei diesen ist er quantitativ sehr verschieden.

Am stärksten und neuerdings in der Messtechnik praktisch verwertet ist dieser Einfluss bei Wismuth (**36**; **39**), merklich, wenn auch schwächer bei Antimon und Tellur. Am eingehendsten wurde diese Erscheinung untersucht von Lenard (1890, Wied. Ann. 39, 619), welcher bei Wismuthdraht in Form von bifilaren Spiralen fand, dass die Widerstandsänderung im magnetischen Felde sich ein wenig anders ergiebt, wenn der Widerstand einmal mit Gleichstrom, ein zweites Mal mit Wechselstrom gemessen wird. Bei Messung mit Gleichstrom ergab sich für Wismuth, bei dem Verlauf der magnetischen Kraftlinien senkrecht zur Spiralebene und bei konstanter Messtemperatur, die in Fig. 250 als ϱ_s dargestellte Änderung des spezifischen Widerstandes, in der Form $\frac{\varrho_B - \varrho_0}{\varrho_0}$ als Ordinate zu den magnetischen Felddichten als Abscissen aufgetragen. Der bei den höheren magnetischen Feld-

stärken oder Beanspruchungen nahezu geradlinig erfolgende Verlauf der Kurve liefert also für die von LENARD untersuchte Spirale, bei $B = 16\,000$ Kraftlinien pro cm^2, eine Zunahme des ϱ_s von $74^0/_0$ gegenüber dem Wert ϱ_0 ausserhalb des magnetischen Feldes. Wenn hingegen die magnetischen Kraftlinien parallel mit der Spiralebene verliefen, ergaben sich die Werte der ϱ_p-Kurve, eine Erscheinung, die voraussichtlich auf die Verschiedenheit des HALL-Phänomens (**273**), abhängig von der Achsenlage der Wismuthkristalle, zurückzuführen ist (siehe 1901 Ph. Z. II, 585), wenn man die gegenwärtig übliche Anschauung (**39**) beibehält, dass die Widerstandsvergrösserung bei Wismuth im Magnetfeld eigentlich nur scheinbar, in Wirklichkeit aber eine EMGK ist, die durch das HALL-Phänomen bedingt wird.

In noch weiteren Grenzen wurde diese Erscheinung von HENDERSON (1894, WIED. Ann. 53, 912; vgl. auch ETZ 1895, 87) untersucht, wobei sich auch ihre von DRUDE und NERNST (1891, WIED. Ann. 42, 573) bereits beobachtete starke Abhängigkeit von der Temperatur wieder ergab. Während bei 0^0 C. die Zunahme zwischen $B = 0$ und $B = 13\,000$ etwa $80^0/_0$ betrug, betrug sie bei 18^0 C. etwa $63^0/_0$. Zwischen $B = 0$ und $B = 38\,900$ nahm der Widerstand von 1·00 auf 3·33 zu, also um $233^0/_0$, was für die ϱ_s-Kurve keine Gerade, sondern eine schwach hyperbolisch gekrümmte Linie liefern würde.

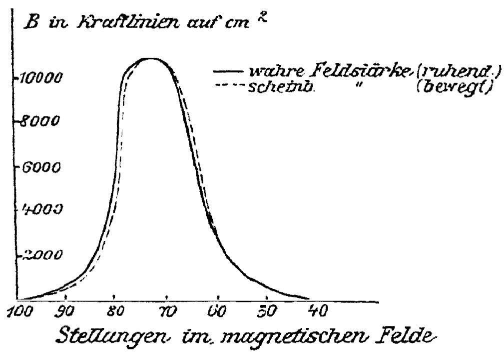


Fig. 251.

Zeigt Antimon diese Erscheinung bereits sehr viel schwächer (vgl. Fig. 250), so beträgt sie bei Tellur bereits nur zehntel Prozent für Felder von $B = 11\,000$ und ist bei den Eisenmetallen (Fe, Co, Ni) noch schwächer, wenn auch noch nachweisbar. Weiteres siehe in Wd. III, 1366 ff.

Mit Rücksicht auf die messtechnische Verwertung dieser Erscheinung bei Wismuth sei auch noch erwähnt, dass nach Untersuchungen von EICHHORN (1900, Ann. d. Ph. 3, 20 oder ETZ 1900, 811) eine zeitliche Verzögerung dieser Erscheinung, auch wohl viskose Hysterese genannt, nachweisbar ist. So ergab sich z. B., dass bei einer wahren Feldstärke von $B = 8900$ und raschem Ansteigen des Feldes in der Zeit von t Sekunden die scheinbare Feldstärke aus ϱ_s um p Prozente kleiner erschien:

t in 10^{-3} Sek. $= \infty$	60	30	20	15	6	4
$p = 0$		5·0	7·2	7·9	7·7	7·5

Ferner liess sich die in der strichlierten Kurve der Fig. 251 dargestellte Verzögerung mit einer grössten Abweichung von etwa $15^0/_0$ der Ordinaten am absteigenden Ast nachweisen.

Hiernach ist wahrscheinlich, dass der Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Feldstärke bei magnetischen Wechselfeldern sich etwas anders gestaltet, als bei magnetischen Gleichfeldern, doch liegen hierüber noch keine näheren Untersuchungen vor; ebensowenig darüber, ob der einfache Kraftlinienmittelwert des Wechselfeldes, was wahrscheinlich ist, oder der effektive Mittelwert massgebend ist. Abhängigkeit der Widerstands-

änderung im magnetischen Gleichfeld von dem Druck, unter welchem die Drähte gepresst wurden, ferner von der Form des Wismuthstückes, sowie von der Wärmeleitungsfähigkeit der Umgebung in Zusammenhang mit dem „Transversaleffekt" (**39**) hat LENARD bis zum Betrage einiger Prozente nachweisen können (vgl. a. a. O. Seite 645), alles Umstände, welche in Übereinstimmung mit der Erfahrung darauf hinweisen, dass die messtechnische Benutzung etwas Vorsicht und keine zu hohen Anforderungen an die Zuverlässigkeit geboten erscheinen lässt.

218. Einfluss der Änderung des Aggregatzustandes.

Der Übergang in einen anderen Aggregatzustand bedingt bei allen Metallen einen Sprung im spezifischen Widerstand, und zwar wird beim Übergang vom festen in den flüssigen Zustand bei allen bisher untersuchten Metallen mit Ausnahme von Wismuth und Antimon der spezifische Widerstand sprungweise um den zwei- bis vierfachen Betrag grösser. Nach DE LA RIVE (1863, Compt. rend. 57, 698) ergab sich die Leitfähigkeit k'_{Hg}, bezogen auf reines *Hg* bei 21° C. als Normaleinheit (**209**), wie folgt:

Tabelle VII.

Widerstandsänderung einiger Metalle um den Schmelzpunkt.

Metall	Schmelzpunkt τ in Celsiusgraden	k'_{Hg} bei τ		k'_{Hg} bei		
		fest	flüssig	$t = 358^0$	440	860
Zinn	224	4·4	2·2	1·88	—	1·42
Blei	335	1·9	1·0	0·958	—	0·771
Zink	ca. 450	5·2	2·6	—	2·58	—
Kadmium	500 ?	5·0	2 8	—	2·62	—
Wismuth	265	0·43	0·73	0·70	—	0·596
Antimon	440	0·59	0·84	—	—	0·783

Nach VICENTINI und OMODEI (vgl. Wd. I, 580, wo auch weitere Untersuchungsergebnisse sich angegeben finden) wären Schmelzpunkt τ, zugehörige spezifische Widerstände ϱ_{Hg} der geschmolzenen Metalle und Temperaturkoeffizienten α_{ϱ} zwischen τ und 300° C. folgende:

Tabelle VIII.

Widerstands- und Temperaturkoeffizienten geschmolzener Metalle.

Metall	Sn	Bi	Tl	Kd	Pb	Na	K	Zn	Sb
τ in C°	226	271	294	318	325	—	—	—	—
$\varrho_{Hg} \cdot 10^2$	40	103	58·5	25·6	72	8·8	13·3	25·2	77
$\alpha_{\varrho} \cdot 10^4$	5·9	4·1	3·5	1·3	5·2	—	—	—	—

Bei Quecksilber, welches als vielfach benutztes Normalmetall häufig auf seine Leitfähigkeit hin untersucht wurde (vgl. Wk. a, 277), fand C. L. WEBER (1885, WIED. Ann. 25, 249) das Leitvermögen zwischen den Temperaturgrenzen — 30^0 und + 45^0 C., bezogen auf k_{Hg} (bei 0^0 C.) = 100, gegeben durch

$$k = 100 - 0{\cdot}0927\ t.$$

Der Temperaturkoeffizient α_k entspricht etwa dem Mittel der von anderen Forschern gefundenen Werte. Das Erstarren des Quecksilbers bei $\tau = -39{\cdot}4^0$ C. zeigte eine Erhöhung des Leitvermögens auf etwa den $3^1/_2$fachen Betrag, indem sich $k_\tau = 3{\cdot}57$ oder $\varrho_\tau = 0{\cdot}28$ ergab, während CAILLETET und BOUTY (1888, Compt. rend. 100, 1188) $\varrho_\tau = 0{\cdot}267$ fanden; das α_ϱ für das feste Quecksilber steigt hierbei auf etwa 0·004.

Ähnlich wie das Verflüssigen scheint auch das Pulverisieren zu wirken, da nach STREINTZ (vgl. ETZ 1900, 811; siehe auch **223**) gepresstes Platinmohr die Beziehung ergab

$$\varrho_t = 0{\cdot}92\ (1 + 0{\cdot}00145\ t)\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right),$$

also gegenüber festem Platin (**211**) eine Erhöhung von $\varrho = \frac{1}{k}$ auf das $6^1/_2$fache, dagegen eine Verkleinerung von α_ϱ um etwa das 2 7fache.

Eine besondere Wichtigkeit für den Elektrotechniker besitzt das elektrische Leitvermögen von Eisen und Stahl in seiner Abhängigkeit von dem Prozentsatz der Beimengungen anderer Metalle bezw. chemischer Elemente. Gleichzeitig bilden die Eisensorten die Überleitung zu den Legierungen und ihrem eigentümlichen Verhältnis zum elektrischen Leitvermögen. **219.** Elektrische Leitfähigkeit von Eisen und Stahl.

Wie bereits aus Tabelle II und III in **211** zu entnehmen ist, haben die zahlreichen früheren Untersuchungen über das spezifische elektrische Leitvermögen von Eisen und Stahl (vgl. WIED. I, 552 bis 576) Werte innerhalb weiter Grenzen ergeben, deren allgemeinere Bedeutung aber meist durch den Mangel hinreichend genauer Definition des Materiales, sei es in Hinsicht der chemischen Zusammensetzung, sei es des physikalischen Zustandes als Wirkung des thermischen oder mechanischen Vorlebens, stark beeinträchtigt, wenn nicht hinfällig wird.

Neuerdings haben die elektrophysikalischen Eigenschaften dieser Materialien aber wieder erhöhtes technisches Interesse gewonnen durch ihren Zusammenhang mit den magnetischen Eigenschaften, sowie mit der Wirbelstrombildung in magnetischen Wechselfeldern (**306** und **309**). Namentlich ist der Einfluss eines Zusatzes von Aluminium und Silicium sehr wichtig und von E. GUMLICH (vgl. ETZ 1902, 101) nach Arbeiten von BARRETT, BROWN und HADFIELD behandelt worden. Fügt man wegen des Zusammenhanges dem spezifischen Widerstand ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ (vgl. **209**) die magnetischen Eigenschaften des Materiales hinzu, so ergaben sich folgende Werte für die praktisch wichtigen Weicheisenlegierungen:

Tabelle IX.

Elektrische und magnetische Eigenschaften von Eisenlegierungen.

Marke des Eisens	Chemische Zusätze in %			Spez. Widerstand ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$		Magnetische Eigenschaften							
	C	Si	Al	nicht angelassen	angelassen	B für $H = 45$ CGS	Remanenz R_b (beob.)	Rem. corr. R_0	Koerzitivkraft C	μ für $H = 8$	$\mu_{max} = 0{\cdot}49 \cdot \frac{R_0}{C}$	W_{hy} für $z = 100$	$h \cdot 10^3$ aus $V = h \cdot B^{1{\cdot}6}$
Eisen B	0·03	0·14	0·00	0·111	0·109	17 480	7 120	10 600	1·66	1 560	3 100	2·90	1·8
S C J	0·028	0·07	0·00	0·105	0·102	16 750	—	[9 400]?	[1·66] ?	—	2 800	2·82	1·75
898 E	0·20	**2·5**	0·00	0·471	0·421	16 640	4 080	ca. 8 000	0·90	1 680	—	—	—
898 H	0·26	**5·5**	0·00	0·688	0·652	16 480	3 540	[6 900]	0·85	1 680	4 000	1·85	1·15
1167 D	0·17	0·10	**0·75**	0·248	0·220	16 500	8 000	11 000	2·00	1 517	2 700	3·38	2·1
1167 H	0·24	0·18	**2·25**	0·463	0·390	16 500	7 620	11 300	1·87	1 620	2 950	3·14	1·95
1167 J	0·22	0·20	**5·50**	0·781	0·700	13 410	3 480	4 500	1.43	1 095	1 550	2·74	1·7

Der grosse praktische Wert in dem Verhältnis des spezifischen Leitungswiderstandes ϱ zu den magnetischen Eigenschaften beruht darin, dass die Steigerung von ϱ auf den sechs- bis siebenfachen Wert, also die Verkleinerung der Wirbelstromverluste gegenüber dem gewöhnlichen weichen Eisen (Marke *B* bezw. *SCJ*), mit keiner merklichen magnetischen Verschlechterung, in einigen Fällen sogar mit einer Verbesserung Hand in Hand geht. Weiteres zur Erläuterung der magnetischen Werte siehe in **309** bei Tabelle III.

Beachtenswert erscheint ferner, dass die weiche und dehnbare Aluminium-Eisenlegierung mit $5{\cdot}5\,^0/_0$ Al einen nahezu zehnmal kleineren Temperaturkoeffizienten besitzt, nämlich $\alpha_\varrho = 0{\cdot}063\,^0/_0$, als gewöhnliches Eisen (vgl. hierzu auch den Wert von α_ϱ des letzteren bei hohen Temperaturen in **212**).

Nachdem Barus (1879, Wied. Ann. 7, 385) gefunden hatte, dass bei Stahldrähten der spezifische Widerstand ϱ mit der Härte stetig wächst (vgl. hierzu auch **90**), ergaben weitere Untersuchungen von Strouhal und Barus (1883, Wied. Ann. 20, 529) an Stahlstäben, dass ihr Temperaturkoeffizient α_ϱ ein umgekehrtes Verhalten (gegenüber ϱ) zeigt, was aus folgenden Zahlenwerten erhellt:

Härte	glashart	hellgelb angelassen	gelb angelassen	blass angelassen	hellgelb angelassen	weich
ϱ_0 in $\Omega\left(\frac{mm^2}{m}\right)$	0·457	0·289	0·263	0·205	0·184	0·159
$\alpha_\varrho \cdot 10^3$	1·61	2·44	2·8	3·3	3·6	4·23

Endlich bliebe noch zu erwähnen, dass nach Untersuchungen von A. Ebeling (1896, Wied. Ann. 58, 342) die „Prüfung der magnetischen Homogenität von Eisen- und Stahlstäben mittels der elektrischen Leitungsfähigkeit" erfolgen kann, da beide Hand in Hand gehen (siehe auch **222** und **307** ff.).

Der grosse Einfluss von Verunreinigungen auf die Werte von ϱ bezw. k (**211**) veranlasste Matthiessen (vgl. 1860 Pogg. Ann. 110, 190 sowie auch 1862 und 1864) zu einer systematischen Untersuchung, wie die Legierungen in ihren Leitfähigkeiten von der prozentualen Zusammensetzung abhängen. Diese Untersuchungen führten zunächst zur Einteilung der Legierungsmetalle in zwei Gruppen: **220.** Leitfähigkeit von Legierungen.

1. Die Metalle: Blei, Kadmium, Zink, Zinn liefern in ihren Legierungen unter sich den mittleren spezifischen Widerstand der Komponenten, verhalten sich also ganz regelmässig; auch α_ϱ entspricht mit dem Wert $2{\cdot}93 \cdot 10^{-3}$ etwa dem der reinen Metalle.

2. Die Metalle: Aluminium, Antimon, Eisen, Gold, Kupfer, Natrium, Palladium, Platin, Silber, Thallium, Wismuth verhalten sich unregelmässig, da sie folgendes Verhalten zeigen:

a) Der spezifische Widerstand einer Legierung eines Metalles aus Gruppe 2 mit kleinen Zusätzen eines Metalles der Gruppe 1 wächst sehr viel rascher, als aus dem Widerstand der Komponenten zu schliessen wäre (Typus der Kurve in Fig. 256 für die Kupfer-Zinklegierungen), wogegen ein Metall der Gruppe 1 viel von einem Metall der Gruppe 2 aufnehmen kann, ohne dass sich sein Widerstand erheblich verkleinert.

b) Legierungen der Metalle aus Gruppe 2 unter sich zeigen im allgemeinen grössere spezifische Widerstände, als dem mittleren Wert entsprechen würde (vgl. **221**), hingegen sind die Temperaturkoeffizienten (α_ϱ) dieser Legierungen geringer als die der reinen Metalle.

Neben diesen beiden Gruppen bilden das Quecksilber und seine Legierungen bezw. Amalgame eine Gruppe für sich. Das Verhalten dieser (dritten) Gruppe ist namentlich an den Legierungen von *Hg* mit Sn, Bi, Pb und Cd von C. L. Weber (1884 bis 1888, Wied. Ann. 23, 474; 27, 145; 31, 243; 34, 576) untersucht worden, wobei sich ergab, dass auch hier ein unregelmässiges Verhalten vorliegt, aber im Gegensatz zur Gruppe 2 eine rasche Abnahme des spezifischen Widerstandes, sobald dem Quecksilber nur wenige Prozente der oben genannten Metalle zugesetzt werden. Weiteres siehe a. a. O., sowie Wied. I, 581 ff. Den Einfluss der Temperatur auf das elektrische Verhalten dieser Amalgame hat eingehender Larsen (1900, Ann. d. Ph. I, 123; auch ETZ 1900, 175) untersucht.

Ein besonderes Interesse besitzen noch wegen ihrer technischen Verwendung als Widerstandsmaterialien eine Anzahl fester Legierungen mit geringen Temperaturkoeffizienten, deren Werte zur Ergänzung der Tabellen II und III in **211** bezw. **212** hier zusammengestellt seien (vgl. Wied. I, 546):

Tabelle X.

Widerstands- und Temperaturkoeffizienten der gebräuchlichen Widerstandslegierungen.

Materialbezeichnung	Chemische Zusammensetzung in %							$\varrho_{15} \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$	$\alpha_\varrho \cdot 10^3$
	Cu	Zn	Sn	Ni	Fe	Co	Mn		
Neusilber	60·16	25·37	—	14·03	0·30	Spur	Spur	0·301	0·36
Nickelin 1·0 mm ⌀	61·63	19·67	—	18·46	0·24	0·19	0·18	0·333	0·30
„ 0·1 „ „	54·57	20·44	—	24·48	0·64		0·27	0·450	0·33
Rheotan	53·28	16·89	—	25·31	4·46		0·37	0·528	0·41
Patentnickel 1·0 mm ⌀	74·76	0·52	Spur	24·14	0·70	Spur	0·17	0·329	0·21
„ 0·6 „ „	74·41	0·23	—	25·10	0·42	Spur	0·13	0·343	0·19
Mangankupfer	70	—	—	—	—	—	30	1·007	0·04
Nickelmangankupfer	73	—	—	3	—	—	24	0·477	— 0·03
Kruppin								0·848	0·7

Bemerkt sei hierzu noch, dass ein früher vielfach unter der Bezeichnung „Platinoid“ verwendetes Neusilber, mit Zusatz von 1 bis 2% Wolfram gegenüber dem gewöhnlichen Neusilber, eine Vergrösserung des Wertes ϱ um etwa 50%, aber eine Verkleinerung von α_ϱ aufweist (vgl. Fig. 254). Das Streben, den Wert α_ϱ der messtechnisch verwendeten Widerstandslegierungen möglichst zu verkleinern, hat zunächst Weston (vgl. ETZ 1892, 170) die nach dieser Richtung ausgezeichneten Mangan-Kupferverbindungen auffinden lassen. Das Suchen nach einem Normalwiderstandsmaterial hat dann eine systematische Untersuchung der Mangan-Kupfer- und Nickel-Kupferlegierungen zur

Folge gehabt (vgl. FEUSSNER ETZ 1892, 99), deren Ergebnisse sich am besten aus den graphischen Darstellungen der Fig. 252 und 253 übersehen lassen: Als Abscisse ist der Prozentgehalt an Nickel bezw. Mangan aufgetragen, und die untersuchten Legierungen sind durch die Vertikallinien *A*, *B*, *C* u. s. f. kenntlich gemacht, als Ordinaten sind der spezifische Widerstand ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ als ausgezogene Linie, ferner $\alpha_\varrho \cdot 10^2$ (also in Prozenten) strichpunktiert aufgetragen, und endlich ist noch strichliert die Thermokraft der Legierungen in Millivolt (10^{-3} Volt) pro 10^0 C. Temperaturdifferenz

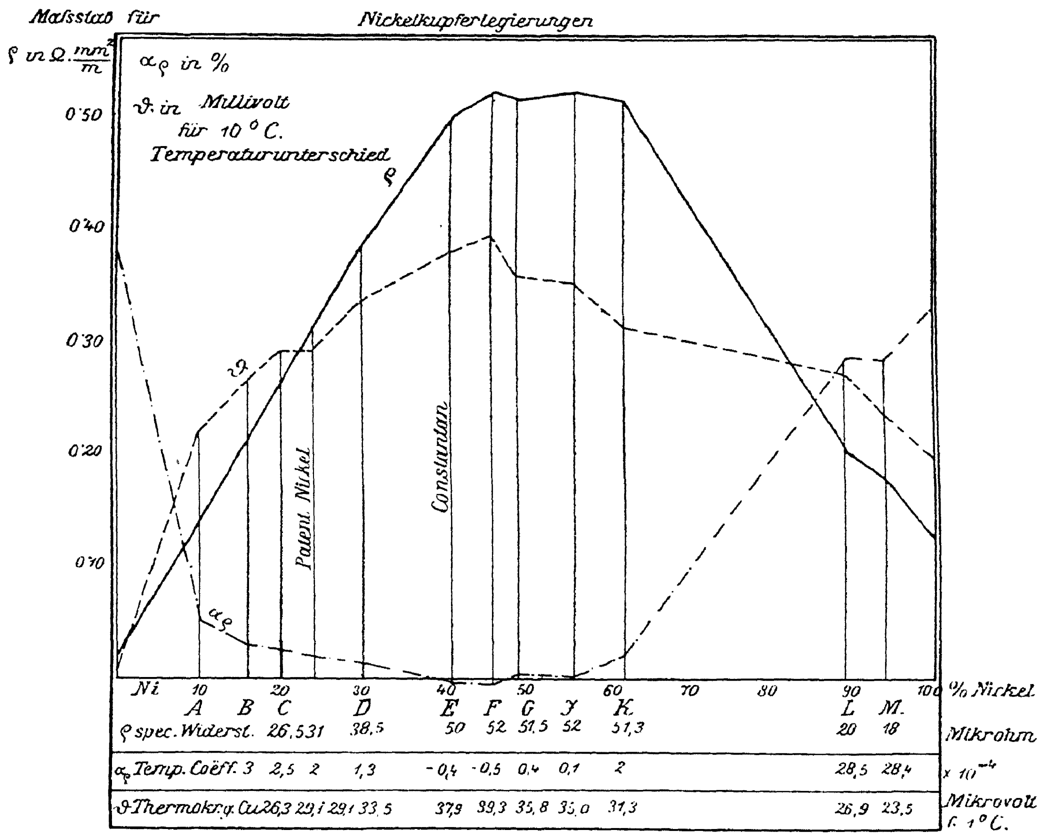


Fig. 252.

durch die Kurve ϑ in ihrem ungefähren Verlauf angedeutet, da sie für die Messtechnik als Störungsursache Bedeutung besitzt.

Die Konstanz des ϱ bezw. der Normalwiderstände über längere Zeiträume liess bei den früheren Materialien, wie Rheotan, Nickelin, sehr zu wünschen übrig, da chemische Zersetzungen und Umlagerungen im Material auftraten, namentlich bei höheren Temperaturen (vgl. ETZ 1892, 100). Beim Manganin (84 % Cu, 12 % Mn, 4 % Ni) mit etwa $\varrho = 0{\cdot}47\ \Omega \cdot \frac{mm^2}{m}$, das wegen seiner bedeutend kleineren Werte von ϑ gegenüber Konstanten und den anderen Nickel-Kupferlegierungen jetzt überwiegend verwendet wird, scheint der Materialkoeffizient auch im Laufe vieler Jahre nur unwesentliche Ände-

rungen zu erleiden (vgl. ETZ 1898, 690). Weitere Angaben über gemessene Materialkoeffizienten von Legierungen siehe Wied. I, 535 bis 549, sowie besonders von neueren technisch benutzten Widerstandsmaterialien Upp. Kal. unter V B, 19 bis 23.

Das Verhalten der Legierungen mit hohem Widerstandskoeffizienten (ϱ) und kleinem Temperaturkoeffizienten (a_ϱ) ist bei sehr tiefen Temperaturen

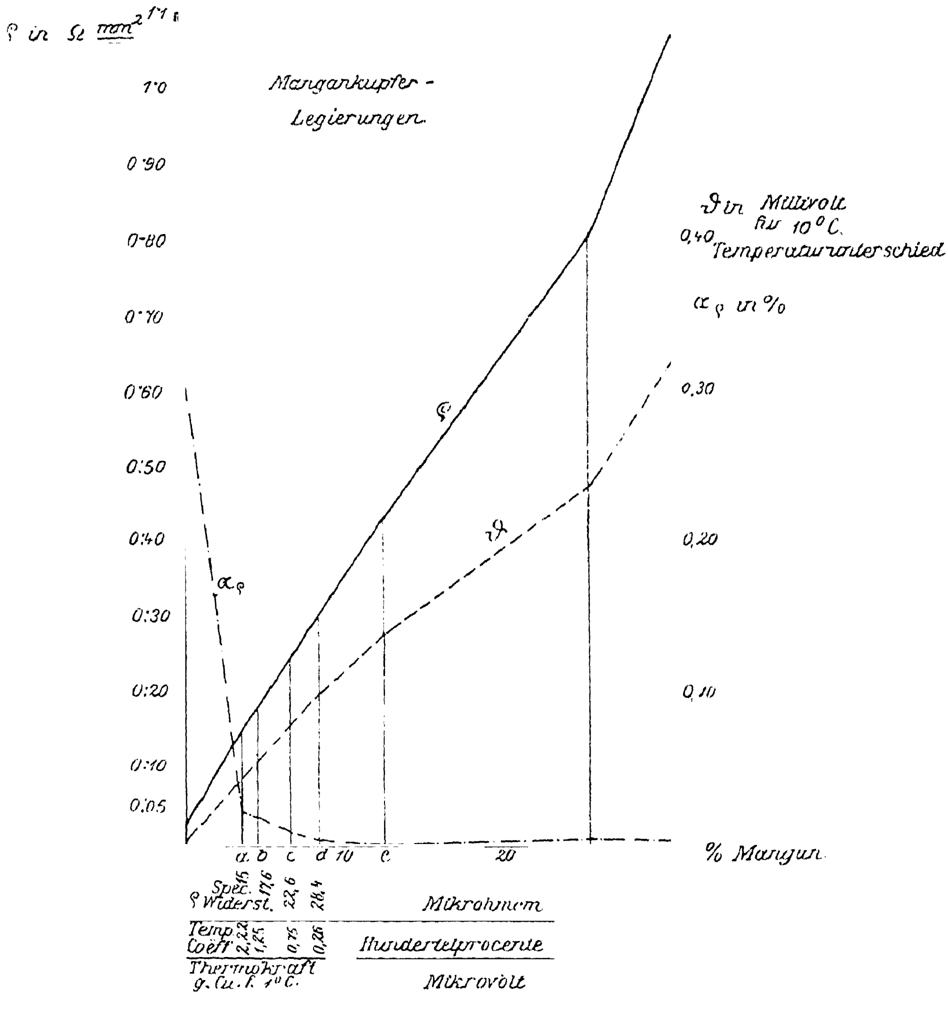


Fig. 253.

insofern bemerkenswert, als die Kurven bezw. Geraden keineswegs gegen den absoluten Nullpunkt der Temperatur und den Wert $\varrho = 0$ hin konvergieren, wie dies die graphische Auftragung der Ergebnisse in Fig. 254 für die von Fleming und Dewar untersuchten Materialien (**213**) ohne weiteres erkennen lässt. Den drei Legierungen ist ausserdem noch die weiter unten zu besprechende Kohle in Form einer Glühlampenkohle (Swan-Lampe) mit ausgesprochen negativem a_ϱ beigefügt.

Das eigentümliche Verhalten der Legierungen aus den Metallen der Gruppe 2 mit Werten von ϱ, welche weit oberhalb von dem Mittelwert $\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2}$ der beiden Einzelmetalle liegen, weist in den meisten Fällen eine Gesetzmässigkeit auf, welche zur Aufstellung einer Hypothese bezw. Theorie sehr anreizen musste. Soweit es sich nicht um die Metalle selbst, sondern um die Legierungen handelt, ist die von C. LIEBENOW aufgestellte Hypothese zur Erklärung des Widerstandes der Legierungen auf thermoelektrischer Grundlage sehr beachtenswert (vgl. C. LIEBENOW, „Der elektrische Widerstand der Metalle“ bei W. KNAPP, Halle a. S. 1898, oder auch ETZ 1898, 28). Wie schon an dem Verlauf des ϱ der Nickel-Kupferlegierungen (Fig. 252) 221. Widerstands-Hypothesen und -Vorstellungen.

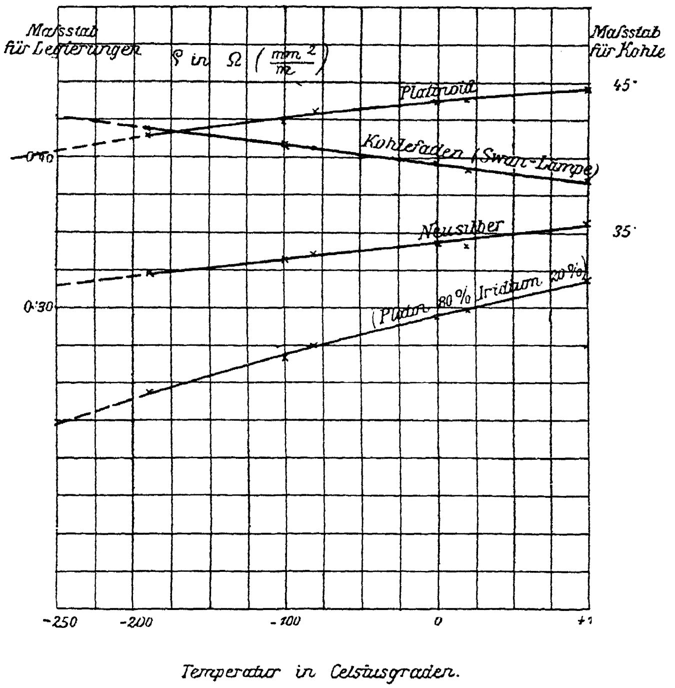


Fig. 254.

kenntlich, besitzt die Kurve angenähert parabolischen Charakter, wenn auch hier — offenbar wegen der beträchtlichen Verunreinigungen in Gestalt der Beimengung anderer Metallspuren — erhebliche Störungen unverkennbar sind. Trägt man aber bei Legierungen von reineren Metallen, z. B. Gold-Silber, die Werte von ϱ abhängig von dem Prozentgehalt an Gold in der Legierung auf, so liefern die von MATTHIESSEN untersuchten Legierungen eine kontinuierliche Kurve (vgl. Fig. 255); ähnlich auch die Gold-Kupferlegierungen.

Zu seiner Hauptgleichung bei Erklärung des Verlaufes von ϱ gelangt LIEBENOW durch folgende Überlegung (vgl. a. a. O. Seite 25):

Sind in einem metallischen Leiter zwei Arten von Metallmolekülen völlig miteinander gemischt und ist die Elektrizität (im gewöhnlichen Sinne) imstande, das Innere der Moleküle zu durchfliessen, so erscheint es nach dem Obigen [der Betrachtung über Thermo-

säulen aus Elementen von unendlich kleiner Länge] ziemlich plausibel, dass thermoelektrische Gegenkräfte überall da auftreten können, wo der elektrische Strom gezwungen ist, von Molekülen des einen Metalles auf Moleküle des andern Metalles überzugehen. Hieraus würde dann wie bei der oben betrachteten Thermokette ein besonderer, scheinbarer Widerstand einer solchen Legierung resultieren, der alle Eigenschaften der gewöhnlichen Widerstände besitzen muss.

Ich setze daher voraus, dass neben dem Widerstand, welchen zwei nebeneinander liegende Prismen von gleicher Länge aus zwei verschiedenen reinen Metallen dem elektrischen Strom gemeinsam darbieten, wenn derselbe beide gleichzeitig der Länge nach parallel durchfliesst, im allgemeinen noch jener besondere scheinbare Widerstand auftritt, sobald die Moleküle beider Metalle durch Zusammenschmelzen innig gemischt werden und aus dem Ganzen ein einziges Prisma von gleicher Länge wie die vorigen geformt wird. Von diesem scheinbaren Widerstande nehme ich an, dass er sich zu jenem anderen ursprünglichen Widerstande, welchen man vorläufig als den wirklichen Widerstand betrachten mag, einfach addiere, wie sich derselbe in der Thermosäule zu dem ursprünglichen Widerstand einfach addiert.

Ist daher bei 0° C. dieser wirkliche Widerstand A_0, jener scheinbare dagegen B_0 und deren Summe C_0, sind ferner α, β und γ die betreffenden Temperaturkoeffizienten, ist endlich t die Temperatur in Celsiusgraden, so wird

$$C_0 (1 + \gamma t) = A_0 (1 + \alpha t) + B_0 (1 + \beta t).$$

Aus dieser Gleichung und derjenigen für 0° C., nämlich $C_0 = A_0 + B_0$, folgt alsdann für den Temperaturkoeffizienten γ der Legierung

$$\gamma = \frac{A_0 \cdot \alpha + B_0 \cdot \beta}{C_0}.$$

Indem er für gewisse Metalle, nämlich diejenigen der Gruppe 1 (Pb, Sn, Kd, Zn vgl. **220**), $B_0 = 0$ setzt, erklärt er das Verhalten derselben in den Legierungen unter sich; indem er $\beta = 0$ werden lässt, leitet er das Verhalten der Legierungen von Gruppe 2 unter sich ab und erhält z. B. für die Goldsilberlegierung die in Fig. 255 dargestellte Kurve, welche sich sehr gut mit den beobachteten Werten (als Kreuze eingetragen) deckt (vgl. a. a. O. 30 ff.). Indem er endlich $\beta < 0$ annimmt, kann er das Auftreten von verschwindend kleinen und schwach negativen Temperaturkoeffizienten (γ) gewisser Legierungen (vgl. bei Fig. 253) erklären.

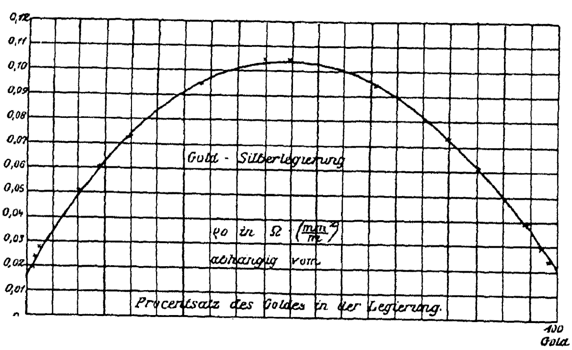


Fig. 255.

Über das Verhalten von sogenannten Metallverbindungen unter Hinweis auf die von Haas untersuchten Kupfer-Zinklegierungen, deren ϱ- und α_0-Werte bis zu 47% Zinkgehalt (Grenze der Möglichkeit, Draht zu ziehen) in der Fig. 256 dargestellt sind (vgl. ETZ 1895, 272), siehe weitere Schlüsse a. a. O. 40 ff. Die weitere Ausdehnung dieser Hypothese zur Erklärung des Widerstandes der reinen Metalle erscheint jedoch gezwungen und wenig wahrscheinlich.

Die Jonen- und Elektronentheorie hat, anschliessend an die Anschauungen von Giese (**79**), auch die metallische Leitung in den Bereich ihrer Betrachtungen gezogen (siehe Drude, „Zur Jonentheorie der Metalle", 1900, Ph. Z.

I, 161). Sachlich den Hilfsvorstellungen von Maxwell (64 ff.) recht nahestehend, ersetzt sie die Umkleidung der Moleküle mit Friktionsteilchen durch die Jonenatmosphäre (Valenzladung) und stellt sich die metallische Leitung, sowie den Unterschied zwischen Leiter und Isolator so vor, dass die unter dem Einfluss der EMK bezw. des elektrischen Druckes verschobene Ladung entweder den Wirkungsbereich des nächsten Moleküls nicht erreicht, deshalb nur elastisch verschoben wird und nicht weitergegeben werden kann (Isolator bezw. Dielektrikum), oder dass sie denselben erreicht; in diesem Fall werden die Jonen (Valenzladungen) von Molekül zu Molekül ausgetauscht, d. h. sie wandern weiter (Leiter). Dementsprechend werden isolierende Jonen und leitende Jonen unterschieden. Weiteres, sowie die mathematische Formulierung dieser Grundvorstellungen siehe a. a. O.

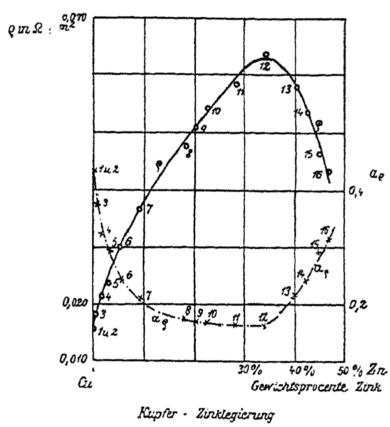


Fig. 256.

222. Elektrische und Wärme-Leitfähigkeit der Metalle.

Bei den Metallen erregte ein gewisses Parallellaufen zwischen zwei Materialkoeffizienten, nämlich demjenigen des elektrischen Leitvermögens (k) und demjenigen des (sogenannten inneren) Wärmeleitvermögens (λ), schon frühzeitig die Aufmerksamkeit verschiedener Forscher. Nachdem ohne näheren Beweis die Proportionalität von k mit λ bereits 1832 von Forbes (vgl. Wied. I, 602) behauptet worden war, wurde sie von G. Wiedemann und Franz (1853 bis 1859, Pogg. Ann. 89, 498 u. s. f. oder Wied. I, 602) für die Metalle und ihre Legierungen (in Gewichtsteilen angegeben) durch folgende Relativzahlen als nahe zutreffend gefunden:

Material:	Ag	Cu	Au	Messing	Sn	Fe	Pb	Pt	Bi
λ =	100	73·2	53·2	23·6	14·5	11·9	8·4	8·4	1·8
k =	100	79·3	58.5	21·5	22·6	13·0	10·7	10·3	1·9

Material:	Cu	8 Cu 1 Zn	6·5 Cu 1 Zn	4·7 Cu 1 Zn	1 Cu 1 Zn	Zn	Sn
λ =	73·6	27·3	29·9	31·1	25·8	28·4	15·2
k =	79·3	25·5	30·9	29·2	25·4	27·4	17·0

Material:	3 Sn 1 Bi	1 Sn 1 Bi	1 Sn 3 Bi	Roses Metall
λ =	10·1	5·6	2·3	4·0
k =	9·0	4·4	2·0	3·2

Von verschiedenen Seiten angezweifelt, wurde diese Beziehung durch neuere Arbeiten von Kirchhoff und Hansemann (1881, Wied. Ann. 13, 417) und L. Lorenz (1881, Wied. Ann. 13, 598) im wesentlichen bestätigt, wenn auch Eisen eine Abweichung aufweist, die aber durch die bei k vorhandene transversale Magnetisierung erklärt wurde. Kirchhoff und Hansemann finden bei 15° C.:

Material:	Blei	Zinn	Zink	Kupfer	Eisen I	Eisen II	Eisen III
λ_{15} =	7·93	14·46	25·45	41·52	14·18	9·64	13·75
k_{15} =	4·57	8·82	14·83	24·04	6·80	4·06	6·57
$\lambda : k$ =	1·74	1·64	1·72	1·73	2·08	2·37	2·09

Aus den Messungen von L. Lorenz, welcher die Koeffizienten für 0° C. und 100° C. bestimmte, würde für das Doppelverhältnis

$$\frac{\lambda_{100}}{k_{100}} : \frac{\lambda_0}{k_0} = c \text{ folgen:}$$

Material:	Cu	Mg	Al	Cd	Sn	Pb	Sb	Bi	Neus.	Mess. I	Mess. II	Fe
c =	1·36	1·40	1·37	1·32	1·33	1·30	1·29	1·37	1·31	1·36	1·43	1·53

Hieraus wird die Beziehung $\frac{\lambda}{k} = c \cdot T$

abgeleitet, wenn T die absolute Temperatur und c eine Konstante bezeichnet. Weitere Untersuchungen (vgl. Wied. I, 607 und 608) lassen diese Beziehung als angenähert giltig erscheinen.

223. *Feste Nichtmetalle. Gepresste Pulver.* Für das Problem der (metallischen) Leitung besitzt diese Gruppe gegenwärtig mit das grösste Interesse, da möglicherweise hier der Angelpunkt für die beiden Hauptarten der elektrischen Leitungsvorgänge zu suchen ist (vgl. **208** und **228**), ja vielleicht alle Leitungsprobleme hier zusammenlaufen. Soweit die hierhergehörigen Leitungserscheinungen erkennen lassen, welche vorläufig allerdings noch sehr klärungsbedürftig erscheinen, so führen sie von der metallischen Leitung auf der einen Seite, hinüber zur elektrolytischen oder Konvektionsleitung auf der anderen und bilden schliesslich wohl auch die Brücke zu den Übergangserscheinungen (**38**) der Kontakte, Lockerkontakte (Fritter) und dergleichen.

Neben einer Reihe von vorerst noch recht ergänzungsbedürftigen und hier weniger interessierenden Beobachtungen über die teils metallische, teils elektrolytische schwache Leitfähigkeit von Phosphor, Schwefel, Tellur, Schwefelmetallen und metallischen Kristallen, z. B. Eisenglanz (vgl. Wied. I, 614 bis 619), waren es bis vor kurzem namentlich die Kohle in ihren verschiedenen Modifikationen und das Selen, welche auf dem Gebiet der elektrischen Leitung die Aufmerksamkeit durch ihr Verhalten auf sich gelenkt hatten; neuerdings sind hierzu die in der elektrischen Beleuchtungstechnik, namentlich bei dem Nernstlicht, verwendeten Oxyde verschiedener Erden getreten (vgl. hierzu auch **36** und **38**).

Während der Kohlenstoff in der Modifikation des Diamantes und der reinen Holzkohle keine merkliche Leitfähigkeit besitzt, liegt der Materialkoeffizient ϱ_{15} in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ bei den verschiedenen (graphitischen) Kohlensorten etwa zwischen 10 und 100 (vgl. hierzu die Werte in **211**). Auch hier sind die von den verschiedenen Beobachtern gefundenen Zahlen für ϱ, sowie für den Temperaturkoeffizienten (a_ϱ) des spezifischen Widerstandes sehr verschieden, ja zum Teil widersprechend (vgl. Wied. I, 612), doch ist der negative Charakter des Vorzeichens von a_ϱ bei allen Kohlensorten als sicher anzusehen und beträgt nach den Messungen von W. Siemens (1874, vgl. Wiss. Arb. I, 223) bei einer Berliner Gasretortenkohle (mit $\varrho_0 = 69·0$) 0·0345 % oder $a_\varrho \cdot 10^3 = -0·345$ zwischen + 75 und + 200° C. Für künst-

liche, durch Pressung aus Kohlenpulver erzeugte Kohlenstangen war α_ϱ gleichfalls negativ, wenn auch etwas kleiner, nämlich etwa $\alpha_\varrho \cdot 10^3 = -0{\cdot}31$.

Für die Kohle in Gestalt eines Glühlampenfadens sind die zwischen $+100^0$ C. und -200^0 C. beobachteten Werte in Fig. 254 graphisch dargestellt, woraus eine praktisch geradlinige Zunahme von

$$\varrho_{+100} = 38{\cdot}3 \text{ auf } \varrho_{-200} = 42{\cdot}0\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$$

sich ergiebt, und nach der Formel

$$\varrho_{+100} = \varrho_{-200}\left[1 + \alpha_\varrho\,(t_1 - t_2)\right]$$

$$\frac{1}{\varrho_{-200}} \quad 100-(-200) \quad \frac{1}{42{\cdot}0}\ \frac{38{\cdot}3 - 42{\cdot}0}{300} = -\frac{3{\cdot}7}{12600} = -0{\cdot}000294,$$

also etwas kleiner als die Werte der von SIEMENS untersuchten Kohlensorten.

Neuere Untersuchungen von STREINTZ (vgl. ETZ 1900, 811) über den elektrischen Widerstand von gepressten Pulvern, namentlich von amorphem Kohlenstoff und Graphit, haben für gepressten Russ (spezifisches Gewicht 1·5) einen Wert von etwa $\varrho = 40\,000$ ergeben, mit dem auffallend hohen Wert für α_ϱ von nahezu $-0{\cdot}01$. Gepresster Graphit (spezifisches Gewicht etwa 3) ergab einen mit der Zeit anwachsenden Wert von $\varrho = 14{\cdot}2$ bis $21{\cdot}9$, wo der stationäre Zustand erreicht war und gefunden wurde

$$\varrho_t = 21{\cdot}9\,(1 - 0{\cdot}0013\ t)\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right),$$

während für festen Graphit nach MURAOKA (1881, WIED. Ann. 13, 307) sich ergiebt

$$\varrho_t = 12{\cdot}2\,(1 - 0{\cdot}00074\ t)\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right).$$

Graphit würde also den metallischen Leitern in jeder Beziehung weit näher stehen als der amorphe Kohlenstoff.

Von anderen Materialien mit ursprünglicher Pulverform sind mit Rücksicht auf die Erdleitung namentlich die technisch wichtigen Zemente und Betone näher untersucht worden (vgl. 1896, ETZ, 180), wobei der spezifische Widerstand sich für reinen Zement in der Grössenordnung von $40 \cdot 10^6\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ ergab; bei Beton im allgemeinen höher bis $500 \cdot 10^6$. (Näheres siehe a. a. O.)

Während BEETZ (1860, POGG. Ann. 111, 619) als Ursache der Widerstandsabnahme der Kohlensorten bei steigender Temperatur, in Analogie mit der Vorstellung des Verhaltens lockerer Pulver, die stärkere Aneinanderpressung der einzelnen Teilchen beim Erwärmen annimmt, mutmasst SIEMENS ein ähnliches Verhalten wie bei dem jetzt zu besprechenden Selen.

224. Leitungs- und Belichtungskoeffizient von Selen.

Auch dieses Nichtmetall, welches gegenwärtig die Elektrophysiker wegen seiner Verwendung bei der Lichttelephonie, oder allgemeiner Lichtzeichengebung, in wachsendem Masse interessiert, ist eingehend zuerst von SIEMENS (vgl. a. a. O. 258, ferner 270 und 271; siehe auch 38 letzter Absatz) bezüglich seiner elektrischen Leitfähigkeit untersucht worden. Er unterscheidet drei Modifikationen, nämlich:

I. Kristallinisches Selen, aus amorphem Selen durch Erhitzung auf 100^0 C. erzeugt, mit etwa $\varrho = 1{\cdot}4 \cdot 10^{12}$, also praktisch Nichtleiter.

II. Grosskörniges Selen, aus amorphem Selen durch zehnstündiges Erhitzen auf 200^0 C. erzeugt mit etwa $\varrho = 4 \cdot 10^9$.

III. Selen, aus geschmolzenem Selen durch langsame Abkühlung entstanden mit etwa $\varrho = 8 \cdot 10^{10}\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$.

Alle drei Modifikationen sind also sehr schlechte Leiter und hätten für die Elektrophysik kein weiteres Interesse, wenn der spezifische Widerstand nicht einen auffallend grossen Belichtungskoeffizienten besässe, d. h. die Eigenschaft, in dünnen Schichten je nach der Stärke der Belichtung seinen Widerstand sehr stark zu vermindern, bis auf etwa $^1/_{10}$ bei direktem Tageslicht.

Die Angaben über die Empfindlichkeit und Brauchbarkeit der einzelnen Zellen, nach Wiederaufnahme der Untersuchungen an den Selenzellen infolge ihrer Benutzung als Empfänger bei der Lichttelephonie (**271**), waren vielfach recht widerspruchsvoll. Durch neuere Untersuchungen von RUHMER (vgl. Ph. Z. III, 468) über die Empfindlichkeit und Trägheit von Selenzellen, sowie über ihre vorläufig noch geringe Haltbarkeit, also starke Veränderung bei zunehmendem Alter, haben sie aber eine gewisse Klärung erfahren. Unter Benutzung der Unterscheidung in „weiche" und „harte" Zellen seien die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchungen an fünf verschiedenen Selenzellen hier im Wortlaut nebst graphischer Darstellung angeführt:

Das voneinander wesentlich abweichende Verhalten der Selenzellen bei matter und greller Beleuchtung (vgl. Fig. 257) hat seinen Grund in der Herstellungsweise derselben. Um nämlich die kristallinische Modifikation des Selens zu erhalten, die allein die stromleitende und unter gewissen Umständen auch die uns hauptsächlich interessierende lichtempfindliche Eigenschaft besitzt, kann man auf zweierlei Weise verfahren. Streicht man ein mit Kupferdraht [meist 0·2 mm Draht mit etwa 1 mm Abstand der Drahtmitten] bifilar bewickeltes Täfelchen, das bis über 100° C. erhitzt wurde, mit dem schwarzen, siegellackartigen Stangenselen und lässt die Masse unter Umrühren oder Erschütterungen rasch bis zum Erstarren abkühlen, so erhält man eine harte Zelle (Kristallmehl). Wird dagegen das Täfelchen langsam abgekühlt, nachträglich aber bis etwa 200° C. erhitzt, so erhält man eine Zelle mit der vorher als weich bezeichneten Eigenschaft, die eine grobkörnig kristallinische Struktur besitzt.

Hiermit möchte ich auch das ganz sonderbare Verhalten der mitbenutzten CLAUSENschen Zelle zu erklären versuchen. Wie man aus dem Verlaufe der Widerstandskurve dieser Zelle bei verschiedener Entfernung der Lichtquelle (Fig. 257) erkennt, hat dieselbe bei einer Entfernung der Lichtquelle zwischen 3 und 1 Meter einen Wendepunkt. Welche Ursache mag dieses unregelmässige Verhalten dieser Zelle, das ihr gewiss nicht zum Lobe dienen kann, haben? Wahrscheinlich wurde die Zelle auf die vorhin zuerst beschriebene Weise hergestellt, hatte also die Eigenschaften der als „hart" bezeichneten Zellen angenommen. Nachträglich wird sie dann nochmals erhitzt worden sein, jedoch in unzureichendem Masse, um eine völlige Kristallumlagerung in die grobkörnige Struktur herbeizuführen. Die Zelle enthält daher beide, als „hart" bezw. „weich" bezeichneten Modifikationen, und beide trachten, den Widerstand bei Beleuchtung auf ihre Weise herabzusetzen. Die Wirkungen superponieren sich wohl im allgemeinen, allein da die Widerstandskurve der harten Zellen in ganz anderer Weise verläuft als die Kurve der weichen Zellen, so kommt jener unregelmässige Verlauf zustande . . .

Das Widerstandsverhältnis der fünf gemessenen Zellen im Dunkeln [nach 24 stündigem Ausruhen] und bei greller Beleuchtung [nach Erreichung eines stationären Widerstandswertes] stellt sich folgendermassen (vgl. Fig. 257):

Zelle No.	Form	Bezeichnung	Widerstände (in Ω)	Quotie
69	flach	weich	40000 : 1950	20·5
77	„	hart	100000 : 6000	16·6
112	„	weich	18000 : 620	29·0
CLAUSEN	„	hart	70000 : 19000	3·7
8	zylindrisch	weich	35000 : 1100	31·8

Die weichen Zellen sind also die bei weitem empfindlicheren, und die zylindrische Zelle (No. 8) in evakuierter Glasbirne mit fast 32fachem Widerstandsquotienten ist die empfindlichste unter ihnen, sie ist etwa achtmal empfindlicher als die CLAUSENsche.

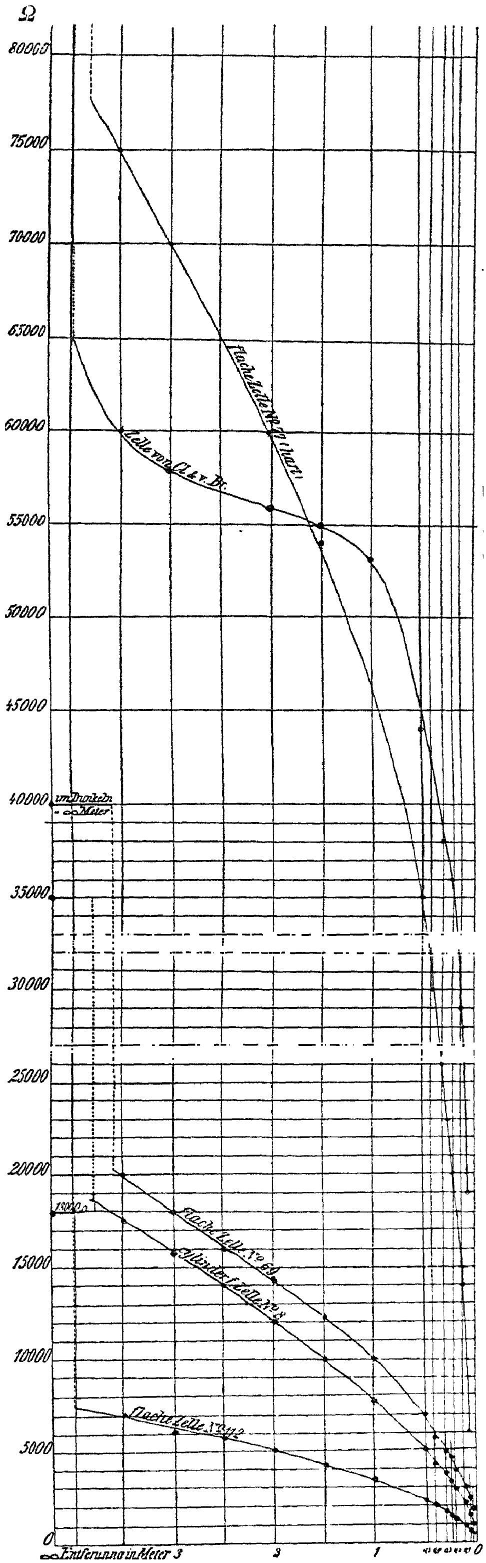


Fig. 257.

Neben der Widerstandsänderung der Selenzellen, abhängig von der Beleuchtungs s t ä r k e, welche in Fig. 257 durch den Abstand einer 50kerzigen Glühlampe als Abscisse zur Darstellung gebracht ist, wobei ausreichend lange Dauer der Belichtung bis zur Erlangung stationärer Widerstandsverhältnisse angenommen ist, besitzt die Abhängigkeit der Widerstandsänderung von der Zeit d a u e r der Belichtung bezw. der Verdunkelung ein praktisches Interesse. Die Expositionsdauer lässt sich bei der üblichen Anordnung der Zellen durch Öffnen bezw. Schliessen des Deckels (vgl. Fig. 258) bestimmen; die beiden Klemmen der Zelle sind mit je einem der bifilaren, aber am anderen Ende freien Kupferdrähte verbunden. Hierdurch ist eine Parallelschaltung aller zwischenliegenden Selenstreifchen der Zelle bedingt. Fig. 258 zeigt eine flache Zelle an ein Relais angeschlossen, das durch die Widerstandsverminderung bei Belichtung bethätigt wird. Fig. 259 zeigt die oben erwähnte zylindrische Zelle, wie sie für die neueren Versuche mit Lichttelephonie Verwendung fand (siehe hierüber in 271). Über jene von RUHMER als „Trägheit" bezeichnete Erscheinung der zeitlichen Nachwirkung liegen folgende Untersuchungsergebnisse von ihm vor:

Um diese Trägheit in ihrem zeitlichen Verlauf zu charakterisieren, habe ich einige Widerstandsmessungen gemacht, und zwar, nachdem die bis dahin im Dunkeln aufbewahrten Zellen plötzlich eine grelle Beleuchtung erfuhren, andererseits, nachdem sie eine Zeitlang grell beleuchtet worden waren, plötzlich wieder verdunkelt wurden.[1]) Zu

1) Leider konnten wegen Zeitmangels nicht durchgehends ausgeruhte Zellen verwendet werden. Die Zahlenwerte für No. 112 und No. 8 sind daher zu niedrig.

diesen Beobachtungen wurden die Zellen zunächst in ihren Behältern belassen, plötzlich von einer 16kerzigen Glühlampe aus 40 cm Entfernung belichtet. Die Widerstände wurden zuerst sekundenweise, dann von 5 zu 5, endlich von 10 zu 10 Sekunden bis zur Gesamtdauer einer Belichtung von 5 Minuten notiert. Hierauf wurden die Zellen wieder verdunkelt und das Steigen des Widerstandes in gleicher Weise bestimmt. Die so ermittelten Zahlen sind in Fig. 260 und 261 graphisch dargestellt.

Man ersieht hieraus, dass sich bei plötzlicher Beleuchtung der grösste Teil der Gesamtwiderstandsänderung bereits in der ersten Sekunde vollzieht, dann langsam fällt; indessen hatte keine einzige von allen beobachteten Zellen nach 5 Minuten ihren Minimalwert erreicht. . . . Man sieht auch hier wieder den grossen Unterschied zwischen den weichen und harten Zellen. Während erstere ihren Widerstand nach einer Belichtung von mehreren Minuten nur noch in geringem Masse ändern, ist die Widerstandsände-

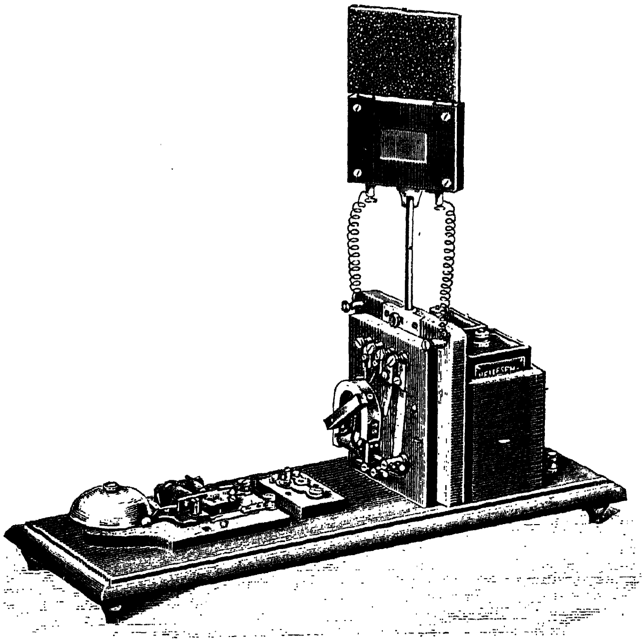


Fig. 258.

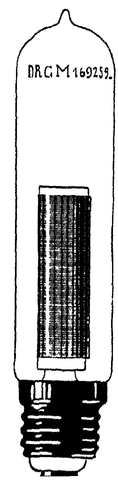


Fig. 259.

rung bei den harten Zellen in dem entsprechenden Teil der Kurve noch ziemlich bedeutend.

Viel langsamer erfolgt die Zunahme des Widerstandes nach erfolgter Verdunkelung, bei den harten Zellen verhältnismässig schneller als bei den weichen.

Macht man den Versuch, die Kurven der Fig. 257 in Richtung eines Belichtungs*koeffizienten* auszuwerten und beschränkt sich auf die vier Selenzellen mit regelmässigem Verlauf, sowie ferner auf ein bestimmtes Gebiet der Belichtungsstärke, z. B. 50 · 4 = 200 Meterkerzen und $\frac{50}{16} = 3{\cdot}1$ Meterkerzen, also auf die Entfernung zwischen 0·5 und 4 Meter, so erhält man etwa folgende Widerstandsverhältnisse (vgl. Fig. 257):

flache, weiche	Zelle No.	112	nimmt ab um	$\frac{7500}{2300}$,	also etwa das	3·28 fache
" "	" "	69	" " "	$\frac{21700}{6800}$,	" " "	3·1 "
zylindrische weiche	" "	8	" " "	$\frac{19200}{5000}$,	" " "	3·8 "
flache, harte	" "	77	" " "	$\frac{78500}{35000}$,	" " "	2·22 "

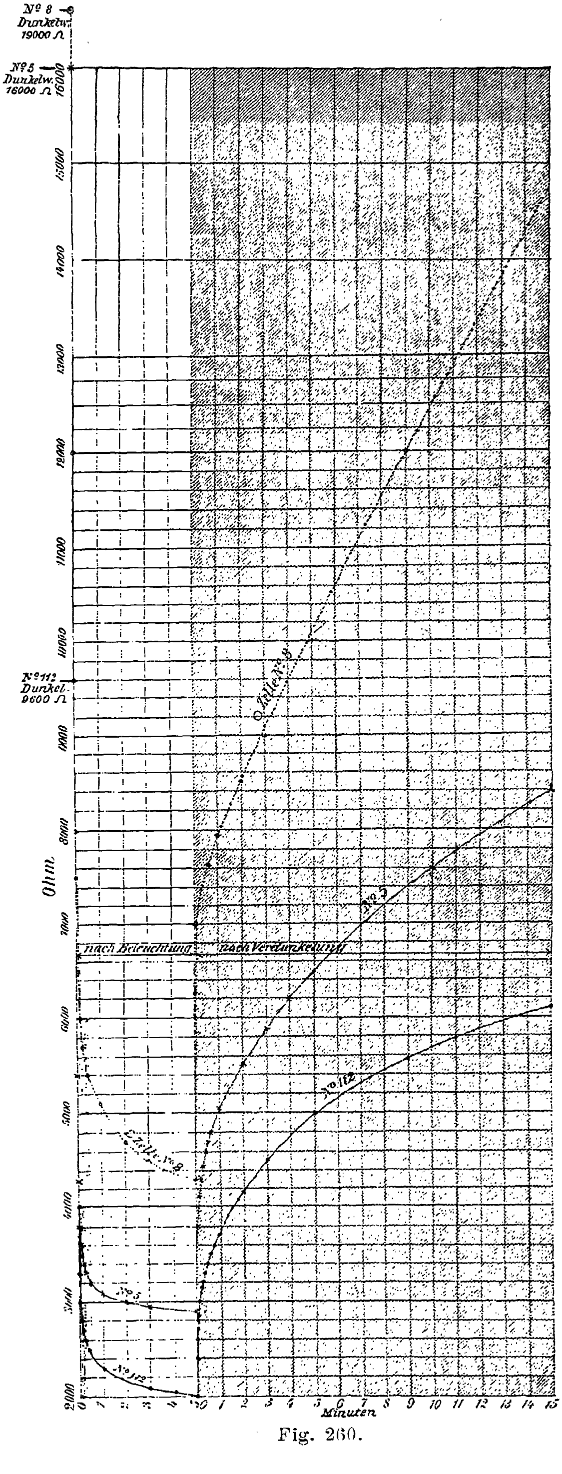


Fig. 260.

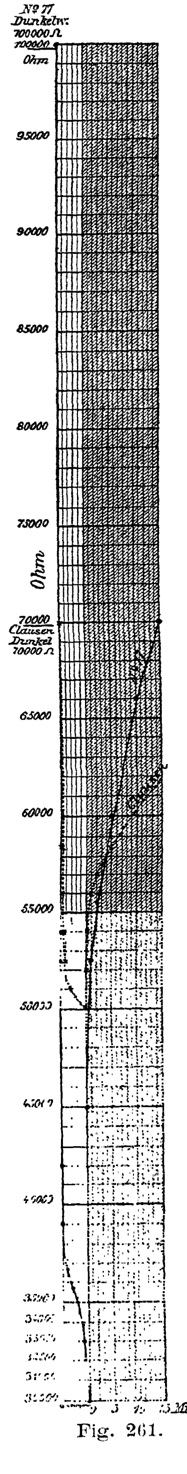


Fig. 261.

Widerstandskurven von Selenzellen nach ploetzlicher Beleuchtung und ploetzlicher Verdunkelung (Traegheit).

Für die Widerstandsänderung der vier Zellen kann man für die angegebenen Grenzen in erster Annäherung die Formel benutzen

$$\frac{R_a}{R_b} = \left(\frac{b}{a}\right)^\beta,$$

wenn a die schwächere, b die stärkere Belichtung in Meterkerzen bezeichnet und R_a bezw. R_b die zugehörigen Ohmschen Widerstände sind. Der Belichtungsexponent β liegt dann für die flachen, weichen Zellen zwischen 0·026 und 0·029 und beträgt im Mittel bei Zelle No. 112 etwa 0·029 und bei Zelle No. 69 etwa 0·027, während sich für die zylindrische, weiche Zelle No. 8 der grössere Wert von etwa 0·032 und für die harte Zelle No. 77 der erheblich kleinere Wert von etwa 0·019 ergiebt.

Setzt man die Selenzelle einer periodischen Belichtung aus, etwa indem man zwischen Lichtquelle und Selenzelle eine Scheibe mit sektorförmigen Ausschnitten rotieren lässt, so findet eine periodische Schwankung des Widerstandes noch innerhalb solcher Grenzen statt, dass die Selenzelle als Wellenstromerreger zweiter Ordnung wirkt (155), also mit einer Stromquelle von konstanter Spannung geschlossen keinen konstanten Gleichstrom, sondern einen Wellenstrom erzeugt, dessen Wechselkomponente sich mit Hilfe eines Telephons herausfiltrieren lässt, insofern das Telephon als akustisches Messinstrument bezw. Analysator des aufgelagerten Wechselstromes von gleicher Periode wie die Periode der Sektorbelichtung dient.

Eine praktische Verwendung hat die Selenzelle in Starkstromanlagen bei den Stationsvoltmetern gefunden, um die Abweichung der Spannung vom Normalwert nach oben oder unten durch ein Alarmsignal anzuzeigen.

Im übrigen scheint es, dass nicht nur das Selen die Eigenschaft der Widerstandsänderung abhängig von der Stärke der Belichtung in erheblichem Masse besitzt, sondern auch andere Stoffe, namentlich gewisse Oxydschichten, z. B. Kupferoxyd (vgl. ETZ 1902, 724). Nach einer daselbst von Hirschson gegebenen Mitteilung würden derartige Oxydschichten nicht nur durch Belichtung eine photoelektromotorische Kraft entwickeln, und zwar sowohl bei Dauerbelichtung, als auch bei periodischer, etwa wie oben erzeugter Belichtung, bei der sie als Wellenstromerreger erster Ordnung wirken (152), sondern es würde auch „mit zunehmender Beleuchtung der innere Widerstand (der Oxydschicht) ständig und in hohem Masse abnehmen“, also eine ähnliche Erscheinung wie bei den Selenzellen vorliegen.

Über eine Verwendung der Widerstandsänderung von Selenzellen für Zwecke der elektrischen Fernphotographie siehe Schaltungsschema und Beschreibung der von A. Korn angegebenen Apparatenanordnung in ETZ 1902, 454.

225. Leitfähigkeit von Oxyden und Sulfiden.

Im geschichtlichen Teil (38) wurde erwähnt, dass eine grössere Anzahl von Oxyden, welche bei gewöhnlicher Temperatur praktisch Nichtleiter sind, bei höheren Temperaturen eine verhältnismässig hohe Leitfähigkeit erlangen, die bei weiterer Temperatursteigerung noch zunimmt. Diese Beobachtung hat in den letzten Jahren nicht nur für die elektrische Beleuchtungstechnik Bedeutung gewonnen, sondern bietet auch in elektrophysikalischer Hinsicht grosses Interesse.

Nach einer neueren Untersuchung (1902) von F. Streintz über das elektrische Leitvermögen der Oxyde und Sulfide von Metallen (vgl. Ph. Z.

IV, 106) in Form von gepressten Pulvern ergab sich zunächst die merkwürdige Regel, „dass sich nur dunkelfarbige Verbindungen als Leiter erwiesen, und darunter nur solche, die sich ohne Anwendung eines Bindemittels in bestimmte Formen (Stäbe, Stifte, Platten) von metallischem Glanz und metallischer Härte bringen liessen." Die Reihenfolge der in ihrer Zahl ziemlich beschränkten guten Leiter war: PbO_2, CdO, CuS, Cu_2S und MoS_2, welche den Metallen am nächsten stehen und wie diese einen positiven Temperaturkoeffizienten (a_ϱ) aufweisen, wenn auch von geringerem Betrage. Das bestleitende Oxyd ist das für die Bleiakkumulatoren wichtige PbO_2, welches etwa ein Drittel der Leitfähigkeit von metallischem Quecksilber (**211**) besitzt. An die obigen Verbindungen schliessen sich an: MnO_2, PbS (Bleiglanz), HgS und Ag_2S (Silberglanz), welche bei gewöhnlicher

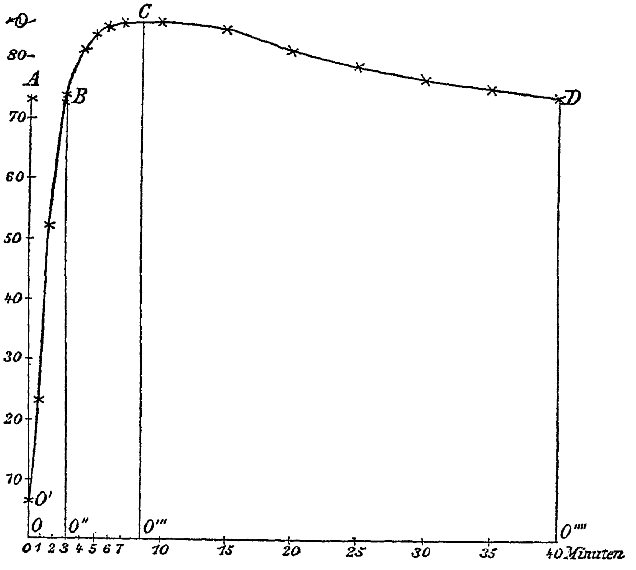


Fig. 262.

Temperatur ein verhältnismässig geringes Leitvermögen aufweisen, das aber bei wachsender Temperatur rasch zunimmt und ausserdem zum Teil, wie bei Bleiglanz, bei wechselnder Erwärmung und Abkühlung (Erwärmungscyklen) für k einen Wert aufweist, der bei den ersten Erwärmungscyklen eine erhebliche Verbesserung erfährt, gleichsam als wenn das Material für die Leitung immer besser geschult würde, eine Beobachtung, die bei den ferromagnetischen Erscheinungen ein gewisses Analogon zu besitzen scheint (**293**). Bemerkenswert ist auch der Umstand, dass der Widerstand bei der Abkühlung eine Art „Schwingung" ausführt. Ein Stift von PbS von 1·7 cm Länge und 0·22 cm² Querschnitt mit einem Anfangswiderstand von 73 Ω (also ϱ_{15} in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ etwa gleich 95 000·) liess, bei Anlegen einer konstanten Spannung $\overline{E} = 13$ Volt an seine Enden, die Stromstärke innerhalb 22 Sekunden auf 2 Amp. anwachsen, was einem Sinken des Widerstandes auf 6·5 Ω (ϱ_t etwa gleich 8450·) entspricht. Wurde jetzt die Spannung $\overline{E}$ abgeschaltet, so zeigte der Widerstand in Ω in den nächsten 40 Minuten den in Fig. 262 dar-

gestellten Verlauf mit einem Maximum $O'''C$ zwischen 8 und 12 Minuten mit darauffolgender Abnahme. Erwähnt sei noch die starke Zunahme von ϱ bei tiefen Temperaturen, so dass ϱ in flüssiger Luft auf etwa das 3000fache seines Betrages bei Zimmertemperatur zunimmt.

Das Verhalten der zweiten Gruppe mit einem stark negativen Temperaturkoeffizienten zeigt gleichsam eine Überleitung zu den folgenden Oxyden, welche bei gewöhnlicher Temperatur praktisch Nichtleiter sind, aber bei höheren Temperaturen Leiter mit negativen Temperaturkoeffizienten werden, somit eine Art weiterer Eigenerregung des Leitvermögens durch den Betriebsstrom zulassen.

Der Umstand, dass die Leitfähigkeit bei hinreichend hoher Temperatur soweit gesteigert werden kann, dass die mit den üblichen Konsumspannungen erreichbaren Stromdichten genügen, um nach vorausgegangener einmaliger Vorwärmung durch eine äussere Wärmequelle jene Leitfähigkeit mit Hilfe der JOULEschen Stromwärme *dauernd* aufrecht zu erhalten, hat in Verbindung mit dem hohen lichtelektrischen Wirkungsgrad gewisser Oxyde bekanntlich zu der technischen Verwendung derartiger Glühstäbchen in der Nernstlampe, letzteres zu der Benutzung von Fäden aus Osmiumlegierung in der Osmiumlampe von AUER geführt. Beides stellt auch für die Bogenlichtbeleuchtung weitere Fortschritte in Aussicht. In ähnlicher Weise nämlich, wie in den Nernstlampen der zusammenhängende Kohlefaden der gewöhnlichen Glühlampen durch ein zusammenhängendes Stäbchen aus Oxyden mit der obenerwähnten Eigenschaft unter Zulassung höherer Glühtemperaturen, also höherer Ökonomie (**271**), erfolgreich ersetzt wurde, ist auch der teilweise oder völlige Ersatz der Kohlenstifte in den gewöhnlichen Bogenlampen durch jene Oxyde mit hoher Lichtemissionsfähigkeit versucht worden, und zwar physikalisch, wenn auch im letzteren Falle vorläufig noch nicht technisch, mit dem nämlichen Erfolg. Der teilweise Ersatz der Kohle in den Bogenlampenelektroden durch Kalk, Magnesia und dergleichen ist beim sogenannten Bremerlicht erfolgt, der völlige Ersatz der Kohlenelektroden durch ähnliche feuerbeständige Substanzen in dem sogenannten Elektrolytbogenlicht von RASCH (vgl. ETZ 1901, 374). Ohne auf die technische Seite näher einzugehen (siehe diese in Bd. VIII), soll hier nur das elektrophysikalische Verhalten der verschiedenen Oxyde besprochen werden. Die Zahl der Veröffentlichungen nach dieser chemisch-physikalischen Richtung ist bisher sehr gering. Die wesentlichsten Punkte sind in einer Arbeit von J. SOHLMANN (vgl. ETZ 1900, 675) angeführt, weshalb dieselbe hier der Hauptsache nach im Wortlaut folgen möge:

Es zeigte sich, dass die Leitungsfähigkeit der verschiedenen Oxyde, und insbesondere die Temperatur, bei welcher sie merkbar zu leiten anfangen, sehr verschieden ist. Auch bemerkte ich bald, dass diese Eigenschaften nicht zufällig auftreten, sondern in enger Beziehung zu der Stellung des betreffenden Elementes im „Periodischen System" stehen.

Untersucht wurden nur solche Oxyde, welche für die Lichtlieferung anwendbar erscheinen. Alle leicht schmelzbaren und sonst unbeständigen, sowie sehr seltenen Oxyde wurden deshalb von der Untersuchung ausgeschlossen.

Die Metalle der 1. Gruppe: die Alkalimetalle und Kupfer, Silber und Gold, geben keine Oxyde, welche hierfür von Interesse sein können.

In der 2. Gruppe sind die Oxyde von Beryllium, Magnesium, Calcium und Zink ziemlich feuerfest.

Die drei erstgenannten Oxyde sind auch bei hohen Temperaturen sehr schlecht leitend und verlangen besonders hohe Temperatur, um merkbar leitend zu werden. Da-

gegen ist Zinkoxyd bedeutend besser leitend, und sein leitender Zustand kann leichter herbeigeführt werden.

Das Eintreten der Leitungsfähigkeit ist dadurch charakterisiert, dass ein elektrischer Strom von gleichbleibender Spannung dann einen Stab des betreffenden Oxyds glühend erhalten kann.

Diese Spannung soll, wenn ein Vorschaltewiderstand benutzt wird, nicht bedeutend höher sein, als diejenige, welche genügt, um den Stab ohne Vorschaltewiderstand zum Schmelzen zu bringen.

Diese Spannung kann als kritische Spannung bezeichnet werden.

Von den Elementen der 3. Gruppe wurden nur Aluminium, Yttrium und Lanthan untersucht. Ihre Oxyde sind schlechte Leiter.

Unter schlechten Leitern verstehe ich solche, welche nur durch starke Erhitzung, etwa mit einem Lichtbogen oder einer Knallgasflamme, merkbar leitend werden. Mittelgute Leiter nenne ich diejenigen, welche schon bei 1000 bis 1500° C. zu leiten anfangen, und endlich gute Leiter diejenigen, bei welchen das Leitungsvermögen schon unter 1000° eingeleitet werden kann, was etwa durch die Erwärmung mit einer Alkoholflamme oder einem Streichholz geschehen kann.

In der 4. Gruppe wurden die Oxyde von Zinn, Titan, Zirkonium, Cer und Thorium untersucht.

Es zeigte sich hier eine stufenweise Abnahme der Leitungsfähigkeit mit steigendem Atomgewicht bei den homologen Elementen. Titanoxyd ist gut leitend, Zirkonium- und Ceroxyd mittelgut und Thoriumoxyd schlecht leitend. Zinnoxyd ist gut leitend.

Von der 5. Gruppe untersuchte ich nur Didymoxyd, das sich als gut leitend erwies.

Nach Angabe einiger chemischer Lehrbücher soll Vanadoxyd schon bei gewöhnlicher Temperatur merkbar leitend sein.

Die Oxyde von Chrom, Wolfram und Uran, welche zu der 6. Gruppe gehören, sind alle gut leitend. Chromoxyd leitet von diesen am besten und Uranoxyd (schwarzes Oxydoxydul) am wenigsten gut, doch ist der Unterschied nicht bedeutend.

Von der 7. und 8. Gruppe wurden keine Oxyde untersucht.

Wenn man die chemischen Eigenschaften der untersuchten Oxyde miteinander vergleicht, so findet man, dass sämtliche schlecht leitende Oxyde starke Basen sind, während die gut leitenden einen mehr oder weniger ausgeprägten säurebildenden Charakter haben.

Eine eigentümliche Ausnahme hievon ist Didymoxyd. Didymoxyd (Di_2O_3) ist ein basisches Oxyd, aber doch gut leitend. Eigentümlich erscheint es, dass Didymoxyd nach der Stellung des Didyms im periodischen System eigentlich ein säurebildendes Oxyd sein sollte.

In den einzelnen Gruppen, besonders in der 4. und 6., zeigt sich bei den Oxyden der homologen Elemente eine Abnahme der Leitungsfähigkeit mit zunehmendem Atomgewicht.

Die Metalle Zink und Zinn, welche zu den rechtsstehenden analogen Reihen in der 2. und 4. Gruppe gehören, geben Oxyde, welche bedeutend bessere Leiter sind als ihre stärker basischen Analogen in den linken Reihen.

In den beiden ersten je 7 Elemente umfassenden Perioden scheint die Leitungsfähigkeit der Oxyde geringer zu sein als in den grossen Perioden. So ist z. B. Siliciumoxyd ziemlich schlecht, aber doch bedeutend besser leitend als Magnesiumoxyd und Aluminiumoxyd.

Betrachtet man wieder die einzelnen Gruppen, so zeigt sich eine Zunahme der Leitungsfähigkeit von der 2. bis 6. Gruppe. Vielleicht erreicht sie doch schon in der 5. Gruppe ein Maximum.

Ich glaube deshalb annehmen zu dürfen, dass die Leitungsfähigkeit der Oxyde eine periodische Funktion des Atomgewichts der betreffenden Elemente ist, wie es ja übrigens mit vielen anderen physikalischen Eigenschaften der Elemente und ihrer Verbindungen der Fall ist.

Auch das Leitungsvermögen der chemischen Verbindungen zwischen Oxyden verschiedener Basizität (Salze) zeigt eine Abhängigkeit von den chemischen Eigenschaften der Bestandteile, doch ist dasselbe gewöhnlich von dem Leitungsvermögen der Komponenten sehr abweichend.

Auch kann man beobachten, dass Oxyde, welche in ihrer Basizität nur geringe Unterschiede zeigen, Verbindungen geben können mit von der der Bestandteile ganz verschiedener Leitungsfähigkeit. So giebt z. B. Thoriumoxyd mit dem nur wenig stärker

basischen Lanthanoxyd eine Verbindung, welche gut leitend ist, während die genannten Oxyde jedes für sich sehr schlechte Leiter sind.

Bei der Untersuchung wurden kleine zylindrische Stäbe von den betreffenden Oxyden benutzt. Um die Enden waren Platindrähte gewickelt und zur Verstärkung des Kontaktes in Oxyd fest eingebettet.

In Fig. 263 sind Widerstand R, Spannung E, Stromstärke J, spezifischer Energieverbrauch für eine HK λ, und Lichtstärke L als Ordinaten und der Wattverbrauch des Stabes als Abscissen aufgetragen.

Die Kurven beziehen sich auf einen gut leitenden Glühstab von 13 mm Länge und etwas über 0·5 mm Durchmesser.

Das Leitungsvermögen wurde bei 125 Volt Spannung durch Erwärmung mittels eines gewöhnlichen Streichhölzchens (3 – 4 Sek) eingeleitet.

Um den Strom konstanter zu erhalten, wurde ein Metallwiderstand mit grossem Temperaturkoeffizient, welcher 15 bis 20% der Spannung verbrauchte, vorgeschaltet.

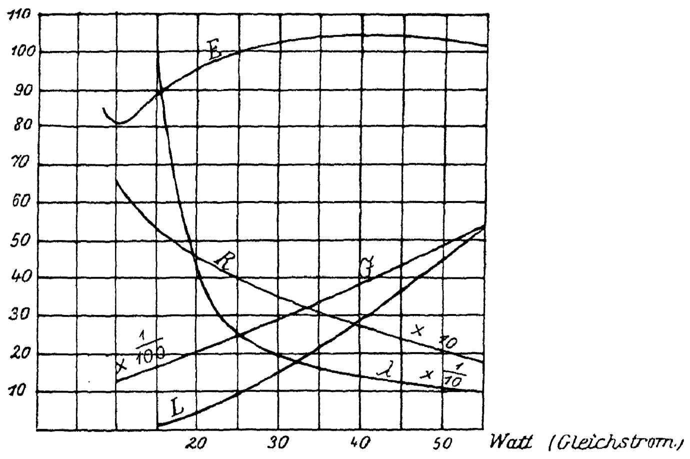


Fig. 263.

Hierdurch wurde auch erreicht, dass die Lichtstärke weniger von der Spannung abhängig wurde, als bei gewöhnlichen Glühlampen.

Die oben besprochene kritische Spannung war für diesen Stab 104,5 V. Bei 81,5 V. erreicht die Spannung ein Minimum. Wenn die Spannung geringer wird, hört das Glühen auf und der Stab wird stromlos.

Wenn die Versuche mit Gleichstrom gemacht wurden, zeigte es sich, dass der negative Pol bedeutend dunkler war, was dadurch zu erklären ist, dass das dort ausgeschiedene Metall im Innern nicht sofort verbrennt und dadurch den Widerstand herabdrückt.

Wurde Wechselstrom benutzt, so war selbstverständlich kein Unterschied zwischen den Enden wahrnehmbar.

Nachdem der Stab längere Zeit mit ca. 40 Watt Gleichstrom beansprucht worden war, zeigte die Oberfläche eine sehr fein krystallinische Struktur. Der Widerstand änderte sich trotzdem nur wenig. Um den Stab zum Schmelzen zu bringen, waren ca. 70 Watt erforderlich.

Wenn 40 Watt, welche der maximalen Spannung entsprechen, als normale Beanspruchung bezeichnet werden, und 15 bis 20% Vorschaltewiderstand benutzt wird, ist eine sehr grosse Sicherheit gegen die Zerstörung des Stabes vorhanden.

Der spezifische Energieverbrauch ist dann für den Stab mit 20% Widerstand 1,75 Watt pro HK.

Bei Stäben von etwas grösserer Länge und mit zweckmässig gewählten Abmessungen kann bei der kritischen Spannung ein spezifischer Energieverbrauch von ca. 1,1 Watt erreicht werden. Mit 20% Vorschaltewiderstand wird dann der totale Verbrauch ca. 1,4 Watt für 1 HK.

Watt	E in Volt	J in Amp.	R in Ohm	L in HK	λ Watt pro HK	ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$
10	81,5	0,123	663	—	—	10 040
15	89,5	0,168	532	1,5	10	8 060
20	96	0,208	461	4,5	4,45	6 990
25	100	0,25	400	10	2,5	6 060
30	102,5	0,293	349	15,5	1,94	5 290
35	104	0,337	309	21,5	1,63	4 680
40	104,5	0,383	272	28,5	1,4	4 120
45	104	0,433	240	37	1,22	3 640
50	102,5	0,488	210	45,5	1,1	3 180
55	101,5	0,542	187	54	1,02	2 835

Da nicht nur die absoluten Widerstände der Oxydmischung, wie sie hier benutzt wurde und wohl im wesentlichen auch in dem Glühstäbchenmaterial der Nernstlampen vorliegt, Interesse besitzen, sondern auch die spezifischen Widerstände abhängig von dem Glühgrade bezw. der Kerzenstärke, namentlich wegen des Vergleichs mit den Kohlefadenwerten (vgl. Fig. 254 in **220**), so sind in der letzten Tabelle unter ϱ die angenäherten spezifischen Widerstände in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ hinzugefügt worden, wie sie sich aus den gemachten Angaben berechnen, wenn man die Länge des Glühstäbchens zu 13 mm, den mittleren Durchmesser zu 0·52 mm einsetzt. Aus den bisher erfolgten Beobachtungen an Nernstlampen zu schliessen (vgl. z. B. ETZ 1902, 413), erleiden die Glühstäbchen unter der langdauernden Wirkung von Gleichstrom eine mit blossem Auge erkennbare Veränderung des Aussehens und der Dimensionen an den Enden. Allem Anschein nach liegt eine Umlagerung molekularer, also materieller Natur unter dem Einfluss des Stromes vor, und man hat es jedenfalls nicht mehr mit reiner metallischer Leitung zu thun, sondern mit einem Gemisch von metallischer und elektrolytischer Leitung (**223**), also mit einem Übergang zur konvektiven Leitung, die in den folgenden Artikeln behandelt ist.

2. Leitung durch mitgeführte Ladungen (Konvektion).

226. Einleitung. Sättigungsstromstärken.

Wird die Strombahn oder der Stromträger durch elektrisch leitende Flüssigkeiten gebildet, so ist im Gegensatz zu der Leitung in Metallen der elektrische Strömungsvorgang zwangläufig mit einer Strömung materieller Natur verknüpft. Wie im geschichtlichen Teil bereits angeführt ist (**25**), wurde die Grundlage dieser elektrisch-materiellen oder auch elektrisch-chemischen Beziehung von Faraday aufgefunden und in dem Gesetz der „festen elektrochemischen Aktionen" formuliert.

Der konvektive Charakter des Leitungsvorganges (**208**) wurde bei den vorliegenden Erscheinungen zwar alsbald erkannt und die Vorstellung über die Leitungsmechanik unter einem gewissen logischen Zwang dementsprechend

gestaltet; immerhin blieben noch einige wesentliche Punkte, namentlich in energetischer Beziehung, ungeklärt und strittig und haben erst auf Grund einer völligen Neugestaltung der Vorstellungen über den Lösungsvorgang zu einer ziemlich einheitlichen und jetzt allgemeiner angenommenen Auffassung dieser Erscheinungsgruppe geführt (**83** ff.). Dass bei konvektiver Leitung das Verhalten, oder die Vorstellung über das Verhalten der materiellen Einzelträger (Moleküle, Atome) der elektrischen Ladung einen ganz wesentlichen Einfluss auf die Vorstellung des elektrischen Ausgleich- oder Leitungsvorganges ausüben muss, ist einleuchtend. Die früher (**83** ff.) behandelte neue Lösungstheorie ist deshalb auch untrennbar mit den Vorstellungen über die elektrische Leitung in Flüssigkeiten verknüpft, und andererseits letztere zum wichtigsten Teil in jener vorhanden, insofern die materielle (chemische) Seite der Erscheinung und die elektrische (physikalische) Seite des Vorganges sich wechselseitig ergänzen, ja durchdringen. Die neue Elektronentheorie (**79**) geht sogar noch einen Schritt weiter und will durch die atomistische Auffassung der Elektrizität, oder genauer der elektrischen Ladungen der in Lösung befindlichen Materie, die elektrischen Erscheinungen der Chemie an- bezw. eingliedern, also die Elektrizität oder ihre natürlich abgegrenzte Einheit, das Elektron (elektrisches Elementarquantum), als neuen chemischen Grundstoff behandeln. Offenbar bewegt sich diese Vorstellungsreihe in Richtung einer noch engeren Verschmelzung des Gebietes der Chemie mit demjenigen der Physik mittels des Grenzgebietes der Elektrophysik.

Soweit die Elektrophysik bei diesen Leitungsvorgängen ins Spiel kommt, handelt es sich bei dem Leiterkreis, welcher an dem Ausgleichvorgang beteiligt ist, immer um eine Zusammensetzung aus metallisch leitenden mit konvektiv leitenden Strecken. Jene sind im vorstehenden betrachtet worden; bei diesen wäre sonach einmal der Übergang aus den als Elektroden (**25**) bezeichneten, metallisch leitenden Grenzflächen in den flüssigen (gasförmigen) Leiter zu betrachten, ein zweites Mal der Leitungsvorgang und die Eigenschaften des flüssigen (gasförmigen) Leiters selbst. Diese beiden Erscheinungsseiten dürften bisher nicht in allen Fällen hinreichend streng voneinander gesondert worden sein, wenn auch eine völlige Auseinanderhaltung vielfach erschwert, ja zuweilen wohl nicht ganz durchführbar ist. Eine Reihe der Übergangserscheinungen, welche aus der Mischung von metallisch und konvektiv leitenden Strecken folgen, sollen später (**256** ff.) gesondert behandelt werden, während hier in erster Linie das Verhalten der flüssigen (gasförmigen) Leiter selbst zu betrachten ist.

Auf die qualitative Seite und die Vorstellung des Leitungsvorganges mit Hilfe der Jonenhypothese ist schon früher (**208**, ferner **83** ff.) hingewiesen worden. In quantitativer Beziehung ist zunächst bei den Werten von ϱ (**211** und **231**) in die Augen springend, dass die elektrische Ausgleichfähigkeit bei konvektiver Leitung im allgemeinen viel geringer, ja von ganz anderer Grössenordnung ist, als bei metallischer Leitung.

Als zweiter Punkt, welcher allerdings nicht gänzlich ausser Zusammenhang mit dem vorhergehenden steht, verdient bei einem Vergleich zwischen metallischer und konvektiver Leitung die obere Grenze der Leitfähigkeit unsere grösste Aufmerksamkeit.

Bei einem gegebenen Leitungsquerschnitt in Verbindung mit bestimmten energetischen Kreislaufverhältnissen, vor allem hinsichtlich der Abführung der bei der Umsetzung entwickelten Wärme, kann man diese obere Grenze

auch als „Sättigungsstromstärke" charakterisieren. Eine solche Sättigungsstromstärke ist nun eigentlich, wenn man näher zusieht, bei allen Leitungswegen vorhanden, eine Erscheinung, die bekanntlich bei den metallischen Leitern durch Ausbildung der Schmelzsicherungen eine wertvolle technische Ausnutzung erfahren hat (vgl. Bd. VI). Die Bedingungen für die Sättigung der Leitungsstrecke mit Strom sind aber bei Strecken mit konvektiver Leitung meist anderer Natur, als bei solchen mit metallischer Leitung, und dementsprechend ist auch der Verlauf der elektrischen Ausgleicherscheinungen in beiden Fällen wesentlich verschieden. Bei einer metallischen Leiterstrecke ist Sättigung meist gleichbedeutend mit Unterbrechung des Leitungsvorganges; jedoch lassen sich auch hier zwei Erscheinungsgruppen unterscheiden: Wird die Sättigung, wie im obigen Fall der Schmelzsicherung, durch gesteigerte Wärmeumsetzung in der Strombahn und daraus folgender Verflüssigung bezw. Verdampfung einer Leiterstrecke bedingt, also durch Überführung des metallischen Leiters in einen anderen Aggregatzustand mittels Stromwärme, so endet die Erscheinung in einer einmaligen selbstthätigen Unterbrechung des Ausgleichvorganges; wird die Sättigung hingegen schon unterhalb der hierbei auftretenden Grenzstromdichte durch eine Feldwirkung des Ausgleichstromes herbeigeführt, etwa wie beim Hammerunterbrecher oder Relais, wobei die Grenzstromstärke oder auch -dichte im metallischen Leiter weit unterhalb seiner Schmelzstromstärke liegt, so kann sowohl eine einmalige selbstthätige Unterbrechung (Automat), als auch, bei Vorhandensein einer mechanischen elastischen Gegenkraft zur neuerlichen Herbeiführung des Stromschlusses, eine periodisch wiederkehrende Unterbrechung in Verbindung mit einem periodisch veränderlichen Ausgleichvorgang (**155**) die Folge sein.

In Gestalt einer Vereinigung beider Erscheinungsgruppen, nämlich der „Unterbrechung" des Ausgleichvorganges durch Überführung einer Leiterstrecke in einen anderen Aggregatzustand mittels Stromwärme in Verbindung mit mechanisch-elastischer Wiederherstellung der Ausgangsverhältnisse, ist diese Ursache der Stromsättigung bei konvektiv leitenden Strecken zwar auch vorhanden, doch ist ausserdem noch eine zweite wichtige Grenzbedingung für die Ausgleichstromstärke gegeben, die in dem Charakter der konvektiven Leitung selbst begründet liegt. Die erstgenannte Ursache hat neuerdings praktische Verwendung gefunden; so namentlich in Wehnelts elektrolytischen Stromunterbrechern, bei denen die Leiterstrecke mit periodisch wechselndem Aggregatzustand bezw. elektrischem Widerstand an der Grenze zwischen metallischem Leiter (Elektrode) und konvektivem Leiter (Elektrolyt) liegt; Simon hat hingegen diese Leiterstrecke in Gestalt des „aktiven Querschnittes" in die Mitte des Elektrolyten verlegt (**152**). In beiden Fällen findet der hydraulische Druck als elastische Spannkraft zur Wiederherstellung der Ausgangsverhältnisse Verwendung. Während die auf solche Weise erhaltenen elektrolytischen Stromunterbrecher einen gewissen Übergang zu den mechanischen Unterbrechern und den Verhältnissen bei metallischer Leitung darstellen, wird durch die zweite Grenzbedingung eine in begrifflicher Hinsicht wesentliche Unterscheidung zwischen metallischer und konvektiver Leitung bedingt, ja der Begriff des elektrischen Widerstandes einer Leiterstrecke, wie er bei der metallischen Leitung zunächst ausgebildet und allgemeiner verwendet wurde, erheblich beeinflusst. Die Bildung des elektrischen Widerstandsbegriffes nach Ohm (**24**; **68**) als Quotient

oder Ergänzungsbegriff von Spannung und Stromstärke setzt stillschweigend eine Unabhängigkeit des materiellen Widerstands- oder Leitungskoeffizienten (ϱ) von der Ausgleichstärke und der hindurchgeflossenen Elektrizitätsmenge voraus, abgesehen von der indirekten Beeinflussung durch Temperaturänderung. Nach allen bisher gemachten Beobachtungen trifft diese Voraussetzung für kontinuierliche Ausgleichvorgänge bei den metallischen Leitern auch zu, und zwar von den kleinsten bis hinauf zu den grössten Stromdichten, das sind die Schmelzstromstärken. Der von Ohm eingeführte Widerstands b e g r i f f reicht also für die metallischen Leiter aus, und der materielle Widerstandskoeffizient ist innerhalb aller praktischen Grenzen benutzbar (**141**), eine Erfahrungsthatsache, die sich in der Vorstellung mit einem Hindurchströmen des reinen elektrischen Substrates zwischen den materiellen Leiterteilchen, oder auch der Fortpflanzung des elektrischen Zustandes mit Hilfe der materiellen Leiterteilchen, aber ohne Transport von materieller Masse, in Einklang bringen lässt.

227. Widerstandsbegriff bei konvektiver und metallischer Leitfähigkeit.

Die erreichbare Stärke des elektrischen Ausgleiches wird allerdings, ähnlich wie bei der metallischen Leitung, von dem Widerstand mit bedingt sein, welchen das durchströmte Lösungsmittel als Medium dem Wandern der elektrischen Molekularladungen von Elektrode zu Elektrode entgegensetzt, sei es, dass dieses Wandern durch Austausch der freien Ladungen von Nachbarmolekülen erfolgt, wie man sich die Leitung von Flüssigkeiten vorstellen kann (**221**), sei es, dass die Ladungsträger selbst sich mitsamt der Ladung in dem Medium fortbewegen. Das Wesen der konvektiven Leitung bringt es aber mit sich, dass die Stärke des Ausgleichs i n e r s t e r L i n i e von der Zahl der verfügbaren freien Ladungen bezw. der Ladungsträger abhängen wird, welche die Übertragung der Elektrizität von Elektrode zu Elektrode vermitteln. Als wichtige Folgerung ergiebt sich hieraus, dass die obere Grenze der Ausgleichstärke (Sättigungsstrom, Grenzstromdichte) sonach auch durch die letztgenannten Verhältnisse bedingt werden kann, und dass es im allgemeinen von den Verhältnissen abhängen wird, ob die Sättigung durch die Stromwärme früher eintritt, oder ob die begrenzte Zufuhr von Ladungen bezw. Ladungsträgern schon vorher eine weitere Steigerung der Ausgleichstärke verhindert. Der erste Fall pflegt erfahrungsgemäss, wenigstens soweit die bisherigen Beobachtungen reichen, bei den Flüssigkeiten mit relativ hoher Leitungsfähigkeit einzutreten, während der zweite Fall bei der konvektiven Leitung von Gasen beobachtet wird (vgl. **245**), eine Erscheinung, die zuerst mit dem Namen „Sättigungsstrom“ belegt worden ist.

Die Abhängigkeit des Ausgleiches von der verfügbaren Zahl an Ladungsträgern bringt ferner den wesentlichen Unterschied zwischen metallischer und elektrolytischer bezw. konvektiver Leitfähigkeit mit sich, dass für G l e i c h s t r o m erstere hinsichtlich der durchgeleiteten Menge an Elektrizität, also der z e i t l i c h e n Dauer des Leitungsvorganges, so gut wie unbegrenzt, letztere hingegen nur ein begrenztes Leitungsvermögen (Leitungskapazität) besitzt. Dies lässt sich bei Vergleich einer Leitungsstrecke, die einmal aus einem Kupferdraht, ein zweites Mal aus einem Faden von Kupfervitriollösung zwischen Platinelektroden besteht, sofort übersehen. Im Zusammenhang hiermit ist für den oben erwähnten zweiten Fall, wo die Sättigungsstromstärke durch die Zufuhr von freien Ladungen bezw. Ladungsträgern bedingt wird, fernerhin noch eine Trennung der Erscheinungen in zwei Gruppen erforderlich: Einmal in solche Fälle, bei denen durch Zufuhr von freier Elek-

trizität, oder wenigstens von Energie, z. B. Strahlungsenergie, von ausserhalb der ständige Verlust an Ladung bezw. Ladungsträgern in der Strombahn wieder ersetzt wird, ein zweites Mal in solche, bei denen kein solcher, oder doch nur ein unzureichender Ersatz stattfindet. Nur im ersteren Fall wird ein stationärer Ausgleichzustand in Gestalt einer dauernden Stromstärke erzielbar sein, während im zweiten an Stelle der Sättigungserscheinung eine Erschöpfungserscheinung tritt, also die Leitfähigkeit überhaupt keinen bleibenden Wert besitzt, sondern dauernd abnimmt, im Gegensatz zu der zeitlichen Dauer des Ausgleichwiderstandes, wie er bei konstant bleibenden Spannungsverhältnissen der Sättigungsstromstärke entspricht. Solche Erschöpfungserscheinungen sind gleichfalls vielfach beobachtet worden, einmal in Gestalt der „unipolaren" Leitung (**12**), mit der sie in vielen Fällen eng zusammenhängen dürften, sodann bei den Vorgängen, welche man als „elektrische Reinigung" bezeichnet, Erscheinungen, wie sie namentlich bei längerer Bearbeitung von nicht völlig homogenen Dielektricis mit konstanter Spannung in Gestalt einer ständig wachsenden Verbesserung des Isolationswertes, bezw. einer Abnahme der Leitfähigkeit beobachtet worden sind (vgl. **235**).

In allen Fällen, bei denen die begrenzte Zufuhr von freien Ladungen bezw. Ladungsträgern die Ausgleichverhältnisse bedingt, ist weiterhin sehr darauf zu achten, dass der Begriff des elektrischen Ausgleichwiderstandes, wie er als Ergänzungsbegriff der beiden anderen beobachteten Ausgleichgrössen, Spannung und Stromstärke, nach dem Vorgang von Ohm gebildet zu werden pflegt, sich von dem analogen Begriff bei metallischer Leitung wesentlich unterscheidet. Wie schon angeführt (**209**), hängt bei metallischer Leitung der Ohmsche Widerstand und, nach Ausscheidung der Dimensionen l und q, der Material- oder Mediumskoeffizient ϱ der Leiterbahn nur von der Temperatur ab, ist aber praktisch unabhängig von anderen Messbedingungen, wie Messspannung, Luftdruck, Feuchtigkeit, weitaus in den meisten Fällen auch von Bestrahlung und vom magnetischen Zustand. (Vgl. hierzu **216** ff.)

Bei konvektiv leitenden Materialien, namentlich solchen mit starker Beschränkung im Vorhandensein oder in der Beweglichkeit der freien Ladungen (Elektronen) bezw. Ladungsträger (Jonen), z. B. bei Gasen, ist aber der aus Spannung und Stromstärke abgeleitete elektrische Widerstand und der Materialkoeffizient ϱ neben der Temperatur meist in hohem Masse noch von anderen Seinsbedingungen abhängig. Vor allem gilt dies von der Stärke des elektrischen Feldes (der Spannung), sei es, dass dasselbe von der Messspannung selbst erzeugt wird (**241**), sei es, dass der elektrische Feldzustand im Zusammenhang steht mit irgend welchen Strahlungen oder Schwingungen, die die Leiterbahn durchsetzen, z. B. Röntgenstrahlen oder dergleichen. Auf die Abhängigkeit des Jonisierungszustandes der konvektiv leitenden Stoffe von diesen Einflüssen wurde bereits früher (**131**) bei der dielektrischen Dichtigkeit und Festigkeit hingewiesen, die ja mit der Frage der konvektiven Leitung, besonders bei Gasen, in engem Zusammenhang stehen. Hierzu kommt weiterhin noch der grosse Einfluss des Druckes in Zusammenhang mit der Volumendichte an freien Ladungen bezw. Ladungsträgern, wie er bei Gasen durch den Gasdruck, bei Flüssigkeiten durch den osmotischen Druck des gelösten leitenden Stoffes gegeben ist, ferner die leichte Veränderlichkeit dieses Druckes. Alle diese Momente zusammen be-

wirken, dass der Materialkoeffizient ϱ und der elektrische Widerstand als die Funktion so vieler unabhängiger Variabeln nicht annähernd dieselbe Bestimmtheit oder Unzweideutigkeit besitzt, wie bei metallischer Leitung. Diese Erkenntnis ist neuerdings stärker hervorgetreten (vgl. z. B. Ph. Z. I, 348) und wohl auch so ausgedrückt worden, dass man sagte: Der Widerstand gewisser konvektiv leitender Stoffe, namentlich Gase, folgt nicht dem OHMschen Gesetz, oder er ist im Gegensatz zum OHMschen Widerstand der metallischen Leiter abhängig von der Stromstärke, richtiger wohl von der Spannung, eine Erfahrungsthatsache, die aber nach dem Vorstehenden sich wohl allgemeiner als die Abhängigkeit von einer grösseren Zahl von unabhängigen Variabeln darstellen liesse.

228. Leitungsmechanik. Vor Eingehen auf die Materialkoeffizienten der einzelnen konvektiv leitenden Stoffe möge, zum tieferen Verständnis der Erscheinungen und zur Entwickelung der auf diesem Gebiet gebildeten Begriffe, auch hier wieder die Mechanik des Vorganges an der Hand einer Hilfsvorstellung überblickt werden, die sich den neueren Erfahrungsthatsachen am besten anschmiegt und gleichzeitig die Vorstellungen der neueren Lösungstheorie (**83** ff.) mit den bisher benutzten elektrischen Hilfsvorstellungen (**65** ff.) genügend in Übereinstimmung bringt.

Nach der neueren Auffassung wird ein Stoff, im besonderen eine Lösung, nur dadurch elektrolytisch leitend, dass die gelöste bezw. vergaste chemische Verbindung zum Teil in ihre Bestandteile zerlegt oder „dissoziiert“ wird. Unter Benutzung der Molekularvorstellung bezeichnet man die durch diese Dissoziation erhaltenen beiden Teile eines vorher vereinigten Moleküls als freie Jonen, wobei die Hinzufügung „frei“ namentlich mit Rücksicht auf die Aktivierung ihrer elektrischen Ladung gewählt ist. Man stellt sich sonach, im Gegensatz zu den festen oder gegenseitig gebundenen, also nach aussen unelektrischen Jonen der nichtdissoziierten Moleküle, die reien Jonen als aktiv geladen vor, z. B. Metall oder Wasserstoff als positiv geladen (Kation), Säureradikal oder Hydroxyl als negativ geladen (Anion). Natürlich ist es nicht erforderlich, zwei verschiedene Elektrizitäts arten anzunehmen, sondern man kann sich ebensogut den gegensätzlichen Charakter in der früher bei den MAXWELLschen Hilfsvorstellungen angeführten Weise als Überschuss und Mangel vorstellen (**68**).

Zum Anschluss der Vorstellungen über die konvektiven Leitungsvorgänge an die früher (**65** ff.) entwickelten Hilfsvorstellungen sei folgendes bemerkt: Die dort entwickelten Vorstellungen, wonach alle Stoffe aus materiellen Molekülen und elektrischen Friktionsteilchen aufgebaut zu denken sind, haben in erster Linie feste Stoffe im Auge, bei denen von einer Beweglichkeit der Moleküle gegeneinander abgesehen ist. Dementsprechend auch von dem indifferenten Grundmedium, das alles durchdringt und gleichsam jene beiden Stoffbestandteile löst, und dessen Einführung, meist unter der Bezeichnung Weltäther, als „Lückenbüsser“ im wahren Sinne des Wortes notwendig wird, um eine Ausfüllung aller verbleibenden Zwischenräume zu ermöglichen und damit einen kontinuierlichen und zwangläufigen Zusammenhang der stofflichen Teile. Im Interesse einer grösseren Einheitlichkeit der Grundelemente kann man sich natürlich jene beiden ausgeschiedenen Begriffe, die materiellen Moleküle oder Atome und die elektrischen Elementarquanten (Ladungsteilchen, Friktionsteilchen, Elektronen u. s. f.) selbst wieder nicht als total verschieden von dem Grundmedium (Äther) vor-

stellen, sondern als zeitlich dauernde Äthermodifikationen, etwa Ätherwirbel. Bei allen diesen Hilfsvorstellungen ist nur stets ihr Entspringen aus dem Anpassungsbedürfnis an unsere mechanischen Grunderfahrungen nicht zu übersehen, wie sie durch die Kontinuität unserer geistigen Entwickelung verlangt wird, ohne in den Dingen oder Erscheinungen selbst zu liegen.

Bei der konvektiven Leitung, welche eine mehr oder minder grosse Beweglichkeit der elektrischen Ladungsträger, also hier der Moleküle mit ihrer elektrischen Hülle (Friktionsteilchen), oder auch der letzteren allein (**79**; **208**) gegenüber den Nachbarmolekülen voraussetzt, ist eine Abstraktion von dem indifferenten Medium des Äthers nicht mehr angängig. Am allerwenigsten bei der Leitung in verdünnten Gasen, wo man sich den weitaus grössten Teil des leitenden Volumens von diesem indifferenten Lösungs- bezw. Führungsmittel angefüllt vorzustellen pflegt, so dass in ihm die beiden anderen Elementarvolumina, die materiellen Atome (Moleküle) und die elektrischen Elementarquanten (Friktionsteilchen), entweder vereint oder auch dissoziiert (vgl. **236** ff.), sich in relativ sehr grossen Abständen gegenüber ihrem Durchmesser herumbewegen.

Das Weitere folgt ohne neue Annahme aus den früher entwickelten Prinzipien der elektromechanischen Wechselwirkung, wenn derartige Ladungsträger, wie sie hier als „freie" Jonen in dem Lösungsmittel vorliegen, als mechanisch frei, wenn auch mit Reibung gegen das Medium beweglich vorgestellt werden. Werden diese in ein elektrisches Feld gebracht, so bilden sie zusammen mit den beiden festen Elektroden, zwischen denen das der Elektrodenspannung proportionale elektrische Feld erzeugt wird, ein System, das eine Bewegung oder Wanderung der Jonen im Sinne der Kapazitätsvergrösserung des Systems zur Folge hat, genau in Übereinstimmung mit den früheren Ausführungen (**137**). Die unfreien Jonen werden wegen ihrer Neutralität nach aussen vom Felde nicht beeinflusst, wenigstens nicht direkt. Jedes freie Jon wird hingegen, unter Umsetzung der (potentiellen) elektrischen Spannungsenergie des elektrischen Feldes in die kinetische Bewegungsenergie der Ladungsträger (Jonen), eine Beschleunigung erfahren. Nach den mechanischen Bewegungsgesetzen wird bei Reibungswiderstand und hinreichender Weglänge mehr oder weniger rasch eine stationäre Wandergeschwindigkeit die Folge sein, falls die treibende Kraft konstant bleibt (**141**). Das Gesamtresultat wird eine elektrische und materielle Ausgleichströmung darstellen, wie sie den elektrolytischen Erfahrungsthatsachen entspricht. Bei hinreichender Kleinheit und hinreichend rascher Aufeinanderfolge der einzelnen Tropfenladungen oder Jonenladungen (**208**) wird die Strömung für die Wahrnehmung kontinuierlichen Charakter erhalten. An der Hand dieser mechanischen Hilfsvorstellung, welche die wichtigeren Erfahrungsthatsachen recht brauchbar analogisiert oder „erklärt" (**46**), kann man nun die hauptsächlichen Gesetze und Begriffe auf diesem Gebiet ableiten.

229. Übertragung der Leitungsmechanik auf flüssige Leiter.

Der Dissoziationsgrad eines elektrolytischen Gemisches oder seine Jonisation hängt, abgesehen von der Temperatur und sonstigen Seinsbedingungen, wie Durchstrahlung, von dem Lösungsmittel und der Konzentration (Volumgehalt, Stärke) der Lösung an dissoziierbarem Stoff ab. Von den häufiger vorkommenden flüssigen Lösungsmitteln, die die Jonisation der Elektrolyte bewirken, besitzt Wasser eine besonders hohe dissoziierende Wirkung, mehr als andere Lösungsmittel, z. B. Alkohol. Vermutungsweise ist diese Eigen-

schaft des Wassers von NERNST (1894, Z. f. Ph. Ch. XIV, 622) mit seiner hohen Dielektrizitätskonstanten (**122**) in Verbindung gebracht worden. (Weiteres siehe in **231**.) Nimmt man diesen Dissoziationsgrad in einem bestimmten Fall als gegeben an, so wird ein homogenes, im chemischen Gleichgewicht befindliches Gemisch, ehe es in ein elektrisches Feld versetzt oder elektrolysiert wird, in jeder Raumeinheit, etwa 1 cm^3, eine gleich grosse Zahl von freien Kationen und Anionen enthalten. Die Einwirkung des elektrischen Feldes wird, wenn wir dasselbe zunächst auch als homogen voraussetzen, jede freie Ladung bezw. ihren Träger antreiben und ihm bei ausreichend grossem Mediumswiderstand (**141**), wie er bei elektrolytischen Flüssigkeiten stets vorhanden ist, sehr schnell eine konstante Wandergeschwindigkeit erteilen. Diese Wander- oder Überführungsgeschwindigkeit des einzelnen Jons wird sonach von der „elektrolytischen Reibung" abhängen und im allgemeinen beim Kation und Anion verschieden, aber für dasselbe Jon im bestimmten Lösungsmittel von bestimmter Konzentration und Temperatur eine konstante Grösse sein (Angaben siehe in **234**).

Der Relativweg zweier korrespondierender Jonen wird also $l_K + l_A$, wenn man nach F. KOHLRAUSCH (vgl. F. KOHLRAUSCH u. HOLBORN, 101) die Weglänge des Kations pro Zeiteinheit („Beweglichkeit" bezw. Geschwindigkeit des Kations) mit l_K, die entsprechende Grösse des Anions mit l_A bezeichnet. Für sonst gleiche Verhältnisse im Gefälle des elektrischen Feldes, z. B. der Einheit von 1 Volt auf 1 cm Weglänge in Richtung der Stromlinien, und für gleichen Leitungsquerschnitt, z. B. 1 cm^2 senkrecht zu den Stromlinien, wird das spezifische Leitvermögen durch die Stromdichte charakterisiert, denn

$$J = \frac{E}{R} = \frac{E}{l} \cdot q \cdot k, \text{ also } \frac{J}{q} = \frac{E}{l} \cdot k. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

Da die Stromdichte gleich der Elektrizitätsmenge (Friktionsteilchen vgl. **65**) oder gleich der Zahl der freien Ladungen ist, welche in der Zeiteinheit durch 1 cm^2 hindurchtreten, so haben wir die Relativgeschwindigkeit $(l_K + l_A)$ noch mit einem Faktor zu multiplizieren, der auf den Gehalt der Volumeneinheit (1 cm^3) an freien Jonen Bezug hat, also die Molekularladungen, welche von dem elektrischen Feld angetrieben werden, angiebt. Bezeichnet man diese Zahl der dissoziierten Moleküle in 1 cm^3 mit d, so könnte man schreiben:

$$(l_K + l_A) \cdot d = \frac{J}{q} = \frac{E}{l} \cdot k = c \cdot k, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

wobei k ein Mass für das spezifische Leitvermögen der Lösung angeben würde. Man hätte auf diese Weise das spezifische Leitvermögen in die Einzelfaktoren der elektrolytischen Mechanik aufgelöst oder durch elektromechanische Elemente ausgedrückt.

Um aber die stetige Berührung mit den Erfahrungsthatsachen zu behalten, sei sogleich hier erwähnt, dass es bisher noch nicht gelungen ist, die Einzelfaktoren der linken Seite von Gleichung (2) experimentell so zu ermitteln, dass ihre Abhängigkeit von der elektrolytischen Reibung für sich, und dem Dissoziationsgrad für sich feststände. Das Grundelement auf diesem Gebiet ist vielmehr erfahrungsgemäss immer noch das Leitvermögen

k, bezw. der reziproke spezifische Widerstand ϱ; ja es erscheint zweifelhaft, ob sich das theoretische Ziel der Ermittelung der Einzelfaktoren, namentlich der Abhängigkeit der elektrolytischen Beweglichkeit $\varDelta = l_K + l_A$ von der sogenannten elektrolytischen Reibung einerseits, dem Dissoziationsgrade andererseits in allen Fällen, zumal bei guten Leitern, je wird erreichen lassen. Über schlechte Leiter und hohe Verdünnungsgrade siehe **233**.

Zwar gelingt es mit Hilfe der aus HITTORFS Untersuchungen (vgl. OSTW. Klassiker No. 21 und 23 „Über die Wanderung der Jonen während der Elektrolyse", 1853 bis 1859) gewonnenen „Überführungs-" oder „Wanderungszahlen" der Jonen die Grössen l_K und l_A einzeln, bezw. ihr Verhältnis zueinander, oder zur Relativgeschwindigkeit ($\varDelta = l_K + l_A$) als $n = \frac{l_A}{\varDelta}$ zu finden, wobei n ein echter Bruch, doch ist eine Trennung der Einflüsse der beiden theoretischen Hauptfaktoren noch nicht gelungen. Nach F. KOHLRAUSCH (vgl. a. a. O.) definiert man

$$(l_K + l_A)\,\eta = \varkappa, \quad \text{oder} \quad l_K + l_A = \frac{\varkappa}{\eta} = \varkappa \cdot \varphi, \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wobei $\varkappa$ das durch Messung bestimmbare spezifische Leitvermögen der Flüssigkeit bezeichnet; $\eta = \frac{1}{\varphi}$ die ganze Anzahl der in der Volumeinheit (1 cm^3) enthaltenen gr-Moleküle, die sogenannte Äquivalent-Konzentration, und das reziproke φ die (Äquivalent-) „Verdünnung" bezeichnet, während $\frac{\varkappa}{\eta}$ als spezieller Wert der elektrolytischen Beweglichkeit ($l_K + l_A$) mit „Äquivalentleitvermögen" bezeichnet wird und im wesentlichen mit der sonst vielfach benutzten Bezeichnung „molekulares Leitvermögen" zusammenfällt; von dem obigen k unterscheidet sich $\varkappa$ also nur durch einen Masssystemfaktor (vgl. **232**, wonach $\varkappa = k \cdot 10^4$, wenn k der in **209** gegebenen Definition entspricht und $\varkappa$ im CGS-System gemessen wird).

Bestimmt man nach HITTORF (vgl. a. a. O.) die Mengen der Kationen und der Anionen, welche vor Beginn und nach Schluss der Elektrolyse zu beiden Seiten eines Vollquerschnittes durch die leitende Flüssigkeitsstrecke vorhanden sind, so erhält man hieraus die gegenseitige Geschwindigkeit der beiden Jonen $\frac{v}{u} = \frac{l_A}{l_K}$ für die bestimmte Konzentration (η) bei Beginn des Vorganges (**233**). Die vielfach sonst mit u und v bezeichneten Zahlen unterscheiden sich durch den Masssystemfaktor $1{\cdot}063 \cdot 10^7$ (d. h. $l_A = 1{\cdot}063 \cdot 10^7 \cdot v$) von den jetzt von KOHLRAUSCH gebrauchten Zahlen.

Nach diesen Bemerkungen, welche sich überwiegend auf die konvektive Leitung überhaupt beziehen, sollen jetzt zunächst die besonderen Verhältnisse der festen Elektrolyte, welche wegen ihres geringen Leitvermögens gewöhnlich zu den Isolatoren gerechnet werden, hierauf die der flüssigen Leiter und endlich die der gasförmigen Leiter betrachtet werden. Hierbei sei nochmals darauf hingewiesen, dass qualitativ, also bezüglich der Leitungsmechanik, ziemlich weitgehende Übereinstimmung herrscht, namentlich wenn man sich das leitende Gas gleichsam in dem von ihm eingenommenen Raumgebiet gelöst vorstellt. Die besonderen Ursachen und die Art der Jonisierung können

allerdings in den beiden Fällen praktisch verschieden sein, ebenso die quantitativen Verhältnisse der elektrolytischen Reibung bezw. des Wanderwiderstandes und der daraus folgende Charakter des mechanischen Ausgleichvorganges, woraus eben die Differenzierung der beiden Erscheinungsgebiete sich ergiebt.

230. Übergangserscheinungen. Feste Elektrolyte.

Nach dem Vorstehenden darf ein elektrolytischer Leiter weder unendlich grosse „elektrolytische Reibung", noch unendlich kleinen Dissoziationsgrad besitzen. Ein stetiges Wachsen der ersteren wird den Übergang von den elektrolytischen Leitern zu den festen Dielektricis oder Isolatoren mit elastisch festgehaltenen Ladungen bezw. Ladungsträgern darstellen (**65**), während ein stetiges Abnehmen des Dissoziationsgrades zu den flüssigen Nichtleitern hinüberführt. Dass auch hier eine scharfe Trennung nicht besteht (**111**), dafür sprechen eine Anzahl Beobachtungen, die man eigentlich nur diesem Grenzgebiet zuweisen kann. So z. B. das Leiten von Glas bei hohen Temperaturen ohne Verflüssigung, ferner die beobachteten Leitererscheinungen an festen Salzen (**38**), welche in geschmolzenem (nicht wässrig gelöstem!) Zustande Elektrolyte sind. Das Vorhandensein einer, wenn auch geringen, so doch unzweifelhaften (elektrolytischen) Leitfähigkeit hat auch dazu geführt, diese Stoffe wohl als „feste Lösungen" zu bezeichnen. Mit Rücksicht auf die vorstehende Leitungsmechanik hätte man sich den elektrolytischen Reibungswiderstand bezw. die elektrolytische Beweglichkeit abhängig von der Temperatur vorzustellen, so dass bei jenen scheinbar noch festen Elektrolyten doch die elektrolytische Beweglichkeit von unmerklichen Beträgen bei Zunahme der Temperatur verhältnismässig rasch endliche Werte erreicht.

So fand z. B. Beetz (1878, Pogg. Ann. Jubelband, 23) bei Glas folgende Leitfähigkeiten k bezw. spezifische Leitungswiderstände ϱ in $10^9 \cdot \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ umgerechnet abhängig von der Temperatur t in 0^0 C.:

	k in $10^{-9} \cdot \Omega^{-1} \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)^{-1}$			ϱ in $10^9 \cdot \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$		
t	Weisses Glas	Grünes Glas	Bleiglas	Weisses Glas	Grünes Glas	Bleiglas
200	0·0010	0·0032	0·0003	1040·	313·	3130·
250	0·0093	0·0300	0·0029	107·	33·	315·
300	0·0600	0·1700	0·0161	17·	6·	62·
350	0·2950	0·7950	0·1200	3·	1·	8·

In ähnlich rascher Weise nimmt auch der Widerstand von Porzellan ab.

Auch alle anderen festen Dielektrika zeigen eine starke Abnahme ihres Isolationswiderstandes mit der Temperatur. Erinnert sei hier nur noch an das am besten nach dieser Richtung untersuchte Guttapercha, welches nach Zielinski (ETZ 1896, 25) eine Abnahme von ϱ nach der Exponentialfunktion aufweist:

$$\varrho_t = \varrho_{15} \cdot A^{(t-15)},$$

worin A etwa den Wert 0·87 besitzt. Bereits dieser Umstand, welcher mit dem Verhalten der Metalle (**211**) in direktem Gegensatz steht, weist auf den elektrolytischen Charakter der Leitung in diesen festen Stoffen hin. Unterstützt wird diese Auffassung weiterhin durch die bei Isolations- bezw. Kabelmessungen jederzeit beobachtete Erscheinung, dass der Ladestrom erst ganz allmählich in einen einigermassen stationären Isolationsstrom übergeht, und dass dieser Isolationsstrom, entsprechend den Erscheinungen der „elektrischen Reinigung“ bei einer beschränkten Anzahl von leitenden Jonen (**235**), immer weiter abnimmt.

Bei Annahme des elektrolytischen Charakters dieser Leitungserscheinungen ergiebt sich weiterhin ein gedanklicher Zusammenschluss mit den dielektrischen Rückstandserscheinungen, sowie mit deren elektro c h e m i s c h e r Auffassung (**125**), und damit eine gegenseitige Stützung dieser Auffassungen von beiden Erscheinungsgruppen. Aus allen diesen Gründen wurden die Angaben über die spezifischen Widerstände der Isolatoren (Dielektrika) an dieser Stelle eingereiht.

Neuere Untersuchungen, namentlich über praktisch wichtige Materialien liegen aus dem städtischen Laboratorium in München vor (vgl. Uppenborn, Kalender 1901, 91), wobei die Elektroden (Belegungen) aus Quecksilber bestanden. Diese Angaben nebst Untersuchungsbedingungen hinsichtlich Messspannung $\overline{E}$ in Volt, Spannungsgefälle $\overline{E}_1$, woraus sich als $\overline{E} : \overline{E}_1$ die Plattendicke in mm rechnet, ferner Lufttemperatur und -feuchtigkeit finden sich für ϱ in $10^{12} \cdot \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$ umgerechnet in der umstehenden Tabelle.

Werden feste Dielektrika, z. B. Paraffinplatten, von radioaktiven Substanzen durchstrahlt, so hat dies, ähnlich wie eine Temperaturerhöhung, die erhebliche Abnahme von ϱ, bezw. Zunahme von k zur Folge (vgl. Tommasina 1902 Ph. Z. III, 495). Ob aber diese Abnahme gleichfalls einer Erwärmung durch jene Strahlung, oder einer Erhöhung des Dissoziationsgrades, etwa wie bei Gasen, zuzuschreiben ist, bedarf noch der Untersuchung.

Bedingt in dem vorstehenden Falle der Hauptsache nach voraussichtlich die Änderung des elektrolytischen Reibungswiderstandes abhängig von der Temperatur den allmählichen Übergang von den festen Dielektricis zu den gelösten (flüssigen) Elektrolyten, so scheint der Übergang von den flüssigen Dielektricis zu den flüssigen Leitern, bei konstanter bezw. gleicher Temperatur, in erster Linie durch Änderung des anderen Momentes, des Dissoziationsgrades, verursacht zu sein.

231. Leitfähigkeit flüssiger Elektrolyte

Die Erfahrung zeigt, dass alle flüssigen Stoffe eine um so kleinere Leitfähigkeit aufweisen, je reiner, also je weniger vermischt sie mit anderen Stoffen sind. Man erklärt sich dies dahin, dass unter gewöhnlichen Verhältnissen eine Dissoziation der Moleküle eines Stoffes in die beiden elektrisch aktiven Jonen nur auftreten kann bei Mischung des Stoffes m i t, bezw. Lösung desselben i n einem anderen. Gestützt wird diese Auffassung durch die Erfahrungsthatsache, dass Flüssigkeiten wie Wasser, Säuren um so weniger leiten, je reiner oder konzentrierter sie sind. Je sorgfältiger es gelang, Wasser zu reinigen und ohne Berührung mit löslichen Gefässwandungen, sowie mit Luft, d. h. mit den in ihr enthaltenen Stoffspuren, wie Kohlensäure, Ammoniumverbindungen und dergleichen, durch Destillation zu gewinnen, desto geringer ergab sich sein spezifisches Leitvermögen. Nach Kohlrausch ist in Berührung mit Luft der spezifische Leitungswiderstand nicht über

Spezifischer Widerstand der Isolatoren nach einer Elektrisierung von mehreren Minuten.

(Städtisches Laboratorium München.)

Bei der Messung wurden Oberflächenströme vor dem Galvanometer abgefangen, die Elektroden bestanden aus Quecksilber.

Material	ϱ in $10^{12}\,\Omega\cdot\left(\frac{mm^2}{m}\right)$	Mess-Spannung $\overline{E}$ in Volt	$\overline{E}_1$ für 1 mm Dicke	Luft- Temperat. in ° C.	Luft- Feuchtigkeit in %
Celluloid, weiss, undurchsichtig	790	1020	2 040	16	70
	750	1500	3 000	16	70
	710	1975	3 960	16	70
Gentzsche Isoliermasse von Felten & Guilleaume	> 6 000 000	1010	316	19	48
	3 250 000	1720	3 380	17	70
	800 000	2000	3 930	17	80
Glas (Fenster-)	82 000	1010	405	19	48
	66 000	1725	690	17	70
Glimmer	23 000	1010	4 000	19	48
Kautschuktuch	11 300 000	630	6 600	17	80
	8 000 000	1000	10 500	17	80
	2 100 000	2000	21 000	17	80
Guttapercha	4 500 000	—	—	—	—
Hartgummi	> 42 000 000	1010	540	19	48
	36 000 000	1715	910	17	70
Holzkohle	2600	1010	215	19	48
Linoleum	13 000	1000	286	16	70
	10 000	2000	572	16	70
Marmor	5,1	1010	33,7	16	70
	4,95	1510	50,4	16	70
	4,35	1990	66,5	16	70
Mikanit (schellackarm)	65 000 000	1010	1 250	19	48
Okonit	6 400 000	1510	1 425	16	70
	6 200 000	1990	1 880	16	70
Paraffin	39 000 000	1740	435	17	70
	2 400 000	2000	2 860	17	80
Pressspahn	110	1010	940	19	48
Schiefer I. Probe	0,0078	1000	40	16	70
	0,0069	1500	60	16	70
	0,0063	1985	79,5	16	70
II. Probe	0,125	1005	366	16	70
	0,023	1503	547	16	70
Stabilit	240 000	1010	361	19	48
Sterlingfirniss von L. Loewe & Co.	330 000	622	7 150	16	70
	266 000	1010	10 700	16	70
	229 000	1500	14 100	16	70
	204 000	1970	—	16	70
Thon (gebrannt ohne Glasur)	130	1010	92	19	48
Vulkanfiber	0,53	1010	371	19	48

$$\varrho = 1{\cdot}4 \cdot 10^{10}\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$$

zu treiben, während das bisher dargestellte reinste Wasser

$$\varrho = 2{\cdot}5 \cdot 10^{11}\ \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$$

zeigte, so dass anzunehmen ist, dass diese Spur von Leitvermögen wohl doch noch von der geringen Lösungstension der für das Gefäss oder für die Elektroden benutzten Stoffe herrührt (**83**), das Wasser also für sich praktisch nicht leitet und nur als Träger der Jonen der in ihm gelösten Stoffe dient. Dasselbe gilt von den Alkoholen und Äthern, nur dass ihre Dissoziationskraft eine sehr viel geringere ist, als die des Wassers. Das neuerdings von H. Walden (vgl. 1900, Ph. Z. I, 482) als ionisierend entdeckte Lösungsmittel der schwefligen Säure liefert bei einigen Salzen aber grössere Leitfähigkeiten, als ihre wässrigen Lösungen (siehe hierzu auch **235**).

Während die Stärke oder Konzentration einer Lösung namentlich die Jonendichte d als den einen Faktor des Leitvermögens (**229**) beeinflussen wird, wird die Temperatur vor allem den anderen Faktor verändern, also den elektrolytischen Reibungswiderstand bezw. die Jonenbeweglichkeit; allerdings besteht bei konzentrierteren Lösungen eine Wechselwirkung zwischen beiden Faktoren, welche nur bei stark verdünnten Lösungen so klein ist, dass man eine Trennung der beiden Faktoren in hinreichendem Masse vornehmen kann (**229**). Alsdann liefert die Ermittelung der elektrischen Leitfähigkeit bei gleichbleibender Temperatur, bezw. das daraus mit Hilfe der Konzentration (η) berechnete molekulare Leitvermögen einen Massstab für den Dissoziationsgrad des Elektrolyten. Dieser chemisch wichtige Zusammenhang folgt ohne weiteres aus der in **229** entwickelten Gleichung (2), da bei hinreichend verdünnten Lösungen die Jonenbeweglichkeiten l_K und l_A reine Materialkoeffizienten sind und für eine bestimmte Temperatur nur von der Art der gelösten Jonen abhängen. Bei flüssigen Leitern bilden diese beiden Momente, also die Konzentration der Lösung und ihre Temperatur, die weitaus wichtigsten, ja praktisch vorläufig wohl die allein in Betracht kommenden Variabeln für das Leitvermögen als Funktion. Bezüglich anderer Ursachen, wie Einfluss einer Durchstrahlung, oder Verbringen in ein hochgespanntes Wechselfeld, welche die Leitfähigkeit von Gasen stark zu beeinflussen vermögen, ist ein hinreichendes Versuchsmaterial bei flüssigen Leitern noch nicht veröffentlicht worden, um sichere Schlüsse zu gestatten. Allerdings scheint es, wenigstens bei schlechten Leitern oder Dielektricis, z. B. Alkohol, dass Strahlungen auch hier in Richtung einer grösseren Dissoziation, also höherer Leitfähigkeit, wirken (vgl. u. a. Tommasina 1902 Ph. Z. III, 495).

Beschränkt man sich auf die beiden praktisch wichtigen Momente, so wäre einmal die Abhängigkeit des Leitvermögens k, bezw. des spezifischen Widerstandes ϱ von der Art der gelösten (dissoziierten) chemischen Verbindung und ihrer Konzentration bei konstanter Temperatur (meist 18^0 C. als Normaltemperatur), ein zweites Mal bei einer bestimmten Lösung die Abhängigkeit von der Temperatur zu betrachten. Die empirische Ermittelung der Leitfähigkeit erfolgt gegenwärtig fast nur noch durch die von F. Kohl-

RAUSCH ausgebildete Brückenmethode mit Wechselstrom und Telephon (vgl. **40**; sowie über die nähere geschichtliche Entwickelung F. KOHLRAUSCH und HOLBORN, 7), da sich hierdurch Fehler infolge der Polarisationserscheinungen an den Elektroden (**261**) am ehesten vermeiden lassen.

232. Einfluss der Konzentration und Temperatur auf die Leitfähigkeit.

Der Verlauf von $k = \frac{1}{\varrho}$ sei abhängig von der Konzentration für einige wichtigere Lösungen zunächst graphisch wiedergegeben (Fig. 264 aus KOHLRAUSCH u. HOLBORN, 110). Die Konzentration ist gemessen in Einheiten m der „Normallösung", d. i. 1 Gramm-Äquivalent des gelösten Körpers (Salzes) in 1 Liter Lösungsflüssigkeit (meist Wasser), wobei $m = 1000\,\eta$ (**229**). Zu

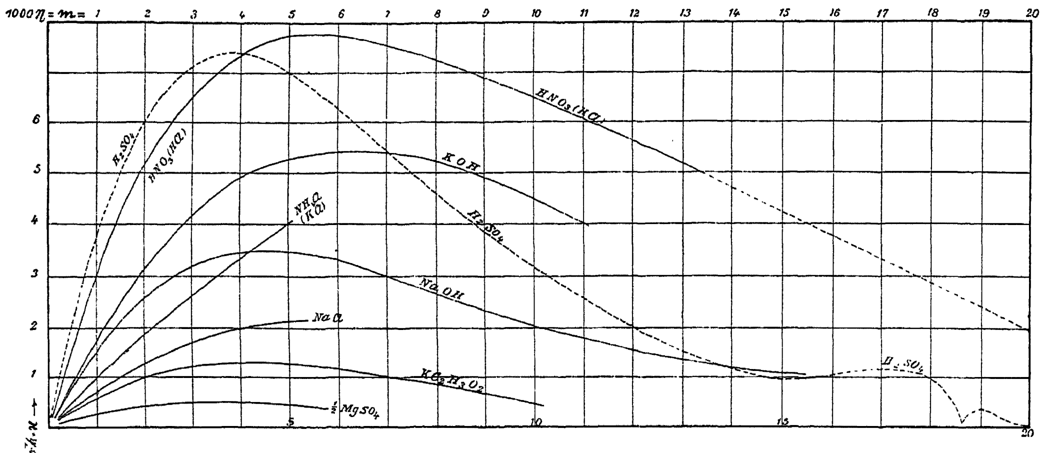


Fig. 264.

diesen Konzentrationseinheiten (als Abscissen) ist das spezifische Leitvermögen für $t = 18^0$ C. als $\varkappa$ in $\Omega^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{-1} = \Omega^{-1} \cdot \left(\frac{cm}{cm^2}\right)$ aufgetragen, so dass diese Einheit $\varkappa$ der in **209** mit k'_{18} (in $\mho \cdot \mathrm{cm}^{-1}$) $= k \cdot 10^4$ bezeichneten entspricht.

Der Kurvenverlauf lässt ohne weiteres erkennen, dass bei zunehmender Konzentration der Wert von $\varkappa$ anfangs angenähert geradlinig zunimmt, offenbar infolge Wachsens des Faktors d (**229**), während $(l_K + l_A)$ die elektrolytische Beweglichkeit nur wenig beeinflusst wird (vgl. Tabelle der Überführungszahlen in **233**); dass aber bei zunehmender Konzentration der Lösung ein Maximalwert erreicht wird, und weiterhin ein angenähert gleiches Abfallen, jedoch mit verlangsamter Annäherung an $\varkappa = 0$ stattfindet. Bei einigen Salzen, wie z. B. NaCl, wird das Maximum nicht überschritten bezw. nicht erreicht, weil die Lösung schon vorher gesättigt ist. Die Unregelmässigkeit der H_2SO_4-Kurve bei Annäherung an reine Schwefelsäure (oberhalb 80 Gewichtsprozent H_2SO_4, siehe unten Tabelle I) ist noch nicht hinreichend aufgeklärt und wird Veränderungen der chemischen Molekulargruppierung zugeschrieben. In Hinsicht auf die Theorie interessiert aber nicht nur das bei wachsender Konzentration resultierende Gesamtleitvermögen der Volumeneinheit Flüssigkeit, sondern auch das Leitvermögen, welches auf die Einheit der gelösten Masse (Molekül bezw. chemisches Äqui-

valent vgl. Tabelle VI in **234**) entfällt. Der V e r l a u f dieses Molekular- bezw. Äquivalent-Leitvermögens $\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$ (**229**) ist nun auf die Volumeneinheit, also 1 cm³, bezogen, in Fig. 265 für die niederen Konzentrationen, nämlich bis $m = 1 \cdot 7$, dargestellt und zeigt ein ständiges Abnehmen des auf ein Molekül entfallenden Leitvermögens. Bezüglich der absoluten Werte ist zu beachten, dass sich bei chemisch mehrwertigen Molekülgruppen Molekular- und Äquivalent-Leitvermögen um den Zahlenfaktor 2 bezw. 3, 4 unterscheiden, was in Fig. 265 durch den Faktor $\frac{1}{2}$ kenntlich gemacht ist. Da neben der auf die Volumeinheit bezogenen Moleküldichte auch noch die lineare, auf 1 cm entfallende Moleküldichte theoretisches Interesse besitzt und gleichzeitig eine bessere Darstellung der geringen Volumkonzentrationen gestattet, so ist derselbe Wert Λ auch abhängig von $\sqrt[3]{m}$, also der dritten

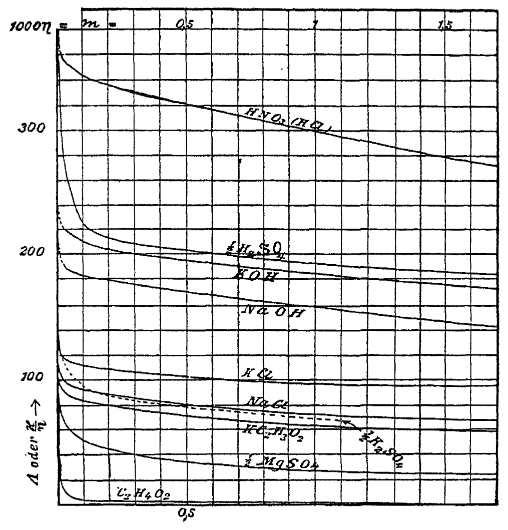


Fig. 265.

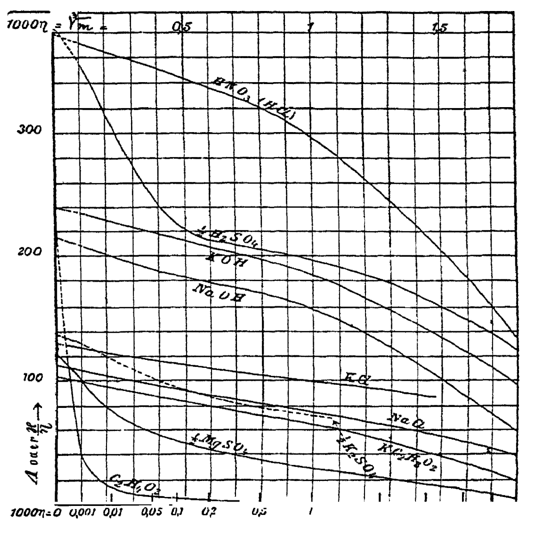


Fig. 266.

Wurzel aus der Konzentration, als Abscisse (obere Zahlen) in Fig. 266 dargestellt mit gleichzeitiger Angabe der zugehörigen Volumdichten (untere Zahlen).

Bemerkt sei hierbei noch, dass F. Kohlrausch die mit $\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$ bezeichneten Werte als „spezifisches Leitvermögen" von den kurzweg als „Leitvermögen" bezeichneten $\varkappa$-Werten unterscheidet, welche nach elektrotechnischem Gebrauch bereits s p e z i f i s c h e, also auf bestimmte Dimensionseinheiten der Leiterstrecke, z. B. $\left(\frac{m}{mm^2}\right)$ bezw. $\left(\frac{cm}{cm^2}\right)$, umgerechnete darstellen, während das Leitvermögen in $\mathfrak{G}$ bereits die Dimensionen mit enthält, also sich auf eine gegebene Leiterstrecke mit irgend welchen Dimensionen bezieht (**209**).

Praktisch definiert man die Konzentration einer Lösung häufig nach den Gewichtsprozenten P des wasserfreien Elektrolyts in 100 Teilen der Lösung, oder auch nach dem spezifischen Gewicht s, z. B. bei verdünnter Schwefel-

Tabelle I.

Leitvermögen wässeriger Lösungen bei 18° C. und verschiedenen Konzentrationen.

a) Salze.

	P	$1000\,\eta$ $(m;\ ^1/v)$	$s_{(t=4)}$	$10^7\,k_{18} = \varkappa \cdot 10^3$ in $\mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right)$	$\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$	$\frac{10^2}{k_{18}}\left(\frac{dk}{dt}\right)_{22}$	ϱ_{18} in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$
	%	gr.Äqu./L.	$t = 18$				
$NH_4\,Cl$	5	0,948	1,0142	91,8	96,8	1,98	109 000
	10	1,923	1,0289	177,6	92,4	1,86	56 300
	15	2,924	1,0430	258,6	88,4	1,71	38 800
	20	3,952	1,0571	336,5	85,0	1,61	29 800
	25	5,003	1,0710	402,5	80,5	1,54	24 800
$Na\,Cl$	5	0,884	1,0345	67,2	76,0	2,17	149 000
	10	1,830	1,0707	121,1	66,2	2,14	82 600
	15	2,843	1,1087	164,2	57,8	2,12	60 950
	20	3,924	1,1477	195,7	49,9	2,16	51 100
	25	5,085	1,1898	213,5	42,0	2,27	46 900
	26	5,325	1,1982	215,1	40,4	2,30	46 500
	26,4	5,421	1,2014	215,6	39,8	2,33	46 450
$Ag\,NO_3$	5	0,307	1,0422	25,6	83,4	2,18	391 000
	10	0,641	1,0893	47,6	74,3	2,17	210 000
	(15)	1,006	1,1404	68,3	67,9	2,15	146 500
	20	1,407	1,1958	87,2	62,0	2,12	114 700
	(25)	1,847	1,2555	105,8	57,3	2,10	94 600
	(30)	2,332	1,3213	123,9	53,1	2,09	80 800
	(35)	2,872	1,3945	140,6	49,0	2,07	71 200
	40	3,477	1,4773	156,5	45,0	2,05	64 000
	(45)	4,158	1,5705	171,6	41,3	2,04	58 300
	(50)	4,926	1,6745	185,6	37,7	2,05	53 900
	(55)	5,791	1,7895	198,4	34,3	2,06	50 450
	60	6,764	1,9158	210,1	31,1	2,09	47 600
$Na_2\,SO_4$	5	0,735	1,0450	40,9	55,6	2,36	244 800
	10	1,536	1,0915	68,7	44,7	2,49	145 500
	15	2,411	1,1426	88,6	36,7	2,56	112 900
			$t = 15$				
$Mg\,SO_4$	5	0,873	1,0510	26,3	30,1	2,26	384 000
	10	1,836	1,1052	41,4	22,55	2,41	242 000
	15	2,891	1,1602	48,0	16,60	2,52	208 500
	(20)	4,054	1,2200	47,6	11,74	2,69	210 000
	25	5,342	1,2861	41,5	7,77	2,88	241 000
			$t = 18$				
$Zn\,SO_4$	5	0,651	1,0509	19,1	29,3	2,25	524 000
	10	1,371	1,1069	32,1	23,42	2,23	312 000
	15	2,169	1,1675	41,5	19,13	2,28	241 000
	(20)	3,053	1,2323	46,8	15,33	2,41	214 000
	25	4,040	1,3045	48,0	11,88	2,58	208 500
	(30)	5,124	1,3788	44,4	8,66	2,73	225 400
$Cu\,SO_4$	2,5	0,321	1,0246	10,9	34,0	2,13	918 000
	5	0,658	1,0531	18,9	28,7	2,16	529 000
	10	1,387	1,1073	32,0	23,1	2,18	312 500
	15	2,194	1,1675	42,1	19,19	2,31	237 600
	17,5	2,631	1,2003	45,8	17,41	2,36	218 300

b) Säuren.

	P	$1000\,\eta$ $(m;\ ^1/_v)$	$s_{(t=4)}$	$10^7 k_{18} = \varkappa \cdot 10^3$ in $\mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right)$	$\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$	$\frac{10^2}{k_{18}}\left(\frac{dk}{dt}\right)_{22}$	ϱ_{18} in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$
	%	gr.Äqu./L.	$t = 15$				
HCl	5	1,405	1,0242	394,8	281,0	1,58	25 350
	10	2,877	1,0490	630,2	219,1	1,56	15 880
	(15)	4,420	1,0744	745,3	168,6	1,55	13 420
	20	6,034	1,1001	761,5	126,2	1,54	13 140
	(25)	7,722	1,1262	722,5	93,6	1,53	13 850
	30	9,482	1,1524	662,0	69,8	1,52	15 100
	(35)	11,303	1,1775	591,0	52,3	1,51	16 910
	40	13,182	1,2007	515,2	39,1	—	19 420
			$t = 18$				
HNO_3	6,2	1,017	1,0346	312,3	307,1	1,47	32 000
	12,4	2,108	1,0717	541,8	257,0	1,42	18 480
	(18,6)	3,276	1,1105	690,1	210,7	1,37	14 500
	24,8	4,533	1,1525	767,6	169,3	1,37	13 030
	31,0	5,873	1,1946	781,9	133,1	1,39	12 220
	37,2	7,300	1,2372	754,5	103,4	1,45	13 260
	43,4	8,801	1,2786	699,8	79,5	1,51	14 300
	49,6	10,376	1,3190	634,1	61,1	1,57	15 800
	(55,8)	12,000	1,3560	565,2	47,1	1,57	17 700
	62,0	13,640	1,3871	496,4	36,4	1,57	20 180
H_2SO_4	5	1,053	1,0331	208,5	198,0	1,21	48 000
Äquiv. $= \frac{H_2SO_4}{2}$	10	2,176	1,0673	391,5	179,9	1,28	25 560
	15	3,376	1,1036	543,2	160,9	1,36	18 400
	20	4,655	1,1414	652,7	140,2	1,45	15 320
	25	6,019	1,1807	717,1	119,2	1,54	13 950
	30	7,468	1,2207	738,8	98,9	1,62	13 540
	35	9,011	1,2625	724,3	80,4	1,70	13 820
	40	10,649	1,3056	680,0	63,8	1,78	14 710
	(45)	12,396	1,3508	616,4	49,7	1,86	16 220
	50	14,258	1,3984	540,5	37,9	1,93	18 510
	(55)	16,248	1,4487	457,6	28,16	2,01	21 850
	60	18,375	1,5019	372,6	20,27	2,13	26 840
	65	20,177	1,5577	290,5	14,40	2,30	34 430
	70	23,047	1,6146	215,7	9,36	2,56	45 450
	75	25,592	1,6734	152,2	5,95	2,91	65 740
	78	27,18	—	123,8	4,55	3,23	80 900
	80	28,25	1,7320	110,5	3,91	3,49	90 500

c) Basen.

			$t = 15$				
KOH	4,2	0,777	1,0382	146,4	188,4	1,87	68 400
	8,4	1,612	1,0776	272,3	168,9	1,86	36 720
	(12,6)	2,508	1,1177	376,3	150,1	1,88	26 600
	16,8	3,467	1,1588	455,8	131,5	1,93	21 960
	(21,0)	4,491	1,2008	510,6	113,7	1,99	19 600
	25,2	5,583	1,2439	540,3	96,8	2,09	18 520
	(29,4)	6,744	1,2880	543,4	80,6	2,21	18 400
	33,6	7,978	1,3332	522,1	65,4	2,36	19 150
	(37,8)	9,292	1,3803	479,0	51,5	1,57	20 480
	42,0	10,695	1,4298	421,2	39,4	2,83	23 750
$NaOH$	2,5	0,641	(1,0280)	108,7	169,6	1,94	92 100
	5	1,319	1,0568	196,9	149,3	2,01	50 800
	10	2,779	1,1131	312,4	112,4	2,17	32 000
	(15)	4,381	1,1700	346,3	79,0	2,49	28 900
	20	6,122	1,2262	327,0	53,4	2,99	30 600
	(25)	8,002	1,2823	271,7	34,0	3,68	36 850
	30	10,015	1,3374	202,2	20,18	4,50	49 500
	(35)	12,150	1,3907	150,7	12,40	5,51	66 400
	40	14,400	1,4421	116,4	8,08	6,48	86 000
	42	15,323	1,4615	106,5	6,95	6,91	94 000

säure. Aus diesem Grunde sind in der folgenden Tabelle I noch von einigen wichtigeren Lösungen die (spezifischen) Leitvermögen

$$10^7 \cdot k_{18} \text{ in } \mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right),$$

sowie zum besseren Vergleich mit den Werten der metallischen Leiter (**211**) in der letzten Vertikalreihe die reziproken (spezifischen) Widerstandskoeffizienten

$$\varrho_{18} \text{ in } \Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$$

unter Hinzufügung der Werte von P, sowie von $s_{(t=4)}$ (bezogen auf Wasser von 4^0 C.) und $m = 1000\,\eta$ zusammengestellt. Die Werte in der Vertikalreihe unter ϱ_{18} geben also den Widerstand eines Flüssigkeitsfadens von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt in Ω. In den beiden letzten Vertikalreihen sind ausserdem noch zum Vergleich die Äquivalent-Leitvermögen $\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta}$ beigefügt, ferner die stets positiv zu nehmenden Temperaturkoeffizienten α_k in $^0/_0$ von k_{18} für kleine Temperaturabweichungen (siehe hierzu **213**), und zwar streng genommen nur für die Werte 18^0 bis 26^0 C., bezogen auf k_{18}, was durch $\frac{10^2}{k_{18}} \cdot \left(\frac{dk}{dt}\right)_{22}$ ausgedrückt werden soll. Über die Werte bei anderen Lösungen, sowie namentlich bei organischen Verbindungen siehe F. KOHLRAUSCH und HOLBORN, 145 ff.

Was den Temperaturkoeffizienten anlangt, also die auf einen bestimmten Normalwert, z. B. k_{18}, bezogene prozentuale Änderung von k für 1^0 C. Temperaturänderung der Flüssigkeit, so liegen hier die Verhältnisse wesentlich komplizierter, als bei metallisch leitenden Stoffen, wodurch gleichzeitig auch eine grössere Unsicherheit bei den k- bezw. ϱ-Werten der Elektrolyte herbeigeführt wird. Nicht nur, dass der Temperaturkoeffizient von anderer Grössenordnung ist als bei den metallischen Leitern, nämlich in der Gegend von $2^0/_0$, es ist auch die Änderung des Temperaturkoeffizienten selbst beträchtlich; mit der Konzentration zwar weniger als mit der Temperatur, so dass die Widerstandsänderung abhängig von der Temperatur nicht nahezu durch eine Gerade, wie bei den Metallen, sondern durch eine Kurve von erheblicher Krümmung dargestellt wird. Das letztere hat zur Folge, dass man nur für sehr enge Temperaturgrenzen (von einigen Graden) praktisch mit einem Temperaturkoeffizienten ausreicht. Bei Heranziehung des zweiten Gliedes β der Gleichung

$$k_t = k_{18}\,[1 + \alpha\,(t - 18) + \beta\,(t - 18)^2]$$

kann man zwar eine hinreichende, wenn auch nicht genaue Anpassung für Temperaturbereiche von 40 bis 50^0 C. erreichen, doch wird man praktisch bei Flüssigkeiten gut thun, die Umrechnung für grössere Temperaturabweichungen von der gemessenen Temperatur soweit als angängig überhaupt zu vermeiden. Der zweite Koeffizient β ist gewöhnlich positiv, d. h. die Änderung der Leitfähigkeit nimmt meistens mit der Temperatur beschleunigt zu, oder die Leitfähigkeitskurve ist konvex gegen die Temperatur-

achse. Die ganze Frage bedarf aber für höhere Temperaturen, namentlich solche über 100° C. noch sehr der Untersuchung, zumal gewisse Beobachtungen (vgl. **235**) dafür sprechen, dass die Leitfähigkeit bei höheren Temperaturen ein Maximum aufweist, also bei weiterer Temperatursteigerung wieder abnimmt.

233. Überführungszahlen nach Hittorf und Jonenbeweglichkeit.

Vom wissenschaftlichen Standpunkt aus ist die Frage von besonderer Wichtigkeit, ob man allein auf die rein empirische Ermittelung des Leitvermögens aller möglichen Lösungen und Konzentrationen angewiesen ist, oder ob insofern ein innerer Zusammenhang zwischen den verschiedenen Jonenkombinationen sich auffinden lässt, dass jedes Jon selbst eine eigentümliche Ausgleichfähigkeit besitzt, so dass die Zahl dieser Koeffizienten eine Beschränkung auf die Zahl der in Frage kommenden Kationen, namentlich Metalle und Wasserstoff einerseits, der Anionen, namentlich Säureradikale und Hydroxyl andererseits zulässt. Im letzteren Falle würde dann, in ähnlicher Weise wie die thermoelektrischen Koeffizienten (**93**) eine Vorausbestimmung der Thermospannungen für bestimmte Metallkombinationen und Temperaturintervalle gestatten, aus diesen spezifischen Jonenbeweglichkeiten ein Schluss oder eine angenäherte Vorausbestimmung des Leitvermögens ihrer Kombinationen bezw. Salzlösungen sich ermöglichen lassen. In so weitgehendem Masse wie bei den Thermospannungen ist dies allerdings hier vorläufig noch nicht möglich. Bei konzentrierteren Lösungen, ja bei relativ gutleitenden Salzlösungen und besonders bei zweiwertigen Jonen bereits oberhalb einer zehnprozentigen Normallösung, also oberhalb von $m = 0{\cdot}1$, hört die Möglichkeit auf, die beiden Faktoren von $\varkappa$, nämlich den elektrolytischen Reibungswiderstand und den Dissoziationsgrad, in ihrem Einfluss auf die Jonenbeweglichkeit l_K und l_A genügend auseinander zu halten. Für verdünntere Lösungen kann man aber den elektrolytischen Reibungswiderstand, bezw. die beiden Jonenbeweglichkeiten als in erster Annäherung unabhängig von der Konzentration ansehen und $l_K + l_A$ gleich einem konstanten Wert C_1 multipliziert mit dem Dissoziationskoeffizienten a, setzen, also $\varkappa = C_1 \cdot a \cdot \eta$, wenn a den Dissoziationsgrad bezeichnet, oder $\Lambda = \frac{\varkappa}{\eta} = C_1 \cdot a$, was besagt, dass das Äquivalent-Leitvermögen proportional mit a wächst. Diese für die Chemiker praktisch wichtige Beziehung ermöglicht es bei verdünnten Salzlösungen, sowie bei schlechten Leitern und Säuren, die Ermittelung des Dissoziationsgrades bezw. der chemischen Affinität auf die Messung des elektrischen Leitvermögens zurückzuführen. Ausserdem erlaubt sie eine Auswertung der von Hittorf empirisch ermittelten Überführungszahlen $n = \frac{l_A}{\Lambda}$ (vgl. **229** sowie folgende Tabelle) in verdünnten Lösungen, endlich auch Schlüsse auf die absolute Grösse der elektrolytischen Strömungsgeschwindigkeit und Reibung.

Die Grundlage hierzu bilden die zuerst von Hittorf ermittelten, später von verschiedenen anderen Forschern vervollständigten Überführungszahlen des Anions $n = \frac{l_A}{\Lambda}$, welche in der früher bezeichneten Weise (**229**) gewonnen wurden. Die Zusammenstellung dieser Verhältniszahlen abhängig von der Konzentration, ausgedrückt in Einheiten m der Normallösung (**232**) in der oberen Reihe, der reziproken Verdünnung $v = \frac{1}{m}$ in der unteren Reihe, findet sich für die bisher ermittelten Salzlösungen und

Säuren in der folgenden Tabelle, in der weniger sichere Werte durch kleineren Druck gekennzeichnet wurden (vgl. KOHLRAUSCH und HOHLBORN Seite 201).

Tabelle II.

Überführungszahlen des Anions

bei mittlerer Temperatur in wässeriger Lösung von der Konzentration m gr-Äqu./Liter oder der Verdünnung $v = 1/m$.

Nach Hittorf, sowie Kuschel, Löb und Nernst, Kirmis, Bein, Hopfgartner und Kümmell interpoliert. Kleiner Druck bedeutet Unsicherheit der Angabe.

$1000\,\eta = m =$	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2	3	5	7	10
K {Cl, Br, J}, NH_4Cl	0,506	0,507	0,507	0,508	0,509	0,513	0,514	0,515	0,515	0,516	—	—	—
Na Cl	—	—	0,614	0,617	0,620	0,626	0,637	0,640	0,642	0,646	0,650	—	—
Li Cl	0,63	0,65	0,67	0,69	0,71	0,73	0,739	0,741	0,745	0,752	0,763	0,774	—
KNO_3	—	—	—	0,497	0,496	0,492	0,487	0,482	0,479	—	—	—	—
$NaNO_3$	—	—	—	0,615	0,614	0,612	0,611	0,610	0,608	0,603	0,585	—	—
$AgNO_3$	0,528	0,528	0,528	0,528	0,527	0,519	0,501	0,487	0,476	—	—	—	—
$KC_2H_3O_2$	—	—	—	0,33	0,33	0,33	0,331	0,332	0,332	0,333	0,335	—	—
$NaC_2H_3O_2$	—	—	—	0,44	0,43	0,43	0,425	0,422	0,421	0,417	—	—	—
KOH	—	—	—	0,735	0,736	0,738	0,740	—	—	—	—	—	—
NaOH	—	—	0,81	0,82	0,82	0,82	0,825	—	—	—	—	—	—
LiOH	—	—	—	0,85	0,85	0,861	0,873	0,890	—	—	—	—	—
HCl	—	—	0,172	0,172	0,172	0,173	0,176	0,180	0,185	0,200	0,238	0,292	—
$^1/_2\,BaCl_2$	0,56	0,565	0,575	0,585	0,595	0,615	0,640	0,650	0,657	—	—	—	—
$^1/_2\,CaCl_2$	0,58	0,59	0,61	0,64	0,66	0,675	0,686	0,695	0,700	0,710	0,737	0,764	0,79
$^1/_2\,MgCl_2$	—	—	0,63	0,66	0,68	0,69	0,709	0,718	0,729	0,747	0,776	0,799	—
$^1/_2\,CdCl_2$	0,57	0,58	0,59	0,62	0,65	0,69	0,72	0,73	0,745	0,767	0,865	0,995	—
$^1/_2\,CdJ_2$	0,56	0,59	0,64	0,71	0,83	1,00	1,12	1,18	1,22	1,25 für 2,5		—	—
$^1/_2\,K_2CO_3$	—	—	0,39	0,40	0,41	0,435	0,434	0,421	0,413	0,404	0,380	0,355	—
$^1/_2\,Na_2CO_3$	—	—	0,52	0,53	0,53	0,54	0,548	0,546	0,542	0,530	—	—	—
$^1/_2\,MgSO_4$	—	—	0,60	0,64	0,66	0,70	0,74	0,75	0,76	0,760	—	—	—
$^1/_2\,CuSO_4$	—	0,62	0,626	0,632	0,643	0,668	0,696	0,714	0,720	—	—	—	—
$^1/_2\,H_2SO_4$	—	—	0,193	0,191	0,188	0,182	0,174	0,169	0,168	0,170	0,190	0,216	0,268
$v =$	100	50	20	10	5	2	1	$^2/_3$	0,5	$^1/_3$	0,2	0,14	0,1

Aus diesen Überführungszahlen und den Leitfähigkeiten lassen sich für irgend eine Lösung die Beweglichkeiten der Einzelionen berechnen, wie folgendes Beispiel zeigt. Für eine Normal-Chlornatriumlösung ($m = 1$ oder 1 gr-Äquivalent $= 57{\cdot}50$ gr NaCl auf 1 Liter Wasser oder $\eta = 0{\cdot}001$) ist bei 18^0 C. das Leitvermögen $\varkappa_{18} = 0{\cdot}0743$ (vgl. **232** oder Fig. 264), also

$$\frac{\varkappa}{\eta} = \frac{0{\cdot}0743}{0{\cdot}001} = 74{\cdot}3 = \Lambda.$$

Als Überführungszahl des Anions findet sich

$$n = 0{\cdot}637 = \frac{l_A}{l_K + l_A}$$

oder

$$l_K = (1 - n)\,\Lambda = 0{\cdot}363\,\Lambda;$$

somit für das Natriumion

$$l_{Na} = 0{\cdot}363 \cdot 74{\cdot}3 = 27{\cdot}0$$

und für das Chlorion

$$l_{Cl} = 0{\cdot}637 \cdot 74{\cdot}3 = 47{\cdot}3.$$

Die auf diese Art gewonnenen oder bekannten Jonenbeweglichkeiten bezw. ihre Summe Λ können nun auch praktisch zur Ermittelung der Konzentration aus der Messung des Leitvermögens $\varkappa$ benutzt werden, da sich ergiebt (**229**)

$$\eta = \frac{\varkappa}{l_K + l_A} \text{ gr-Äquivalent auf } 1 \text{ cm}^3.$$

Weiterhin folgt hieraus, sowie aus einer Aräometermessung, der prozentuale Gehalt p eines Elektrolyten nach Gewichtsverhältnissen, wenn A das Äquivalentgewicht des Elektrolyten (z. B. Na Cl = 57·50) und s das spezifische Gewicht der Lösung bezeichnet, zu

$$p = \frac{A \cdot \eta}{s} = \frac{q}{s},$$

wenn $q = A \cdot \eta$ in gr auf 1 cm³ den Gewichtsgehalt in der Volumeinheit bezeichnet.

Wie schon erwähnt, ändert die Jonenbeweglichkeit sich mit der Konzentration, und zwar bei l_K und l_A in verschiedenem Masse, eine Verschiedenheit, die mit wachsender Konzentration gewöhnlich zunimmt. Für die theoretisch besonders wichtigen, stärker verdünnten, wässrigen Lösungen von Elektrolyten aus ein- und ein-, oder aus ein- und zweiwertigen Jonen sind die Beweglichkeiten der Einzelionen (Kationen oben, Anionen unten) nach F. Kohlrausch (vgl. a. a. O. Seite 200) in der Tabelle III zusammengestellt. Diese Zahlen sind jedoch nur zum kleinen Teil nach Art des vorstehenden Zahlenbeispiels (Na Cl) auf Grund von hinreichend zuverlässig gemessenen Leitvermögen gewonnen und stellen überwiegend Extrapolationen auf Grund von Hypothesen dar, so vor allem die Grenzwerte bei unendlicher Verdünnung (v und $\varphi = \infty$, bezw. m und $\eta = 0$). Den Tabellenwerten liegt nämlich einerseits die Annahme zu Grunde, dass bei K Cl und $AgNO_3$, deren Leitvermögen bis zu Verdünnungen von $v = 100$ und darüber noch hinreichend messbar sind, sich die Wanderungsverhältnisse bei weiterer Verdünnung nicht mehr wesentlich ändern (vgl. Tabelle II); ferner ist der Erfahrungssatz benutzt, dass chemisch ähnliche Verbindungen in verdünnter Lösung einen nahe parallelen Gang von Λ aufweisen.

Bei den zweiwertigen Jonen sind diese Annahmen weniger sicher. Die angenäherten Werte für zweiwertige Jonen (Kationen links, Anionen rechts) giebt die Tabelle IV.

Jonenbeweglichkeiten in wässriger Lösung bei 18°.

Die Summe der Beweglichkeiten des Kations und des Anions giebt nahe das Äquivalent-Leitvermögen bei der betr. Konzentration.

Tabelle III.

Elektrolyte aus ein- und ein- oder ein- und zweiwertigen Jonen.

1000 η (m)	K	Na	Li	NH_4	Ag	$\frac{1}{2}$ Ba	$\frac{1}{2}$ Sr	$\frac{1}{2}$ Ca	$\frac{1}{2}$ Mg	$\frac{1}{2}$ Zn	H	$\frac{1}{1000}\varphi$ (v)
0	65,3	44,4	35,5	64,2	55,7	57,3	54,0	53,0	49	47,5	318	∞
0,0001	64,7	43,8	34,9	63,6	55,4	55,0	51,7	50,6	47	45,1	316	10000
0,0002	64,4	43,6	34,7	63,4	55,1	54,3	51,0	50,0	46	44,5	316	5000
0,0005	64,1	43,3	34,4	63,0	54,9	53,3	50,0	48,9	45	43,5	315	2000
0,001	63,7	42,9	34,0	62,7	54,7	52,2	48,9	47,8	43	42,3	314	1000
0,002	63,2	42,4	33,5	62,2	54,2	50,7	47,4	46,4	42	40,9	313	500
0,005	62,3	41,4	32,6	61,2	53,2	48,2	44,9	43,9	40	38,4	311	200
0,01	61,3	40,5	31,6	60,2	51,9	45,7	42,4	41,4	37	35,9	310	100
0,02	60,0	39,2	30,3	59,0	50,0	42,7	39,4	38,3	34	32,9	307	50
0,03	59,3	38,3	29,4	58,1	48,6	40,5	37,2	36,1	32	30,7	305	$33^1/_3$
0,05	57,9	37,0	28,2	56,8	46,6	37,7	34,4	33,4	29	27,9	302	20
0,1	55,8	35,0	26,1	54,8	43,3	33,8	30,5	29,4	25	24,0	296	10

1000 η (m)	Cl	J	NO_3	ClO_3	$C_2H_3O_2$	$\frac{1}{2}SO_4$*)	$\frac{1}{2}C_2O_4$	$\frac{1}{2}CO_3$	OH
0	65,9	66,7	60,8	56,2	33,7	69,7	63	—	174
0,0001	65,3	66,1	60,2	55,5	33,1	67,2	61	—	172
0,0002	65,1	65,9	60,0	55,2	33,0	66,6	60	—	172
0,0005	64,8	65,5	59,6	54,6	32,8	65,4	59	—	171
0,001	64,4	65,1	59,3	54,1	32,6	64,0	58	69	171
0,002	63,9	64,6	58,8	53,4	32,4	62,3	56	66	170
0,005	63,0	63,7	57,8	52,4	31,6	59,2	54	60	168
0,01	62,0	62,7	56,8	51,3	30,8	56,1	51	55	167
0,02	60,7	61,5	55,6	49,7	29,8	52,3	48	50	165
0,03	59,8	60,6	54,7	48,4	29,0	49,7	46	47	163
0,05	58,6	59,3	53,4	46,4	28,0	46,1	43	43	161
0,1	56,5	57,3	51,4	43,2	26,4	41,9	39	38	157

Ferner ist ungefähr die Beweglichkeit

Br = Cl + 1
Fl = Cl − 20
BrO_3 = Cl − 19
JO_3 = Cl − 29
ClO_4 = Cl − 1
JO_4 = Cl − 17

*) Das Leitvermögen von H_2SO_4 ist nicht aus diesen Zahlen zu berechnen.

Tabelle IV.

Zweiwertige Jonen in gegenseitiger Verbindung.

1000 η (m)	$\frac{1}{2}$ Mg	$\frac{1}{2}$ Zn	$\frac{1}{2}$ Cu	$\frac{1}{2}$ Cd	$\frac{1}{2}$ Ba	$\frac{1}{2}$ Sr	$\frac{1}{2}$ Ca	$\frac{1}{2}SO_4$	$\frac{1}{2}C_2O_4$	$\frac{1}{1000}\varphi$ (v)
0	48	47	49	—	57	54	53	70	63	∞
0,0001	44	43	47	—	53	49	49	66	61	10 000
0,0002	43	42	46	—	52	48	48	65	60	5 000
0,0005	42	40	44	—	50	45	46	63	58	2 000
0,001	40	38	41	37	47	43	44	60	56	1 000
0,002	38	36	37	35	—	—	41	57	53	500
0,005	34	31	31	30	—	—	35	51	—	200
0,01	31	27	27	26	—	—	31	46	—	100
0,02	27	24	22	21	—	—	—	41	—	50
0,03	25	22	20	18	—	—	—	38	—	$33^1/_3$
0,05	23	19	17	16	—	—	—	34	—	20
0,1	20	17	15	13	—	—	—	30	—	10

Die so erhaltenen Zahlen

$$\varDelta_\infty = (l_K)_\infty + (l_A)_\infty$$

für unendlich grosse Verdünnung gestatten unter der Voraussetzung, dass nur die dissoziierten Moleküle leiten, bei soweit verdünnten Lösungen, dass die elektrolytische Reibung unabhängig ist von der Konzentration (vgl. oben), die Ermittelung des Dissoziationsgrades a zu $a = \frac{\varDelta}{\varDelta_\infty}$. Dies schliesst gleichzeitig die Annahme ein, dass für unendliche Verdünnung (φ bezw. $v = \infty$) alle Moleküle des Elektrolyten dissoziiert sind, also $a = 1$ ist für $\varDelta_\infty$. Nach einer Ableitung von Ostwald aus dem Guldberg-Waageschen Gesetz der chemischen Massenwirkung ergiebt sich ferner die Beziehung

$$\frac{}{1-a} = \frac{}{\eta} = c \quad \varphi,$$

worin c die Dissoziationskonstante des Elektrolyten, welche sich sonach ergiebt zu

$$c = \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{\varDelta^2}{\varDelta_\infty (\varDelta_\infty - \varDelta)}.$$

234. Absolute Wandergeschwindigkeit. Atom- und Äquivalentgewichte.

Für die Ermittelung der absoluten Wandergeschwindigkeiten der Jonen in cm auf die Sekunde steht zunächst die Thatsache des Faradayschen Gesetzes zur Verfügung, dass mit jedem gr-Äquivalent eines Jons die Elektrizitätsmenge 96540 Coulomb oder Ampere $\times$ Sekunde wandert, also mit η gr-Äquivalenten die Menge 96540 η. Ferner ist die Wandergeschwindigkeit direkt proportional mit der Stromdichte (**229**) und, da $\varkappa$ erfahrungsgemäss konstant, auch mit dem Spannungsgefälle. Die beim Spannungsgefälle 1 (1 Volt auf 1 cm) vorhandene, vorläufig noch unbekannte mittlere Geschwindigkeit eines Kations sei mit U (cm in der Sekunde) bezeichnet, diejenige eines Anions mit V, während die mittlere Geschwindigkeit eines freien Jons gleich $\frac{U}{a}$ bezw. $\frac{V}{a}$ ist, wenn a den Dissoziationsgrad, also das Verhältnis der dissoziierten zu den nicht dissoziierten Molekülen des verflüssigten Elektrolyten bezeichnet. Alsdann durchsetzen eine Würfelseite von 1 cm² bei der Konzentration η sekundlich $(U + V)\,\eta$ Jonen oder die Stromstärke von $(U + V)\,\eta \cdot 96540$ Ampere. Da diese Stromstärke auch gleich der elektrischen Spannung $\bar{e}$ in Volt auf das cm (Spannungsgefälle im Elektrolyten) multipliziert mit dem Leitvermögen $\varkappa$ ist, also

$$\varkappa \cdot \bar{e} = (l_K + l_A)\,\eta \cdot \bar{e},$$

so ist für $\bar{e} = 1$, wie hier angenommen,

$$(U + V) \cdot \eta \cdot 96540 = (l_K + l_A) \cdot \eta$$

oder

$$U + V = 1036 \cdot 10^{-8} \cdot (l_K + l_A).$$

In unserem Zahlenbeispiel der Normallösung von NaCl (**233**) war

$$l_{Na} = 27{\cdot}0 \text{ also } U_{Na} = 0{\cdot}000280 \frac{\text{cm}}{\text{Sek}}$$

und

$$l_{Cl} = 47{\cdot}3 \text{ also } V_{Cl} = 0{\cdot}000490 \frac{\text{cm}}{\text{Sek}}$$

für ein Spannungsgefälle $\bar{e}$ von 1 Volt auf das cm in der Lösung.

Diese kleinen Geschwindigkeiten von der Grössenordnung der tausendstel Millimeter pro Sekunde, welche zuerst Lodge (1886), später (1894) Whetham (vgl. Litteraturverzeichnis in Kohlrausch und Holborn, wo alle das Leitvermögen der Elektrolyte betreffende Arbeiten zusammengestellt sind) auch direkt experimentell bestimmten, bieten besonderes Interesse wegen des Vergleichs mit den Werten der metallischen und der Gasleitung (**245**).

Ausserdem lassen sie bereits auf sehr hohe Werte der elektrolytischen Reibung schliessen, deren absolute Beträge in Kilogramm auf das gr-Äquivalent sich auf folgendem Wege rechnen. Die Proportionalität zwischen Spannungsgefälle und den Jonengeschwindigkeiten U und V liefert für die Hervorbringung der Geschwindigkeit von $U = 1$ cm das Spannungsgefälle von $\frac{1}{U}$ Volt $\frac{10^8}{U}$ CGS-Einheiten. Bei einem Äquivalentgewicht A entfällt auf ein Gramm des Jons die Elektrizitätsmenge von ^{96540} Coulomb oder Ampere $\times$ Sekunde $\frac{9654}{A}$ CGS-Einheiten. Für $U = 1$ cm wäre also auf das Gramm eine Kraft von $\frac{10^8}{U} \cdot \frac{9654}{A}$ CGS-Einheiten oder Dynen auszuüben oder

$$981\,000 \quad \frac{10^8 \cdot 9654}{U \cdot A}\ \text{kg} = \frac{984\,000}{U \cdot A}\ \text{kg}.$$

In dem obigen Zahlenbeispiel der Kochsalzlösung giebt dies für Na mit $U = 0{\cdot}00028$ und $A = 23$ auf die Einheitsgeschwindigkeit (1 cm) berechnet den Wert von $153 \cdot 10^6$ kg-Gew., und für Cl mit $V = 0{\cdot}00049$ und $A = 35{\cdot}5$ ergiebt sich $57 \cdot 10^6$ kg-Gew. Obwohl ausserordentlich gross erscheinend, sind diese Kräfte doch von gleicher Ordnung wie die gewöhnlichen Reibungskräfte auf Grund von Rechnungen der Molekulartheorie (vgl. Kohlrausch und Holborn, 106).

Über eine Anordnung nach Nernst und Riesenfeld zur Demonstration der Wandergeschwindigkeit mit verschieden gefärbten elektrolytischen Flüssigkeiten durch Verschiebung der Farbengrenzen siehe auch ETZ 1902, 781.

Unerlässliche Grundlagen für die vorstehenden Berechnungen, ebenso wie für diejenigen in **233**, bilden die Äquivalentgewichte A mit ihrer Beziehung zu den Atomgewichten, sowie auch die elektrochemischen Äquivalente E oder die bei jeder transportierten Elektrizitätsmengeneinheit (Coulomb = Ampere $\times$ Sekunde) dissoziierten bezw. abgeschiedenen Mengen in mg. Sie sind deshalb entsprechend dem jetzt in der Chemie üblichen Gebrauch, d. h. nicht mehr auf Wasserstoff ($H = 1$), sondern auf Sauerstoff ($O = 16{\cdot}00$) bezogen, in den beiden folgenden Tabellen (vgl. Kohlrausch Seite 205) angeführt.

Tabelle V.

Atomgewichte ($O = 16{,}00$).

Nach den Zusammenstellungen von Clarke, Lothar Meyer und Seubert, Ostwald, Richards.

Ag	107,92	Cd	112,1	J	126,86	Pb	206,9
Al	27,11	Cl	35,45	K	39,14	Pt	195,0
As	75,0	Co	58,9	Li	7,03	Rb	85,4
Au	197,3	Cr	52,14	Mg	24,34	S	32,6
B	10,95	Cs	132,9	Mn	55,0	Sb	120,1
Ba	137,4	Cu	63,6	N	14,04	Si	28,4
Bi	208,5	Fe	56,02	Na	23,05	Sn	119,0
Br	79,96	Fl	19,05	Ni	58,7	Sr	87,62
C	12,00	H	1,008	O	16,00	Tl	204,2
Ca	40,04	Hg	200,0	P	31,02	Zn	65,4

Tabelle VI.

Äquivalentgewichte A ($^1/_2\ O = 8{,}00$)

und elektrochemische Äquivalente E in mg/(Amp. sec.) einiger ein- oder zweiwertiger Jonen.

Kationen			Anionen		
	A	E		A	E
—	1	0,01036	Cl	35,45	0,3673
H	1,008	0,01044	Br	79,96	0,8283
K	39,14	0,4055	J	126,86	1,3142
Na	23,05	0,2388	Fl	19,05	0,1973
Li	7,03	0,07283	OH	17,01	0,1762
Ag	107,92	1,118	CN	26,04	0,2698
NH_4	18,07	0,1872	NO_3	62,04	0,6427
$^1/_2$ Ba	68,70	0,7117	ClO_3	83,45	0,8645
$^1/_2$ Sr	43,81	0,4539	BrO_3	127,96	1,3256
$^1/_2$ Ca	20,02	0,2074	JO_3	174,86	1,8115
$^1/_2$ Mg	12,17	0,1261	CHO_2	45,01	0,4663
$^1/_2$ Zn	32,7	0,3388	$C_2H_3O_2$	59,02	0,6114
$^1/_2$ Cd	56,05	0,5807	$^1/_2$ O	8,00	0,08288
$^1/_2$ Cu	31,8	0,3294	$^1/_2$ S	16,03	0,1661
$^1/_2$ Fe	28,01	0,2902	$^1/_2\ SO_4$	48,03	0,4976
$^1/_2$ Mn	27,5	0,2849	$^1/_2\ CrO_4$	58,07	0,6016
$^1/_2$ Ni	29,35	0,3041	$^1/_2\ CO_3$	30,00	0,3108
$^1/_2$ Pb	103,46	1,0718	$^1/_2\ C_2O_4$	44,00	0,4558
$^1/_2$ Cr	26,07	0,2701	$^1/_2\ SiO_3$	38,20	0,3957

Über die Messung der Leitvermögen von Flüssigkeiten, welche bei den eigentlichen Elektrolyten innerhalb der bis jetzt untersuchten Messgrenzen eine Konstanz der Materialkoeffizienten k bezw. ϱ, also Unabhängigkeit von der Stromdichte und die Anwendbarkeit des Ohmschen Gesetzes stets ergeben haben, siehe Bd. II, sowie auch Kohlrausch und Holborn, 9 ff.

Diese Konstanz von k bezw. ϱ setzt hier, wie bei den metallischen Leitern, 235.
nicht nur dieselbe Temperatur voraus, sondern auch noch einen durch den Strömungsprozess nicht veränderten Jonisierungszustand (Dissoziationsgrad) oder Konzentrationswert, also stetigen Ersatz der durch die Strömung verbrauchten Jonen durch hinreichend raschen chemischen Ausgleich in Gestalt der Wiederherstellung desselben chemischen Gleichgewichtszustandes. Sind diese Vorbedingungen auf die Dauer, wie praktisch häufig, nicht erfüllt, so treten natürlich entsprechende Änderungen von k bezw. ϱ auf. Diese haben die früher (227) erwähnten Erschöpfungserscheinungen bei mangelndem Ersatz, die Ermüdungs- bezw. Erholungserscheinungen, oder auch Sättigungsstromstärken, also Abweichungen vom Ohmschen Gesetz, bei zu langsamem Ersatz der Jonen, zur Folge. Solche Beobachtungen sind

Erschöpfung. Elektrische Reinigung. Leitung in Dämpfen.

namentlich an flüssigen Dielektricis gemacht worden, die voraussichtlich eine äusserst geringe Dissoziationswirkung besitzen, deren Spuren von Leitvermögen aber offenbar auf „Verunreinigungen", also hier Mischung mit anderen Stoffen, namentlich Feuchtigkeits- oder auch Staubspuren, zurückzuführen sind. Diese dürften den elektrischen Ausgleich durch Konvektion herbeiführen, was sie entweder auf elektrochemischen Wege, d. h. mit Dissoziation ihrer Moleküle, oder auch rein elektromechanisch bewerkstelligen können. In beiden Fällen wird eine längere Dauer des Ausgleichvorganges oder Isolationsstromes eine „Fortführung" der Ladungsträger ohne Ersatz, oder wenigstens ohne ausreichenden Ersatz derselben zur Folge haben und eine „elektrische Reinigung" bewirken, wie die zuerst von H. Hertz gebrauchte Bezeichnung lautet.

Derartige Beobachtungen über die Abnahme des Leitvermögens bei sehr schlecht leitenden bezw. isolierenden Flüssigkeiten wurden unter anderen von Warburg (vgl. ETZ 1895, 351), ferner von Schweidler (vgl. ETZ 1901, 303 und 640) gemacht. Letzterer fand bei käuflichem Petroleum und Benzol neben den Ermüdungs- und Erholungserscheinungen und einer Abweichung vom Ohmschen Gesetz in Richtung der Sättigungsstromstärke, eine starke Verminderung des Widerstandes bei Umkehrung der Stromstärke, was mit der Leitungsmechanik durch Konvektion ganz gut in Einklang zu bringen ist. Die Folge dieser Erscheinungen ist weiterhin eine grosse Unbestimmtheit der Werte von k bezw. ϱ infolge ihrer Abhängigkeit von der Dauer des Stromdurchganges. Schweidler fand „nach längerem Stromdurchgang", also nach Erreichung etwas stationärer Verhältnisse, sowie bei „mittlerer elektrischer Feldstärke" (offenbar bei Zimmertemperatur) etwa folgende Werte für ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$:

	Benzol (käufl.)	Benzol (dest.)	Petroleum	Benzin
ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right) =$	3 bis $5 \cdot 10^{16}$	$1{\cdot}6 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{16}$	$3 \cdot 10^{18}$

Schweidler fand übrigens auch, dass künstliche Verunreinigung durch rein mechanische Beimengungen keine merkliche Veränderung von ϱ ergab, wohl aber Wasserspuren. Es spricht diese Beobachtung gegen mechanische und für chemische, d. h. elektrolytische Konvektionsleitung, eine Auffassung, die jedenfalls durch den Umstand der starken Abnahme des ϱ von dielektrischen Flüssigkeiten bei Temperatursteigerung (vgl. Fig. 60 in **121**) eher gestützt wird.

Die Erschöpfungs-, Ermüdungs- und Sättigungsstromstärke-Erscheinungen, welche für die Konvektionsleitung mit unzureichendem Ersatz der Ladungsträger bezw. Jonen charakteristisch sind, treten bei flüssigen Leitern nur in den zuletzt erwähnten Grenzfällen auf, die gewissermassen nach den Leitungserscheinungen der Gase hinüberführen; sie bilden aber bei der folgenden Gruppe der Erscheinungen nahezu die Regel, weil hier offenbar die Verhältnisse hinsichtlich Jonengehalt der Volumeinheit, sowie Jonenersatz quantitativ erheblich von den praktisch vorkommenden Salzlösungen abweichen. Der Unterschied erscheint aber deshalb grösser als nötig, und die Erkenntnis der qualitativen Gleichheit des konvektiven Ausgleichvorganges in beiden Fällen ist offenbar darum so spät eingetreten, weil man die extremen Enden beider Erscheinungsgruppen miteinander zu vergleichen pflegte: nämlich auf der einen Seite die relativ sehr gut leitenden, ionenreichen Salzlösungen,

bei denen Ermüdungserscheinungen innerhalb der Dauer einer Messung nicht ins Spiel kamen, oder künstlich vermieden, oder in Abzug gebracht wurden, auf der anderen Seite die relativ ionenarmen Gasvolumina von sehr starker Verdünnung (letzteres zum Zweck starker Herabdrückung der „elektrolytischen Reibung“), bei denen umgekehrt die Dauer einer Messung meist sehr gross gegenüber der Stromstärkeänderung infolge Ermüdung ist. Wie schon früher angedeutet (**140**, auch **142**), bildet die zur Dauer einer Messung erforderliche Zeit im Verhältnis zu der Dauer des Ausgleichvorganges ein äusserst wichtiges Moment für die Auslegung der Messgrösse in erster, der ganzen Erscheinung in zweiter Linie, da in diesen Gedankenverbindungen oft stillschweigende Voraussetzungen verborgen sind, die nicht immer deutlich genug erkannt und deshalb auch nicht gebührend berücksichtigt werden.

Will man von der einen Erscheinungsgruppe (der Leitung von Salzlösungen) zur anderen (der Leitung in verdünnten Gasen) gelangen, ohne einen grösseren Gedankensprung machen zu müssen, will man sich mit anderen Worten von der Kontinuität der Einzelerscheinungen in beiden Gebieten überzeugen, so sind hierzu die neuerdings von Hagenbach (vgl. 1900, Ph. Z. I, 481 „Über elektrolytische Leitung in Gasen beim kritischen Punkt“; auch ETZ 1901, 639) angestellten Untersuchungen geeignet, welche sich auf den Gang der Widerstandsänderung, sowie überhaupt der ganzen Erscheinung beziehen, wenn eine zunächst flüssige Lösung allmählich durch den kritischen Punkt hindurch in Gas, aber natürlich nicht ein verdünntes, reines Gas, sondern vielmehr ein stark komprimiertes Gasgemisch, übergeführt wird.

Vorversuche ergaben zunächst, dass wässrige Lösungen und Lösungen in Äther für Glasgefässe nicht brauchbar waren, weil das Glas oberhalb 180° C. so starke Leitfähigkeiten annimmt, dass es als Nebenschluss zwischen den Zuführungsdrähten der beiden Platinelektroden (vgl. Fig. 267) wirkt und die zuverlässige Messung des Hauptausgleiches vereitelt, ein Resultat, das für viele ähnliche Versuchsanordnungen, namentlich bei Gasentladungen die grösste Beachtung verdient, um eine falsche Auslegung ausserhalb gemessener Stromstärken zu vermeiden. Als ionisierendes Lösungsmittel für elektrolytische Lösungen mit $NaBr$, KBr, KCl, NaJ und dergleichen erwies sich schweflige Säure brauchbar. Für eine 1·3prozentige $NaBr$-Lösung ergaben sich folgende Widerstandswerte R abhängig von den Temperaturen 138 bis 160° C., wobei die Messung einmal (I) bei Eintauchen der Elektroden in die Flüssigkeit (Lage wie in Fig. 267) erfolgte, das zweite Mal (II) nach Umkehrung des ursprünglich zur Hälfte gefüllten Gefässes beim Eintauchen in die Dampfatmosphäre. Die kritische Temperatur (KT) liegt bei 156·5:

Temp. T in 0· C.:	138	145	149	150	151	152	153	154	155	156	156·5	157	158	159	159·5
I R in $10^4 \Omega$ =	2·4	3·0	4·4	4·9	15·	30·	61·	73·	90·		1600·				
II R in $10^7 \Omega$ =								460·	230·	110·	1·6	1·7	1·8	1·9	2·0

Um die sehr starken Änderungen in der Grössenordnung graphisch besser darstellen zu können, trägt man als Ordinaten log. R auf und erhält alsdann etwa den in Fig. 268 dargestellten Verlauf für Lage I und II. Wie zu erwarten, liefert die kritische Temperatur mit ihrer Überführung aller Flüssigkeit in Dampfform einen deutlich kenntlichen Knick der Kurven, doch ist zu beachten, dass keine Diskontinuität vorliegt und dass beide Kurven, also für Lage I und II des Gefässes, oberhalb der kritischen Tem-

peratur ineinander übergehen. Interessant bleibt, dass bei den hier untersuchten Temperaturen der Widerstand mit der Temperatur wächst, im Gegensatz zu der Abnahme bei wässrigen Lösungen und niederen Temperaturen (unter 100° C., vgl. hierzu **232**). Der Hauptwert der Untersuchung liegt aber in dem Nachweis der elektrolytischen Leitung von Dampf- und Gasgemischen, wie er aus dem kontinuierlichen Übergang der beiden Kurven I und II ineinander gefolgert werden muss. Auch die Beobachtung einer geringen Polarisation bei der kritischen Temperatur spricht für die Jonenleitung der Dampfform bezw. des Gases, da die Unterscheidung des luftförmigen Aggregatzustandes in Dampf einerseits, Gas andererseits ja nur auf die Lage zur kritischen Temperatur Bezug hat, und die

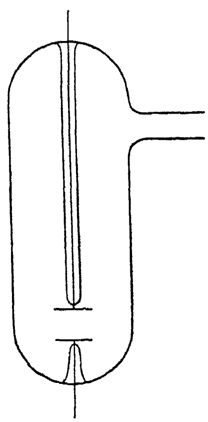


Fig. 267.

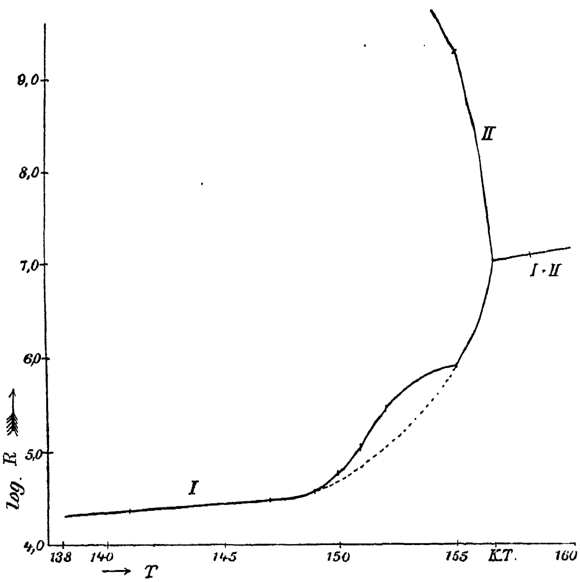


Fig. 268.

elektrolytische Leitung nach der Untersuchung sowohl unterhalb als auch oberhalb derselben vorhanden ist.

236. Gasleitungsvorgänge. Allgemeine Überlegungen.

Überblickt man die ausserordentlich grosse Zahl von Arbeiten, welche in den letzten fünfzig Jahren über Leitungs- bezw. Entladungsvorgänge in Gasen veröffentlicht worden sind und auch jetzt noch in jedem Jahr weiterhin eben auf diesem Gebiet veröffentlicht werden, vergleicht man ferner die Vielseitigkeit der Resultate und Auffassungen, zu denen die einzelnen Forscher gerade auf diesem Gebiet geführt werden, so wird man zwangläufig zu der Überzeugung gedrängt, dass dieses Erscheinungsgebiet weit mannigfaltiger und komplizierter gestaltet sein müsse, als das ihm verwandte der flüssigen Elektrolyte. Ein sichtender Überblick und eine klärende Einteilung erscheinen daher zwar schwieriger als auf anderen Gebieten der Elektrophysik, auf der anderen Seite aber um so notwendiger, wenn man eine Verwirrung durch die nicht selten auftretenden scheinbaren Widersprüche in Ansichten und Resultaten nach Möglichkeit vermeiden will. Dem Verfasser erscheint dieser Zweck am ehesten erreicht zu werden, wenn man, unter Zurückstellung der verwirrenden Sonderbedingungen der einzelnen Versuchsanordnungen,

wie sie die Untersuchung einer ganz bestimmten Seite der Erscheinung bei der Einzelforschung benötigt, zunächst einmal die ganze Erscheinungsgruppe der Gasleitungsvorgänge, nach Art des mathematischen Verfahrens, als vielgestaltige Funktion einer ziemlich grossen Zahl von Variabeln betrachtet. Ausser den Argumenten der Temperatur und der Volumkonzentration (osmotischer Druck, Gasdruck), welche neben dem spezifischen Materialkoeffizienten bei flüssigen Elektrolyten die Leitfähigkeit in erster Linie bedingen, und die hier bei gasförmigen Leitern praktisch in viel weiteren Grenzen ins Spiel treten, kommen noch folgende hinzu, welche wesentlich den Jonisierungszustand beeinflussen: die dielektrische Beanspruchung der gaserfüllten Leiterbahn, sowie die Durchsetzung derselben von seiten irgend einer Strahlung, obwohl diese beiden Einflusse möglicherweise dem Wesen nach eng zusammenhängen können. Die Komplizierung besteht aber nicht allein in der Vermehrung der Zahl derjenigen Argumente, welche einen wesentlichen Einfluss auf den Ausgleichvorgang ausüben. Auf Grund der neueren Untersuchungen scheint hierbei auch die weitergehende Differenzierung des Dissoziationsvorganges gegenüber der Dissoziation flüssiger Leiter eine hervorragende Rolle zu spielen. Während bei flüssigen Leitern die Dissoziierung der Molekeln des Elektrolyten nur in chemisch bereits bekannte Komponenten, nämlich die „freien Jonen", anzunehmen nötig ist, kommen bei gasförmigen Elektrolyten, namentlich solchen hoher Verdünnung, noch weitergehende und bisher oder anderweitig unbekannte Dissoziierungen hinzu, eine Thatsache, der man durch die Einführung der Vorstellung der Mikroionen oder des Elektronenbegriffes gerecht zu werden suchte (**79**).

Mit Einführung dieser neuen, weiteren Hilfsvorstellung ist aber die Komplizierung immer noch nicht erledigt. Ein weiteres Moment ist folgendes: Auf Grund der Untersuchungen hat man alle Ursache anzunehmen, dass die Einheit der Stromdichte (z. B. $1 \cdot 10^{-6}$ Amp. auf 1 cm^2), sowie das mit der Stromdichte proportionale spezifische Leitvermögen ($\varkappa$ vgl. **229**) sich bei den flüssigen Elektrolyten aus den beiden Faktoren C_1 $\left(= \frac{1}{C_2}\right.$, wenn C_2 den elektrolytischen Reibungswiderstand bezeichnet$\left.\right)$ und aus $a \cdot \eta$, den dissoziierten (leitenden) Molekeln pro Volumeinheit, derart zusammensetzt, dass C_1 relativ sehr klein und $a \cdot \eta$ relativ sehr gross ist, also die Stromdichteeinheit aus vielen, sehr langsam wandernden freien Jonen entsteht. Die Folge hiervon ist, dass wegen des relativ sehr grossen elektrolytischen Reibungswiderstandes C_2 (**234**) und der kleinen, ausserordentlich rasch stationär werdenden Wandergeschwindigkeiten (**234** und **141**) alle Erscheinungen der Beschleunigung, sowie der in den Jonen aufgespeicherten kinetischen (lebendigen) Energie praktisch verschwinden. Ganz anders bei den Gasentladungen, namentlich den Leitungsvorgängen in stark verdünnten Gasräumen! Obwohl die Leitungsmechanik in ihren Grundelementen qualitativ übereinstimmend mit der des konvektiven Ausgleiches in Flüssigkeiten angenommen werden kann (**228**), so treten doch quantitativ so grosse Unterschiede auf, dass die Folge- oder Begleiterscheinungen auf Grund der quantitativen Unterschiede ein ganz neues Moment einführen und, ähnlich wie an den mechanischen Ausgleicherscheinungen ausgeführt (**141**), Berücksichtigungen und Abstraktionen nach ganz anderen Richtungen erheischen können.

Bei den Leitungsvorgängen der Gase hat man allem Anscheine nach anzunehmen, dass die Stromdichteeinheit aus den beiden (oben bezeichneten) Faktoren $C_1 = \frac{1}{C_2}$ und $a \cdot \eta$ sich in umgekehrter Weise als bei den Flüssigkeiten zusammensetzt, also aus einer relativ geringen Zahl $(a \cdot \eta)$ von freien Jonen in der Volumeinheit, jedoch von grosser Geschwindigkeit (C_1), entsprechend kleinem elektrolytischen Reibungswiderstand (C_2). Alle Erscheinungen, welche aus der Beschleunigung, oder aus der in den freien Einzelionen aufgespeicherten Bewegungsenergie bei ihrer Entbindung durch Jonenstoss sich ableiten, werden also bei diesen Gasentladungen, gegenüber den Erscheinungen bei flüssigen Leitern, praktisch neu hinzutreten. Das verhältnismässige Überwiegen oder der rasche Zuwachs dieser neu hinzutretenden Erscheinungen in gleichsam quadratischem oder noch höherem Masse folgt hierbei aus der Überlegung, dass für die gleiche (mittlere) Stromdichte, infolge der starken Verringerung von $(a \cdot \eta)$, das Spannungs*gefälle* bei Gasentladungen erfahrungsgemäss viel höher ist, als bei flüssigen Elektrolyten. Die auf Grund der Leitungsmechanik erteilten Beschleunigungen werden daher einmal mit dem Gefälle wachsen, während auf der anderen Seite die geringe Massendichte, oder der geringe elektrolytische Reibungswiderstand die Erreichung einer viel längeren Dauer der Beschleunigung zulässt, also viel höhere mittlere Geschwindigkeiten oder kinetische Jonenenergien. Nimmt man hierzu noch die weitergehende Differenzierung der Dissoziation, also die sehr viel kleineren Durchmesser der bei Gasen entstehenden Mikroionen (Elektronen vgl. oben), so erklärt sich auf der einen Seite die *ganz andere* Grössenordnung der mittleren Wandergeschwindigkeiten dieser Dissoziationsprodukte, welche z. B. bei den Kathodenstrahlen erhebliche Bruchteile der Lichtgeschwindigkeit erreicht (**245**), ein im Verhältnis zu den Tausendsteln von Millimetern bei flüssigen Elektrolyten allerdings gewaltiger quantitativer Unterschied (**234**); es erklären sich auf der anderen Seite aber auch aus diesen Quantitätsunterschieden die neu hinzukommenden Erscheinungsseiten, wie sie durch weitere „Induktion" in sekundärer oder noch höherer Ordnung sich ergeben, wenn diese so stark mit *mechanischer* Bewegungsenergie beladenen Jonen auf feste Körper, z. B. die Antikathode der Röntgenröhren, oder auch die eigentlich unvermeidlichen Gefässwände aufprallen.

Alle diese, gleichsam neu hinzutretenden Momente geben in ihrer Wechselbezw. Durcheinanderwirkung schon einigermassen eine Erklärung für den höheren Komplikationsgrad der ganzen Erscheinungsgruppe. Doch sind damit die komplizierenden Momente immer noch nicht erschöpft. Im Gegensatz zu den Leitungserscheinungen der flüssigen Elektrolyte hat man sich noch weiterhin gegenwärtig zu halten, dass eine ähnlich stationäre und längs einer etwas ausgedehnten Leiterstrecke *gleichförmige* Ausgleichströmung, wie bei flüssigen Elektrolyten, aus derselben Ursache wie oben, d. h. wegen der Vertauschung der Stromdichtefaktoren in ihrer relativen Grösse, bei verdünnten Gasen nicht zu erwarten ist. Die starke Abweichung, sowohl der Einzelionen als auch ihrer Schichten, längs des Stromweges von der *mittleren* Ausgleichgeschwindigkeit, sowie die hier weit stärkere Verschiedenheit der Wandergeschwindigkeiten bei den *verschiedenen* Dissoziationsprodukten werden allein schon starke Verschiedenheiten in den *gleichzeitigen* Zuständen der einzelnen aufeinander folgenden Leiterstrecken

innerhalb des Gases zur Folge haben. Hierzu werden dann noch die lokalen Erschöpfungserscheinungen treten, welche gleichfalls durch die verhältnismässige Jonenarmut der Volumeinheit in Verbindung mit den relativ hohen Wandergeschwindigkeiten der Jonen begünstigt werden. Die Entstehung wellenstromartiger Ausgleichverhältnisse, sowie die Wirkung der leitenden Gasstrecke als Wellenstromerreger zweiter Ordnung (**155**), sind dadurch für viele Fälle wahrscheinlich gemacht und damit auch die grössere Schwierigkeit einer richtigen Auslegung der an ihr gemachten Messbeobachtungen.

An letzter Stelle wäre noch zu erwähnen, dass die Eliminierung der durch den eingeleiteten Ausgleich selbst sich ergebenden Energieumsetzungserscheinungen, namentlich der Wärme und der Strahlungsenergien, hier gleichfalls viel schwieriger ist, als bei flüssigen Elektrolyten, so dass eine Abstrahierung von der unbeabsichtigten Änderung der Hauptargumente, wie Temperatur, Jonisierungszustand und dergleichen (vgl. oben), durch den Ausgleich selbst sehr erschwert, häufig wohl unmöglich gemacht wird; die Variabeln sind eben alsdann nicht mehr unabhängig voneinander. Man muss in diesen Fällen zwischen den Leitungsverhältnissen vor Einleitung des Ausgleichvorganges und n a c h derselben scharf unterscheiden (vgl. z. B. **249** bei der Quecksilberdampflampe.) Die in vielen Fällen mit den Gasleitungsvorgängen verknüpften Leuchterscheinungen können vielleicht später, nach näherer Aufklärung ihres Zusammenhanges mit den elektrischen Ausgleichgrössen und den einzelnen Variabeln, als spezielles Messmittel zur weiteren Erforschung Dienste leisten; bei den bisherigen Forschungen dürften sie vielfach wegen mangelnder Kenntnis dieses Zusammenhanges eher verwirrend bezw. komplizierend gewirkt haben infolge ihrer von den Grundelementen des Ausgleiches ablenkenden Sinnfälligkeit.

Als erschwerendes Moment bei der Beurteilung der Gasleitungsverhältnisse ist schliesslich noch in gewissen, ja den meisten Fällen, wie z. B. bei dem elektrischen Lichtbogen, das starke Hereinspielen der Übergangserscheinungen an den Elektroden, namentlich deren Form und Material in Betracht zu ziehen, da der Einfluss auf die Gasleitung selbst vielfach gar nicht ausreichend eliminiert werden kann.

Aus dem Vorstehenden lässt sich entnehmen, dass die Leitungsvorgänge in Gasen gleichsam den a l l g e m e i n e n Fall darstellen gegenüber den Leitungsvorgängen in metallischen Leitern und Flüssigkeiten, bei denen man es praktisch stets mit dem Sonderfall einer sehr grossen elektrolytischen Reibung zu thun hat, wodurch merkliche Beschleunigungen und Abweichungen vom OHMschen Gesetz fortfallen.

Diese Verallgemeinerung der Ausgleichbedingungen bei Gasen benötigt für eine ausreichende Anpassung an die gesteigerte Komplikation der Ausgleicherscheinungen auch eine Erweiterung oder Komplizierung der Vorstellungen über die Leitungsmechanik. Unter Anlehnung an die Jonenvorstellung der Leitungsmechanik in Flüssigkeiten ist man neuerdings etwa zu folgenden Vorstellungen über die Leitungsmechanik der Gase gedrängt worden, um die Vielfältigkeit der Erscheinungen dieses Gebietes von einem einheitlichen Standpunkt aus überblicken und gedankenökonomisch einordnen zu können:[1]) **237.** Leitungsmechanik der Gase. Bezeichnungen.

1) Im folgenden wurden der Hauptsache nach, wenn auch nicht in den Einzelheiten, die Vorstellungen benutzt, wie sie zuerst J. J. THOMSON in seiner „Korpuskulartheorie“

Zieht man nicht nur die zu den flüssigen Elektrolyten überleitenden Erscheinungen bei Dampf- bezw. Gasgemischen (**235**) in Betracht, sondern

(vgl. „Die Entladung der Elektrizität durch Gase", Leipzig 1900 bei A. Barth, Seite 131 ff.) entwickelt hat. Hiernach wäre jedes chemische Atom aus einer grossen Zahl (etwa 1000) kleinerer elektrisch geladener Massenteilchen (Korpuskeln) aufgebaut zu denken. Durch gewisse (ionisierende) Einflüsse kann die Losreissung oder Losschleuderung einer dieser Korpuskeln eintreten, wodurch die beiden Teile entgegengesetzten elektrischen Ladungscharakter mit der freien Elektrizitätsmenge ε erhalten, und zwar das einzelne Korpuskel (Mikroion, Elektronion, negatives Elektron, Friktionsteilchen) den negativen Ladungscharakter, der ganze übrige Korpuskelhaufen (positives Elektron, Atomion) den positiven Ladungscharakter. Diese Hilfsvorstellungen haben sich bisher am besten den verschiedenen, anfangs etwas befremdlichen Erscheinungen anpassen lassen und müssen daher vorläufig für dieses Erscheinungsgebiet als die geeignetsten gelten. Der Übergang von den bisher meist benutzten MAXWELLschen Hilfsvorstellungen, welche in erster Linie für alle bei metallischer Leitung auftretenden Erscheinungen geeignet erscheinen, zu den hier benutzten ist aber bequemer ausführbar, als zwischen anderen Hilfsvorstellungen, da das „Friktionsteilchen" sich rasch in die Rolle des Korpuskels zu finden vermag, dank seiner glücklichen Mittelstellung zwischen dynamischer und substantieller Auffassung der elektrischen Erscheinungen, worin gleichzeitig auch eine Vermittlung zwischen der mehr physikalischen und der mehr chemischen erblickt werden kann. Wie es jetzt immer mehr den Anschein gewinnt, laufen alle die nachfolgenden, bisher in der Auffassung schwierigen Erscheinungsgruppen der Kathoden- und Becquerelstrahlen, ferner der photoelektrischen Erscheinungen u. s. w. in demselben chemisch-physikalischen Grenzgebiet zusammen und werden nicht nur einzeln, sondern auch gemeinschaftlich durch Einführung der neuen Hilfsvorstellung der Mikroionen bezw. Elektronionen eine befriedigende Darstellung erfahren können.

Mit Rücksicht auf die im folgenden benutzte Nomenklatur sei bemerkt, dass nach Niederschrift des Vorstehenden und vor Niederschrift des Folgenden das Werk von J. STARK über „Die Elektrizität in Gasen" (Leipzig 1902 bei A. Barth) erschienen ist, welches zum erstenmal den Versuch macht, diese ganze Erscheinungsgruppe von dem Standpunkt der Elektronenhypothese einheitlich zu behandeln. Zwar dürften verschiedene der darin entwickelten Auffassungen im Laufe der folgenden Jahre wesentliche Änderungen erleiden, auch erscheint der Anschluss der Auffassungen an die übrige Elektrophysik noch nicht ausreichend durchgebildet (als Beispiel hierfür sei nur die Beschränkung der Behandlung auf die beiden Grenzfälle der Leitungsvorgänge: überwiegende elektrolytische Reibung einerseits, verschwindende elektrolytische Reibung andererseits genannt, ferner der Mangel einer tieferen Begründung der Spannungsverteilung u. s. w.), immerhin muss aber der Versuch, durch dieses äusserst verwickelte Erscheinungsgebiet die Elektronenhypothese als leitenden roten Faden hindurchzuführen, gegenüber dem früheren Zustand dieses Gebietes der Elektrophysik als gedankenökonomischer Fortschritt bezeichnet werden. Aus diesem Grunde mögen auch nähere Interessenten für dieses wichtige, aber für das Handbuch nur in den Hauptpunkten in Betracht kommende Gebiet neben dem schon oben erwähnten, aber weniger ausführlichen Spezialwerk von J. J. THOMSON mangels anderer zusammenfassender Werke über dieses verwickelte Gebiet auf dieses umfangreichere und neuere Spezialwerk von J. STARK verwiesen sein, besonders auch hinsichtlich der orientierenden Literaturübersicht der mehr als tausend Arbeiten, welche die letzte Periode, ja man kann fast sagen die letzten Jahre der Physik nur bei Bebauung dieses einen Gebietes veranlasst haben. Abgesehen von den oben angedeuteten Mängeln fanden sich aber zahlreiche wesentliche Berührungspunkte zwischen den in H. I, 1 sowie dem Vorstehenden entwickelten Auffassungen und den Auffassungen in dem Werke von J. STARK, so dass mangels einer bisher bestehenden einheitlichen Nomenklatur auf diesem Gebiet teilweise die Nomenklatur aus diesem neueren Spezialwerk übernommen wurde, um eine durch abweichende Namengebung etwa entstehende Erschwerung des Verständnisses nicht noch zu vergrössern. Sogleich an dieser Stelle sei erwähnt, dass eine Anzahl leitender Elektrophysiker neuerdings übereingekommen sind, die Bezeichnung „Jonen" nur in ihrer ursprünglichen Bedeutung, d. h. für die bisher bekannten chemischen Atomgruppen, zu gebrauchen, die Dissoziierungsprodukte bei der Leitung der reinen Gase hingegen als „Elektronen" zu bezeichnen, und zwar sowohl das positiv geladene als das negativ geladene Teilprodukt. Bis zur Erreichung einer einheit-

auch die Leitungserscheinungen in reinen, namentlich auch verdünnten Gasen, so sind bei der Anpassung an die Ergebnisse der neueren Forschung für die Leitungsmechanik der Gase folgende elementare Ladungsträger anzunehmen. Als Erweiterung bezw. Ergänzung zu den freien (elektrisch aktiven) Jonen, welche bei der elektrolytischem Leitung von Flüssigkeiten als molekulare bewegliche Ladungsträger stets von bisher bekannten Atomen bezw. Atomgruppen der Chemie gebildet werden, tritt hier bei der Leitung in einfachen oder reinen Gasen zunächst eine weitergehende Dissoziierung des neutralen Gasatoms in zwei nach Masse bezw. Umfang sehr ungleiche, aber nach ihrer elektrischen Aktivität gleichwertige Teile (Elektronen): dem elektrisch negativ geladenen „Elektronion" und dem positiv geladenen „Atomion". Diese Jonisierung vereinzelter, vorher neutraler Gasatome kann durch verschiedene Einflüsse als „Jonisatoren" erfolgen, wie hohe Temperatur, hohe Spannungen, also hohe dielektrische Beanspruchung, Röntgenstrahlen, Jonenstoss, z. B. durch auftreffende freie Elektronionen der Kathodenströmung.

Bei Heranziehung der früher (**65ff.**) entwickelten Hilfsvorstellungen mit der Ergänzung durch den indifferenten Äther (**228**), in dem man sich die Atom- bezw. Molekülgruppen wie schwimmend und ohne Reibung beweglich vorzustellen hätte, würden also bei flüssigen Elektrolyten nur Zerlegungen in Molekular- bezw. Atomwirbel mit relativ verschieden grossen Hüllen an elektrischen Elementarquanten (Friktionsteilchen, Ladungselementen) vorkommen, also bereits bekannte chemische Atombildungen; bei der elektrischen Leitung in Gasen würde hingegen noch eine Zerlegung der Atomwirbel, etwa durch Absprengung oder Losreissung eines elektrischen Elementarquantums (Friktionsteilchens, Elektronions) für sich neu hinzutreten, so dass nach dieser „Jonisierung" des Gasatoms folgende zwei elektrisch gegensätzliche Grundstoffe als dissoziiert (für sich frei im Äther schwimmend) vorzustellen wären: einerseits das losgetrennte, elektrisch negative, relativ sehr kleine, leicht bewegliche Elementarquantum (Friktionsteilchen, Mikroion, Korpuskel, Elektron) als Elektronion, andererseits der ganze übrige, relativ grosse, schwer bewegliche Atomrest mit den verbleibenden elektrischen Elementarquanten (Friktionsteilchen) als elektrisch positives Atomion.

Zahlreiche experimentelle Untersuchungen haben zu der Annahme geführt, dass die Kathodenströmung (von der — Elektrode ausgehend) mehr oder weniger aus diesen freien Elektronionen besteht und durch deren Verhalten charakterisiert wird, während die Gegenströmung, bezw. die jenen korrespondierenden, gleichfalls an der — Elektrode sichtbar werdenden sogenannten Kanalstrahlen (vgl. **255**) mehr oder weniger aus den schwerfälligeren Atomionen besteht. Durch Einführung dieser beiden neuen Elementarbildungen, welche vom Standpunkt der Elektronentheorie wie zwei neue chemische Elemente zu behandeln wären, ist aber immer noch keine ausreichende Anpassung an die beobachteten Erscheinungen möglich; vielmehr muss man zu

lichen Nomenklatur dürfte allerdings das ganze an sich schon recht verwickelte und gegenwärtig zum Teil noch verworrene Erscheinungsgebiet durch diese verschiedenen Benennungsweissn noch schwerer übersehbar werden. Zur Erläuterung sind im folgenden der benutzten Benennung angenähert gleichwertige oder synonyme Bezeichnungsweisen hin und wieder in Klammern beigefügt.

diesem Zweck ausser den drei reinen Gebilden (der neutralen Gasatome bezw. -moleküle, der elektrisch positiven Atomionen und der elektrisch negativen Elektronionen) noch Zwischenprodukte einführen, wie sie sich allerdings ohne grösseren gedanklichen Zwang aus der Kombination der drei reinen Elementarbildungen ergeben. Man hat sich zu diesem Zweck sowohl zwischen diesen drei frei beweglichen Elementargebilden unter sich, als auch zwischen den beiden elektrisch aktiven und anderen benachbarten neutralen Molekülen, z. B. der Wand, oder Staubpartikelchen, Wasserbläschen, eine Anziehung vorzustellen, wie sie sich auch aus der Thatsache der elektrischen Influenz (**117**) ohne weiteres ableiten lässt. Hieraus lassen sich eine Anzahl von Erscheinungen deuten („erklären"), d. h. gut mit den Erfahrungsthatsachen zur Deckung bringen. Nimmt man zunächst die drei Elementargebilde des ionisierten Gases für sich, so führt die Wiedervereinigung eines Atomions und eines Elektronions durch Rückbildung in ein neutrales Gasatom, neben einer gewissen frei werdenden Energiemenge, eine „Entionisierung" herbei, wohingegen eine Vereinigung eines elektrisch aktiven Elektronions oder auch Atomions mit einem oder mehreren neutralen Gasatomen eine Verminderung der elektrischen Beweglichkeit durch Anhängung von neutraler Masse (von Stark als „Molisierung" bezeichnet) mit allen weiteren Folgeerscheinungen bedingt. Hierdurch lassen sich z. B. die spektralartigen Ablenkungserscheinungen, welche auf alle möglichen Geschwindigkeitsgrade der Kathoden- und „Kanal"-Strömungen hinweisen, recht gut deuten.

Zur Bildung einer richtigen Vorstellung sei übrigens sogleich hier auf die relative Zahl der ionisierten Gasatome oder auf den Dissoziationsgrad aufmerksam gemacht. Setzt man nach der kinetischen Gastheorie bei 0^0 und 760 mm Druck die Zahl der Gasmoleküle in 1 cm^3 mit Drude und Planck zu etwa $2{\cdot}4 \cdot 10^{19}$ ein, ebenso für das elektrische Elementarquantum oder die Ionenladung ε den ungefähren Mittelwert aus den bisherigen Untersuchungsergebnissen von Richarz, J. J. Thomson und Planck zu etwa $4{\cdot}2 \cdot 10^{-10}$ ESE, so folgt aus der beobachteten Stromstärke und dem Gefässquerschnitt, dass selbst bei der relativ hohen Jonisierung (Elektronisierung) eines kräftigen Glimmstromes in einer Gasröhre der Dissoziationsgrad ein ausserordentlich kleiner ist, insofern nur etwa jedes 100000ste Gasatom ionisiert, d. h. zur elektrischen Leitung herangezogen wird. Bedeutend höhere Dissoziationsgrade dürften allerdings im Funkenstrom und im elektrischen Lichtbogen auftreten, doch liegen hier die Verhältnisse wegen der Mitwirkung des Elektrodendampfes an dem Leitungsvorgang verwickelter.

Was die elektrische Anziehung zwischen den aktiven Elektronionen und Atomionen einerseits, den in der Nähe befindlichen festen oder flüssigen Partikeln, wie Staub, Nebeltröpfchen, Gefässwandungen andererseits betrifft, so kann man durch Übertragung der früher (**117**) behandelten Influenzerscheinungen aus dem Grossen in das Kleine Folgerungen ziehen, welche sich merkwürdig gut mit einer Anzahl anfangs überraschender Erscheinungen zur Deckung bringen lassen. Nicht nur die schon frühzeitig beobachteten Ladungen von Gefässwandungen bei Entladungsröhren, sowie auch der entionisierende Einfluss (die „katalytische" Wirkung) von Elektroden und anderen festen Grenzschichten lässt sich hierdurch deuten, sondern auch bei ionisierten Gasräumen die Verringerung der Zahl und der Beweglichkeit der Gasionen (Elektronen) durch Zusatz von Staub, noch mehr aber durch Zusatz von

kondensiertem Wasserdampf (Nebel). Die beiden letzteren Momente sind namentlich für die erdelektrischen Verhältnisse, also für den Gehalt und die Beweglichkeit der stets in der Erdatmosphäre vorhandenen freien Jonen (Elektronen), erfahrungsgemäss von grossem Einfluss und von grosser Bedeutung. In folgender Hinsicht bieten sie noch ein besonderes Interesse, auf das bisher nach Wissen des Verfassers von anderer Seite noch nicht verwiesen wurde. Der entionisierende bezw. molisierende Einfluss von Wassertröpfchen (Wolken, Nebel) ist erfahrungsgemäss grösser als derjenige anderer Partikel (Staub). Erklären liesse sich dies aus der weit grösseren Dielektrizitätskonstante des Wassers, wodurch die Influenzwirkung und damit die Anziehung stärker ausfällt (**117** und **122**).

Nach Einführung dieser neuen Hilfselemente (Elektronen bezw. Molionen) bei der elektrischen Leitung in Gasen wäre die Mechanik des konvektiven Leitungsvorganges in der schon früher (**208**, **228**) behandelten Art vorzustellen. Bemerkt sei nur noch, dass es schliesslich von der Auffassung abhängt, ob man die Leitung in reinen Gasen mehr an den Vorgang der elektrolytischen Leitung mit ausgesprochen konvektivem Charakter anschliessen will, wie er bei Flüssigkeiten vorliegt, oder bei dem Fehlen der Ausscheidungsprodukte und einer unzweideutigen Polarisation an den Elektroden mehr an den Leitungsvorgang in metallischen Leitern, woraus sich weiterhin auch die Möglichkeit ergiebt, die Leitung in Gasen als Übergangsglied zwischen beiden aufzufassen. Legt man nämlich den Hauptnachdruck bei der Strömungserscheinung auf die Elektronionen (Kathodenströmung) als das Primäre und betrachtet die „Kanal"-Strömung als eine zwangläufig damit verbundene, aber doch sekundäre Ergänzungserscheinung, so würde bei Identifizierung der Elektronionen mit dem elektrischen Substrat (Friktionsteilchen, vgl. Elektronenhypothese **79**) dies direkt zu der metallischen Leitung hinüberführen. Schreibt man hingegen den Elektronionen n e b e n ihrer elektrischen Ladung noch eine b e s o n d e r e, wenn auch geringe Masse im mechanischen Sinne zu und legt den Schwerpunkt des elektrischen Ausgleiches in den Transport der im Äther fortwandernden Tropfenladungen durch Molionen, so würde dies zur Leitung mit ausgesprochen konvektivem Charakter (siehe oben) hinüberführen.

238. Beschleunigungswirkung der Ladungsträger. Widerstandsbegriff.

Obwohl sich so mit den neuen Elementen der Hilfsvorstellungen ein unmittelbarer Anschluss an die früher behandelten Vorgänge der konvektiven Leitung erreichen lässt, so ist doch bei zunehmender Verdünnung der leitenden Gasstrecke die hieraus sich ergebende Verallgemeinerung des Ausgleichvorganges in rein mechanischer Beziehung, also das immer stärker werdende Hervortreten der Beschleunigung gegenüber der Geschwindigkeit nicht aus dem Auge zu verlieren. Dieses hat nämlich wesentlich neue Erscheinungsseiten zur Folge, namentlich in Richtung der Überschreitung bezw. Erweiterung (**141**) der Gesetze von Ohm und Joule. Bei flüssigen Leitern hätte man sich etwa vorzustellen, dass das unter dem Einfluss des elektrischen Feldes strömende Jon zwischen den neutralen Flüssigkeitsteilchen mit so grosser elektrolytischer Reibung (ϱ) gleichsam dauernd geführt wird (siehe **234**), dass einmal eine sich nahezu momentan einstellende, sehr kleine Wandergeschwindigkeit (v) hieraus folgt, ein zweites Mal die sofortige Aufzehrung des erhaltenen Antriebes (E) a n O r t u n d S t e l l e. Mit anderen Worten: Bei der Proportionalität von v und der Stromstärke folgt hieraus die Giltig-

keit des OHMschen Gesetzes $v = \frac{E}{\varrho}$, als auch bei dem örtlichen Zusammenfallen von Antriebsleistung $E \cdot v$ und der aus der energetischen Umwandlung sich ergebenden Wärmeleistung (W) die Giltigkeit des JOULEschen Gesetzes

$$W = E \cdot v = v^2 \cdot \varrho.$$

Bei Gasen kann man sich, entsprechend den Hilfsvorstellungen der kinetischen Gastheorie, keine derartig enge Führung des unter dem Einfluss des elektrischen Feldes strömenden Elektrons bezw. Molions vorstellen, um so weniger, je verdünnter das Gas ist. Hier ist nur eine immer beschränkter werdende Führung vorhanden in Gestalt der neutralen Gasatome, an welche das immer wieder von neuem beschleunigte Elektron in kurzen Zeitabständen anprallt, wodurch es im Zickzackkurs vorwärts kommt, bei jedem Zusammenprall jedoch seine inzwischen aufgespeicherte Bewegungsenergie neuerdings grösstenteils durch Wärmebildung oder neuerliche Jonenbildung verlierend. Ist das Gas noch nicht stark verdünnt, so wird dieses Spiel in sehr kleinen Zeiten und sehr kleinen Räumen derart verlaufen, dass diese beschränkte Art der Führung, sowohl was die mittlere stationäre Geschwindigkeit, als auch was die Energieabgabe an die Umgebung in Gestalt von Wärme anlangt, doch noch von aussen betrachtet ganz ähnlich wirkt, wie bei der obigen zusammenhängenden Führung; in solchen Fällen kann man auch hier noch einen elektrolytischen Reibungswiderstand des wandernden Elektrons gegen seine Umgebung einführen, der zwar nicht mehr streng genommen, aber doch noch praktisch ausreichend dem Gesetz von OHM und JOULE Genüge leistet.

Wird der Gasdruck aber immer kleiner, ungefähr von 10 mm Quecksilber abwärts, so wird die mittlere freie Weglänge der beschleunigten Elektronen und die Abweichung ihrer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von der Endgeschwindigkeit immer grösser, ebenso die örtliche Verschiebung — ein wohl zu unterscheidendes Gegenstück zu der (zeitlichen) Phasenverschiebung bei Wechselströmen — zwischen Antriebskraft (E) und erzielter Ausgleichgeschwindigkeit (v), sowie auch zwischen den beiden Energiewandlungsstellen, nämlich von elektrischer Leistung in mechanische Bewegungsenergie und von dieser in Wärme. Auf kurze Wegstrecken des Leitungsweges angewendet, treffen also das elektrische Ausgleichgesetz und das elektrothermische Energiewandlungsgesetz in den oben angegebenen Formen immer weniger zu, und bei sehr niedrigen Gasdrucken, wie sie in Kathodenröhren und dergleichen vorliegen, können, auch bei Benutzung von Gleichspannung ($\overline{E}$), erhebliche örtliche Verschiebungen der oben erwähnten Art eintreten, wie die Beobachtung lehrt. In solchen Fällen tritt der diskontinuierliche Charakter eines eingeführten elektrolytischen Reibungswiderstandes bezw. Materialkoeffizienten (ϱ) immer deutlicher in den Vordergrund und vereitelt die Anwendung dieses Begriffes, sowie in Zusammenhang damit die Anwendung des Gesetzes von OHM und JOULE auf die Unterteile der Gasleitungsstrecke. Als Integralbegriff bleibt er aber anwendbar, ebenso wie jene Gesetze es bleiben, wenn man auch hier deren grosse Variabilität oder besser Abhängigkeit von vielen Variablen (**236**) nicht aus dem Auge verlieren darf; ebensowenig, namentlich in messtechnischer Beziehung, den komplizierenden Umstand, dass die Gasleitungsstrecken in sehr vielen, ja allem

Anschein nach in den meisten Fällen als Wellenstromerreger zweiter Ordnung auftreten (**155**). Hier würde dies besagen: Jene diskontinuierlichen Widerstandsverhältnisse längs der Leitungsbahn geben die Veranlassung zum Eintritt von Wellenstromausgleich auch bei Anwendung von Gleichspannung, wofür z. B. die Schichtenbildung der leuchtenden Gasentladungsröhren mit ihrer nach Art von Wellenspannungen verlaufenden Spannungsverteilung zu sprechen scheint; auch ihr Verhalten erinnert stark an stehende Wellen. Wiewohl man also nach den entwickelten Vorstellungen den elektrolytischen Bewegungswiderstand des einzelnen Jons bezw. Elektrons (Friktionsteilchens) gegen seine materielle Umgebung — gegen den Äther ist er verschwindend anzunehmen — sich bei Gasen viel kleiner, seine Wandergeschwindigkeit viel grösser (**245**) zu denken hat als bei Flüssigkeiten und metallischen Leitern, so wird doch einmal die relativ sehr kleine Zahl der Jonen bezw. der leitenden Kanäle (**237**), ein zweites Mal die Energieumsetzung infolge Zusammenprallens den resultierenden Leitungskoeffizienten k sehr stark herabdrücken, gegenüber der Leitung von flüssigen Elektrolyten und noch weit mehr gegenüber derjenigen von Metallen (vgl. hierzu **211**, **231**, **245**, sowie **130**, **131**).

Aus diesen Überlegungen folgt weiterhin, dass die spezifischen Leitfähigkeiten der Gase unter sonst gleichen äusseren Verhältnissen oder, mit anderen Worten, ihre Materialkoeffizienten (k bezw. ϱ) zwar wegen der verschiedenen Molekülgrösse u. s. w. auch in geringem, aber mit der Verdünnung abnehmendem Grade von der Gasart abhängen, überwiegend jedoch durch den Grad der Jonisierung, also durch äussere Einflüsse bedingt sein werden. Dies entspricht auch den Erfahrungen.

Auf Grund der bisher entwickelten Vorstellungen muss ein nur aus **239.**
elektrisch neutralen Gasatomen bezw. -molekülen bestehendes Gas ein vollständiger Isolator sein, und das Leitendwerden setzt als erste Bedingung eine Jonisierung einzelner Gasatome durch deren Zerlegung in Elektronen (Elektronion und Atomion) voraus, darum seien auch hier als primär vor allem die ionisierenden Ursachen oder Jonisatoren betrachtet. Scheiden wir zunächst eine rein mechanische Beimengung von schon anderweitig gebildeten Jonen zu dem Gase („fremde Jonisation") aus, so wird für die Erzeugung der Jonen aus den Gasatomen selbst („heimische Jonisation"), zunächst rein energetisch betrachtet, eine Zuführung und Absorbierung von Energie in irgend einer Form erforderlich sein, um die starke Anziehung von Elektronion und Atomion bis zur völligen Trennung zu überwinden. Die Zuführung der hierzu erforderlichen Energie in einem ausreichenden Intensitätsgrade kann nun durch hohe Temperatur, hohe elektrische Spannung oder Durchstrahlung der Gasstrecke erfolgen. Vorher sei aber noch auf den anfänglichen, d. h. praktisch von vornherein gegebenen Jonisierungszustand der Gase eingegangen, wie er durch vorläufig unkontrollierbare Jonisierungseinflüsse herbeigeführt und wohl auch mit dem Namen der „Selbstionisation" belegt wird. Es ist eine Erfahrungsthatsache, dass ein geladener Körper seine Ladung bei ruhigem Stehen in einem abgeschlossenen Gasvolumen stets viel rascher verliert, als seiner Stützenisolation entspricht, was jetzt allgemein als Neutralisierung der freien Ladung durch die Anziehung entgegengesetzt geladener freier Jonen (Elektronen) aus dem Gasraum aufgefasst und, nach dem Vorgang von Elster und Geitel, direkt als Messmittel zur Bestimmung des natürlichen Jonengehaltes der Luft und seines

Ursachen der Jonisierung. Selbstionisation

Wechsels abhängig von den meteorologischen Verhältnissen u. s. f. benutzt wird. In Fig. 269, welche den Prüfapparat schematisch darstellt (vgl. Ph. Z. II, 117 sowie auch Ph. Z. I, 11), bezeichnet Z den hochisolierten, mit Hilfe von P geladenen Zerstreuungskörper aus Zink, dessen Ladezustand durch den Ausschlag des Elektroskops erkennbar ist. Namentlich sprechen die von Geitel mit diesem Apparat an abgeschlossenen Luftmengen ausgeführten Untersuchungen (Ph. Z. II, 116) dafür, dass „ein gewisses Leitvermögen, ein normaler Jonengehalt als eine notwendige Eigenschaft der Luft erscheint“, sowie dass, ganz ähnlich dem Jonisierungszustand (Dissoziationsgrad) von Lösungen, die Zahl der freien Jonen (Elektronen) in einem abgeschlossenen Gasvolumen einen unveränderlichen Betrag insofern darstellt, als sie sich nach künstlicher Entfernung bei hinreichend langem Sichselbstüberlassensein wieder von neuem bildet.

Diese Beobachtung ist insofern wichtig, als man stets mit einer, wenn auch geringen Zahl von Elektronen zu rechnen hätte, bevor künstliche Jonisierung durch Jonisatoren deren Zahl vergrössert. Dass letzteres und damit auch Zunahme der sogenannten Elektrizitätszerstreuung in ultraviolett durchstrahlter Luft auch ohne Hallwachswirkung, also ohne gleichzeitige Bestrahlung der metallischen Grenzflächen (Elektroden) eintritt, hat Lenard (vgl. ETZ 1900, 392 und 936) beobachtet. Neuere Untersuchungen von Elster und Geitel (siehe Ph. Z. II, 560 und 590, sowie III, 76; vgl. auch ETZ 1900, 43 und 720) haben die Möglichkeit ergeben, mit Hilfe von frei ausgespannten und unter elektrischer Spannung gehaltenen Drähten aus der Luft elektrisch aktive Partikelchen (Elektronen?) einzufangen, welche gesammelt und übertragen werden können und alle Eigenschaften radioaktiver Substanzen besitzen, also „Becquerelstrahlen“ (**241**) aussenden. Dies hat die Ansicht nahegelegt (vgl. Ph. Z. III, 79), dass bei Luft die Regenerierung des Jonengehaltes auf jene der Luft beigemischte radioaktive Substanz zurückzuführen wäre, jedoch ist die Frage noch offen gelassen, ob diese Eigenschaft auch anderen Gasen zukommt. Auf Grund des Nachfolgenden erscheint es auch nicht ausgeschlossen, dass der normale Jonengehalt einen Zusammenhang mit der Temperatur besitzt.

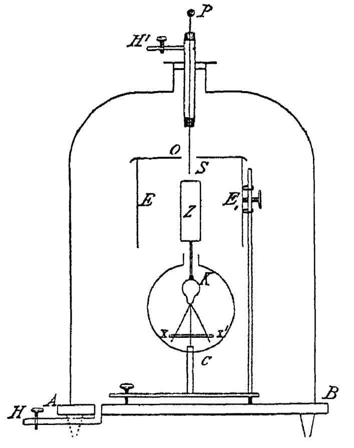


Fig. 269.

240. Temperaturerhöhung als Jonisator.

Als „Jonisator“ oder Steigerungsmittel des Leitvermögens von Gasen kommt in erster Linie die Temperaturerhöhung in Betracht, die nach den Vorstellungen der kinetischen Gastheorie die „innere“ Bewegung der Gasteilchen unter Energiezufuhr vermehrt, was schliesslich bis zur Sprengung der Atomverbände, d. h. Jonisierung führen kann. Aus den Beobachtungen am Lichtbogen haben wir Grund anzunehmen, dass im Gasinnern dies in allgemeinerer Weise erst bei sehr hohen Temperaturen, etwa 4000° C. erfolgt, was aber nicht ausschliessen würde und voraussichtlich auch nicht ausschliesst, dass schon bei bedeutend tieferen Temperaturen an vereinzelten Atomen Jonisierung eintritt. Es kann nämlich ein vereinzeltes Atom zufällig weit über die Mitteltemperatur hinaus erschüttert bezw. in Bewegung versetzt werden, so dass wir nach den Wahrscheinlichkeitsüberlegungen der

Gastheorie wohl zwischen der gemessenen Mitteltemperatur bezw. mittleren Geschwindigkeit aller Gasatome und der „potentiellen“ Temperatur vereinzelter Gasatome zu unterscheiden hätten, eine Überlegung, die auch für die späteren Jonisierungsbetrachtungen von grosser Bedeutung ist. Hiernach hätte man sich nämlich vorzustellen, dass die im elektrischen Feld strömenden Jonen (Elektronen) zunächst die mittlere absolute Temperatur (T) der neutralen Teile besitzen, ausserdem aber noch die kinetische Energie $\frac{m \cdot v^2}{2}$, welche sie ähnlich wie ein frei fallender Körper in der frei durchlaufenen Feldspannung (E) in Volt aufgespeichert haben. Diese letztere, in Celsiusgraden umgerechnete „elektrische“ Temperatur kann sehr gross werden gegenüber der absoluten Mitteltemperatur und dem vereinzelten Jon unter Umständen eine ausserordentlich hohe potentielle Temperatur bezw. Übertemperatur verschaffen. Bei völliger Abstraktion von der Reibung, also beim reibungslos (ohne Energieabgabe) im elektrischen Feld dahinfliegenden Jon, wäre die aufgespeicherte kinetische Energie für eine Jonenladung ε (Elektron) zu $A_1 = \varepsilon \cdot E$ entsprechend $E \cdot J \cdot t$ einzusetzen, sonach zu etwa $\frac{4{\cdot}2 \cdot 10^{-10} \cdot E}{300}$ ESE, wenn E in Volt $= \frac{1}{300}$ ESE gemessen wird (**193**). Die frei durchlaufene Spannung von 1 Volt würde somit einer Energie in Erg von etwa $1{\cdot}4 \cdot 10^{-12}$ ESE entsprechen. Da nach der kinetischen Gastheorie bei der Temperaturerhöhung um 1^0 C. die Vermehrung der Atomenergie etwa $2{\cdot}3 \cdot 10^{-16}$ Erg beträgt, so würden folgende potentiellen Temperaturen bezw. Temperaturzunahmen für frei durchlaufene Spannungen E in Volt folgen:

E in Volt =	1	300	30 000
T in Graden C. =	6100	$1{\cdot}8 \cdot 10^6$	$1{\cdot}8 \cdot 10^8$

Nach der allerdings nicht einwandfreien Ansicht von Stark würde $E = 300$ den Verhältnissen der Kathodenströmung bei höheren Drucken und $E = 30\,000$ denjenigen in Röntgenröhren entsprechen.

Abgesehen von der Jonisierung vereinzelter Gasatome hätte man sonach auch bei den beträchtlichen Temperatursteigerungen, wie sie die Flammen als Ströme glühender Gase darbieten, auf keine hochgradige Jonisierung zu rechnen. Wenn man trotzdem bei Einführung von zwei Elektroden in die Flammen, namentlich in solche mit Salzdämpfen, eine beträchtliche Leitfähigkeit bezw. Jonisierung der heissen, richtiger glühenden, gasigen Zwischenschicht hat nachweisen können (**89**), so gehen doch die Ergebnisse aller neueren Untersuchungen (siehe z. B. Wilson Ph. Z. I, 387, oder Child Ph. Z. III, 158) dahin, dass die Jonisierung an der Grenzfläche zwischen dem festen Körper (Elektrode) und Gas eintritt. Dies offenbart sich auch dadurch, dass die Stärke der Jonisierung in erster Linie von der Temperatur an der Grenzfläche, also hier der Elektroden abhängt und bei kalten Elektroden sich der Null nähert, hingegen mit dem Glühzustande derselben wächst (vgl. Fig. 280 in **246**). Diese Jonisierung ist mithin keine reine Gas-, sondern vielmehr eine Grenzflächenerscheinung, wobei man sich die katalytische Wirkung des Elektrodenmetalles in der Weise vorstellen kann, dass die oben (**237**) erwähnte Anziehung zwischen Elektrode und den Jonenladungen die Festigkeit des Atomverbandes lockert und die Jonenenergie, d. i. die zur völligen Lösung des Verbandes (Jonisierung) erforderliche Energiezufuhr,

herabsetzt. Diese Grenzflächenerscheinungen treten übrigens nicht nur an den Elektroden auf, sondern auch an den bei eingeschlossenen Gasräumen stets erforderlichen Wandungen, z. B. der gläsernen Entladungsrohre, oder auch bei Heizspiralen etwa in der Anordnung, wie sie Fig. 270 zeigt, nach Art einer Glühlampe mit eingeschmolzenen Seitenelektroden, welche entladen werden, sobald der Kohlenfaden weissglühend wird.

Die Jonisierung verschiedener Gase bei derselben Temperatur von Gas und Elektroden bezw. Heizspirale gestattet eine Trennung der Gase und Dämpfe in zwei Gruppen: Luft, Stickstoff, Kohlendioxyd, Ammoniak, Schwefelsäuredampf, Schwefel in Stickstoffatmosphäre, Dampf von Zinn und Quecksilber lassen auch bei starker Erhitzung nur einen schwachen elektrischen Strom durch, wogegen Jod, Brom, Chlor, Jodwasserstoff, Jodkalium, Salmiak, Chlornatrium, Chlorkalium, Dampf von Alkalien, Aluminium, Magnesium, Zink, Blei bei Erhitzung weit stärker ionisiert werden, also höheres Leitvermögen besitzen. Die Untersuchungen über die Jonengeschwindigkeiten (**245**) scheinen allerdings darauf hinzuweisen, dass die Art der Jonisierung bei Metalldämpfen und wohl auch bei Kohle eine andere ist als bei Gasen, insofern jene Dissoziationsprodukte den Jonen elektrolytisch leitender Flüssigkeiten näher stehen als den Elektronen. Dass Gase, welche durch Fortblasen aus einem elektrischen Lichtbogen oder aus einer Funkenbahn erhalten werden, merklich ionisiert sind, ist nicht überraschend.

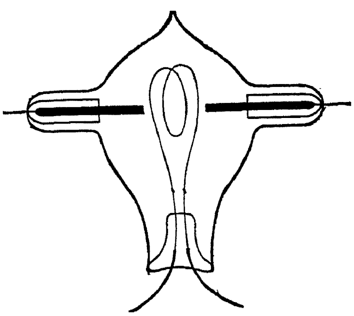


Fig. 270.

241. Elektrisches Feld als Jonisator. Strahlungsionisierung.

Ein ionisierender Faktor von ähnlicher Allgemeinheit wie die Temperatur bildet die elektrische Spannung bezw. das elektrische Feld, und zwar ist dieses Moment um so weniger zu übersehen, weil es bei allen messenden Untersuchungen über das Leitvermögen unwillkürlich hinzugebracht wird und seinen Einfluss dem der übrigen bereits vorhandenen Jonisatoren überlagert und nicht selten die Beziehungen kompliziert. Allerdings kann praktisch die elektrische Spannung, wie sogleich zu zeigen ist, meist nicht als primär ionisierender Einfluss oder Jonisator erster Ordnung angesprochen werden, sondern mehr als solcher zweiter Ordnung, welcher durch bereits vorhandene Jonen eine weitere Steigerung der Jonisierung durch Jonenstoss herbeiführt, etwa so wie beim Dynamoprinzip der remanente Magnetismus selbsterregend und sich selbst multiplizierend wirkt; nichtsdestoweniger ist praktisch die ionisierende Wirkung der Spannung von grosser Bedeutung. Anknüpfend an die früheren Vorstellungen vom elektrischen Feld (**111** ff.) können wir uns jedes neutrale Gasatom im elektrischen Felde auf Spannung beansprucht denken, insofern die in ihm vorhandenen beiden gleichen, aber entgegengesetzten elektrischen Ladungen (des Elektronions und des Atomions) nach verschiedenen Seiten gezogen werden. Wächst das Spannungs*gefälle*, d. h. die Volt auf die Längeneinheit (cm), so nimmt dieser Zug stetig zu und müsste schliesslich bei hinreichend hohem Spannungsgefäll ein Zerreissen des Atoms, also seine Jonisierung zur Folge haben. Praktisch können wir die Spannung bezw. das Spannungsgefälle aus dem Grunde nicht so hoch treiben, weil in der Regel *schon vorher* durch den

Stoss der bereits vorhandenen vereinzelten Jonen (**239**) eine weitere Jonisierung bis zum dielektrischen Zusammenbruch und zur Herbeiführung eines elektrischen Ausgleiches, unter Sinken bezw. anderer Verteilung des Spannungsgefälles, eintritt (**128** und **116**).

Diese Vorstellung steht mit einer ganzen Reihe von Erscheinungen gut im Einklang, welche auf die Begünstigung bezw. Verzögerung dieser katastrophischen Entladungserscheinungen Bezug haben. Vermehrung der Jonisierung an der Stelle des kritischen Spannungsgefälles, etwa mit Hilfe einer der weiterhin erwähnten Strahlungsarten, setzt die Durchschlagsspannung herab (vgl. hierzu auch **130** und **131**), künstliche oder natürliche Verminderung erhöht dieselbe. Noch auffallender stimmt die Thatsache, dass langsames Anwachsen der Spannung oder kleines $\frac{dE}{dt}$ die Katastrophe verzögert, d. h. die Durchschlagspannung erhöht, rasches Anwachsen oder grosses $\frac{dE}{dt}$ sie erniedrigt, weil im ersten Fall die Beschleunigung der vorhandenen freien Jonen, also ihre Stosswirkung, verringert wird, im zweiten Fall erhöht. Mit Rücksicht auf die sekundäre oder zusätzliche ionisierende Wirkung der Spannung mögen die weiteren Betrachtungen zurückgestellt und zunächst die primär wirkenden Jonisatoren in Gestalt verschiedener Strahlungsarten betrachtet werden.

Am längsten bekannt und zuerst von H. Hertz beobachtet (**38**) ist die Jonisierungswirkung der ultravioletten Lichtstrahlen. Nach der jetzigen Auffassung der Lichtstrahlen als elektromagnetischer Wellen wird das durchstrahlte Gas, bezw. das einzelne Gasatom, in einen dielektrischen Zwangszustand versetzt, und es werden, ähnlich wie oben angedeutet, die beiden Elektronen oder Atomkomponenten mit ihren entgegengesetzten Ladungen auf Zug beansprucht, während die elektromagnetische Welle über sie hinschreitet. Die Thatsache, dass nicht alle Lichtstrahlen, sondern nur solche mit ganz bestimmter Schwingungsdauer, und zwar hier die kürzeren Wellen, jenseits der Spektralfarbenwellen, die Beanspruchung auf Zug bis zur Lösung des Atomverbandes einzelner Atome zu treiben vermögen, erfährt in natürlicher Weise seine Deutung dahin, dass die einzelne Lichtwelle weder Amplitude noch Energie genug besitzt, um diese Wirkung zu erzielen. Diejenigen Wellen aber, deren Schwingungsdauer mit der natürlichen Schwingungsdauer der Atomkomponenten gegeneinander übereinstimmt, werden dies zu Wege bringen mit Hilfe der Resonanz (**199**) und der Energiesummierung der Einzelwellen der absorbierten Strahlengattung. Auf Grund des energetischen Prinzips gehen also Jonisierung und Absorption der wirksamen Strahlung, welche bei Wasserstoff zwischen 14 und $19 \cdot 10^{-5}$ mm liegt, Hand in Hand. Nach Lenard ist die verhältnismässige Jonisierungsstärke für dasselbe Aluminiumfunkenlicht, abhängig von der Gasart, durch folgende Zahlen ausgedrückt:

Gasart:	Kohlensäure	Luft	Sauerstoff	Leuchtgas	Wasserstoff
Jonisierung:	8·0	5·8	3·9	3·6	3·7

Da das Sonnenlicht von Haus aus wahrscheinlich auch in reichlichem Masse ultraviolette Strahlen enthält, von denen aber nur wenige bis auf die Erdoberfläche gelangen, so hat man Grund anzunehmen, dass dieselben zum allergrössten Teil in den höheren Schichten der Erdatmosphäre absorbiert werden und gleichzeitig Luft ionisieren.

Eine Strahlungsart, welche erfahrungsgemäss ziemlich stark ionisierend wirkt, sind die Röntgenstrahlen. Nach der gegenwärtig verbreiteten Auffassung hätte man dieselben nicht als regelmässige Wellenzüge aufzufassen, sondern als unregelmässige explosionsartige Halbwellen von grosser Amplitude und Schwingungsenergie, welche von der Antikathode c (vgl. Fig. 271) ausgehen, woselbst sie durch das Auftreffen der Kathodenströmung erzeugt werden (vgl. **253**); letztere besteht aus rasch bewegten Elektronionen, welche in der hochevakuierten Röntgenröhre von der Kathode a aus geradlinig abgeschleudert werden; meist wird c mit der Anode b leitend verbunden (siehe hierzu in **252**).

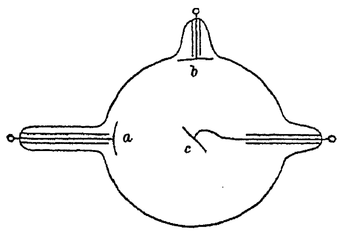
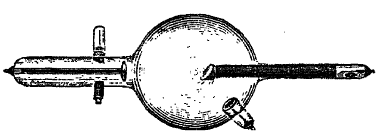
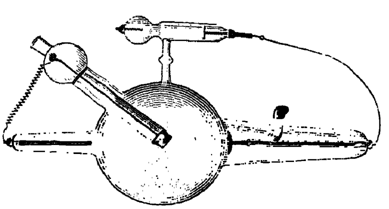


Fig. 271.


Fig. 272.


Fig. 273.

Die hohe Beanspruchung der Antikathode und ihre starke Erwärmung bei längerem Betrieb, ebenso wie der grosse Einfluss des Vakuums der Röhre auf ihre Wirksamkeit haben bei der praktischen Ausführung der Röntgenröhren für längere Lebensdauer und für Dauerbetrieb einige Verbesserungen notwendig gemacht. So zeigt z. B. Fig. 272 eine Röhre von SIEMENS & HALSKE mit verstärkter Antikathode (rechts) und mit Palladium-Regenerier-vorrichtung zur Seite der Kathode (links), um das durch den Betrieb zu hoch und für den elektrischen Ausgleich zu „hart", d. h. zu wenig durchlässig (**131**) gewordene Vakuum durch Zufuhr kleiner Wasserstoffmengen wieder auf einen geeigneten Wert zu bringen. Für Dauerbetrieb ist die noch kompliziertere Ausführung der Fig. 273, gleichfalls nach SIEMENS & HALSKE, nötig, wo die mit der Anode (links) leitend verbundene Antikathode mit Wasserkühlung versehen ist, und wo ausserdem durch eine Nebenröhre (oben) eine Vorrichtung zum Erhöhen und Erniedrigen des Vakuums vorgesehen ist. Über die gesamte Schaltungsanordnung in Verbindung mit dem Betrieb von Stromunterbrechern siehe bei letzteren (in **264**).[1]

Für die Röntgenstrahlen gilt, wie RUTHERFORD (vgl. Ph. Z. II, 53) auch experimentell bestätigt hat, die obige Beziehung zwischen Jonisierung und Absorption, wobei unter Benutzung der Exponentialformel

$$J_x = J_0 \cdot \varepsilon^{-ax}$$

die verbleibende Strahlungsintensität J_x nach Durchstrahlung der Schichtdicke x des Gases durch den Absorptionskoeffizienten a bedingt ist, der

1) Bezüglich weiterer Ausführungen und der Leistungsfähigkeit des ins Elektromedizinische hinüberführenden Instrumentariums der Röntgentechnik sei auf den Bericht über die Ausstellung von Röntgenapparaten auf der Naturforscherversammlung in Hamburg verwiesen (Ph. Z. III, 242), ferner auch auf die Preislisten der auf diesem Gebiet thätigen Firmen, wie SIEMENS & HALSKE, oder REINIGER, GEBBERT und SCHALL u. s. w.

von ihm für Luft von Atmosphärendruck zu etwa 0·00028 gefunden wurde, was bei einer Schichtdicke von etwa 25 m einer Reduktion auf die Hälfte entspricht, wenn ε hier die natürliche Basis bedeutet. Innerhalb des Druckes von 0·5 bis 3 Atmosphären fand sich a direkt proportional dem Druck bezw. der Gasdichte.

Die obige Auffassung über die Entstehung der Röntgenstrahlen stimmt auch mit der Erfahrung, dass die Bezeichnung „Röntgenstrahlen" sehr unbestimmt ist, was die Stärke ihrer Wirkung anlangt, sowohl bezüglich Absorption bezw. Durchdringungsvermögen als Jonisierungswirkung. Je grösser die Geschwindigkeit der angewandten Kathodenströmung, desto durchdringender, d. h. weniger absorbierbar sind die Röntgenstrahlen; doch ist auch bei angenähert konstanter Kathodenströmung die erzielte Röntgenstrahlung so inhomogen, dass für vergleichende Messung erst eine Filtrierung vorausgehen muss, um sie ausreichend homogen zu erhalten und vergleichende Messungen über die Absorptionsfähigkeit verschiedener Gase anstellen zu können. Sekundäre Röntgenstrahlen, also solche, welche durch Auffallen der primären auf eine feste Wand, namentlich Metall, als ein von dieser ausgehendes Strahlengemisch „induziert" werden, sind stärker absorbierbar und auch stärker ionisierend. Auch an der Metalloberfläche selbst findet eine starke Jonisierung des angrenzenden Gases statt, vermutlich unter Hereinspielen der katalytischen Wirkung des Metalles (vgl. **237**).

Jonisierung von Gasen wird ferner durch Becquerelstrahlen bewirkt, also durch die Ausstrahlung radioaktiver Substanzen (**37**), wie Radium, Polonium u. s. w., oder auch der Präparate, die durch Einfangen aktiver Partikelchen aus der Luft gewonnen sind (**239**), deren Vorhandensein von einigen Forschern einem in der Luft befindlichen, aber noch unbekannten radioaktiven Gas zugeschrieben wird. Soweit die bisherigen Untersuchungsergebnisse über diese noch ziemlich ungeklärte Erscheinungsgruppe erkennen lassen, stellen die Becquerelstrahlen eine Mischung von substantiellen Ausströmungen (Elektronionen) nach Art der Kathodenströmung und von dynamischen (wellenartigen) Strahlungen nach Art der Röntgen- und ultravioletten Strahlen dar, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass die letzteren sekundärer Natur, also von den ersteren an den festen Teilchen des Präparates selbst „induziert" sind. Die Zusammensetzung der (übrigens auch bei den verschiedenen Präparaten nicht ganz gleichartigen) Strahlung aus ablenkbaren, stärker absorbierbaren und unablenkbaren, wenig absorbierbaren Strahlenarten spricht für diese Auffassung, wobei der teilweis substantielle Charakter noch im besonderen durch die Übertragbarkeit derselben Strahlungseigenschaft auf benachbarte beliebige Stoffe, wie Metall, Glas oder Wasser, d. i. durch die „induzierte Radioaktivität" nahegelegt wird.

Untersuchungen von Rutherford (1901, Ph. Z. II, 431) über den starken Einfluss der Temperatur auf die „Emanation" radioaktiver Substanzen haben zu dem Schlusse geführt, dass die Emanation wahrscheinlich von einem *chemischen* Vorgang im Material herrührt, bei welchem Elektronionen entbunden werden, während der Rest (Atomion) positiv geladen zurückbleibt. Untersuchungen desselben Forschers (Ph. Z. III, 210 und 225) über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der radioaktiven „Ausströmungen" ergaben für Luft von etwa 760 mm Hg und 18° C. Werte zwischen 1 und 2 cm in der Sekunde, bezogen auf das Einheitsgefälle 1 Volt auf 1 cm. Eine ähnliche Geschwindigkeit fand auch Zeleny für die positiven Ladungsträger. Das

„Durchdringungsvermögen" ergab sich bei der durch Luft erregten Strahlung, d. h. bei dem aus ihr eingefangenen Präparat (**239**) grösser als bei allen anderen radioaktiven Substanzen (a. a. O., 229).

Die Jonisierungswirkung der Becquerelstrahlen, wie sie mit Hilfe des Sättigungsstromes (vgl. **243**) ermittelt wurde, war zwar bei den einzelnen Präparaten nicht ganz gleich, wuchs aber in allen Fällen sehr nahe proportional mit der Dichte der durchstrahlten Gasarten.

Andere Jonisierungseinflüsse als die vorstehenden müssen noch als zweifelhaft betrachtet werden. So ist insbesondere die vermeintliche Jonisierung durch Phosphor in feuchter Luft durch neuere Untersuchungen (vgl. SCHMIDT Ph. Z. III, 475) auf eine scheinbare Leitfähigkeit der Luft zurückgeführt worden, die von den staubförmigen Oxydationsprodukten herrühren und rein mechanisch-konvektiver Natur (**137**) sein soll.

242. Elektrisierung eines Gases. Hallwachs-Wirkung.

Wie schon oben (**240**) betont, ist die im Inneren eines Gases auftretende Jonisierung von den Grenzflächenerscheinungen zwischen Gas und festen oder flüssigen Körpern zu unterscheiden. Hierzu können auch die Beobachtungen der sogenannten lichtelektrischen Zerstreuung (Hallwachswirkung) gerechnet werden, Erscheinungen, die man im Gegensatz zur Jonsierung eines Gases wohl auch als Elektrisierung desselben bezeichnet. Dieser, wie es scheint, elektrochemische Vorgang besteht darin, dass gewisse Metalle, besonders Alkalimetalle, sowie amalgamiertes Zink, bei Bestrahlung, namentlich mit ultraviolettem Licht, unter Absorption der wirksamen Strahlen und Veränderung (Rauhwerden) ihrer Oberfläche, dem angrenzenden Gas eine negativ elektrische Ladung erteilen, also Elektronionen — aber nur solche, keine Atomionen — in das Gas übertreten lassen oder entbinden.

Nach ELSTER und GEITEL (1896, WIED. Ann. 57, 23) ordnen sich die Metalle in Bezug auf diese „photoelektrische" Wirkung nach derselben Reihenfolge wie bei der elektrochemischen Spannungsreihe, nämlich: Rubidium, Kalium, Legierung von Natrium und Kalium, Natrium, Lithium, Magnesium, Thallium, Zink, während von den stärkeren Lichtquellen das elektrische Bogenlicht in erster Linie kommt, welches ungleich mehr ultraviolette Strahlen enthält als das Sonnenlicht in Erdbodennähe (vgl. hierzu **241**). Weiteres über photoelektrische Erscheinungen siehe J. J. THOMSON (a. a. O. Seite 40ff).

Der wesentliche Unterschied zwischen der Jonisierung eines Gases und seiner Elektrisierung bestände nach den bisher benutzten Vorstellungen also darin, dass bei der Jonisierung die hierzu erforderliche Energie im Gas selbst absorbiert wird, und in erster Linie Gasatome in je ein Elektronion und ein Atomion zerlegt werden. Bei der Elektrisierung würde aber die Absorption der Energie in den Oberflächenschichten des Metalles erfolgen, und dementsprechend auch die Dissozierung in erster Linie an Metallatomen vollzogen werden, zusammen mit einer Entbindung der Elektronionen in das Gas. Es würde dieser Vorgang also auch zu der Klasse der bisher noch nicht eingehender erforschten chemischen Reaktionen gehören, bei denen das eine Produkt durch die mit äusserst kleiner Masse, aber grosser Ladung begabten Elektronionen gebildet wird, und er würde aufs engste in Zusammenhang stehen mit den neuerdings angestellten Untersuchungen über Massenverluste bei chemischen Vorgängen, welche die bisher angenommene Unzerstörbarkeit der Masse im Sinne der bisherigen chemischen Atome bezw. Moleküle ins Wanken bringen sollen. Über die lichtelektrische Wirkung

sind neuerdings von LENARD (1902, A. d. Ph. 8, 140, bezw. ETZ 1902, 548) Untersuchungen angestellt worden, deren Ergebnisse auch nach dieser Richtung deuten und eine Vorstellung über die Mechanik des Vorganges ermöglichen. Hiernach würde eine gewisse Übereinstimmung mit der Ausströmung radioaktiver Substanzen bestehen, insofern das Elektronion bei der Dissoziierung einen gewissen Antrieb erhielte, der es mit einer Anfangsgeschwindigkeit von etwa 10^7 bis 10^8 cm in der Sekunde aus der Metalloberfläche heraus und in das Gas hineintriebe. Hiermit wäre auch der Versuch zu einer Mechanik der Kanalströmung in **255** zu vergleichen.

Denken wir uns jetzt ein abgegrenztes Gasvolumen, z. B. eine Schicht zwischen zwei planparallelen Elektrodenplatten, ionisiert und durch Verbindung der Elektroden mit einer Gleichspannung ($\overline{E}$) auf Leitfähigkeit untersucht, so werden die Elektronen unter dem Einfluss des elektrischen Feldes wandern und eine Stromstärke J ermöglichen, die entsprechend den früheren Ausführungen über die konvektive Leitung (**229**) durch **243.** Reaktionsgeschwindigkeit bei Jonisierung. Selbsterregung im Feld.

$$\frac{J}{q} = \varepsilon\,(v_n + v_p) \cdot d = k \cdot \frac{E}{l}$$

gegeben ist, wenn ε das bei allen Jonen übereinstimmende freie elektrische Elementarquantum (Jonenladung) bezeichnet und v_n bezw. v_p die sekundliche Jonengeschwindigkeit des (negativen) Elektronion bezw. des (positiven) Atomions, oder auch der entsprechenden Molionen bezeichnet, und d als Jonendichte in 1 cm^3 ein Mass für die Jonisierungsstärke angiebt. Diese Stromstärke J gilt aber praktisch nur in einem bestimmten Moment für den Fall, dass d sich mit der Strömung ändert, also nicht aufrecht erhalten wird. Werden gar keine Jonen neu erzeugt, so würde sehr rasch Erschöpfung, d. h. Abnahme des Leitvermögens gegen Null eintreten (**235**). Aber auch wenn durch einen dauernd und gleichförmig wirksamen Jonisator, am besten durch „Röntgenisieren" der Gasschicht mittels homogen gemachter Röntgenstrahlen, ein fortwährender Ersatz an Elektronen stattfindet, sind die Erscheinungen abweichend und komplizierter als bei flüssigen Elektrolyten. Untersucht man letztere in der nämlichen Weise, so wird, konstante Flüssigkeitskonzentration vorausgesetzt, bei zunehmender Messspannung die erhaltene Stromstärke mit dieser direkt proportional wachsen (**233**), weil die chemische Reaktionsgeschwindigkeit in den Flüssigkeiten so gross ist, oder, was dasselbe sagt, die praktisch zur Anwendung gelangende Stromstärke relativ so klein, dass sich der ursprüngliche chemische Gleichgewichtszustand immer momentan wieder herstellt. Mit anderen Worten: Der Ausdruck für das spezifische Leitvermögen k bezw. Widerstand ϱ bleibt konstant, was mit Bezug auf die obige Formel besagt, dass d konstant bleibt, während v_n und v_p direkt proportional mit dem Spannungsgefäll $\frac{E}{l}$ in Volt pro cm zunimmt. Nicht so bei Gasen. Bei kleinen Spannungsgefällen bezw. Stromstärken und kräftiger Röntgenisierung liegen zwar auch hier die Verhältnisse ähnlich, so dass Proportionalität zwischen Spannung und Stromstärke besteht (Bereich 1 in Fig. 274). Bei weiterer Zunahme der Spannung bleibt aber die Zunahme der Stromstärke immer mehr zurück, die erzielbare Stromstärke nähert sich mit anderem Wort einem Sättigungswert, der fürs erste auch bei weiterer Erhöhung des Spannungsgefälles nicht überschritten wird (Bereich 2 in Fig. 274). Diese scheinbare Ab-

weichung vom OHMschen Gesetz erklärt sich aus der beschränkten Reaktionsgeschwindigkeit bei der Jonisierung von Gasen. Die angewendete Röntgenstrahlung ist nämlich nicht imstande, eine beliebig grosse Anzahl von Jonen in beliebig kurzer Zeit zu schaffen, sondern bedarf hierzu einer bestimmten, endlichen Zeitdauer. Übersteigt sonach die Wegführung der Jonen, d. h. die mit dem Spannungsgefäll proportionale Jonengeschwindigkeit v_n und v_p einen gewissen Wert, so kann d trotz dauernder Fortwirkung des Jonisators nicht konstant erhalten werden, sondern sinkt, so zwar, dass von Erreichung der Sättigungsstromstärke an das Produkt $(v_n + v_p) \cdot d$ einen angenähert konstanten Wert annimmt (Bereich 3 in Fig. 274); es stellt sich also hinsichtlich des Jonisierungsgrades d ein anderer Gleichgewichtszustand ein.

Ganz allgemein gilt diese Beziehung aber auch nicht, sondern von einem bestimmten Punkt des Spannungsgefälles ab tritt als zusätzlicher Jonisierungseinfluss die Messspannung selbst hinzu und veranlasst infolge der oben (**241**) erwähnten „Selbsterregung" durch Jonenstoss einen

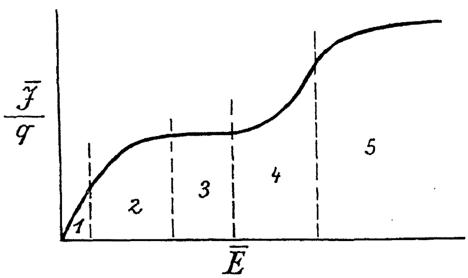


Fig. 274.

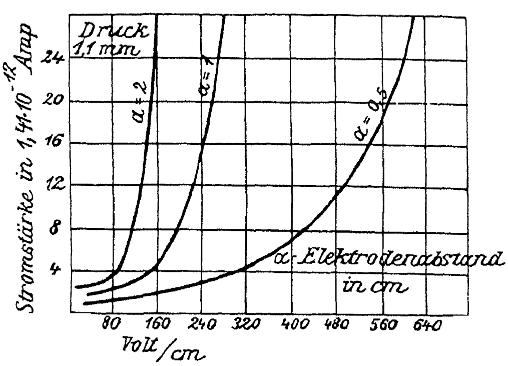


Fig. 275.

Wendepunkt in der Stromstärke- bezw. Stromdichtekurve (vgl. Fig. 274, Bereich 4), welche von da ab einem Exponentialgesetz folgt, wie dies zuerst von TOWNSEND (siehe Ph. Z. II, 433) experimentell nachgewiesen und eingehend theoretisch begründet wurde. Wird die Spannung schliesslich noch höher gesteigert, so dass der „normale" Kathodenfall und die „normale" Stromdichte (vgl. **247**) überschritten wird, so findet eine nochmalige Umbiegung und der Übergang zur Kathodenströmung statt. Allerdings bezieht sich die experimentelle Beobachtung aller fünf Teile oder Äste des Stromstärkeverlaufs, die schematisch durch Fig. 274 angedeutet sind, zunächst auf Gase von niederen Drucken. Bei Gasen, deren Druck etwa zwischen 4 und 0·2 mm Quecksilber liegt, ist man praktisch auf die ersten vier Bereiche beschränkt, während bei höheren Drucken praktisch meist die unselbständige Strömung in Frage kommt, also nur noch der dritte Bereich mit nahezu konstant bleibender Stromstärke erreicht wird, aber nicht mehr der vierte.

Der vierte Bereich des Ausgleichvorganges, bei welchem eine innerliche Selbstionisierung durch Jonenstoss auf Kosten der Energie des elektrischen Messfeldes eintritt, oder in der obigen Formel eine Erhöhung von d durch Selbsterregung, ist in der Fig. 275 in technischen Einheiten für eine Luftschicht von 1·1 mm Hg Druck und 2, 1 und 0·5 cm Dicke bei 10 cm

Durchmesser der Elektrodenplatten dargestellt, wobei als Abscisse das Spannungs g e f ä l l e in Volt auf den cm, als Ordinaten die Stromstärken in Einheiten von $1{\cdot}4 \cdot 10^{-12}$ Amp. nach den Beobachtungen eingetragen sind. Bezeichnet man die drei ersten Stadien des Ausgleichvorganges bis zur Sättigung, aber ohne Mitwirkung der Messspannung bei der Jonisierung, als „unselbständige“ Strömung, weil alle stromstärkebildenden Elektronen durch einen äusseren Jonisator, hier die Röntgenröhre, erzeugt werden, so stellt Fig. 275 den Übergang zur „selbständigen“ Strömung dar, welche auch nach Entfernung der Röntgenröhre auf Grund der Eigenionisierung durch die Strömung fortbesteht.

Ein für den Gasdruck p genügend grosses Spannungs g e f ä l l e $E' = \frac{dE}{dx}$, d. h. ein hinreichend grosser Wert von $\frac{E'}{p}$ ist also nötig, um eine selbständige Strömung zu unterhalten bezw., bei vorherigem Vorhandensein von freien Elektronen in der Gasstrecke, auch ohne Beihilfe eines f r e m d e n Jonisators einzuleiten. Sind die ursprünglich vorhandenen freien Elektronen, wie gewöhnlich, für eine „Selbsterregung“ nicht ausreichend, so muss die Einleitungsspannung für den Ausgleichvorgang bedeutend grösser sein als die stationäre Betriebsspannung, da die erforderliche Zahl von freien Jonen dann erst erzeugt werden muss. Einen interessanten praktischen Beleg für die Einleitung und Entwicklung dieser Leitungsvorgänge bei Gasen bezw. Dämpfen bietet das Anlassen und die Betriebsverhältnisse von HEWITTS Quecksilberdampflampe (vgl. **249**, sowie ETZ 1902, 492). Dass eine selbständige Strömung, sowohl was Einleitung als stationären Betrieb anlangt, erst von einem bestimmten Wert von $\frac{E'}{p}$ an möglich ist, erklärt man aus dem bereits oben (**236**) angeführten Umstand, dass die kinetische Energie $\left(\frac{m v^2}{2}\right)$, welche von den schon vorhandenen Jonen beim Durchlaufen der „freien Weglänge“ aufgespeichert wird, erst von diesem Punkte an ausreicht, um beim Stoss auf ein neutrales Gasatom dies in zwei neue Jonen zu zerspalten. Da nun die freie Weglänge direkt proportional mit p bezw. der Gasdichte abnimmt, so muss das Spannungsgefälle E' entsprechend zunehmen, um die erforderliche Stossenergie der Jonen zu erreichen. (Weiteres über die Theorie siehe Ph. Z. III, 485.) Handelt es sich um längere Gasstrecken, etwa Entladungsröhren, so ist bei stationärem Ausgleich dieses Gefälle nicht überall, sondern nur auf kürzeren Strecken, wo die Haupt b i l d u n g der Jonen stattfindet, erforderlich, wodurch sich in Verbindung mit den Übergangserscheinungen an den Elektroden (vgl. **246**) eine charakteristische Spannungsverteilung längs des Entladungsrohres ausbildet, ähnlich wie in freier Luft längs der Funkenbahn.

244. Erscheinungsformen selbständiger Gasentladungen und Modell hierfür.

In quantitativer Hinsicht unterscheidet man bei den s e l b s t ä n d i g e n Strömungen zunächst gewöhnlich folgende Formen, die nach den begleitenden Leuchterscheinungen ihren Namen erhalten haben, jedoch von den Elektroden in Form und Material, sowie auch von der Gasatmosphäre in gewissem Grade abhängig sind, vor allem aber von den Betriebsverhältnissen, also von der Spannung und der zur Verfügung stehenden elektrischen Energie mitbedingt werden und je nach diesen ineinander übergehen können:

Der „Spitzenstrom“ zwischen einer spitzen und einer ausgedehnten Elektrode stellt den Ausgleich in dichterem Gas, meist Luft von Atmosphären-

druck, dar und zeigt eine Leuchtwirkung an der Spitze, voraussichtlich infolge des dort befindlichen grössten Spannungs g e f ä l l e s (vgl. **246**) nebst Jonenstosswirkung. Besonderes Interesse beansprucht er wegen seiner Ventilwirkung, insofern die Stärke des Ausgleiches von der Polarität der Spitze stark abhängig ist. Weiteres siehe in **257**.

Der „Büschelstrom" stellt eine Übergangserscheinung vom Spitzen- zum Glimmstrom dar, welche namentlich bei grösserer Entfernung der ausgedehnten Elektrode von der Spitze und bei Steigerung der Spannung sich ausbildet. Namentlich beim Ausströmen aus der Spitze in die ganze Umgebung, also ohne b e s o n d e r e (**200**) zweite Elektrode, tritt dieser elmsfeuerartige Ausgleich ein.

Als „Glimmstrom" bezeichnet man gewöhnlich die in ihren Leuchtwirkungen sehr mannigfaltige, teilweise brillante Ausgleichform in abgeschlossenen Gasräumen von geringerem als Atmosphärendruck. Es ist die für die bisherigen Untersuchungen über Gasleitung weitaus wichtigste, oder doch wenigstens am meisten benutzte Ausgleichform. Nach dem Vorstehenden kann der Glimmstrom auch definiert werden als ein modifizierter negativer Spitzenstrom in abgeschlossenem Gasraum mit Innenionisierung. Vor Eingehen auf die besonderen Erscheinungsformen und Ausgleichverhältnisse möge noch die letzte Strömungsart kurz erwähnt sein, der Funkenstrom bezw. Lichtbogen bei Vorhandensein ausreichender elektrischer Energie. Wächst die Stromdichte in der Ausgleichbahn sehr an, d. h. zwingt man durch äussere Verhältnisse, namentlich höheren Gasdruck, wie in Luft von Atmosphärendruck, den Ausgleich zu einer grossen Konzentration, wodurch eine V e r d a m p f u n g der Elektroden herbeigeführt wird, so bildet sich unter Beteiligung dieses Dampfes am Ausgleichvorgang (innerhalb der Gasbrücke) der Funkenstrom bezw. Lichtbogen aus, dessen nähere Verhältnisse und Leitungsmechanik vorläufig immer noch am kompliziertesten und am wenigsten aufgeklärt erscheinen.

Bei den Gasentladungen ist die Frage sehr oft aufgeworfen worden, in welchen Fällen der Ausgleich bei Benutzung einer Gleichspannung $\overline{E}$ so kontinuierlich verläuft, dass er als ein Gleichstrom $\overline{J}$ anzusprechen ist (vgl. hierzu **236**), und unter welchen Umständen der Ausgleich diskontinuierlich, d. h. mit so starken p e r i o d i s c h e n Schwankungen bis zur zeitweilig angenäherten Unterbrechung, vor sich geht, dass er ausgesprochenen Wellenstromcharakter annimmt. Dass letzteres vorkommt, ist in einigen Fällen nachgewiesen, in vielen anderen, wenn nicht in den meisten Fällen sehr wahrscheinlich. Inwieweit die bekannte Schichtenbildung in den Geissler-Röhren (vgl. hierzu Fig. **286** und **290**) hierfür ein Anzeichen bildet, ob dieselbe durch stehende Schwingungen irgend welcher Art bedingt oder, entsprechend der Ansicht von Stark (vgl. **247**), mit der freien Weglänge der Elektronionen zusammenhängt, bedarf noch weiterer Aufklärung. Vorläufig scheint es auch hier wieder am besten, sich durch ein mechanisches Modell diese Vorgänge etwas näher zu bringen, sowie die Bedingungen für den Übergang vom Gleichstrom zum Wellenstromausgleich, oder vom stationären Widerstand eines Gasentladungsrohres zum Wellenstromerreger zweiter Ordnung (**158**) an dem besser übersehbaren mechanischen Modell zu verfolgen.

Ein solches Wassermodell, welches recht übersichtlich die typischen Erscheinungen wiederzugeben vermag, wie sie Hittorff (1879, Wied. Ann. 7, 553

und 1883, Wied. Ann. 20, 705) an einer mit Stickstoff von etwa 1 mm Hg-Druck gefüllten Röhre beobachtet und beschrieben hat, ist von W. Kaufmann (vgl. Ph. Z. I, 59) angegeben und in Fig. 276 wiedergegeben. Unter Voranstellung der Beobachtungen am Entladungsrohr sind folgende Punkte beim Vorgang zu unterscheiden (vgl. hierzu auch die Ausführungen in den folgenden Artikeln):

1. Zur Einleitung des Stromes ist ein bestimmtes Potential, das „Entladungspotential“, notwendig.

2. Ist der Strom einmal eingeleitet, so kann das Potential bis auf einen bedeutend geringeren Wert erniedrigt werden, ehe der Strom erlischt.

3. Das Potential ist nur sehr wenig von der Stromintensität abhängig.

4. Sinkt der Strom länger als eine gewisse, sehr kleine Zeit unter einen bestimmten Minimalwert, so erlischt er ganz und kann nur dadurch wieder eingeleitet werden, dass die Spannung wieder auf das Entladungspotential erhöht wird.

5. Unterhalb eines gewissen Wertes der Stromintensität wird der Strom diskontinuierlich.

6. Wenn der Strom diskontinuierlich ist, so kann die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stromstössen durch Parallelschalten einer Kapazität vergrössert werden.

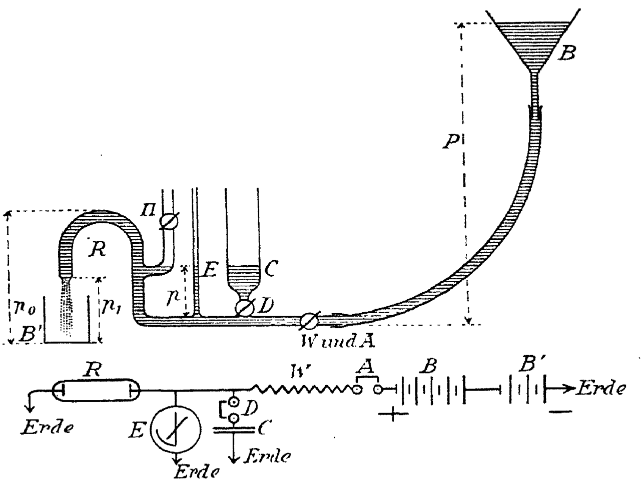


Fig. 276.

Im oberen Teil der Figur ist das Modell dargestellt und darunter eine Geisslersche Röhre mit Vorschaltwiderstand; die einander analogen Teile sind mit gleichen Buchstaben bezeichnet. Dem positiven Ende B der Batterie entspricht im Modell das Druckgefäss B, dem negativen Ende das Auffangegefäss B' [N. B. der Batterie $B\,B'$ selbst eine in der Figur nicht ausgeführte Hebevorrichtung, etwa in Gestalt einer Zentrifugalpumpe, welche kontinuierlich das ausfliessende Wasser von B' nach B hebt, d. h. den Druck aufrecht erhält]; der Ausschalter A und Vorschaltwiderstand W werden im Modell durch einen Hahn ersetzt, dem Kondensator C entspricht ein Gefäss C, dem zugehörigen Ausschalter ein Hahn D; an Stelle des Elektrometers E tritt ein geteiltes enges Rohr E, der Entladungsröhre endlich enspricht der Heber R; über die Bedeutung des Ansatzes und Hahnes H siehe weiter unten. Man kann mit diesem Apparat die folgenden Versuche anstellen, wobei die vorgesetzten Zahlen den entsprechenden für das oben skizzierte Verhalten der Entladungsröhre entsprechen.

1. Es seien anfangs alle Hähne geschlossen; wenn man dann zuerst bloss W vorsichtig öffnet, so vermag das Wasser aus dem Heber nur auszufliessen, wenn die Druckhöhe P des Gefässes $B \geq p_0$, der Höhe des Hebers ist. (Die Füllung des genannten Hebers mit Wasser entspricht dem Übergang des Gases aus dem nichtleitenden in den leitenden Zustand.)

2. Nachdem der Ausfluss einmal begonnen hat, kann man den Druck bis auf p_1 erniedrigen, ohne dass der Strom aufhört.

3. Man kann die Stromstärke durch Drehen des Hahnes *W*, resp. durch Verändern von *P* in sehr weiten Grenzen variieren, ohne dass die Druckhöhe *p* in *E* mehr als einige Millimeter variiert.

4. Um das selbständige Erlöschen der Leitfähigkeit nachzuahmen, öffnen wir ein wenig den Hahn *H*. Ist der Strom sehr stark, so wird das Wasser in dem unteren Ende des Ansatzrohres stehen bleiben und der Strom fliesst konstant weiter; wenn dagegen der Strom durch Zudrehen von *W* oder Senken von *B* geschwächt wird, so wird von einem gewissen Stromwerte an Luft durch *H* in den Heber treten und den Strom unterbrechen. Sofort steigt jedoch die Flüssigkeit wieder bis zur Höhe p_0 und der Strom beginnt von neuem.

5. Man erhält also einen in regelmässigen Zwischenräumen intermittierenden Strom [Wellenstrom].

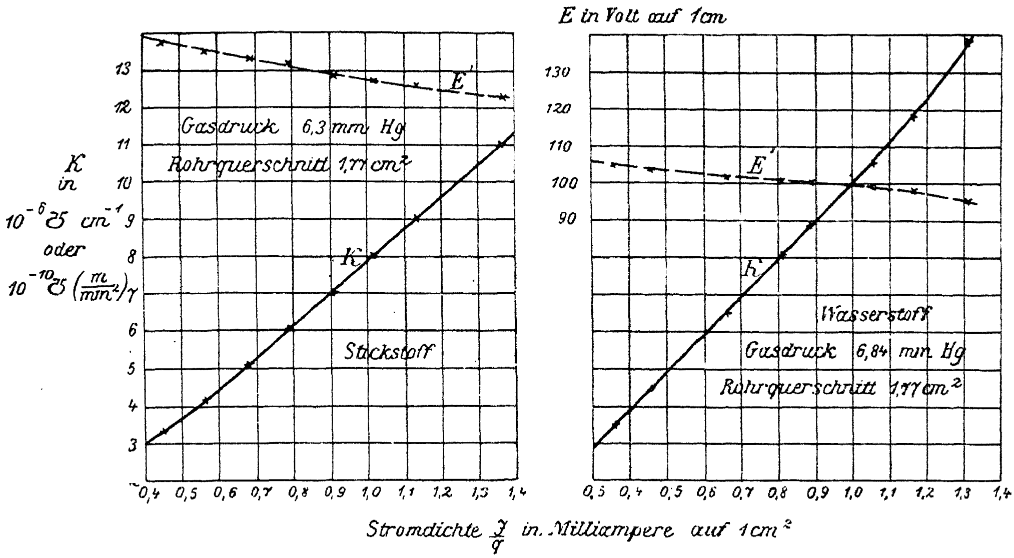
6. Schaltet man jetzt durch Öffnen von *D* das Gefäss von *C* ein, so wird die Oszillationsdauer [T_n] bedeutend vergrössert, da erstens die zufliessende Wassermenge jetzt nicht nur den Heber, sondern auch *C* bis zur Höhe p_0 anfüllen muss, und zweitens eine längere Zeit vergeht, bis die nunmehr vergrösserte Wassermenge abgeflossen ist.

245. Widerstandskoeffizienten und Jonengeschwindigkeiten.

Unter Zugrundelegung der Jonenvorstellung, also hier der Elektronen als Ladungsträger, definiert sich die erhaltene Ausgleichstärke in der Form der Stromdichte, wie die Gleichung in **243** angiebt. Die Jonendichte *d* ist jedoch weniger von dem Stoff der Leitungsstrecke als von äusseren, ionisierend wirkenden Einflüssen abhängig und kann ausserdem nicht für alle Stromdichten (**243**) konstant gehalten werden, wie dies praktisch bei elektrolytischen Flüssigkeiten der Fall ist. Darum ist die Zusammenfassung der materiellen Leitungsfaktoren zu einem Materialkoeffizienten des spezifischen Leitvermögens *k* bezw. Widerstandes ϱ auch für eine bestimmte Temperatur und bestimmte äussere Jonisierungseinflüsse doch nicht mehr von der allgemeinen Bedeutung wie bei metallischen Leitern, oder auch bei den näher verwandten, elektrolytischen Flüssigkeiten. Vielmehr ist praktisch die Benutzung eines *k* bezw. ϱ nur auf enge Gebiete, d. h. beschränkte Stromdichten, überhaupt zulässig. Bei Gasen, namentlich solchen grösserer Verdünnung, wird man daher wohl in Zukunft von einer allgemeineren Benutzung zusammenfassender Leitungs- bezw. Widerstandskoeffizienten, wie sie *k* bezw. ϱ darstellen, immer mehr absehen und daher auch von einer extrapolierenden Benutzung der Ohmschen Ausgleichbeziehung; vielmehr wird man mehr mit den dynamischen und unmittelbarer an die Mechanik anknüpfenden Grundfaktoren operieren, wie sie die Gleichung für die konvektive Leitung aufbauen. Die wichtigste Rolle spielen hierin neben der spezifischen Jonendichte *d* bezw. η (**229**) die Jonengeschwindigkeiten v_n und v_p der Gleichung in **243**.

Zur Stützung dieser Ansicht und als Beispiel für die Grössenordnung von *k* bezw. ϱ sei darauf hingewiesen, dass selbst dort, wo die Widerstandsverhältnisse möglichst gleichförmig, also günstig liegen, z. B. in der ungeschichteten positiven Lichtsäule (vgl. **248** bei Fig. 289) eines selbständigen Glimmstromes von konstantem Röhrenquerschnitt (1·77 cm²) auf Strecken mit praktisch räumlich konstantem Spannungsgefälle, eine Abhängigkeit des resultierenden spezifischen Leitvermögens von der Stromstärke bei konstantem Gasdruck sich ergab, wie sie für Stickstoff und Wasserstoff in Fig. 277 graphisch dargestellt ist. Die Kurven sind schwach konvex gegen die Abscissenachse gekrümmt, deuten also eine schwache Beschleunigung im Leitvermögen bezw. in der Jonisierung an. Noch augenfälliger wird dieses Verhalten, wenn man zu der wachsenden Stromdichte die zugehörigen Spannungsgefälle aufträgt, was in dem oberen Teil der

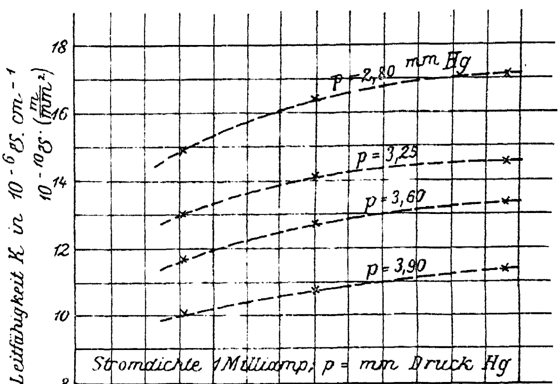
Fig. 277 durch die E'-Kurven in Volt auf 1 cm geschehen ist. Die starke Abweichung vom Verhalten anderer Leiter, bezw. von dem Ohmschen Gesetz ist in Gestalt der Abnahme statt Zunahme von E' in die Augen springend.



Spezifisches Leitvermögen K von Gasen abhängig von der Stromdichte

Fig. 277.

Wieviel dieser beschleunigten Widerstandsabnahme allerdings einem negativen Temperaturkoeffizienten (a_ϱ), wieviel der „Selbsterregung" der Leitfähigkeit durch Jonenstoss zugeschrieben werden muss, ist nicht zu trennen.



Einfluss der Rohrwandungen auf die Leitfähigkeit

Fig. 278.

Nicht unerwähnt darf der Einfluss des Rohrdurchmessers, oder allgemeiner des Leitungsquerschnitts auf das resultierende Leitvermögen bleiben, da das letztere mit Zunahme des entionisierenden und vielleicht auch des abkühlenden Einflusses der Gefässwandungen (**237**, **240**) abnimmt, wie deutlich Fig. 278 erkennen lässt, welche das spezifische Leitvermögen k

für dieselbe Stromdichte von 1.10^{-3} Amp. abhängig vom Rohrdurchmesser und ausserdem für vier verschiedene Gasdrucke darstellt.

In Erkenntnis der Wichtigkeit der Jonengeschwindigkeiten (Materialkoeffizienten) v_n und v_p, im besonderen für die Auffassung der Leitungsverhältnisse in Gasen, hat sich auch die neuere Forschung der schwierig und vorläufig überhaupt nur mit sehr beschränkter Zuverlässigkeit ausführbaren Bestimmung dieser Koeffizienten von den verschiedensten Seiten her zugewandt. Wegen der vielfach sehr geistreich ausgedachten und besonders von Schülern J. J. Thomsons ausgebildeten Methoden, die mehrfach die Geschwindigkeit eines die Jonen mit fortführenden Luftstromes als Vergleichsmass benutzen, sei auf einen Vortrag von W. Kaufmann „Über Jonenwanderung in Gasen" (vgl. Ph. Z. I, 22), sowie auch auf das Werk von J. Stark, Seite 245 ff. verwiesen.

Wie früher (**229**) bei den Flüssigkeiten auseinandergesetzt wurde, kann man aus der Stromdichtegleichung in **243** zunächst die Summe $v_n + v_p$ der Jonengeschwindigkeiten ermitteln zu

$$v_n + v_p = \frac{k}{\varepsilon \cdot d} \cdot \frac{E}{l}$$

für diejenigen Fälle, in denen es sich um höhere Gasdrucke handelt, etwa bis herunter zu 30 mm Hg, angenähert auch noch bis etwa 10 mm. Bei höheren Drucken ist nämlich für unselbständige, aber heimische Jonisierung, wie z. B. beim Röntgenisieren des Gases, die Abweichung von der üblichen Ohmschen Formulierung infolge der kleinen „freien Weglängen" der Jonen (**236**) so gering, dass man in erster Annäherung davon abstrahieren kann; um so eher, wenn man bedenkt, dass die bisherigen Bestimmungsmethoden die sogenannten Jonenkonstanten v_n und v_p kaum auf mehr als etwa 10 % ihres Wertes zuverlässig ergeben. Für diese Fälle ist auch d, z. B. aus der ermittelten Sättigungsstromstärke, bestimmbar, indem man k bezw. die erzielte Stromdichte $\frac{J}{q}$ und das benutzte, hinreichend kleine Spannungsgefälle $\frac{E}{l}$ (etwa 10 bis 20 Volt, vgl. **241**) misst, die Ladungskonstanten ε zu etwa $4{\cdot}2 \cdot 10^{-10}$ ESE einsetzt, und damit die Summengeschwindigkeit in cm auf die Sekunde erhält. Bei der Proportionalität von v mit dem Spannungsgefälle $\frac{E}{l}$ pflegt man die Jonenkonstanten v für $\frac{E}{l} = 1$, d. h. 1 Volt auf den cm, anzugeben. Bezeichnet man diese Einheitsgeschwindigkeiten mit ν und setzt $\frac{E}{l} \cdot \nu_n = v_n$ und $\frac{E}{l} \cdot \nu_p = v_p$, so folgt die Gleichung

$$\nu_n + \nu_p = \frac{k}{\varepsilon \cdot d}, \text{ oder auch } \frac{J}{q} = \varepsilon \cdot d \cdot (\nu_n + \nu_p) \cdot \frac{E}{l}.$$

Nach Messungen von Rutherford (vgl. Ph. Z. I, 24) ergiebt sich für die nachstehenden Gase bei Atmosphärendruck diese Summen-Einheitsgeschwindigkeit der Elektronen in cm auf die Sekunde wie folgt

Gasart:	H	O	N	Luft	CO_2	SO_2	Cl_2	HCl
$(\nu_n + \nu_p)$ in $\frac{cm}{Sek.}$:	12·7	2·5	2·9	2·9	2·1	0·9	1·9	2·6

Diese Zahlen können nach W. KAUFMANN mit dem Molekulargewicht M in die einfache Beziehung gebracht werden, dass $(\nu_n + \nu_p) \cdot \sqrt{M} = C$, wobei die Konstante C angenähert den Wert 16 besitzt.

Nach einer anderen von ZELENY erdachten Messmethode (Ph. Z. I, 25) würden sich für das Verhältnis $(\nu_n : \nu_p)$ folgende Zahlen ergeben:

Gasart:	Luft	N	O	H	CO_2	NH_3	C_2H_2	N_2O	Leuchtgas
$(\nu_n : \nu_p) =$	1·24	1·23	1·24	1·14	1·00	1·05	0·99	1·11	1·15

Zu erwähnen wäre noch, dass diese Werte sich auf nicht besonders getrocknete Gase beziehen, so dass die Werte teilweise bis zu 10 % kleiner gefunden wurden, als sie bei ganz trockenen Gasen sich ergeben, da die Feuchtigkeit infolge von Molisierung (237) die Beweglichkeit der Elektronen verlangsamt.

Nimmt man zwei derartige Versuchsreihen für gut getrocknete Gase zusammen, so kann man ohne weiteres die spezifischen oder Einheitsgeschwindigkeiten für die Einzelelektronen der Gasarten ermitteln. Nimmt man ferner hinzu, dass nach experimentellen Untersuchungen zwischen 760 und 34 mm Hg-Druck die spezifischen Geschwindigkeiten der Gasionen sehr angenähert umgekehrt proportional mit dem Gasdruck zunehmen, so erhält man bei der voraussichtlich zulässigen Extrapolation bis auf 10 mm Hg etwa folgende Werte (vgl. STARK, 261) für trockene Gase:

Spezifische Jonengeschwindigkeiten abhängig vom Druck in $\frac{cm}{sec}$ für $Volt$

Gasdruck in mm Hg	Wasserstoff		Sauerstoff		Luft		Kohlensäure	
	ν_n	ν_p	ν_n	ν_p	ν_n	ν_p	ν_n	ν_p
760	7·2	5·7	1·7	1·36	1·7	1·25	0·84	0·78
400	13·1	10·8	3·2	2·6	3·3	2·4	1·6	1·5
100	54·6	43·1	12·8	10·3	13·0	9·5	6·4	5·9
10	546	431	128	103	130	95	63·8	59·3

Die Tabelle lässt, ebenso wie die oben angegebenen Verhältniszahlen für $(\nu_n : \nu_p)$ erkennen, dass die Geschwindigkeit des negativen Jons — hier wohl im allgemeinen als Molion (237) aufzufassen — gewöhnlich grösser ist als die des positiven, und zwar auch hier bei den höheren Drucken, welche die Einführung einer stationären Geschwindigkeit ohne merkliche Beschleunigungswirkung, entsprechend den Verhältnissen bei Flüssigkeiten, noch zulassen. Diese grössere Geschwindigkeit des negativen Jons, welche man anfangs für allgemein hielt, trifft aber nach neueren Untersuchungen nur für die Jonisierung von Gasen zu, wenn keine Verdampfung der Elektroden vorliegt. Eingehende Untersuchungen von CHILD (vgl. Ph. Z. I, 593 und Ph. Z. II, 488) über die Geschwindigkeit von Jonen, die von Flammen, vom elektrischen Flammenbogen und von heissen Drähten ausgehen, haben ihn, bei Zusammenfassung aller bisherigen Beobachtungen und experimentellen Untersuchungen, zu dem Satz geführt: „Wenn

Gase ionisiert werden, bewegen sich die negativen Jonen am schnellsten, werden aber Metalldämpfe ionisiert, so bewegen sich die positiven Jonen am schnellsten."

Was die absolute Grösse der Jonengeschwindigkeit anlangt, so zeigt ein Vergleich mit den Zahlen in **234**, dass bei Atmosphärendruck (760 mm Hg) die Wandergeschwindigkeit für 1 $\frac{Volt}{cm}$ bei unselbständiger Strömung in Gasen etwa 1000 bis 10 000 mal grösser ist als in Flüssigkeiten, während nach theoretischen Ableitungen von Drude („Über die Jonentheorie der Metalle" siehe Ph. Z. I, 164) die entsprechende Strömungsgeschwindigkeit in Metallen bei den positiven Jonen etwa 1 cm pro Sekunde für 1 $\frac{Volt}{cm}$ und bei den negativen etwa 0·1 cm betragen, also zwischen beiden stehen, aber abgesehen von der Umkehrung zwischen positiven und negativen (vgl. hierzu oben) sich mehr den Geschwindigkeiten bei Gasen annähern würde. Für die absoluten Geschwindigkeiten wären allerdings die praktisch stets vorhandenen grossen Unterschiede des Spannungsgefälles, also der Werte von E', nicht zu übersehen.

Wenn trotz der relativ grossen Jonengeschwindigkeiten bei Gasen das resultierende spezifische Leitvermögen $k = (\nu_n + \nu_p) \cdot d$ den leitenden Flüssigkeiten und erst recht den metallischen Leitern gegenüber so klein ist — die Grössenordnung bei den Gasen ist auch bei selbständiger Strömung und niederem Druck (vgl. Fig. 277) nur $10^{-10}\,\mho \cdot \left(\frac{m}{mm^2}\right)$, während in derselben Einheit gemessen die besser leitenden Flüssigkeiten, z. B. verdünnte Säuren (**231**) die Grössenordnung 10^{-5} besitzen und die Metalle sogar 10^{+1} —, so zeigt dies eben die noch grösseren Unterschiede im umgekehrten Sinn bei dem zweiten Faktor von k. Dies ist die spezifische Jonendichte d oder die Zahl der beweglichen Elektronen (Friktionsteilchen) in 1 cm^3. Diese Folgerung stimmt sehr gut überein mit dem früher (**237**) Gesagten über die relativ kleine Zahl von freien Jonen (Elektronen) bei den Gasen, wobei die geringen Volumendichten der Gase gegenüber den Volumendichten der flüssigen und festen Leiter den Unterschied noch mehr vergrössern.

Auch bei selbständiger Strömung, wie sie z. B. ein Spitzenstrom (**244**) darstellt, haben sich für grössere elektrolytische Reibung, also höhere Drucke, nicht nur ganz ähnliche absolute Geschwindigkeiten, sondern auch ähnliche Werte für $(\nu_n : \nu_p)$ ergeben. Für einen Spitzenstrom in trockenen Gasen von Atmosphärendruck hat Chattock mit Hilfe der manometrischen Messung des Gasdruckunterschiedes zu beiden Seiten des gegen einen abgeleiteten Ring strömenden Spitzenstromes (vgl. Stark, 250) folgende Werte gefunden:

Gasart:		Wasserstoff	Sauerstoff	Kohlensäure	Luft
ν_n	=	6·4	1·57	0·88	1·55
ν_p	=	4·6	1·1	0·79	1·14
$\nu_n : \nu_p$	=	1·38	1·4	1·1	1·36

Der experimentelle Nachweis durch die vorerwähnte Methode kann insofern noch ein besonderes Interesse beanspruchen, als sie direkt die mechanische Stoss- bezw. Druckwirkung der Elektronionen nachzuweisen gestattet. Eine solche ist auch in Verbindung mit der Bewegung der Elek-

tronionen im magnetischen Wechselfeld (vgl. **272**) mit Hilfe eines Radiometers von B. Davis (vgl. Ph. Z. III, 275) nachgewiesen und von den meist darüber gelagerten und leicht irreführenden Radiometerwirkungen (infolge von Wärmeströmungen) getrennt worden.

Über die Jonengeschwindigkeiten in stark verdünnten Gasräumen siehe in **251** und **254**.

Die Geschwindigkeiten der Jonen und ihr Verhältnis ($v_n : v_p$) sind zur Erklärung der Spannungsverteilung, sowie auch der Elektrodentemperatur von Bedeutung und scheinen für das abweichende Verhalten des Lichtbogens mit Kohleelektroden gegenüber anderen Gasentladungsvorgängen massgebend zu sein. In der Theorie der Jonenleitung lässt sich nämlich aus der verschieden grossen Jonengeschwindigkeit und einer daraus folgenden Konzentrations- bezw. Jonendichteverteilung eine Art Polarisationserscheinung ableiten, genauer ein Wechsel in der resultierenden „räumlichen Ladung" (elektrischen Dichte), der das Spannungsgefälle wie folgt beeinflussen muss (vgl. Ph. Z. I, 23): In Fig. 279 bezeichne A die Anode, B die Kathode, beide in Plattenform, zwischen welchen die Luft gleichförmig röntgenisiert werde, während eine mässige Spannung E eine unselbständige Strömung aufrecht erhalte, was bei höheren Gasdrucken, z. B. Atmosphärendruck, die Steigerung von E ohne Eigenionisierung (**243**) bis zur Erreichung des Sättigungsstromes gestattet. Bezeichnet d' die in der Sekunde in 1 cm³ durch das Röntgenisieren erzeugten Jonen, so ist deren sekundliche Gesamtzahl $d' \cdot q \cdot l$, wenn q der Plattenquerschnitt und l ihr Abstand. Gleichzeitig giebt diese abgeführte sekundliche Elektrizitätsmenge mit der Konstanten ε der Jonenladung multipliziert den Ausdruck für den Sättigungs- oder Maximalstrom. Man erhält also $d' \cdot q \cdot l \cdot \varepsilon = J_{max}$ oder die maximale Stromdichte

246. Jonenkonzentration und Spannungsverteilung.

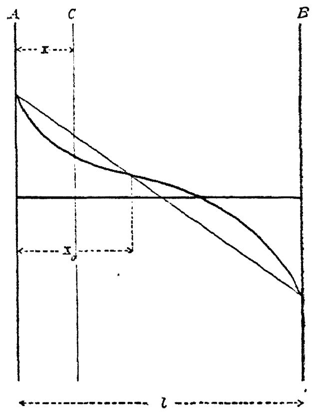


Fig. 279.

$$\frac{J_{max}}{q} = d' \cdot l \cdot \varepsilon.$$

Hieraus folgt auch ohne weiteres in Übereinstimmung mit der Erfahrung (vgl. in **243** Fig. 275) das unter dem Eindruck der Ohmschen Widerstandsformulierung (**209**) im ersten Augenblick paradox erscheinende Resultat, dass die Stromstärke mit der Plattenentfernung zunimmt, d. h. der resultierende Ausgleichwiderstand mit dieser abnimmt.

Da sich die Sättigungsstromdichte nach der Gleichung für den konvektiven Leitungsvorgang in **243** auch in der Form

$$\frac{J_{max}}{q} = d' \cdot \varepsilon \cdot (v_n + v_p) = d' \cdot \varepsilon \cdot (v_n + v_p) \cdot E'$$

schreiben lässt, wenn E' wieder das Spannungsgefälle $\frac{dE}{dx}$ bezeichnet, so folgt hieraus

$$l = (v_n + v_p) \cdot E'.$$

Für eine zu A und B parallele Ebene C im Abstand x von A und $(l - x)$ von B ist die Zahl der von A nach B hindurchwandernden positiven Jonen gleich $d' \cdot q \cdot x$ zu setzen, die von B nach A hindurchwandernden $d' \cdot q \cdot (l - x)$, da jedes der zwischen A und B ionisierten neutralen Gasatome d' gleichviel positive und negative Jonen (Elektronen) liefert. Andererseits kann man nach dem Ausgleichgesetz die Zahl der hindurchströmenden positiven Jonen zu $d_p \cdot \nu_p \cdot E'$, die der negativen zu $d_n \cdot \nu_n \cdot E'$ setzen, wenn d_p bezw. d_n die bei stationärer Strömung vorhandenen Dichten der positiven bezw. negativen Jonen am Querschnitt x bezeichnen und ν_p bezw. ν_n, wie früher, die stationären Wandergeschwindigkeiten für $E' = 1$. Aus den beiden Gleichungen

$$d_p \cdot \nu_p \cdot E' = d' \cdot q \cdot x$$

und

$$d_n \cdot \nu_n \cdot E' = d' \cdot q \cdot (l - x)$$

folgt

$$d_p - d_n = \frac{d' \cdot q}{E'} \left(\frac{x}{\nu_p} - \frac{(l - x)}{\nu_n} \right).$$

Die Differenz der Jonendichten $d_p - d_n$ hat den Charakter einer spezifischen räumlichen Ladung oder elektrischen Dichte ϱ und kann nach Poisson (**31**) zu

$$4 \pi (d_p - d_n) = - \Delta V = - \frac{d^2 E}{d x^2} = \frac{d E'}{d x}$$

gesetzt werden, was eine Überführung des vor dem Ausgleich gleichförmigen bezw. geradlinigen Spannungsgefälles in die Wendepunktskurve der Fig. 279 während des stationären Ausgleiches bedeutet. Die Lage des Wendepunktes in seiner Entfernung x_0 von A ist durch $\frac{d^2 E}{d x^2} = 0$ bezw. $d_p = d_n$ bedingt und hängt gemäss der Gleichung

$$l - x_0 \quad \overline{} \quad \nu_n$$

von dem Verhältnis der Wandergeschwindigkeiten ab.

Diese theoretisch gefundene Kurvenform für die Spannungsverteilung, welche die verschieden grossen (positiven und negativen) Jonengeschwindigkeiten durch Veränderung der Jonenkonzentration verursachen, ist nun erfahrungsgemäss der allgemeine Typus für unselbständige Ausgleichvorgänge. So ist sie von Marx (vgl. Ph. Z. I, 375) bei der Flammenleitung gefunden worden, wenn auch hier ein starker Einfluss der Elektrodentemperatur und ihrer Jonisierungswirkung (**240**) hinzutritt. Der Übergang des Hauptspannungsabfalls von der Anode zur Kathode (Fig. 280) lässt diesen Einfluss bei einer salzhaltigen Bunsenflamme deutlich erkennen.

Aber auch für alle selbständigen Ausgleichvorgänge in Gasen, von den stark verdünnten Entladungsröhren bis hinauf zum elektrischen Lichtbogen scheint als Grundform eine derartige Wendepunktskurve, wie sie oben abgeleitet wurde, für die Spannungsverteilung massgebend zu sein, wenn sie durch hinzutretende Einflüsse, wie Verschiedenheit der Elektroden in Form und Material, oder variable Widerstandsverhältnisse mit Wellenstrombildung (vgl. **236**) u. s. f., auch Ablenkungen von der einfachen

Form erfahren kann. Natürlich wird im allgemeinen die Kurve nicht symmetrisch zum Null- bezw. mittleren Spannungsniveau liegen, sondern es kann, wie schon Fig. 279 und die zugehörigen Formeln erkennen lassen, und die experimentellen Kurven der Fig. 280 zeigen, eine starke Verschiebung in Verbindung mit grosser Verschiedenheit zwischen „Kathoden-

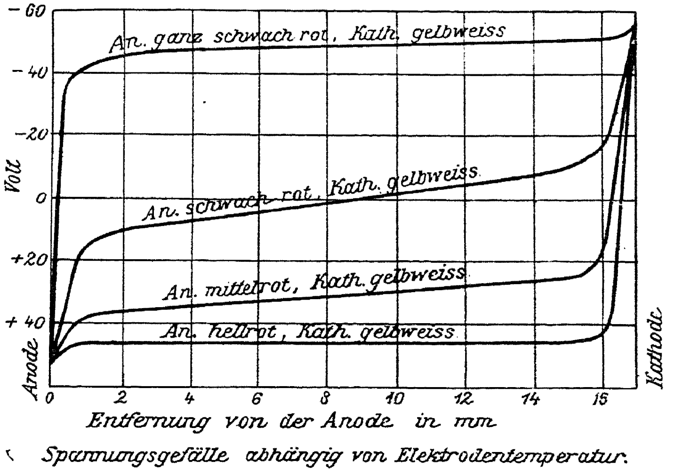


Fig. 280.

fall“ und „Anodenfall“, d. i. den nahe an den Elektroden stattfindendem Spannungsabfällen, auftreten. Dass unter sonst normalen Verhältnissen bei Gasentladungen der Kathodenfall, sowie die Temperatur der Kathode grösser ist, als bei der Anode, beim Kohlelichtbogen hingegen sich diese Ver-

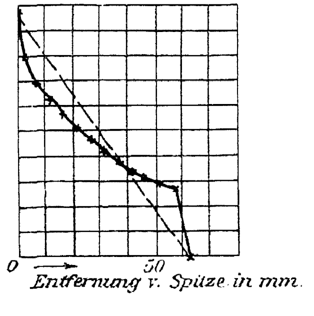


Fig. 281.

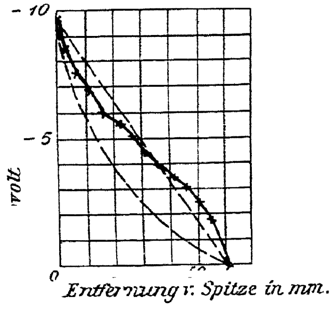


Fig. 282.

hältnisse umkehren, steht mit dem beobachteten Verhältnis ($\nu_n : \nu_p$) im Einklang (**245**).

In Übereinstimmung mit diesem Verhältnis ($\nu_n : \nu_p$) steht auch die von Warburg (1900, A. d. Ph. 2, 295) ausgeführte Messung des Spannungsabfalls sowohl am positiven Spitzenstrom (Fig. 281), als am negativen (Fig. 282), welche beide die Abweichung von der Geraden im Sinne der Wendepunktskurve (Fig. 279) erkennen lassen. Von Interesse ist hierbei namentlich, dass auch für so hohe Spannungen, wie sie der s e l b s t ä n d i g e Ausgleich

hier benötigt, etwa 10000 Volt (vgl. Fig. 282), die Werte der Jonengeschwindigkeiten bei Atmosphärendruck so wenig von dem Wert der unselbständigen Strömung (**245**) abweichen. Es deutet dies darauf, dass offenbar nur an der Spitze durch Jonenstoss Jonen erzeugt werden, aber derjenige Teil des Leitungsweges weitaus überwiegt, in welchem die hierdurch gegebenen Jonen (Elektronen) das elektrische Feld mit einer E' örtlich proportionalen Geschwindigkeit durchwandern (**238**). Hierfür spricht auch der Umstand, dass nach den Untersuchungen von M. Töpler (1900, A. d. Ph. 2, 580) an einem positiven Spitzen- bezw. Büschelstrom, bei 10 cm Abstand der plattenförmigen Kathode, ein Umbiegen der J, E-Kurve erst bei den höheren Spannungswerten stattfindet, wie Fig. 283 zeigt (vgl. hierzu das erste Stück links der E, J-Kurve in Fig. 288, welche einen grösseren Bereich umfasst).

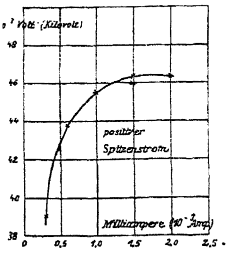


Fig. 283.

Hierfür spricht auch die weitere Beobachtung Töplers, wonach bei der selbständigen Strömung, im Gegensatz zu dem oben betrachteten Fall der unselbständigen, der Ausgleichwiderstand angenähert nach der Ohmschen Widerstandsformulierung $\left(R = \frac{l}{q} \cdot \varrho\right)$ mit der Entfernung zunimmt, wie aus folgender Zunahme der Spannung für einen angenähert konstanten Büschelstrom von 0·1 Milliampere bei Zunahme der Entfernung zwischen negativer Spitze und positiver Plattenanode hervorgeht:

Elektrodenabstand in cm . . =	2·5	5	7·5	10	12·5	15
Elektrodenspannung in Kilovolt =	27	40	51	60	68	74

Die verhältnismässige Zunahme zeigt einen Wert, der zwischen dem Verhältnis der Entfernungen und dem natürlichen Logarithmus dieses Verhältnisses (**115**) liegt, aber näher an letzterem. Über die elektrische Ventilwirkung bei Spitzenentladungen siehe **257**.

247. Glimmströme bei niederen Gasdrucken.

Wenn man den Gasdruck bezw. die Gasdichte immer mehr erniedrigt und dadurch die freie Weglänge der Atome, sowie der im elektrischen Feld angetriebenen Jonen (Elektronen) immer mehr erhöht, so gelangt man bei Gasdrucken von etwa 10 mm Hg an abwärts zu den Glimmstromentladungen, deren Erscheinungen das Übergangsgebiet bilden zwischen den bisher betrachteten Ausgleicherscheinungen mit relativ kleinen, aber örtlich mit E' (praktisch) proportionalen Jonengeschwindigkeiten, d. h. mit zurücktretenden Beschleunigungserscheinungen, und den später zu betrachtenden Kathodenströmungen mit ausserordentlich hohen Jonengeschwindigkeiten bei überwiegendem Hervortreten der Beschleunigungserscheinungen. Kann bei den beiden letztgenannten Erscheinungsgruppen mit praktisch ausreichender Annäherung eine Abstraktion nach den angedeuteten Grenzfällen Platz greifen, so ist dies bei jener Übergangs- oder Mittelgruppe, welche so ganz ungefähr den Gasdruckbereich von 10 mm bis etwa 0·1 mm·Hg zu umfassen pflegt, im allgemeinen nicht möglich. Man hat vielmehr bei diesen Ausgleicherscheinungen, wenn auch nicht auf der ganzen Gasstrecke, so doch in einigen Teilen, bereits auf beide Momente, nämlich die Geschwindigkeits- und die Beschleunigungserscheinungen der Jonen in etwa gleicher Weise Rücksicht zu nehmen, wie es eben das Zwischengebiet zwischen zwei Grenz-

gebieten charakterisiert (**141** ff.). Namentlich gilt dies in den Gasentladungsrohren von den an die beiden Elektroden angrenzenden Partien, wo der verhältnismässig grosse, häufig als Kathoden- bezw. Anodenfall bezeichnete Spannungsabfall (vgl. bei Fig. 291) mit seinen Wirkungen ins Spiel kommt. Die Mannigfaltigkeit der Haupterscheinungen und noch mehr der zahlreichen Erscheinungsvariationen, von denen sowohl die einen als auch die anderen keineswegs als eindeutig geklärt gelten können, dürfte in erster Linie auf diesen Mischcharakter zurückzuführen sein. Aus demselben folgt auch, dass es bei einem durchströmten Entladungsrohr mit den von Querschnitt zu Querschnitt stark wechselnden Ausgleichverhältnissen wohl noch angängig ist, für das Ganze ein resultierendes Ausgleichvermögen bezw. einen resultierenden Ausgleichwiderstand einzuführen, dass es aber eigentlich keinen

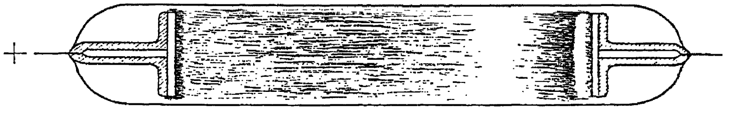


Fig. 284.

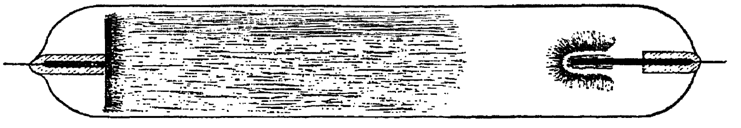


Fig. 285.

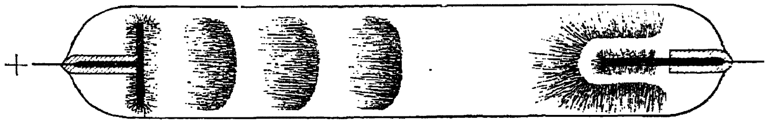


Fig. 286.

Sinn hat, mit spezifischen Gaskoeffizienten zu operieren, ausgenommen einzelne begrenzte Strecken, in denen, wie z. B. in der sogenannten ungeschichteten positiven Lichtsäule (vgl. Fig. 284, sowie die Koeffizienten in **245**), die Ausgleichverhältnisse angenähert gleichförmig liegen.

Um nicht die Verhältnisse durch komplizierte Leitungsbahnen noch unübersichtlicher zu machen, betrachten wir ein zylindrisches Entladungsrohr, das in Fig. 284 mit zwei plattenförmigen, einseitig wirksamen Elektroden, in Fig. 285 und 286 mit einer (zweiseitig wirksamen) plattenförmigen Anode und einer drahtförmigen Kathode versehen ist. Wird dieses Entladungsrohr, dessen Gasdruck die Grössenordnung um 1 mm Hg besitzen möge, mit einer Gleichspannung ($\overline{E}$) beschickt, so dass eine „normale Stromdichte" und ein „normaler" Kathodenfall herbeigeführt wird, was bei noch nicht ganz mit Glimmlicht bedeckter Kathodenoberfläche der Fall ist (vgl. hierzu weiter unten), so deuten die Fig. 284, 285, 286 die auftretenden Leuchterscheinungen an, nach denen die einzelnen Partien des Entladungsrohres, von der Kathode (—) angefangen, folgende Bezeichnungen erhalten haben:

Unmittelbar an der Kathode befindet sich die meist schwach rötlich-gelb leuchtende „erste Kathodenschicht“; auf diese folgt der „dunkle Kathodenraum“ und hierauf die „negative Glimmschicht“, welche drei Gebilde man wohl auch als „negatives Glimmlicht“ zusammenfasst, gegenüber den noch verbleibenden Leuchtpartien, welche durch den „dunklen Zwischenraum“ vom negativen Glimmlicht getrennt sind und als positives Glimmlicht zusammengefasst werden. Das positive Glimmlicht zerfällt in folgende Unterteile: An den dunklen Zwischenraum stösst entweder eine zusammenhängende, „ungeschichtete positive Lichtsäule“ (Fig. 284 und 285), oder vielfach (bei anderen Drucken vgl. Fig. 290 in **248**) auch eine „geschichtet“ auftretende positive Lichtsäule (Fig. 286); hierauf folgt als letzte, von der positiven Lichtsäule mehr oder weniger deutlich durch einen dunkleren Zwischenraum geschieden, die dünne, leuchtende, der Anode unmittelbar aufsitzende Anodenschicht. Ob die Theorie der ein- und zweifachen Grenzionisierung, sowie des dunklen Kathodenraumes als frei durchlaufener Jonenweglänge ganz oder teilweise richtig ist, wie sie J. STARK zur Erklärung des Auftretens dieser ziemlich labilen und streng genommen auch noch weiter differenzierten Gebilde (dunkler Kathodenraum) annimmt, muss vor-

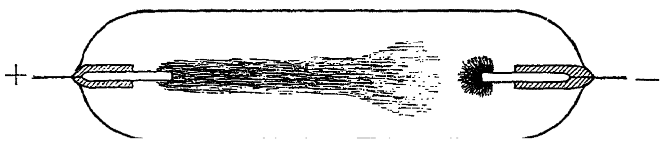


Fig. 287.

läufig noch zweifelhaft erscheinen, weshalb auch wegen dieser Theorie auf das früher (**237**) erwähnte Buch von STARK verwiesen sei.

Hinsichtlich der stufenweisen Entwickelung der Erscheinungen, abhängig von Gasdruck und Elektrodenspannung bezw. Stromdichte, worin nach dem Obigen gleichzeitig der Übergang von den Erscheinungen des Spitzenstromes zu denjenigen der Kathodenröhren zum Ausdruck kommen müsste, sei folgendes angeführt. Beginnt man an der oberen Grenze der hier in Frage kommenden Gasdrucke, also bei mehreren mm Hg, so erhält man bei allmählicher Steigerung der Elektrodenspannung $\overline{E}$ zunächst eine an den Spitzenstrom anschliessende zweiteilige Leuchterscheinung, wie sie Fig. 287 andeutet, wobei das Kathodenlicht auf das vordere Ende der Elektrode beschränkt ist, sich kegelförmig ausbreitet und nur durch einen dunkleren Zwischenraum von dem korrespondierenden Anodenlicht getrennt ist, das, als positiver Spitzenstrom anfangend, sich säulenförmig nur auf den mittleren Teil der Gasquerschnitte beschränkt. Wird der Gasdruck stufenweise verringert, so findet eine Umbildung der Erscheinung in der Weise statt, dass sowohl der von der Lichtsäule ausgefüllte Querschnitt, als auch die von der Glimmschicht bedeckte Elektrodenoberfläche stetig wächst, so dass der Übergang nach Fig. 284 eintritt, wobei gleichzeitig die schon oben beschriebene weitere Differenzierung in der Leuchterscheinung hinzukommt. Hält man diese Veränderung des leuchtenden, allem Anschein nach an der selbständigen Jonisierung beteiligten Querschnittes zusammen mit den früheren Ergebnissen (**244**) über die selbständige Strömung, soweit der Einfluss der Strom-

dichte auf das Leitvermögen eines Gases in Frage kommt (vgl. Fig. 277 in **245**), so gewinnt man den Eindruck, dass gleichsam eine automatische Anpassung an den zur Leitung benutzten Teilquerschnitt bezw. an die auftretende Stromdichte in der Weise stattfindet, dass ein Minimum des Ausgleichwiderstandes oder ein Maximum der Stromstärke erzielt wird.

Geht man, nachdem bereits die ganze Kathodenoberfläche mit Glimmschicht bedeckt und in den meisten Fällen schon vorher der volle Rohrquerschnitt mit positivem Glimmlicht ausgefüllt ist, mit dem Gasdruck noch weiter herunter, so reichen die vorhandenen Querschnitte, namentlich der Austrittsquerschnitt der Elektrodenoberflächen, für die angewendete Elektrodenspannung in gewissem Sinne nicht mehr aus, und die zum Anwachsen über das „normale" Mass gezwungenen Ausgleichgrössen, der Elektrodenfall, namentlich der Kathodenfall, sowie die Stromdichte werden als „anormal" bezeichnet. Es geht dies Hand in Hand mit dem Überschreiten der maximalen Leitfähigkeit des Entladungsrohres bezw. des minimalen Widerstandes. Dieser Gasdruck, von welchem an (bei weiterer Erniedrigung) die Abnahme der mittleren Jonendichte $(d)_m$ in 1 cm^3, welche die selbständige Strömung erzeugt, grösser wird als die Zunahme der mittleren Ausgleichgeschwindigkeit $(v_n + v_p)_m$, so dass der Ausdruck für die resultierende (mittlere) Leitfähigkeit $(v_n + v_p)_m \cdot (d)_m$ abnimmt, ist schon früher (in **131**, sowie Fig. 70 bei der dielektrischen Dichtigkeit) als „Umkehrdruck" behandelt worden. Er entspricht dem durch Selbsterregung der Leitfähigkeit (selbständige Jonisierung) erreichbaren relativen Maximum des Leitvermögens einer Entladungsröhre (vgl. Wendepunkt zwischen Bereich 4 und 5 bei Fig. 274).

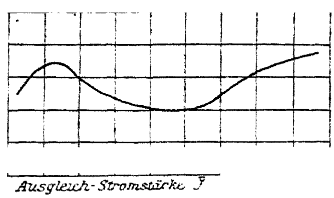


Fig. 288.

Dieser Erscheinungsverlauf bei Entladungsröhren, welcher als Übergang in das Grenzgebiet der Kathodenströmungen aufgefasst werden kann, möge noch von einer anderen Seite, d. h. unter Variation eines anderen Argumentes betrachtet werden. Lässt man den Gasdruck unverändert unter Variation der Elektrodenspannung bezw. der Ausgleichstärke nnd trägt die Beziehung dieser beiden Ausgleichgrössen als E, J-Kurve graphisch auf, so nimmt zuerst (vgl. Fig. 288), ähnlich wie beim Büschelstrom (vgl. Fig. 283, sowie auch bei Fig. 274), die Elektrodenspannung mit wachsendem Ausgleichstrom verlangsamt zu. Beim Übergang des Büschelstromes in den Glimmstrom nimmt sie aber nach Überschreitung eines Maximums solange stark ab, wie die Selbsterregung der Leitfähigkeit (**243**) bezw. die mittlere Jonendichte $(d)_m$ mehr anwächst als die mittlere Einheitsgeschwindigkeit $(v_n + v_p)$ abnimmt. Ist aber nach Überdeckung der ganzen Kathode mit Glimmschicht die maximale Stromstärke bei „normaler Stromdichte" erreicht, so findet für die weitere Steigerung der Stromstärke (mit anormaler Stromdichte) von dem Punkte an, welcher dem „Umkehrdruck" entspricht, von neuem ein Anwachsen der Elektrodenspannung statt. Diese steigt von da an, ebenso wie der Kathodenfall, unausgesetzt (vgl. Fig. 274) und kommt den Verhältnissen in den Kathodenröhren immer näher, welche bei möglichst kleinem, weit unterhalb des Umkehrdruckes liegendem Gasdruck und möglichst hohen Spannungen zur Erzielung denkbar grosser $v_n = v_n \cdot E'$ betrieben werden,

wodurch sich Werte von 0·1 der Lichtgeschwindigkeit und darüber erreichen lassen (vgl. **251**).

248. Entladungsrohre: Spannungsverhältnisse, Kathoden- und Anodenfall.

Vor Eingehen auf diese extremen Ausgleicherscheinungen seien noch die Spannungsverhältnisse, sowie einige besondere Fälle bei Gasentladungsrohren behandelt. Die „Anfangsspannung", welche zur Einleitung einer selbständigen Strömung erforderlich ist (vgl. Fig. 274), wird in erster Linie durch die „Jonisierungsspannung" als unterster Grenze bedingt. Sie muss also so hoch anwachsen, bis in dem anfänglich s t a t i s c h e n elektrischen Feld die Bruchgrenze dadurch erreicht wird, dass — von einer Elektrode, bei symmetrischen Verhältnissen meist der Kathode, ausgehend — vereinzelte freie Jonen (Elektronen) (**239**) ausreichend beschleunigt werden, um durch Stoss weitere Jonisierung und damit eine Selbsterregung der Leitfähigkeit zu veranlassen (**243**, sowie auch in **130**). Nach Überschreitung dieser Anfangsspannung erfolgt dann sehr rasch eine Entwickelung der Strömung, mit dem Spitzenstrom anfangend, über den Büschelstrom in den Glimmstrom, falls die Gase hinreichend v e r d ü n n t sind, oder in den Funkenstrom bezw.

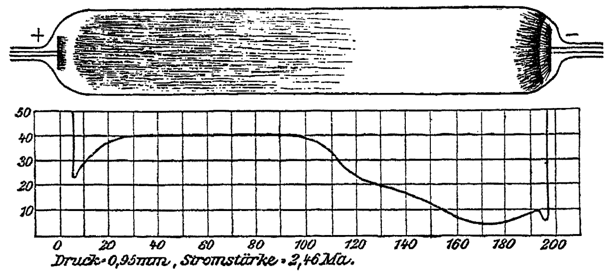


Fig. 289.

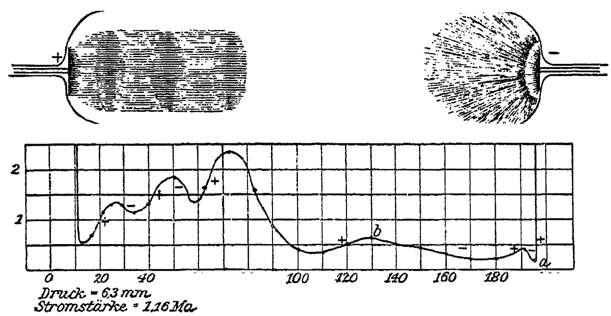


Fig. 290.

Lichtbogen bei höheren Gasdrucken bezw. Elektrodenverdampfung (vgl. **249**). Hierbei findet eine gewissermassen automatische Einstellung auf die (nach verfügbarer Spannung u n d L e i s t u n g mögliche) maximale stationäre Ausgleichströmung statt (vgl. hierzu bei Fig. 287 sowie 288). Nach Einleitung der s e l b s t ä n d i g e n Strömung kann alsdann die Elektrodenspannung auch unter die Anfangsspannung sinken, ohne dass ein Erlöschen der selbständigen Strömung einzutreten braucht (vgl. das Minimum in Fig. 288). Die Spannung, welche bei allmählicher Verringerung unmittelbar vor dem Erlöschen vorhanden ist, heisst „Minimalspannung". Die Anfangsspannung hängt nach dem Vorstehenden, abgesehen von dem verhältnismässig kleinen Einfluss der Gasart (**245**), hauptsächlich von dem Gas d r u c k und von der Gestaltung des ursprünglich s t a t i s c h e n elektrischen Feldes und seiner Verteilung des Spannungs g e f ä l l e s ab (**241**). Hierbei ist zu beachten, dass das Einsetzen der Strömung beim d y n a m i s c h e n elektrischen Feld (nach Erreichung des stationären Zustandes) in der Verteilung des G e f ä l l e s eine erhebliche Abweichung vom statischen herbeizuführen pflegt (vgl. **258**, sowie auch **250**).

Der Verzug und die Beschleunigung der Entladung wurden bereits früher (**241**) behandelt.

Messungen über die Spannungsverteilung bei stationären Glimmströmen sind meist mit Hilfe von Metallsonden ausgeführt worden, welche eine Störung der Hauptströmung nur schwer vermeiden lassen, so dass die Resultate nur einen ungefähren Anhalt gewähren. Meist ist auch, wie bei den Werten von GRAHAM (1898, WIED Ann. 64, 49), nur das Spannungsgefälle ohne Rücksicht auf Richtung und Nullniveau angegeben, wie Fig. 289 für reinen Stickstoff und den Gasdruck von 0·95 mm mit ungeschichteter positiver Lichtsäule, Fig. 290 für 6·3 mm Gasdruck mit geschichteter Lichtsäule zeigt. Überträgt man das Gefälldiagramm der Fig. 289 in das Spannungsdiagramm, so erhält man etwa den in Fig. 291 angegebenen Verlauf, und der Grundcharakter der Wendepunktskurve, wie er bei Fig. 279 in **246** abgeleitet wurde, tritt wieder deutlich hervor.

Dass die Spannungskurve in der unmittelbaren Nähe der Elektroden besonders spitz verläuft, hat ausser der bei Fig. 279 behandelten Ursache der Jonenkonzentration bei den Entladungsröhren wohl noch seinen besonderen Grund in einer zusätzlichen Spannung, welche zur Überwindung der Anziehung zwischen Elektrode und den abströmenden freien Jonen erforderlich ist. Hierfür scheint der Umstand zu sprechen, dass das Material der Elektrode einen ziemlich bedeutenden Einfluss auf die Elektrodengefälle und namentlich auf den in erster Linie interessierenden, weil meist viel bedeutenderen „Kathodenfall“ besitzt. So ist z. B. bei Aluminium der Kathodenfall unter sonst gleichen Verhältnissen weit kleiner, als bei dem spezifisch viel schwereren Platin.

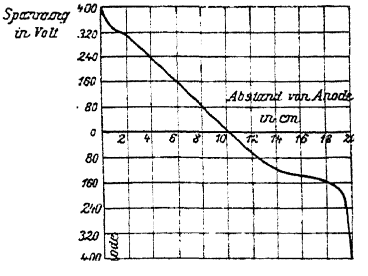


Fig. 291.

Fig. 292 und 293 stellen, bei demselben mit Luft gefüllten Entladungsrohr, für verschiedene Stromstärken (den Kurven in Milliampere 10^{-3} Amp. beigeschrieben) den Kathodenfall in Volt, abhängig von dem Gasdruck in mm Hg als Abscissen, dar. Der Kurvenverlauf zeigt deutlich, dass der „normale Kathodenfall“ angenähert unabhängig vom Gasdruck, sowie auch (bei Aluminium) von der Stromstärke ist, dass er aber beim Übergang zum „anormalen Kathodenfall“ sehr rasch, sowohl mit abnehmendem Gasdruck als auch mit zunehmender Stromstärke, anwächst.

Für Platin als Elektrodenmetall werden abhängig von der Gasart folgende Werte für den normalen Kathodenfall ($\overline{E}_K$), welcher gleichzeitig den ungefähren Wert der „Jonisierungsspannung“ darstellt, angegeben (vgl. STARK, 174):

Gasart :	H	N	O	Helium	Luft	Wasser	Hg	Ammoniak
$\overline{E}_K$ in Volt =	298	232	369	226	340	469	340	583

Mit Rücksicht auf die Kontinuität der Erscheinungen, sowie auf den Übergang von einer Ausgleichform oder Strömungsphase (Spitzenstrom, Glimmstrom, Bogenlicht) in die andere, verdient die Thatsache besondere Beachtung, dass bei allmählicher Erhitzung der Kathode bis zur Weissglut, so dass sie Dämpfe auszusenden beginnt, die Leitfähigkeit der Gasstrecke **249.** Dampfionen und Lichtbogen; sein Kathoden- und Anodenfall.

durch rasch wachsende Selbsterregung infolge Zunahme der Verdampfung alsbald ausserordentlich erhöht wird. Indem nämlich der grosse Kathodenfall des Glimmlichtes verschwindet und, zusammen mit dem Übergang der Glimmlichtentladung in die Bogenlichtentladung, in den kleinen Kathodenfall der letzteren übergeht, wird es möglich, auch in stark evakuierten Röhren mit kleinen Spannungen (in der Grössenordnung von 50 Volt) einen relativ starken Ausgleichstrom zu erzielen. Dass aber nicht die Weissglut der Kathode, sondern ihre Verdampfung für die Bogenlichtentladung massgebend ist, dafür bildet wiederum die Quecksilberdampflampe von HEWITT (**244**, **259**, sowie ETZ 1902, 492) einen praktisch bedeutungsvollen Beweis. Bei ihr sind an der Kathode die schwer verdampfenden festen Elektroden in Luft von Atmosphärendruck durch das leicht verdampfende flüssige Quecksilber ersetzt, und der Weg des „Lichtbogens" nach der Eisenanode verläuft in einem Vakuumrohr.

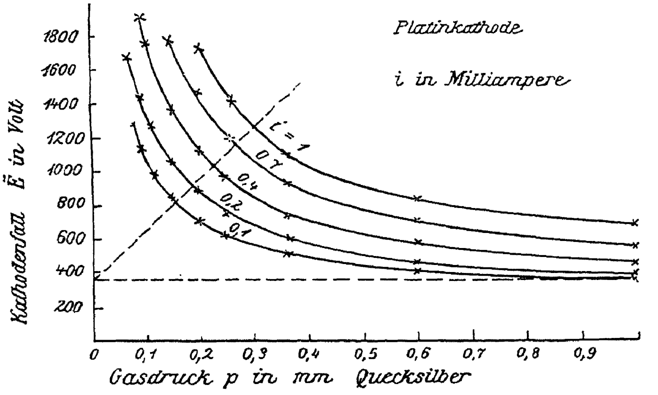


Fig. 292.

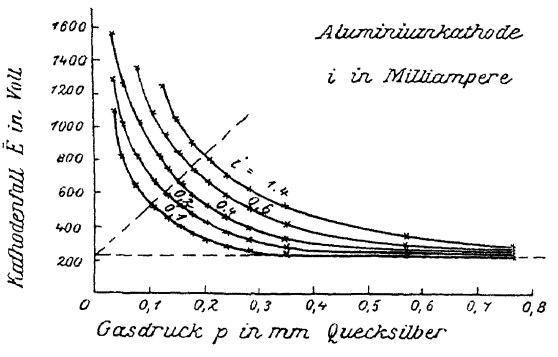


Fig. 293.

Die Leitung durch Dampfionen in einem Entladungsrohr von hoher Verdünnung lässt diese Quecksilberdampflampe mit dem überwiegend grünen Licht des Quecksilberspektrums, dem die belebenden roten Strahlen fast völlig fehlen, als Überleitung vom Gasentladungsrohr zum Lichtbogen der Bogenlampen erscheinen Mit ersterem hat es die Verteilung des Lichtes über eine grosse Strecke gemein und die dem Auge angenehme, verhältnismässig kleine Flächenhelligkeit in Verbindung mit ziemlich kleiner Mitteltemperatur (**240**), wodurch sie gleichzeitig mit dem „kalten" Licht der Teslalampen bezw. -beleuchtung (**200**) Berührungspunkte erhält; mit letzterem die verhältnismässig hohe Ausgleichstärke von einigen Ampere bezw. die hohe Stromdichte bei sehr mässigen Spannungsbeträgen. Nach Messungen an einer Westinghouselampe von etwa 120 cm Rohrlänge und etwa 3 cm Durchmesser ergab sich bei etwa 3 Ampere Betriebsstrom eine Spannung $\bar{E}$ von 80 Volt an der Lampe, was, ohne besondere Berücksichtigung von Anoden- und Kathodenfall, für 10 cm Rohrlänge nur einen Spanungsbedarf von etwa 6 bis 7 Volt ergäbe. Auf Grund von Leseproben ist dieses schwer photometrisch zu messende oder zu ver-

gleichende Licht gleichwertig mit einer Lampe von etwa 600 bis 700 Kerzen geschätzt worden. Ähnlich wie bei den Nernstlampen eine Vorwärmung notwendig wird, um die Lampe zu „erregen“, so ist hier zum Anlassen eine vorübergehende Spannungssteigerung nötig, um das Spannungsgefälle an der Kathode so hoch zu treiben, dass die „Anfangsspannung“ überschritten bezw. erreicht und damit der Jonisierungsvorgang — hier die Bildung von Quecksilberdampfionen — eingeleitet wird (**241**; **244**), der dann auch bei weit niederer Spannung durch den Ausgleich und seine Wirkungen aufrecht erhalten wird. Über das sinnreiche Anlassen der Lampe und ihre Ventilwirkung siehe in **259**.

An dem Kohlelichtbogen hatte man schon seit langem die Beobachtung gemacht, dass der Hauptspannungsabfall nicht durch die leuchtende Gas- bezw. Dampfstrecke des „Bogens“, sondern durch den Kathoden- und Anodenfall verursacht wird. Die letzteren sind nach Angaben von CHILD (vgl. STARK, 177) abhängig von dem Elektrodenmetall für Gleichstrom wie folgt:

Elektrodenmaterial:	Zink	Eisen	Kupfer	Kohle
Anodenfall in Volt:	12	13	11	23
Kathodenfall in Volt:	14	15	14	9

Für das praktisch wichtigste Material (Kohle), welches gegenüber den Metallen erhebliche Abweichungen zeigt, wäre für die Abhängigkeit von der Stromstärke J, der Bogenlänge l in mm nach den experimentellen Untersuchungen von AYRTON (El. 41, 720) zu setzen:

$$\text{Anodenfall} \quad \overline{E}_A = 31{\cdot}28 + \frac{9 + 3{\cdot}1\, l}{J},$$

$$\text{Kathodenfall} \quad \overline{E}_K = 7{\cdot}6 + \frac{13{\cdot}6}{J}.$$

Es wurde bereits früher (**245**) angedeutet, dass der grosse Unterschied (sowohl in der absoluten Grösse, als auch in dem Verhältnis von Anodenfall zu Kathodenfall) zwischen den vorausgehenden Strömungsphasen (von geringer Intensität) und den Lichtbogenentladungen von grosser Intensität (Stromstärke) wahrscheinlich auf die verschiedene Art der Jonisierung zurückzuführen ist, nämlich einerseits Zerlegung der Gasatome in Elektronen, andererseits Zerlegung der Dampfmoleküle in elektrolytische Jonen. Dieser Umstand würde auch die Thatsache erklären, dass der Lichtbogen selbst, infolge grösserer Dichte der Jonen und Annäherung an die Ausgleichverhältnisse in gut leitenden Flüssigkeiten, eine verhältnismässig hohe Leitfähigkeit bezw. kleinen Widerstand besitzt. Dass entsprechend dem grösseren Anodenfall beim Kohlelichtbogen die grössere Energieumsetzung (Erhitzung), sowie auch Verdampfung (Abbrand) an der positiven Kohle stattfindet, dass ebenso beim anormalen (zischenden) Bogen leicht eine Kondensation des Kohlenstoffdampfes unter „Pilzbildung“ an der kälteren Kathode auftritt, ist eine jedem Elektrotechniker geläufige Beobachtung. Weniger bekannt dürfte sein, dass mit der üblichen Wechselzahl ein Wechselstromlichtbogen zwischen Metallelektroden bei mässig hohen Spannungen, d. h. Grössenordnung der 100 Volt, nicht aufrecht zu erhalten ist. Auch hierbei sind offenbar der für den Ausgleichvorgang unerlässliche Elektrodendampf und seine Dissoziationsprodukte im Spiel. Nach den Untersuchungen von GÖRGES (vgl. ETZ 1895, 548) am Wechselstromlichtbogen findet ein sehr rasches Folgen

(**266**) der Kohletemperatur und Lichtintensität hinter den Stromänderungen statt, so dass bei dem Durchgang des Momentanwertes der Stromstärke durch Null jedesmal ein Abreissen des Bogens eintritt. Spektroskopische Untersuchungen sprechen dafür, dass zuerst ein Abreissen der Verdampfungsprodukte eintritt. Sei es, dass infolge der höheren Wärmeleitungsfähigkeit der Metallelektroden eine raschere Abkühlung der Grenzfläche eintritt als bei Kohle, sei es, dass die Jonengeschwindigkeit beim glühenden Metalldampf grösser ist als beim Kohledampf, oder auch beides zusammen, jedenfalls ist beim Kohlelichtbogen die Kontinuität der Strömungsphase auch bei niederen Wechselzahlen aufrecht zu erhalten, bei Metallelektroden nur bei sehr hohen. Anderenfalls reisst der Bogen dauernd ab, ähnlich wie dies durch künstliche Abkühlung oder Entfernung der leitenden Dampfpartikel beim Ausblasen des Gleichstromkohlelichtbogens geschieht. Aus spektroskopischen Beobachtungen glaubt man auch schliessen zu können (vgl. J. STARK, 430), dass der leuchtende Metalldampf mit abnehmender Geschwindigkeit von den Elektroden weg nach der Mitte der Funkenbahn sich ausbreitet, wobei diese Geschwindigkeit für Zinkpole in 1 mm Abstand von den Elektroden zu etwa $2 \cdot 10^5$ cm in der Sekunde bestimmt wurde, in 4 mm Abstand zu $4 \cdot 10^4$ cm in der Sekunde. Einige weitere Erscheinungen am Lichtbogen siehe in **266**, sowie auch in Bd. VIII des Handbuches.

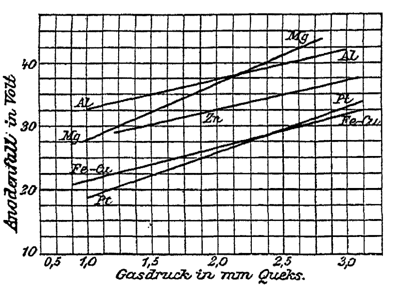


Fig. 294.

250. Entladungsrohre: Kathodenzerstäubung; Rohrlänge; Reaktion von Wandungen.

Unter Rückkehr zur Glimmstromphase in den Entladungsrohren, also bei Fortfall einer starken Erhitzung der aus festem Metall gedachten Elektroden, wäre noch die Erscheinung der allmählichen Zerstäubung der Kathode zu erwähnen, die gleichsam eine ganz langsame Verdampfung bei niederer Mitteltemperatur (**240**) der Elektrode darstellt. Diese Erscheinung wurde schon von CROOKES (1891, El. 27, 197) beobachtet und näher untersucht, wobei sich der Gewichtsverlust durch Zerstäubung zwar proportional dem Produkte aus Stromstärke und Kathodenfall ergab, jedoch sehr grosse Verschiedenheiten je nach dem verwendeten Elektrodenmetall auftraten. Unter sonst gleichen Bedingungen wurden auf Gold = 100 bezogen folgende Verhältniszahlen gefunden:

Pd	Au	Ag	Pb	Sn	Pt	Cu	Cd	Ni	Jr	Fe	Al	Mg
108	100	83	75	57	45	40	32	11	10	6	0	0

Aus diesem Grunde wird jetzt ziemlich allgemein Aluminium zu den Elektroden der Kathoden- und Röntgenröhren verwendet. Verwandte Erscheinungen bieten wahrscheinlich die Zerstäubung galvanisch glühender Drähte, sowie der Kohlefäden in Glühlampen, endlich der Zerfall gewisser Elektroden in Flüssigkeitszellen (vgl. **262**).

Der Anodenfall $\overline{E}_A$ in Volt ist nach den Untersuchungen von SKINNER (vgl. 1899, WIED. Ann. 68, 752) für verschiedene Elektrodenmetalle in reinem Stickstoff abhängig vom Gasdruck als Abscisse in Fig. 294 dargestellt. Er ist, wie ersichtlich, weit geringer als der Kathodenfall.

Von Interesse bleibt jetzt noch die Änderung der ganzen Glimmstromerscheinung, wie sie in **247** bei Fig. 284 beschrieben wurde, in ihrer Ab-

hängigkeit von der Rohrlänge, welche für die Entwickelung der Leuchtgebilde zur Verfügung steht. Denkt man sich zu diesem Zweck die eine der Elektroden verschiebbar, so zeigt sich, dass ihre Verschiebung eigentlich nur die Leuchtgebilde nach der Anode zu beeinflusst, hingegen das Kathodenlicht unverändert lässt. Verlängerung der Gasstrecke hat also nur Verlängerung der „positiven Lichtsäule" zur Folge, gegebenenfalls unter Hervorwachsen immer neuer Schichten derselben aus der Anodenschicht und Einschlucken derselben bei Verkürzung des Elektrodenabstandes. Kathoden- und Anodenfall bleiben hierbei ungeändert, und die Elektrodenspannung ändert sich bei konstant gehaltener Stromstärke nur entsprechend dem Spannungsabfall in der ein- oder ausgeschalteten Strecke (vgl. Fig. 291). Nähert man aber, nach Aufzehrung der positiven Lichtsäule, die Elektroden einander noch mehr, so werden die weiteren Partien bezw. Leuchtgebilde (vgl. **247**, sowie Fig. 295) von der Anodenseite her eingesaugt, wobei jedoch jetzt der Anodenfall die in Fig. 295 dargestellte Veränderung in seinem Verlauf abhängig vom Kathodenabstand in mm (Abscisse) zeigt.

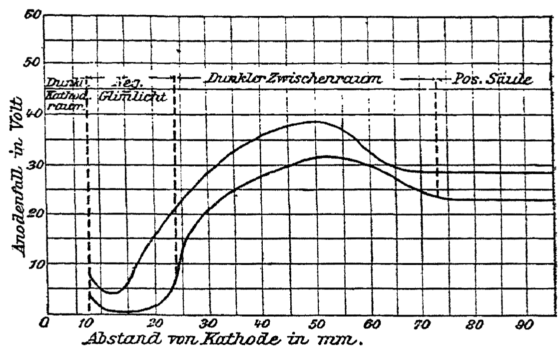
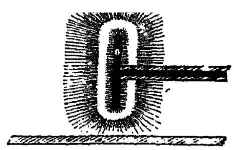
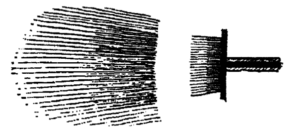


Fig. 295.

Von den sehr mannigfaltigen Leuchterscheinungen und ihren Wandlungen, abhängig von den zahlreichen Variablen (**236**), seien nur noch folgende erwähnt: Ist die Kathodenoberfläche, wie in Fig. 296, plattenförmig und beiderseitig wirksam, so bedeckt sie sich bei Erniedrigung des Gasdruckes nach und nach auf beiden Seiten mit Glimmlicht (**247**), so dass das Kathodenlicht etwa das Aussehen von Fig. 296 gewährt. Wird jetzt der Gasdruck weiter verringert, so dass Kathodenfall und Stromdichte anormal werden, so wächst die Länge bezw. Dicke des Kathodendunkelraumes, der nach Stark als Mass für die freie Weglänge der negativen Elektronen aufzufassen wäre (**259**). Sobald aber seine Ausdehnung derart geworden ist, dass er bei nicht ausreichend weitem Rohrdurchmesser die Gefässwandung erreicht, so findet — offenbar durch starke negative Ladung derselben — eine charakteristische Reaktion derselben auf die Ausgleicherscheinung statt, insofern, wie Fig. 297 erkennen lässt, der rückseitige Teil des Kathodenlichtes völlig verschwindet. Der Ausgleich beschränkt sich trotz der dadurch bedingten Erhöhung der anormalen Stromdichte auf den Mittelteil der Vorderseite, so dass die gleichsinnig geladene Gefässwand gleichsam nach Art eines Scheinwerfers projizierend wirkt.


Fig. 296.


Fig. 297.

Den Einfluss dieser an den Glaswänden entstehenden „sekundären Dunkelräume", wie sie Wehnelt (vgl. 1898, Wied. Ann. 65, 528) nennt, auf

die Ausgleichverhältnisse, namentlich auf die Stromverteilung an den Kathoden, sind von demselben Forscher (siehe Ph. Z. II, 334) an Röhren untersucht worden, deren Durchmesser nur wenig grösser war als die zweiteilige Kathode aus der Innenplatte S und dem davon isolierten, konzentrischen Ring R (vgl. Fig. 298). Es ergab sich, dass das sichtbare Kathoden- bezw. Kanalstrahlenbündel, welches bei stetig abnehmendem Druck durch die Glaswandrückwirkung immer dünner und in die Achse des Rohres zusammengedrängt wird, den gesamten messbaren Ausgleich vermittelt. Bei einem gewissen Druck und Freiwerden des Ringes R von der Glimmlichtentladung ergaben sich neben dem Hauptausgleich noch schwingende Entladungen im Messstromkreise. Die daraus resultierende Wellenstromwirkung dürfte auf die Kapazitätswirkung zwischen den beiden isolierten Teilen S und R der Kathode zurückzuführen sein.

Zur möglichsten Vermeidung dieser Rückwirkungen der Glaswände, welche bei früheren Arbeiten zu wenig beachtet wurden, müssen alle neueren Untersuchungen über die ungestörten Kathodenlichterscheinungen in möglichst weiten Glasgefässen ausgeführt werden (vgl. z. B. Hehl, Ph. Z. III, 547; Wehnelt, „Über die freie Elektrizität im dunklen Kathodenraum“ Ph. Z. III, 501, oder Ebert, „Das Entwickelungsgesetz des Hittorf schen Kathodendunkelraumes“ Wied. Ann. 69, 200 u. s. f.). Auf ähnliche Weise, d. h. durch Rückwirkung infolge starker Ladungen bezw. Bildung eines „sekundären Dunkelraumes“, welcher die Glimmschicht durch lokale Hemmung der Entladung verdrängt, ist wohl auch die Wirkung von isolierten Fremdkörpern zu erklären. So drängt z. B. das Glasstäbchen b (in Fig. 298) auf dem Eisenstückchen a, das die Annäherung an S mit Hilfe eines Magneten gestattet, mit wachsender Annäherung die Glimmlichtentladung von der Mitte von S weg, immer mehr nach aussen und übt scheinbar eine schattenbildende Wirkung aus.

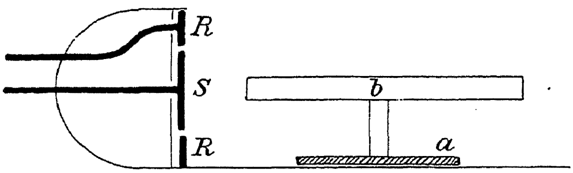


Fig. 298.

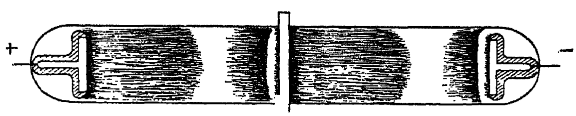


Fig. 299.

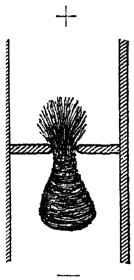
Unterbricht man die Strömung, etwa wie Fig. 299 angiebt, durch eine isolierte metallische Scheidewand, so erhält man eine Erscheinung, die besonders geeignet ist, den Unterschied zwischen statischen und dynamischen Feldverhältnissen aufzuzeigen. Während beim statischen Feld die metallische Platte den elektrischen Verschiebungswiderstand Null bietet (**116**), also dieselbe Zahl dielektrischer Verschiebungslinien und, bei Anwendung eines Wechselfeldes ($\tilde{E}$), dieselbe Verschiebungsstromstärke ohne Erhöhung der Spannung ermöglicht, wird hier bei der konvektiven Jonenleitung durch Zwischenschiebung der Platte angenähert die doppelte Elektrodenspannung erforderlich für dieselbe hindurchgeleitete Stromstärke. Für diese zunächst überraschende Thatsache bietet die begleitende Leuchterscheinung (vgl. Fig. 299) insofern eine Erklärung, als die Platte auf der der Kathode zugekehrten Seite deutlich die Anodenwirkung und das Anodenlicht erkennen

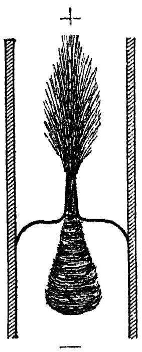
lässt, auf der anderen Seite die Kathodenwirkung und das Kathodenlicht. Durch Zwischenschiebung der Platte ist also eine völlige Trennung in zwei vollständige Glimmlichterscheinungen erfolgt, welche in Reihe geschaltet sind und daher die Spannung für zwei Kathoden- und zwei Anodenfälle erfordern. Eine Deutung dieser Plattenwirkung erhält man sowohl nach der Hypothese über die metallische Leitung von Grätz (**208**), als auch nach der reinen Jonenhypothese (vgl. Drude in **221**). Nach ersterer muss die konvektive Jonenleitung im Gase sich an der Anodenseite der Metallplatte in molekulare Erzitterungen umsetzen, welche die Strömung durch die Platte hindurch übertragen und auf der anderen Seite wieder ganz von neuem, also mit Kathodenwirkung dieser Seite, in konvektive Jonenleitung zurückverwandeln. Nach der reinen Jonen- bezw. Elektronenvorstellung würde zwar die Stromstärke auch durch die Metallplatte hindurch in Form von wandernden Elektronen (Friktionsteilchen) übertragen, aber schon die spezifischen oder Einheitsgeschwindigkeiten v, noch vielmehr aber die absoluten Geschwindigkeiten $v \cdot E'$ (**234** und **245**), würden im Gas für dieselbe Stromdichte so sehr viel grösser sein, als in der trennenden Metallwand, dass die letztere praktisch eine vollständige Bremsung derselben auf der einen (Anoden-)Seite und eine erneute Beschleunigung auf der anderen (Kathoden-)Seite bedeuten würde, genau wie an den Hauptelektroden selbst, woraus sich die Einzelheiten der Erscheinungen weiterhin ableiten lassen. Hat man sich diese Wirkung einer metallischen Scheidewand bei der Mischung von konvektiver Leitung und metallischer Leitung als jederzeit notwendig klargemacht, so bieten die folgenden Erscheinungen dem Verständnis keine Schwierigkeiten mehr. Durchlöchert man nämlich die Scheidewand, so zeigt sich, dass der Ausgleich je nach der Grösse des Öffnungsquerschnitts ganz, oder wenigstens zum grossen Teil nicht durch das metallisch gut, aber konvektiv wegen der hohen Umsetzungsspannungen auf jeder Seite (vgl. oben) schlecht leitende Metall erfolgt, sondern durch die metallisch gar nicht, aber konvektiv bei höherer Stromdichte ziemlich gut leitende Öffnung.

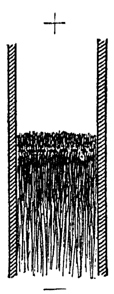
Allerdings hat nach dem Vorausgegangenen, bei Überschreitung der „normalen Stromdichte“ in der Öffnung, diese gute Leitfähigkeit bezw. der verhältnismässig geringe Spannungsbedarf auch seine Grenzen, so zwar, dass bei grosser Kleinheit des Öffnungsquerschnittes, ebenso wie bei abnehmendem Gasdruck, die erforderliche Spannung zum Hindurchpressen der Stromstärke stetig wächst (vgl. in **243** Fig. 274). Die Folge davon ist, dass die Spannung zu beiden Seiten schliesslich so hoch wird, wie Kathodenfall + Anodenfall, wodurch die Öffnung anfängt, ähnliche Trennungseigenschaften und -erscheinungen zu veranlassen, wie oben die geschlossene Metallwand. Hierbei ist es von nur untergeordnetem Einfluss, ob die Öffnungen in einer isolierten Metallwand, wie oben, oder auch in einer Scheidewand aus Isoliermaterial sich befinden. Die an diesen Verengungen alsdann auftretenden Leuchterscheinungen stellt Fig. 300 für einige Fälle bei Anwendung von Gleichspannung $(\overline{E})$ dar. Stets zeigt die der Kathode zugewendete Seite (unten) den Charakter der Anodenströmung, die abgewendete Seite (oben) den Charakter der Kathodenströmung. Verstärken lassen sich diese noch, wenn man, wie in Fig. 300b geschehen, die Öffnung trichterförmig nach der Anode zu gestaltet („Trichterlicht“), weil alsdann die Wandladungen, wie schon oben erwähnt (Fig. 297), projizierend wirken. Diese Verhältnisse mit den etwas

gewaltsam erzwungenen Ausgleicherscheinungen führen bereits hinüber zu den jetzt zu betrachtenden Erscheinungen der Kathodenströmungen einschliesslich der Kanalstrahlen, die man mit Rücksicht auf den geradlinigen, oder wenigstens geradlinig angestrebten Verlauf ihrer Bahnen wohl zusammen auch mit dem Namen „Jonenstrahlen“ belegt hat, obwohl ihr substantieller Charakter eine strenge Unterscheidung von den wesentlich verschiedenen elektromagnetischen Strahlen rein dynamischen Charakters nach Art der Lichtwellen (**37**) wünschenswert erscheinen lässt.

251. Kathodenströmung. Entwickelung und Mechanik. Die Anfänge der Kathodenströmung, als der vorläufig weitaus wichtigeren der beiden Strömungen, hat man bei den soeben betrachteten Ausgleicherscheinungen in dem Kathodendunkelraum zu suchen, wenn auch die Anschauungen über die eigentliche Bedeutung des letzteren in Physikerkreisen noch nicht als geklärt gelten können. Während z. B. Stark denselben kurzweg als die „freie Weglänge“ der negativen Elektronen ansieht und dementsprechend in der Auffassung behandelt, glaubt die Mehrzahl, diese Auffassung mit Rücksicht


Fig. 300a.


Fig. 300b.


Fig. 300c.

auf die mangelnde Übereinstimmung mit der kinetischen Gastheorie nicht teilen zu können, weil sich aus dahingehenden Untersuchungen von Puluj und Crookes (siehe H. Ebert, „Das Entwickelungsgesetz des Hittorfschen Kathodendunkelraumes“, 1899, Wied. Ann. 69, 200) die freie Weglänge λ viel kleiner und zwar von ganz anderer Grössenordnung ergeben soll. Allerdings ist hierbei wohl noch nicht der Umstand in Rechnung gezogen, dass die schnell dahinfliegenden Elektronionen eine erhebliche mechanische Triebwirkung auf die Atome, noch unterstützt durch die Anziehung derselben (**237**), ausüben können, wodurch im Kathodendunkelraum eine zusätzliche Verdünnung des Gases, ja bis zu seiner Reinigung von Gasatomen möglich wäre. Fast scheint es, als ob für diese Auffassung eine von Ebert (vgl. a. a. O., Seite 210) gemachte und wie folgt beschriebene Beobachtung sprechen würde: „Bei den sehr niederen Drucken beeinflusste mitunter eine Erscheinung die genaue Messung (der Kathodenraumdicke) nicht unerheblich, welche ich eine ‚Selbstevakuation‘ des Vakuumapparates nennen möchte. Unter dem Einflusse der Entladung selbst veränderte sich der Gasinhalt in einer Weise, welche einer fortschreitenden Evakuation entsprach; die Dicke der Dunkelräume wuchs während des Stromdurchganges, wiewohl vor dem Beginne dieser Versuche bei tiefen Drucken immer ganz besonders lange gewartet wurde. Ferner stieg die Spannung, desgleichen der Wattkonsum im Entladungsapparate, wiewohl die Stromstärke fortwährend sank. Dabei war an dem Manometer direkt fast nie eine wirkliche Druckverminderung nachweisbar.“ Namentlich der letzte Umstand spricht nur für eine partielle, sich allmählich, wie oben vorgestellt, mit der Zeit entwickelnde Gasverdünnung im Dunkelraum, nicht aber für eine im ganzen Gefäss Platz greifende Verdünnung durch Bindung von Gasatomen. Auch folgende Be-

merkung von J. J. THOMSEN in seinem Buche über Gasentladungen (Seite 103) lässt sich nach dieser Richtung deuten: „Die Versuche von CROOKES scheinen zu zeigen, dass, wenn der Dunkelraum die Rohrwände erreicht, eine mechanische Wirkung derselben Art hervorgebracht wird, als wenn der Dunkelraum mit einer elastischen Substanz angefüllt wäre, die an der Elektrode befestigt ist."

Das übereinstimmende Anwachsen von Kathodenraumdicke l_K und Elektrodenspannung $\tilde{E}$ in effektiven Volt bei abnehmendem Gasdruck p in mm Hg für eine angenähert konstant bleibende Stromstärke $\tilde{J}$ zeigt Fig. 301 nach Beobachtungen von EBERT a. a. O. bei Anwendung von Wechselspannung $\tilde{E}$. Letztere wurde darum gewählt, weil bei Gleichspannung $\bar{E}$ das labile Gebilde des Kathodendunkelraums ein noch allmählicheres Anwachsen zeigen soll, und seine mit wachsender Dicke immer verwascheneren Grenzen

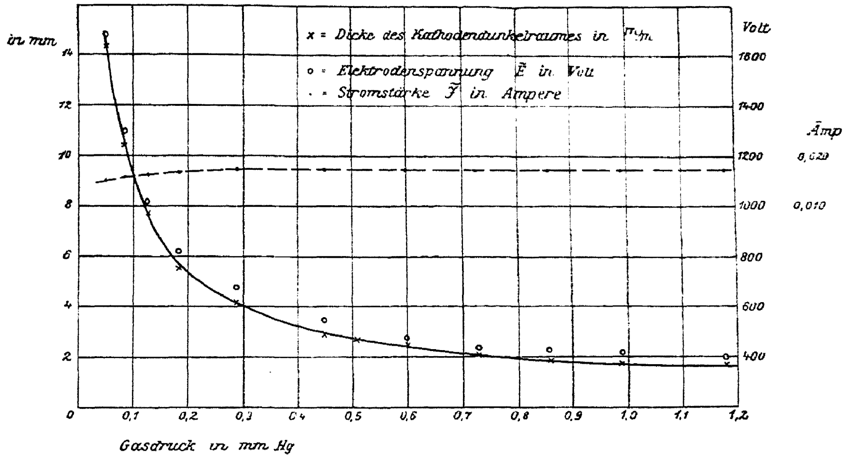


Fig. 301.

noch weniger bestimmt sein sollen. Dass der Dunkelraum übrigens nur relativ dunkel, in Wirklichkeit mit blassviolettem Licht erfüllt ist, sei noch erwähnt, ebenso dass in Fig. 301 bei den Werten von l_K die wegen unscharfer Grenze nicht gut abzutrennende, aber auch sehr dünne „erste Kathodenschicht" (**237**) mit inbegriffen ist.

Ob nun ein Zusammenfallen von l_K mit den aus der kinetischen Gastheorie abzuleitenden Vorstellungen über die mittlere „freie Weglänge λ" sich später — unter Berücksichtigung der meines Wissens bisher noch nicht in Rechnung gezogenen Absaugwirkung der negativen Elektronen — als richtig herausstellen sollte oder nicht, darin stimmen die Vorstellungen schon jetzt überein, dass die negativen Elektronen auf dieser Bahnstrecke einen sehr hohen Antrieb, aber wenig Bewegungswiderstand erfahren.

Wie Fig. 301 erkennen lässt, wächst der Kathodendunkelraum zusammen mit der Spannung, und zwar letztere im wesentlichen als anormaler Kathodenfall (vgl. bei Fig. 292), s t a r k b e s c h l e u n i g t mit abnehmendem Druck an, dehnt sich also bei weiter abnehmendem Gasdruck unterhalb 0·1 mm sehr rasch bis an die Grenzen des Entladungsgefässes aus, falls die Spannung ausreicht. Alsdann liegen die Verhältnisse vor, wie sie in

Kathoden- und Röntgenröhren hergestellt sind, und haben folgende Erscheinungen im Gefolge. Ob ein Bewegungswiderstand für die Elektronionen (negativen Elektronen), welche durch das starke elektrische Feld in unmittelbarer Nähe der Kathode in Bewegung gesetzt werden, nun überhaupt fehlt oder sehr klein ist, etwa wie bei einer frei fallenden Bleikugel in Luft, jedenfalls können wir für den Beginn der Bewegung von dem Mediumwiderstand abstrahieren, so dass das negative Elektron, ähnlich wie eine im Lauf stark beschleunigte Flintenkugel angetrieben, sowohl in energetischer als dynamischer Beziehung ein ähnliches Verhalten aufweisen wird. Denkt man sich unter vorläufiger Abstraktion von dem Energieverlust durch Abgabe an das Medium (Reibungsverlust bezw. elektromagnetische Ausstrahlungsverluste vgl. **207**) die gesamte potentielle Energie $\varepsilon \cdot E$ in kinetische Bewegungsenergie $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ des Elektronions umgesetzt, so folgt aus dieser Gleichsetzung

$$\varepsilon \cdot E = \tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2$$

die erzielte Geschwindigkeit des als Wurfgeschoss angetriebenen negativen Elektrons zu

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{\varepsilon}{m} \cdot E},$$

also für das Einheitsgefälle

$$E = 1 \text{ Volt oder } = \frac{1}{300} \text{ ESE zu } v = \sqrt{2 \cdot \frac{\varepsilon}{m} \cdot \frac{1}{300}} \text{ ESE.}$$

Setzt man das nach einer der unten erwähnten Methoden für das negative Elektron gefundene Verhältnis $\frac{\varepsilon}{m}$ mit etwa $1{\cdot}9 \cdot 10^7$ EME oder $1{\cdot}9 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{10}$ ESE ein, so folgt für v nach Durchlaufung des Spannungsgefälles von 1 Volt etwa (vgl. hierzu auch die Berechnung der potentiellen Temperatur von 6100° C. in **240**)

$$v = 6{\cdot}1 \cdot 10^7 \text{ cm in der Sekunde.}$$

Hiernach würde ein nur zur Beschleunigung benutzter Spannungsabfall E von 10000 Volt, also $\sqrt{E} = 100$, etwa $6 \cdot 10^9$ cm oder 20 % der Lichtgeschwindigkeit ($3 \cdot 10^{10}$ cm) liefern. Etwa 13 bis 17 % der letzteren sind auch thatsächlich bei Kathodenströmungen als Geschwindigkeiten beobachtet worden, wenn auch wahrscheinlich bei noch höherem Spannungsabfall, was für immerhin noch merkliche Reibungswiderstände spricht. Wenn letztere auch absolut sehr klein sein können, so werden sie doch mit der Geschwindigkeit relativ rasch zunehmen — voraussichtlich zwischen der ersten und zweiten Potenz von v — und ausserdem wird das Elektronion mit zunehmender Entfernung von der Kathode bei gleichzeitig abnehmendem Spannungsgefäll, ähnlich wie ein gegen die Erde fallender Meteorit, in eine immer dichter werdende Atmosphäre eindringen, so dass aus allen drei Gründen die Geschwindigkeit immer geringer, also bei eintretender „Zerstreuung“ (vgl. **253**) die Beschleunigung negativ werden wird. Theoretisch wären aber nach den gegenwärtig verfügbaren Spannungsgefällen von etwa 100000 Volt auch Geschwindigkeiten von mehr als 10^{10} cm sec^{-1} möglich,

welche von einzelnen Autoren wohl im Gegensatz zu den kleineren Werten, nicht ganz zutreffend, als „Überlichtgeschwindigkeiten“ bezeichnet werden, ja in einigen Fällen glaubt man dieselben schon beobachtet zu haben, so dass man bereits die Scheidung in sogenannte „langsame Kathodenstrahlen“ mit $v < 1 \cdot 10^{10}$ cm · sec^{-1} und schnelle mit darüber liegenden Werten getroffen hat, weil bei jenen das aus den Ablenkungsversuchen (**254**) berechnete Verhältnis $\frac{\varepsilon}{m}$ angenähert konstant gefunden wurde, bei diesen aber mit wachsendem v ständig abnehmend. Fürs erste bedürfen diese extremen Zahlen wohl aber noch weiterer Bestätigung und Klärung, so interessant sie für die Weiterentwickelung der Theorie zu werden versprechen (vgl. **254**).

Bei dieser Kathodenströmung, welche auf kurzer Strecke ausserordentlich rasch beschleunigt wird und hierauf mit Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit dahinschiesst, kommen gegenüber einer stationären Strömung ohne Beschleunigungswirkungen, bei welcher also das Ohmsche Gesetz ausreicht (**238**), namentlich folgende Momente als wesentlich oder als Neuerscheinungen in Betracht: Erstens die Bahnform der Ladungsträger gegenüber dem elektrischen Kreislauf bezw. Feld; zweitens die Stosswirkung der Ladungsträger, namentlich der aus dem elektrischen Kreislauf ausgebrochenen, also ihre Durchschlagskraft bezw. Zerstreuung in einem widerstandshaltigen Medium; drittens das theoretisch sehr wichtige Verhältnis zwischen Ladung und Masse der Ladungsträger, sowie die Bestimmung desselben in Verbindung mit der Bestimmung der von ihnen erreichten Geschwindigkeiten.

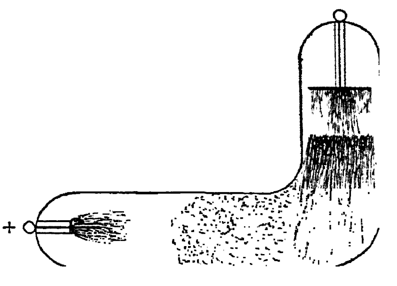


Fig. 302.

Die Bahnform lässt sich in Übereinstimmung mit der Erfahrung aus Sätzen der Dynamik herleiten. Der Ladungsträger ist infolge starker Beschleunigung mit verhältnismässig sehr grosser Trägheitsenergie ($\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$) behaftet und sucht seine anfängliche Bewegungsrichtung senkrecht zur Kathodenfläche beizubehalten, folgt daher im Gegensatz zu Ohmschen Strömungsvorgängen den Biegungen der Leiterbahn mit verhältnismässig kleinem Spannungsgefälle nicht, sondern bricht aus. Das auf krummer Bahn nach der Anode führende Feld oder Spannungsgefälle wäre also mechanisch mit nicht ausreichend grossen Führungswiderständen oder Zentripetalräften zu vergleichen. Zwar werden diese einen schwachen richtenden Einfluss, ähnlich wie die Schwerkraft auf ein den Lauf verlassendes Geschoss, ausüben, aber am Anfang die Bahn doch geradlinig erscheinen lassen. Ist das Gasentladungsrohr, wie bei Fig. 302, rechtwinklig umgebogen, so wird also die Kathodenströmung auf die Gefässwand senkrecht zur Kathodenfläche treffen und bei hinreichend dünner Wand auch teilweise nach aussen dringen können (vgl. **253**). Anderenfalls wird der grösste Teil ihrer kinetischen Energie daselbst in andere Energieformen umgewandelt werden, und nur ein kleinerer Teil ihrer Stossenergie wird vorher benötigt werden zur Erzeugung derjenigen Zahl neuer, langsamer bewegter Jonen, welche dem Spannungsgefälle des Strömungsfeldes zur Anode folgend, die Kontinuität der Strömung aufrecht erhalten und die von der —Elektrode nach der + Elektrode fliessende elektrische Strom-

stärke darstellen. Die ausbrechende Kathodenströmung stellt also eine im Kathodendunkelraum vor sich gehende Umsetzung der verfügbaren elektrischen Energie ($E_K \cdot \varepsilon$) in eine kinetische Energieform dar, die mehr mechanisch als elektrisch ihre eigenen Bahnen verfolgt. An der Ausbruchstelle verlässt sie den Energiekreislauf, der ursprünglich mit dem elektrischen Kreislauf zusammenfällt (vgl. **157**), um weiterhin in andere Energieformen, die zum Teil wieder elektromagnetisch sein können (**253**), umgesetzt zu werden. (Weiteres siehe **270** ff.) Was die Verkettung der Energieformen anlangt, so scheint dieser Grundcharakter der Kathodenströmung bisher nicht ausreichend betont worden zu sein.

252. Braunsche Röhre. Optische Wirkungen. Flammendynamo.

Für die Untersuchung der Kathodenströmung und ihres Verhaltens, sowie auch für ihre Verwendung als Strömungszeiger (nicht zu verwechseln mit Stromzeiger im technischen Sinn, nämlich hier als optischer, aus einer Strömung gebildeter Zeiger) bedient man sich neuerdings meist nicht der in Fig. 302 angedeuteten Form, sondern der von F. Braun angegebenen Form der Kathodenröhre (Fig. 303), bei welcher die von der Hohlkathode K ausgehende Strömung nach einer zylindrisch ausgebildeten Anode A übergeht, deren Boden eine kreisförmige Öffnung besitzt. Am stärksten beschleunigt werden die mittleren Strömungspartien, welche durch die Hohlform der

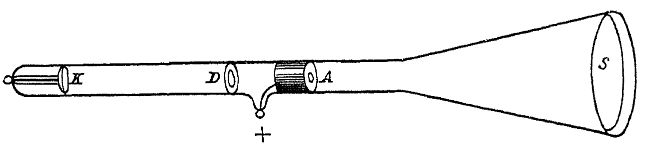


Fig. 303.

Kathode K und wegen des senkrecht zum Flächenelement erfolgenden Austrittes eine Sammlung erfahren. Die homogensten von ihnen schneidet man, ähnlich wie bei Objektiven, noch durch Anwendung eines Diaphragmas D (hier aus Glas) passend aus. Diese werden bei Verfolgung ihrer geradlinigen Bahn die Öffnung von A durchfliegen und infolge geringer Absorption in dem dahinter liegenden, aufs äusserste verdünnten Gasraum mit grosser Stosskraft auf den fluoreszenzfähigen Schirm (meist Platincyanürschirm) treffen, wo ihre Energie zum Teil in Lichtstrahlen umgesetzt wird. In schwächerem Grade geschieht dies schon unterwegs durch Auftreffen auf die Gasatome, wodurch auch die Bahn der Kathodenströmung schwach leuchtend wird.

Die Geradlinigkeit der Bahn pflegt vielfach auch durch die „Schattenwirkung" zwischengestellter Körper, häufig mit Hilfe von Fluoreszenzwirkung der getroffenen Glaspartien, wie in der bekannten Crookesschen Röhre mit dem Metallkreuz, aufgezeigt zu werden. Trifft man die Anordnung wie in Fig. 304 und 305, wobei der schattenwerfende Metallstift S einmal mit der Anode (Fig. 304), ein zweites Mal mit der Kathode (Fig. 305) verbunden wird, so lässt sich im letzteren Fall auch die Wirkung der sogenannten „Abstossung der Kathodenstrahlen" durch Entstehen eines dunklen Raumes um und hinter S zeigen. Die Erscheinung, welche etwas an die eines stromdurchflossenen Leiters in einem Magnetfeld erinnert (vgl. Fig. 25 in **78**), ist wohl auch wie ein elektrisches Analogon hierzu, nämlich aus der Kontrast-

wirkung zweier elektrischer Felder zu erklären, insofern die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch das starke elektrische Feld um S erfolgt (vgl. **254**).

Physikalisch besonders interessant ist der Umstand, dass man auch, unter Vermeidung der Übergangserscheinung an den Elektroden, in einer völlig in sich geschlossenen homogenen Gasbahn eine Strömung mit den Eigenschaften der Kathodenströmung erzeugen kann. Wenigstens pflegt man das Verhalten eines solchen elektrodenlosen Ringstromes durch die zunehmende Zentrifugalkraft der Kathodenstrahlen bei zunehmender Gasverdünnung zu erklären. Werden mit der in Fig. 306 angedeuteten Anordnung rasche elektrische Entladungsschwingungen in der Spule L erzeugt (siehe hierüber in **200**), so wird das verdünnte Gas in G von einem Wechselfelde von sehr hoher Frequenz durchsetzt. Die in den aussen liegenden ringförmigen Gasbahnen als Sekundärleitern induzierte Wechselspannung $\tilde{E}$ kann hierbei so hoch getrieben werden (vgl. Formel 9 in **101**), dass bei hinreichend verdünntem Gas das Spannungsgefälle auf die freie Weglänge λ die Jonisierungsspannung der negativen Jonen (etwa 40 Volt in Luft) überschreitet. Hierdurch wird das Gas leitend, was sich durch Auftreten eines Lichtringes in demselben kenntlich macht. Treibt man die Verdünnung, von mässig kleinen Drucken anfangend, immer weiter, so nimmt zunächst die Leitfähigkeit und Leuchtkraft zu, entsprechend den Verhältnissen bei solchen Glimmstromentladungen (**247**), bei denen für die Strömung noch angenähert das OHMsche Gesetz passt. Dies fällt mit einer Anschmiegung der Ausgleichströmung an die Bahnform des Leitungsweges, also auch an seine Krümmungen zusammen. Bei stetig zunehmender Verdünnung wird aber der Lichtring immer mehr nach aussen gedrängt, immer schmäler und kommt schliesslich gar nicht mehr zustande, weil die nach Art der Kathodenströmung angetriebenen Elektronionen ohne hinreichend starke Zentripetalkraft gegen die Gefässwand fliegen, wie ein kreisförmig geschleuderter Stein beim Reissen der Schnur.

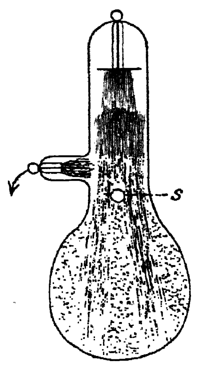


Fig. 304.

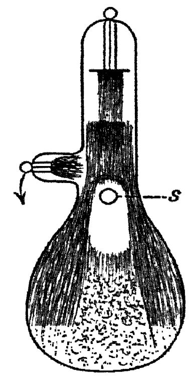


Fig. 305.

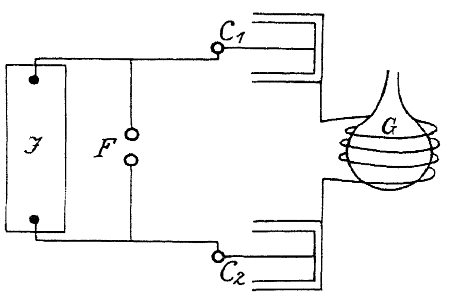


Fig. 306.

Die vorstehend beschriebene Erscheinung ist auch als Beweis dafür wichtig, dass die Erregung einer elektrischen Spannung durch Schneiden von magnetischen Kraftlinien nicht nur in metallischen Leitern, sondern in allen, von vornherein auch nicht leitenden Körpern stattfindet (vgl. hierzu **102**). Dies lässt sich auch auf folgendem Wege beweisen: Ein Bunsenflachbrenner in Form eines dünnen Bandes zeigt bei zwei in gleicher Höhe eintauchenden Platindrähten keine Spannung. Bringt man jedoch die

Flamme in ein starkes magnetisches Gleichfeld $\overline{N}$, so tritt zwischen den Drähten eine dauernde Gleichspannung $\overline{E}$ auf. Jeder schnell bewegte Flammenstreifen wird also induziert und ihre rasche Ablösung verleiht der Flamme die Wirkung einer sogenannten Unipolardynamo, etwa nach Art der Faradayscheibe, bei welcher die Sektorstreifen der Kupferscheibe jenen Flammenstreifen entsprechen.

253. Stosswirkung der Kathodenströmung. Röntgenstrahlen.

Bei dem Auftreffen der Kathodenströmung auf Körper hat man die mechanische und die elektromagnetische Wirkung der Ladungsträger zu unterscheiden. Den relativ sehr kleinen Elektronionen gegenüber werden nicht nur Gase, sondern auch feste Körper als Molekülkomplexe mit verhältnismässig weiten Abständen erscheinen, zwischen denen die Elektronionen wie Kleinkalibergeschosse mit grosser Durchschlagskraft eindringen werden, um trotz der zahlreichen Zusammenstösse und ständigen Energieverluste doch im Zickzackkurs ziemlich weit vorzudringen, ehe sie ganz zum Stillstand kommen (**238**). Die verlorene Bewegungsenergie wird sich hierbei zunächst in Wärme und ihre weiteren Folgeerscheinungen umsetzen. Da jede von der Kathodenströmung durchlaufene Wegstrecke, wenn sie auch aus noch so verdünntem Gas besteht, eine derartige „Zerstreuung der Kathodenstrahlen" durch Verlangsamung und teilweise Absorption ihrer Energie zur Folge hat, so lässt sich aus der Schwächung und der Weglänge entscheiden, welche Eigenschaften der Kathodenstrahlen einerseits, des absorbierenden oder zerstreuenden Mediums (Stoffes) andererseits hierfür massgebend sind. Wie zuerst LENARD (1894, WIED. Ann. 51, 225) mit der in Fig. 307 angegebenen Versuchsanordnung fand, ist die von K ausgehende Kathodenströmung auch imstande, nach Durchlaufen der hinreichend verdünnten Gasstrecke noch ein in der vorderen, elektrisch abgeleiteten Metallkappe angebrachtes, kleines Fenster von 1·7 mm Durchmesser, welches gasdicht durch Aluminiumfolie von 0·00265 mm Dicke verschlossen war, zu durchdringen und ausserhalb noch photographische Wirkungen auszuüben.

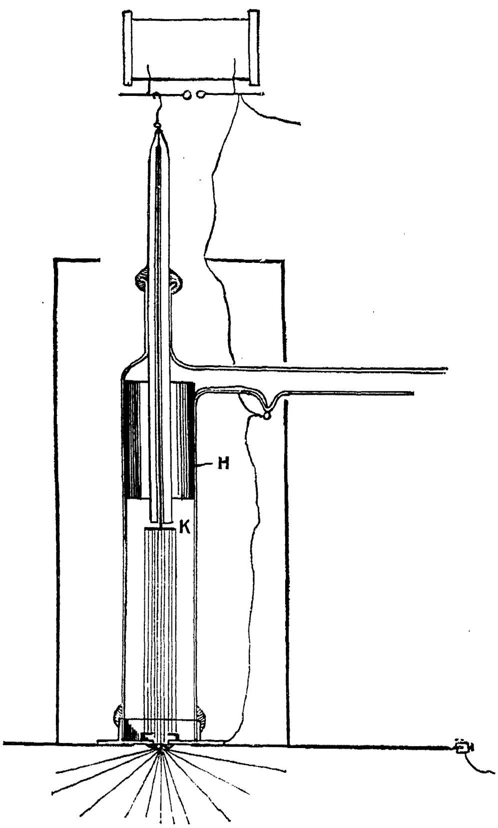


Fig. 307.

Unter Benutzung der Absorptionsformel (**241**)

$$J_x = J_0 \cdot \varepsilon^{-ax},$$

wobei J_0 die anfängliche ungeschwächte Intensität einer Kathodenströmung von bestimmter Anfangsgeschwindigkeit v_0 bezeichnet, J_x die verbleibende Intensität nach Durchdringung der Weglänge x in einem bestimmten Medium, α der Absorptionskoeffizient desselben und ε die natürliche Basis, ergeben sich für α, auf gleiche Schichtdicke x und gleiche relative Absorption ($J_x : J_0$) bezogen, nach LENARD (1895, WIED. Ann. 56, 255) die Tabellenwerte:

Tabelle der Absorptionsvermögen für auftreffende Kathodenströmung.

Substanz	Dichtigkeit σ bezogen auf Wasser		
Wasserstoff bei 3 mm Druck .	$0{\cdot}368.10^{-6}$	0·00149	4040
Luft bei 0·78 mm Druck . . .	$0{\cdot}125.10^{-5}$	0·00416	3330
Wasserstoff bei 760 mm Druck	$0{\cdot}849.10^{-4}$	0·476	5610
Luft bei 760 mm Druck . . .	0·00123	3·42	2780
SO_2 bei 760 mm Druck . . .	0·00271	8·51	3110
Kollodium	1·1	3310	3010
Papier	1·30	2690	2070
Glas	2·47	7810	3160
Aluminium	2·70	7150	2650
Glimmer	2·80	7250	2590
Rauschgold	8·99	23 800	2670
Silber	10·5	32 200	3070
Gold	19·3	55 600	2880

Berücksichtigt man die Schwierigkeit der Messung, sowie die ausserordentliche Verschiedenheit von σ, endlich die elektrisch sehr verschiedenen Substanzen, nämlich Leiter, Nichtleiter, Elektrolyte, so weist die praktische Konstanz von ($\alpha : \sigma$) unzweideutig darauf hin, dass die Absorption nur von der durchsetzten Menge, nicht aber von der Art derselben abhängt, oder, mit anderen Worten, dass eine rein mechanische Widerstandswirkung vorliegt.

Höchstens wird das verschieden grosse Reflexionsvermögen einen gewissen Einfluss ausüben, ein namentlich bei Metallen in Frage kommendes Moment. Nach Untersuchungen von SEITZ (1901, A. d. Ph. 6, 1) beträgt das von der Geschwindigkeit etwas abhängige Reflexionsvermögen für die Kathodenströmung, auf Aluminum als Einheit bezogen, für Eisen 1·51; Zink 1·65; Kupfer 1·74; Silber 2·59; Platin 3·06.

Die Kathodenströmungen selbst unterscheiden sich in der von dem (anormalen) Kathodenfall abhängigen Geschwindigkeit v_n (**245**), wobei in erster Annäherung der Kathodenfall durch die ganze Elektrodenspannung ersetzt werden kann (**251**). In Übereinstimmung mit der mechanischen Vorstellung ist die Absorption bezw. „Zerstreuung" um so grösser, je kleiner v_n, oder umgekehrt das Durchdringungsvermögen um so grösser, je grösser v_n. Dass mit zunehmender „Zerstreuung" und Molisierung der Elektronionen eine Verlangsamung und damit eine wachsende Absorbierbarkeit Hand in Hand

geht, wurde schon früher (**241**) erwähnt und ist übrigens auch in der exponentiellen Form der Absorptionsformel zum Ausdruck gebracht.

Über das Verhältnis der durchgelassenen Strömung $\overline{J_d}$ zur absorbierten Strömung $\overline{J_a}$ und seine Abhängigkeit von der Elektrodenspannung $\overline{E}$ liegen von SEITZ (vgl. Ph. Z. III, 552) Untersuchungsergebnisse vor. Hiernach nimmt für ein Aluminiumfenster von 0·0032 mm Dicke dieses Verhältnis $(\overline{J_d} : \overline{J_a})$ mit wachsender Spannung $\overline{E}$ zwischen 13200 und 15800 Volt von 0·00021 bis auf 0·00421 zu, und der Absorptionskoeffizient a (vgl. oben) nimmt für dieselbe Substanz (Aluminium) sehr nahe mit $\sqrt{(\overline{E})^5}$ bezw. v^5 der Elektronionen proportional ab.

Wie die Definition der durchgelassenen und der absorbierten Kathodenströmung in Form einer elektrischen Stromstärke bereits erkennen lässt, wird für messende Untersuchungen die elektrische Wirkung der Kathodenströmung herangezogen.

Die elektrische Wirkung der von einem festen Körper (z. B. der Antikathode in einer Röntgenröhre, oder auch in dem Aluminiumfenster der Messanordnung von SEITZ) absorbierten und zum Stillstand gebrachten Kathodenströmung ergiebt sich aus dem Umstande, dass jedes Elektronion mit der freien Ladung (elektrisches Elementarquantum) ε beladen ist und diese Ladung naturgemäss auf den absorbierenden, genauer, arretierenden Körper überträgt. Erfolgen nun die auftreffenden Ladungen infolge ihrer hohen Strömungsgeschwindigkeit so rasch wie hier, so wird infolge der relativ sehr beträchtlichen Ladung und der relativ kleinen in Frage kommenden Kapazität C die Änderung $\frac{d\varepsilon}{dt}$ und noch mehr die Spannungsschwankung $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$ ausserordentlich gross werden. Die Umgebung wird also von sehr raschen und sehr beträchtlichen elektrischen Feldschwankungen durchsetzt oder, mit anderen Worten, von kräftigen elektromagnetischen Impulsen, bei rhythmischem Verlauf auch Wellen durchzogen werden (**205**). Dies erklärt, warum die von einer kräftigen Kathodenströmung getroffenen Körper, namentlich aber Metallelektroden, die Ausstrahlungsstelle von elektromagnetischen, also rein dynamischen Impulsen bezw. Wellen werden, wie sie nach unserer Auffassung die Röntgenstrahlen und die ultravioletten Lichtstrahlen sind. Das erklärt ferner den schon früher (**241**) erwähnten engen Zusammenhang zwischen den Eigenschaften dieser sekundär induzierten Strahlen mit den primär induzierenden, d. h. die Zunahme der Absorbierbarkeit und ionisierenden Wirkung mit der Abnahme der Geschwindigkeit der primär erregenden Kathodenströmung bezw. Elektrodenspannung und umgekehrt. Hier wird also ein Teil der Energie der Kathodenströmung ohne Vermittelung der Wärme in elektromagnetische Strahlungsenergie übergeführt, indem die freien Jonen spannungerregend (elektromotorisch) wirken (vgl. hierzu in **83**). Die Unzerstörbarkeit der elektrischen Ladung (Elektrizitätsmenge) der Kathodenströmung verlangt ferner, dass ohne zusätzliche Jonisierung, welche aber bei einer Metallelektrode unmittelbar nicht in Frage kommt, die Ladung der ursprünglichen Kathodenströmung gleich der Summe der reflektierten, absorbierten und durchgelassenen Ladung sein muss, von denen jede für sich durch Auffangen, Ableiten bezw. Entladen durch ein sehr empfindliches Galvanometer zur Messung gebracht werden kann.

Auf der anderen Seite weist die Möglichkeit der Umsetzung der Kathodenströmung an einem festen Körper (in erster Linie an Metallen, bis zu einem gewissen Grade aber auch an anderen Körpern, z. B. Glas) in reflektierte Kathodenströmung, ultraviolette Lichtstrahlen und Röntgenstrahlen, welche in ihren Bahnen zusammenfallen können, darauf hin, dass man es praktisch meist nicht mit homogenen Strahlungen, sondern ohne ausreichende Filterung mit einem Gemisch aller drei zu thun hat, was die Untersuchungen erschwert (**236**).

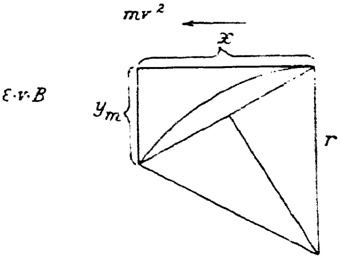


Fig. 308.

254. Ablenkbarkeit. Bestimmung von $\frac{\varepsilon}{m}$. Theorie.

Ist die Auffassung der Kathodenströmung als frei beweglicher, d. h. bei mehreren Antriebskräften jederzeit deren Resultante folgender Ladungsträger richtig, so muss sich die Kathodenströmung gegenüber elektromagnetischen Einflüssen auch wie ein elektrischer Strom verhalten. Sie muss also von ihrer geradlinigen Bahn durch ein feststehendes magnetisches Feld ablenkbar sein, wenn die bewegliche Kathodenströmung und ihr magnetisches Feld in Kontrast gerät mit einem zweiten, festgehaltenen magnetischen Feld (**78**). Denkt man sich daher bei der Braunschen Kathodenröhre in Fig. 303, rechts von der Anode *A*, ein kräftiges magnetisches Feld mit den Kraftlinien senkrecht zur Papierebene wirkend, so wird die Strömung und mit ihr der leuchtende Fleck auf dem Fluoreszenzschirm *S* entsprechend dem Drehsinn der magnetischen Kraftlinien (**69**) nach oben oder unten abgelenkt.

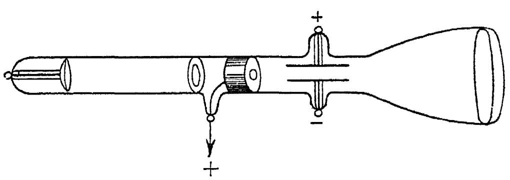


Fig. 309.

Die Grösse der thatsächlich zu beobachtenden Ablenkung kann nach den Sätzen der Dynamik zur Berechnung des Verhältnisses $\frac{\varepsilon}{m}$ bezw. von v herangezogen werden. Die kreisförmige Bahn des abgelenkten Ladungsträgers muss einen Radius r besitzen (vgl. Fig. 308), dessen Grösse durch die lebendige Kraft $(m \cdot v^2)$ eines Ladungsträgers im Zähler und durch das ablenkende Moment $(\varepsilon \cdot v) \cdot B$ im Nenner bestimmt ist, wenn B die Stärke des ablenkenden magnetischen Feldes, da $\varepsilon \cdot v$ der feldbildenden Stromstärke entspricht (**245**). Ist die magnetische Ablenkung y_m klein gegenüber der Geschwindigkeitskathete x, so kann man mit ausreichender Annäherung setzen

$$y_m = \frac{x^2}{2\,r} = \frac{x^2 \cdot \varepsilon \cdot B}{2 \cdot m \cdot v} \text{ oder } \frac{\varepsilon}{m} = \frac{2\,y \cdot v}{x^2 \cdot B}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Sieht man ferner für die erste Annäherung von den Energieverlusten an das Medium ab, so erhält man aus der Beschleunigungsgleichung die weitere Bestimmungsgleichung (**251**)

$$v = \sqrt{2\,\frac{\varepsilon}{m} \cdot E_K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Hierbei ist der Kathodenfall E_K als obere Grenze gleich der direkt messbaren Elektrodenspannung zu setzen.

Lässt man die schon voll beschleunigten Elektronionen vor ihrem Auftreffen auf den als Skala benutzten Schirm S ein starkes elektrisches Gleichfeld $\overline{E}_s$ durchsetzen, welches senkrecht zur Strömungsrichtung wirkt, wie Fig. 309 andeutet, so muss auch hier eine (elektrische) Ablenkung y_e eintreten, welche in der Papierebene erfolgt und theoretisch für eine Länge l des ablenkenden Feldes $\overline{E}_s$ (in Richtung der Strömung gemessen) den Betrag erreicht

$$y_e = \frac{\varepsilon \cdot l}{m \cdot v^2} \cdot \frac{d\overline{E}_s}{dy} \left[\frac{l}{2} + (x_2 - x_1)\right], \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

wenn v die Eintrittsgeschwindigkeit, $\frac{d\overline{E}_s}{dy}$ das Spannungsgefälle des ablenkenden elektrischen Feldes und $(x_2 - x_1)$ die Strecke zwischen dem Ende des letzteren und dem Schirm S bezeichnet.

Als vierte und letzte Bestimmungsgleichung ergäbe sich endlich aus Überführung der gesamten Energie der Strömung in Wärme A und kalorimetrische Messung derselben, sowie auch Messung der Stromstärke J und der Zeit t in Sekunden

$$\frac{A}{t} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{J}{\varepsilon}. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Nach allen vier Verfahren sind Messungen ausgeführt worden und haben durch passende Kombination je zweier Bestimmungsgleichungen Werte für $\frac{\varepsilon}{m}$ und v (vgl. **251**) geliefert. Bei der grossen Unsicherheit der Messungen ist die Übereinstimmung aller in der Grössenordnung nämlich $\frac{\varepsilon}{m}$ zwischen 0·3 und $1{\cdot}9 \cdot 10^7$ EME immerhin bemerkenswert und für die Auffassung des Charakters der Kathodenströmung eine vorläufig ausreichende Unterstützung.

Die experimentellen Untersuchungen über die Ablenkung der Kathodenströmung haben gleichzeitig ergeben, dass man es im allgemeinen nicht mit einem homogenen Gebilde zu thun hat. Dies zeigte sich darin, dass die auftreffende Strömung nicht als Ganzes, d. h. als im Durchmesser unveränderter Lichtfleck, auf dem Schirm S abgelenkt wurde, sondern in einen spektralartigen Streifen auseinander gezogen wurde, was nach Formel (1) die Zusammensetzung der Strömung aus Teilchen von verschiedener Geschwindigkeit v, als dem einzigen veränderlichen Faktor, offenbarte. Je geringer die Ablenkung, also je steifer die Strömung, desto grösser ist v und umgekehrt. Diesen Umstand kann man nun auch zu vergleichenden Untersuchungen über die Grösse von v bei verschiedenen Kathodenströmungen verwenden, z. B. zur Bestimmung des Geschwindigkeitsverlustes, welchen die Kathodenströmung bei der Reflexion erleidet (vgl. GEHRKE, ETZ 1902, 547). Fig. 310 entspricht der oben angeführten Anordnung, nur dass hier zwei Kathodenströmungen, die direkte K_1 und die reflektierte K_2, nebeneinander geführt auf dem Fluoreszenzschirm die Flecke F und F' (vgl. Fig. 310 und 311) erzeugen, von denen der reflektierte F' — wegen weniger weitgehender Abblendung als bei F — in die Länge gezogen und verwaschen ist. Wird jetzt durch Erregung des Elektromagneten $(J_1 J_2)$ das beide ge-

meinsam ablenkende Feld B erzeugt, so werden beide Flecke entweder nach oben, oder bei Umkehrung der Feldrichtung nach unten abgelenkt, da Fig. 311 einer Ebene senkrecht zur Papierebene der Fig. 310 entspricht. Während aber die direkte Strömung eine angenähert homogene Geschwindigkeit ihrer Elektronionen besitzt, also keine spektrale Auseinanderziehung nach der Seite der grösseren Ablenkung erfährt, beweist die grosse **Breite des abgelenkten** F', dass ein grosser Teil der Elektronionen, jedoch nicht alle, durch die Reflexion an Geschwindigkeit stark eingebüsst haben, und zwar ein Teil etwa bis zur Hälfte der anfänglichen Geschwindigkeit. Die Abrundung der abgelenkten Flecke F' rührt von der Inhomogenität des Magnetfeldes her.

Die zahlreichen Beobachtungen von Leuchterscheinungen sowohl im Innern des Gases, welches durch die hindurchschiessende Strömung leuchtend gemacht

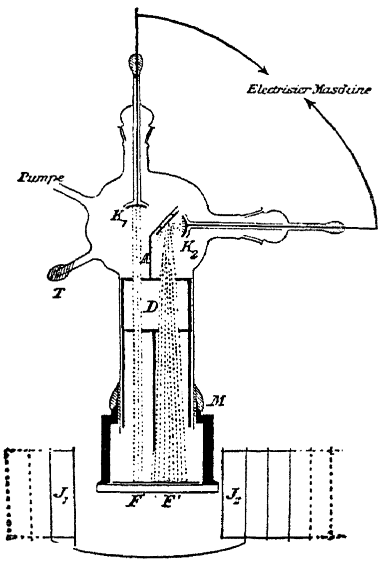


Fig. 310.

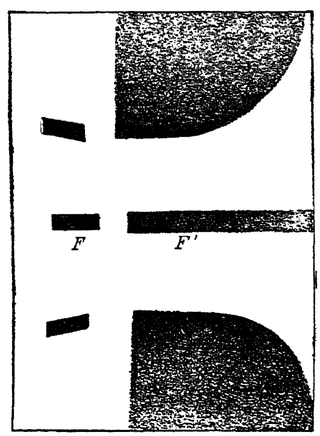


Fig. 311.

wird, als auch an festen Körpern, namentlich Glaswandungen, welche durch das Auftreffen zur Phosphoreszenz bezw. Fluoreszenz angeregt werden, sowie die Beeinflussung der Leuchterscheinungen durch die Gestalt der Kathode oder durch feststehende Magnetfelder (vgl. hierzu 270 ff.) lassen sich fürs erste alle am ungezwungensten erklären, d. h. auf schon bekannte Erscheinungen der Elektrodynamik und Optik zurückführen, wenn man die Kathodenströmung als eine Summe von sehr rasch fliessenden Stromfäden auffasst, die, aus negativen Ladungsträgern (Elektronionen) bestehend, die Kathode ursprünglich senkrecht zu dem aussendenden Flächenelement verlassen.

Die bequeme mechanische Hilfsvorstellung zur Erläuterung dieser Erscheinungsgruppe unter Heranziehung der Grundsätze der Dynamik darf aber den Umstand nicht übersehen lassen, dass noch eine andere Auffassung der Ablenkungserscheinungen möglich ist, welche die Annahme einer mechanischen Masse bei den Elektronionen unnötig macht und die Trägheitserscheinungen nicht auf mechanischem, sondern auf elektromagnetischem Wege erklärt.

Diese namentlich von ABRAHAM (siehe Ph. Z. IV, 57) durch weiteren Ausbau der MAXWELL-LORENTZschen Theorie entwickelte Auffassung lässt die „Masse" m der Elektronionen in den obigen Formeln nur als scheinbare erkennen und macht diese Erscheinungen nicht allein von der Mechanik unabhängig, sondern würde zugleich einen Wendepunkt in der ganzen Auffassung beider Gebiete der Physik darstellen, woran sich vielleicht die „Elektrisierung" der Mechanik oder wenigstens des Teiles, welcher die Massenanziehung umfasst, anzuschliessen hätte (vgl. hierzu **79**). Der Gedankengang ist hierbei kurz folgender.

Nach den Sätzen der Elektrodynamik auf MAXWELLscher Grundlage muss jede bewegte statische Ladung die Eigenschaften eines elektrischen Stromes aufweisen, also auch ein magnetisches Feld bilden und in ihm Energie aufspeichern. Diese von ROWLAND (1876, POGG. Ann. 158, 487) experimentell geprüfte und als zutreffend gefundene Folgerung ist auf Grund der Versuche anderer Forscher (LECHER, CRÉMIEU) teils angezweifelt, teils bestätigt (RÖNTGEN, HIMSTEDT) worden; abermals geprüft und zufolge kritischer Sichtung der verschiedenen Versuchsergebnisse (siehe A. RIGHI, Ph. Z. III, 409, 449; vgl. auch Ph. Z. II, 703) ist sie wohl als richtig anzusehen. Ein rasch bewegtes Elektronion müsste sonach auch ein magnetisches Feld bilden und müsste auf Grund seiner elektromagnetischen Trägheit (Selbstinduktion vgl. **70**) ein Verhalten zeigen, das die Ablenkungserscheinungen wenigstens teilweise, wenn nicht ganz ohne Zuhilfenahme einer materiellen Masse m für das Elektronion zu erklären vermag. Welche Mischung von elektromagnetischer und materieller Trägheit das scheinbare m aufweist, kann nur der Versuch lehren, wobei die Entscheidung in dem experimentell gefundenen Verhältnis von $\frac{\varepsilon}{m}$ abhängig von der Geschwindigkeit v der Elektronionen liegt. Ist m eine mechanische Masse, so muss jenes Verhältnis bei allen Werten von v dasselbe bleiben. Ist m teilweise oder ganz elektromagnetischer Natur, so muss wegen der mit v zunehmenden elektromagnetischen Trägheit (über die elektromagnetische Bewegungsgrösse $L \cdot J$ und das Anwachsen des Feldes mit v bezw. J siehe in **182**) das Verhältnis $\frac{\varepsilon}{m}$ sich veränderlich ergeben und zwar mit wachsendem v bezw. m abnehmen.

Nach experimentellen Untersuchungen von W. KAUFMANN (Gött. Nachr. 1901, 143) mit Becquerelstrahlen, welche im möglichst hohen Vakuum für v Werte von 2·36 bis 2·83 · 10^{10} cm, also sehr nahe gleich der Lichtgeschwindigkeit liefern sollen (**251**), würde sich nun thatsächlich $\frac{\varepsilon}{m}$ in folgender Weise veränderlich ergeben:

v in 10^{10} cm sec^{-1} =	2·36	2·48	2·59	2·72	2·83
$\frac{\varepsilon}{m}$ in 10^7 EME =	1·31	1·17	0·975	0·77	0·63.

Neuere Untersuchungen (siehe Ph. Z. IV, 57) haben unter Anwendung genaueren Messverfahrens zwar etwas abweichende Werte geliefert, welche aber in demselben Sinne verlaufen und mit einer von M. ABRAHAM unter der Annahme, dass m nur elektromagnetischer Natur ist, entwickelten Formel (siehe unten) erheblich besser übereinstimmen. Nach diesen Versuchsergebnissen würde folgen: „Der für ‚kleine' Geschwindigkeiten ($v < 1 \cdot 10^{10}$ cm)

berechnete Wert $\left(\text{von } \frac{\varepsilon}{m}\right)$ stimmt innerhalb der Beobachtungsfehler mit dem für Kathodenstrahlen gefundenen überein. Die Masse m der die Becquerelstrahlen bildenden Elektronen ist von der Geschwindigkeit v abhängig: die Abhängigkeit ist genau darstellbar durch die ABRAHAMsche Formel: $\frac{\varepsilon}{m} = \frac{\varepsilon}{m_0} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\varphi(\beta)}$, wenn β das Verhältnis der Geschwindigkeit v zu der Lichtgeschwindigkeit c bezeichnet und $\varphi(\beta) = \frac{1}{\beta^2}\left[\frac{1+\beta^2}{2\beta} \, ln \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) - 1\right]$ zu setzen ist, was für $\beta = \frac{v}{c} = 0$, d. h. äusserst langsam bewegte Elektronen den Wert $\frac{4}{3}$ ergiebt, während bei wachsender Annäherung von v an c, d. i. $3 \cdot 10^{10}$ cm sec^{-1}, sich β dem Wert ∞ nähert, ebenso auch die „scheinbare" Masse m. Es ist demnach die Masse der Elektronen rein elektromagnetischer Natur."

Diese Folgerung der von ABRAHAM entwickelten Theorie (siehe Ph. Z. IV, 57, Prinzipien der Dynamik des Elektrons) ist für die weitere Entwickelung der Elektronenvorstellung jedenfalls sehr bedeutungsvoll. Ein aus der Übereinstimmung von Theorie und Versuchsergebnissen gezogener Schluss erhält im Falle weiterer Bestätigung gleichfalls für die Auffassung der ganzen Elektrizitätstheorie fundamentale Bedeutung, ein Schluss, der sich in die Worte zusammenfassen lässt: atomistische Struktur der Elektrizität, aber kontinuierliche Raumerfüllung des Äthers. Nimmt man nämlich eine hinreichende Bestätigung jener Theorie als gegeben an, was aber bei der Schwierigkeit, wenn nicht Unmöglichkeit exakter Messungen mit Becquerelstrahlen und wegen anderer Bedenken gegen die Versuchsanordnung für viele noch zweifelhaft erscheint, so würde hieraus eine exakte Gültigkeit der benutzten Differentialgleichungen insofern folgen, als sie „für Distanzen, die klein sind gegen den Radius des Elektrons, d. h. gegen ein Billiontel eines Millimeters, und für Feldstärken, welche die unserer Messung zugänglichen billionenfach übertreffen", noch richtig sind. Dies schliesst aber ein, dass wir sowohl die relativ grossen materiellen Atome bew. Moleküle, als auch die relativ kleinen nichtmateriellen Elektronionen als diskrete Wesenheiten auffassen, welchen ein drittes kontinuierliches, raumerfüllendes Etwas, sagen wir Äther, nach Art eines Lösungsmittels für sie gegenübertritt; die Elektrizität würde hiernach weder als Materie noch als Äther, sondern als ein drittes eigenes Substrat erscheinen. Ob der Äther sich, wie einige annehmen, bei Bewegung der Körper und der an diese gebundenen Elektronen mit bewegt, oder vollständig in Ruhe bleibt, was unter anderen H. A. LORENTZ in seiner Theorie als Grundlage benutzt, ist eine fundamentale Hypothese, die aber mehr dem Gebiet der Optik angehört. Für die obigen Erwägungen ist mit H. A. LORENTZ die Annahme des ruhenden Äthers gemacht, welche nicht nur den Erscheinungen der Aberration des Lichtes besser gerecht wird als die des bewegten Äthers, sondern auch insofern als die einfachere und natürlichere erscheinen muss, als sie den Äther nicht notwendig als Substanz aufzufassen braucht, sondern darunter den mit gewissen physikalischen Eigenschaften behafteten Raum verstehen kann.

Bemerkt sei noch, dass die Hauptschwierigkeit einer elektromagnetischen Auffassung der Mechanik in dem Umstand zu suchen ist, dass hierbei ein Umstossen der wichtigsten Grundlage, nämlich des Prinzips der Gleichheit

von Wirkung und Gegenwirkung (bei der Erklärung der Massenanziehung) nötig würde. Dies wird vermieden in dem Ausbau, welchen KORN neuerdings seiner Theorie der Pulsationen (**42**) gegeben hat, wobei die Elektronen als mechanische Kraftzentren erscheinen, ein Ausbau, der eine Einfügung in seine bisherige Theorie der Gravitation und Elektrizität gestattet, aber in seiner Grundlage eine bisher noch nicht beseitigte Schwierigkeit philosophischer Art durch einen Verstoss gegen das Kontinuitätsgesetz birgt.

255. „Kanalstrahlen". Neben dieser zuletzt allein betrachteten Kathodenströmung aus negativen Ladungsträgern mit relativ sehr kleiner Masse $\left(\frac{\varepsilon}{m} \text{ etwa } 10^7\right)$ ist aber bei Kathoden mit unterbrochener (durchlöcherter) Fläche noch eine weitere Kathodenströmung beobachtet worden — zuerst von GOLDSTEIN (**37**) —, die in gewissen Punkten merklich von jener, kurzweg Kathodenströmung bezw. -strahlen genannten abweicht und zum Unterschied, wegen der Form der gleichsam kanalisierten Kathode, als „Kanalstrahlen" bezeichnet wurde. Diese Kanalströmung wird auch in einer für die Untersuchung ausreichenden Stärke nur erhalten bei sehr stark verdünntem Gas, und zwar muss das Gas um so verdünnter sein, je weiter die zu ihrer Gewinnung bestimmten Bohrungen (Kanäle) sind, da der Kathodendunkelraum unter allen Umständen länger sein muss als der Bohrungsdurchmesser, damit der Kanal ganz von der „ersten Kathodenschicht" ausgefüllt wird (vgl. **237**, sowie Fig. 312); alsdann stellt die auf der Kathodenrückseite aus dem Kanal hervorschiessende Strömung die „Kanalstrahlen" dar, welche insofern den nach der anderen Richtung der Kathode entströmenden „Kathodenstrahlen" gleichen, als sie das Bestreben haben, eine geradlinige Bahn zu verfolgen und die getroffene Glaswand zum schwachen Phosphoreszieren bringen, sowie darin, dass ihre Intensität mit dem Kathodenfall bezw. der erregenden Elektrodenspannung wächst. Neuere Untersuchungen über ihre Natur (vgl. EWERS 1899, WIED. Ann. 69, 167; namentlich aber W. WIEN 1901, A. d. Ph. 5, 421 oder auch ETZ 1901, 640) haben dieselbe zwar auch als eine den „Kathodenstrahlen" ähnliche Strömung von Ladungsträgern erkennen lassen, doch als eine solche, welche das Gegenstück zu jener bildet. Aus der allerdings schwachen Ablenkbarkeit folgte, dass die Träger der Strömung stets positive Ladung führen, sowie dass das Verhältnis von Ladung ε zu Masse m stets unterhalb 10^4 liegt, also die Träger grösser als Wasserstoffatome sind; ferner dass dieses Verhältnis für die verschiedenen Komponenten der Strömung stark variiert und bei der einen der drei hauptsächlich von WIEN unterschiedenen bis 10^1 sinkt. Man hat es also unter Heranziehung unserer bisher benutzten Vorstellungen bei den „Kanalstrahlen" mit einer Strömung von positiven Jonen zu thun, deren Masse von der Grössenordnung der chemischen Atome ist, die sich also aus Atomionen und Molionen (**237**) zusammensetzt.

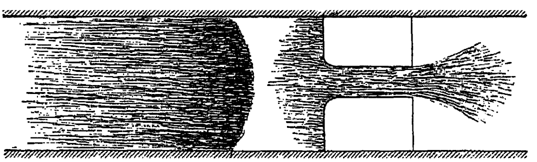


Fig. 312.

Über die Entstehung dieser (positiven) Kanalströmung, die in allen Beziehungen das Gegenstück zur negativen Kathodenströmung bildet, gehen die Auffassungen noch auseinander, so dass erst weitere Untersuchungen deren

mehr oder weniger grosse Berechtigung entscheiden müssen. Nach STARK (vgl. a. a. O., 134) kämen die positiven Ladungsträger aus der negativen Glimmschicht, würden den dunklen Kathodenraum durchsetzen und infolge ihrer Trägheit durch den Kanal hindurch und auf der anderen Seite hinausfliegen. Mir scheint aber das Durchfliegen des dunklen Kathodenraums in der Vorstellung etwas schwer vereinbar zu sein mit den übrigen Erscheinungen in diesem Gebiet eines Entladungsrohres (**251**). Aus diesem Grunde wäre eine Auffassung der Kanalströmung als notwendige Reaktionserscheinung unter gleichzeitiger Deutung der ersten Kathodenschicht vielleicht vorzuziehen. Man könnte alsdann die erste Kathodenschicht als die Übergangsschicht von dem Elektrodenmetall in das Gas auffassen, in welcher die neutralen Elektrodenteilchen (Atome) mit Hilfe des Spannungsgefälles in Elektronionen und Atomionen dissoziiert werden; so zwar, dass jene in Richtung des Spannungsgefälles in der Kathode geschossartig fortgeschleudert werden, diese hingegen geschützartig zurücklaufend gegen die Kathode prallen und die Glimmschicht (erste Kathodenschicht) hervorrufen. Gleichzeitig würden sie sich in jener Übergangsschicht vorübergehend mit den von der Kathode bezw. aus dem metallischen Leiterkreis nachströmenden negativen Elektronen (Friktionsteilchen vgl. **250**) wieder zu neutralen Molekülen verbinden, allerdings um bei Fortdauer des Vorganges sogleich wieder dissoziiert zu werden, d. h. das Spiel von neuem zu beginnen. Hierdurch liesse sich bei durchlöcherter Kathode nicht nur das rückwärtige Hinausfliegen der Atomionen und die Entstehung der Kanalströmung deuten, sondern auch gleichzeitig die Auflockerung der Kathodenoberfläche, wie sie sich bei zusammenhängenden Kathoden in dem Rauhwerden und der langsamen Zerstäubung ausspricht (**250**), da eben nicht alle Atomionen bei jenem Pendelspiel in der Glimmschicht der Kathode wieder zugefügt werden, sondern ein Teil, wie bei der Kanalströmung, den Bereich der Kathode verlässt. Diese Vorstellung würde auch gleichzeitig der Thatsache gerecht, dass nicht nur Anfangsspannung und Kathodenfall vom Metall der Elektrode abhängig ist (**248**), sondern auch die Zerstäubung. Kanalströmung und erste Kathodenschicht wären also qualitativ gleich und eine notwendige Reaktionswirkung der Kathodenströmung. Für diese Auffassung und gegen die Auffassung von STARK scheinen auch die Untersuchungsergebnisse von W. WIEN und EWERS (vgl. a. a. O.) zu sprechen, wonach die Kanalströmung abhängig vom Kathodenmaterial ist und offenbar losgeschleuderte Partikelchen von Kathodenmaterial darstellen, die mit einer Geschwindigkeit von der Grössenordnung 10^7 cm bei etwa 5000 Volt Elektrodenspannung dahinfliegen.

D. Erscheinungen an den Leitergrenzen und energetische Umsetzungen bei elektrischen Ausgleichvorgängen.

Im vorausgegangenen Abschnitt sind die Eigenschaften der verschiedenen Klassen von elektrischen Leitern behandelt worden, welche in kreislaufartiger Zusammensetzung einen elektrischen Ausgleich von längerer Dauer ermög- **256.** Einleitung und Übersicht.

lichen, wenn die auf den Kreislauf wirkende EMK aufrecht erhalten wird. Das Eingehen auf die Vorstellungen über die Leitungsmechanik brachte es bereits mit sich, dass die Übergangserscheinungen an der Stossstelle von metallisch und konvektiv leitenden Kreislaufstrecken neben den in erster Linie betrachteten Leitereigenschaften homogener Leitungsstrecken in einigen Fällen mit berührt wurden. Im folgenden sollen nun sowohl diese Übergangserscheinungen, als auch die in vielen Punkten damit in Zusammenhang stehenden energetischen Übergangs- oder Umsetzungserscheinungen etwas näher betrachtet werden.

Eine wenn auch wiederum nicht scharfe Trennung in zwei Untergruppen kann man bei diesen mannigfaltigen Erscheinungen, wie folgt, erhalten: Man fasst einerseits diejenigen elektrischen Übergangserscheinungen zusammen, welche entweder ganz im elektromagnetischen Gebiet verbleiben, wie die elektrischen Ventil- und Stossheberwirkungen bei Reihenschaltung von metallisch und konvektiv leitenden Strecken, oder doch unter Einschiebung eines elektrochemischen Zwischengliedes wieder in dieses Gebiet zurückführen und sonach im wesentlichen umkehrbare Erscheinungen auf dem Grenzgebiet darstellen, wie die Polarisationserscheinungen; auf der anderen Seite wird man diejenigen Umsetzungserscheinungen zusammennehmen können, welche zwar auch energetisch mit dem elektrischen Kreislauf an einer Stelle in engem (kausalen) Zusammenhang stehen, aber im übrigen aus demselben herausführen in andere Bahnen, die der Betrachtung der Elektrophysik nicht weiter unterliegen. Die letztgenannte Untergruppe würde also, wie die Erzeugung mechanischer (ponderomotorischer) Antriebe, oder die Hervorrufung von Licht- und Wärmewirkungen durch elektrische Ausgleichströmungen, diejenigen Übergangserscheinungen umfassen, welche im allgemeinen nicht umkehrbar sind oder, unter Benutzung eines optischen Bildes, nicht eine Reflexion, sondern eine Absorption vorstellen.

Die erste Gruppe lässt sich unter Anlehnung an die bekanntere und greifbarere Mechanik weiter einteilen in Erscheinungen, welche auf elektrischen Ventilwirkungen beruhen, und in Erscheinungen, welche sich auf elektrische Stossheberwirkungen zurückführen lassen. Bei den Ventilwirkungen ist die Stärke des erzielten Ausgleiches abhängig von der Richtung des im Kreislauf vorhandenen elektrischen Druckes, bei den Stossheberwirkungen vermag sich die mit dem Strömungsvorgang verkettete Bewegungsenergie (lebendige Kraft) bei plötzlicher Unterbrechung der Strömung in elektromagnetische Energie zurückzuverwandeln und zwar, unter Umformung der elektrischen Leistungsfaktoren, mit einer Eigenspannung, die die primäre elektrische Strömungsspannung oft übersteigt.

Bei den elektrischen Ventilwirkungen könnte man weiterhin eine Unterscheidung vornehmen in solche, welche durch rein formale Verschiedenheit der Übergangsflächen zwischen metallischer und konvektiver Leitung (Elektroden) bedingt werden, und in solche, bei denen chemische Produkte eine „elektrische Polarisierung" derselben hervorbringen, doch erscheint zwischen diesen beiden Gruppen die Trennung viel weniger scharf, wenn man auch im ersten Fall den chemischen Charakter der Jonen- bezw. Elektronenbildung mit berücksichtigt (**237**).

I. Wirkung von Grenzflächen.

Wenden wir uns unter den elektrischen Ventilwirkungen zunächst zu der Reihenschaltung eines metallischen Leiterkreises mit einer konvektiv leitenden Gasstrecke, so sind die Erscheinungen bei Gleichspannung $\overline{E}$ getrennt von denen bei Wechselspannung $\tilde{E}$ zwischen den „Elektroden“, d. h. den Übergangsflächen von Metall in Gas, zu betrachten. Streng genommen werden bei jeder Verschiedenheit, sowohl in der Gestalt als auch im Material der beiden Elektroden, schwache Ventilwirkungen auftreten, doch genügt es zur Kennzeichnung des Charakters der Erscheinung, sich auf typische Fälle zu beschränken. **257. Elektrische Ventile. Spitzenstrom.**

Zunächst seien die elektrischen Ventilwirkungen auf Grund der verschiedenen Form der Elektroden behandelt. Solche Fälle, welche die Ventilwirkung in ausgeprägtem Masse, also gleichsam konzentriert aufweisen, sind die Gegenüberstellung einer Spitze und einer Kugel, oder häufiger noch einer hinreichend grossen Platte als das in Wirksamkeit tretende Flächenelement einer (unendlich) grossen Kugel. Dieser Fall wurde bereits früher (244) als Spitzenstrom behandelt und gezeigt, wie die Stromstärke desselben mit wachsender Elektrodenspannung $\overline{E}$ zunimmt. Bei derselben Elektrodenspannung $\overline{E}$ ist aber die erzielte Spitzenstromstärke noch sehr stark von der Polarität der Spitze abhängig und im allgemeinen bedeutend grösser bei negativer als bei positiver Polarität der Spitze.

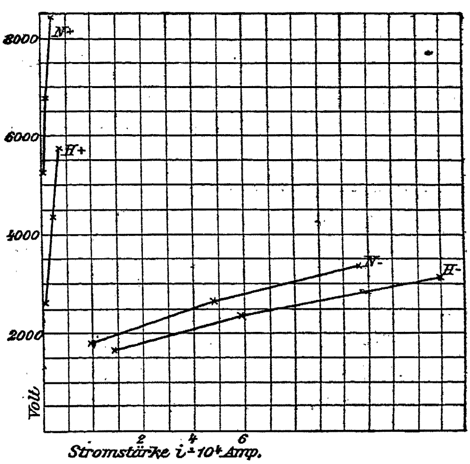


Fig. 313.

Wie erheblich die Unterschiede sein können, zeigt die graphische Darstellung (Fig. 313) der neueren Untersuchungsergebnisse von Warburg (1900, Ann. d. Ph. 2, 295 bezw. ETZ 1900, 628; vgl. auch Sieveking ETZ 1900, 240). Fig. 313 zeigt für dieselbe Anordnung die erzielten Stromstärken in Milliampere als Abscissen, die erforderlichen Gleichspannungen $\overline{E}$ in Volt als Ordinaten bei reinem Stickstoff (N) und reinem Wasserstoff (H); sie bezieht sich auf die Anordnung einer Platinspitze (von 0·25 mm ⌀ und 5 mm Länge) inmitten eines Platinblechzylinders (45 mm hoch und 47 mm ⌀). Die Kurven lassen erkennen, dass bei Spannungen von der Grössenordnung $\overline{E} = 5000$ Volt die negativen Spitzenstromstärken ($\overline{J}_n$) die positiven ($\overline{J}_p$) um das Vielfache — bei N mehr als das Hundertfache — übertreffen.

Wie stark aber auch bei diesen Erscheinungen das chemische Element hereinspielt, geht aus dem Einfluss einer geringen Sauerstoffbeimengung zu dem Gase hervor, wodurch das Verhältnis $\left(\frac{\overline{J}_n}{\overline{J}_p}\right)$ des Spitzenstromes für dasselbe $\overline{E}$ sehr stark herabgedrückt wird — wie es scheint infolge von Ozonbildung —, was soweit geht, dass zwar in Luft $\overline{J}_n$ noch merklich stärker

ist als $\overline{J_p}$, dass aber in reinem Sauerstoff eine Umkehrung eintritt, d. h. $\overline{J_p} > \overline{J_n}$ wird. Das Verhältnis ist unabhängig vom Gasdruck, aber voraussichtlich nicht nur von der chemischen Zusammensetzung der Gasatmosphäre abhängig, sondern auch vom Elektrodenmaterial, worüber aber genauere Untersuchungen noch zu fehlen scheinen.

Nach dem Vorstehenden dünkt es eigentlich einleuchtend, dass eine entsprechende Kreislaufanordnung mit Spitzen- und Flächenelektrode bei Benutzung von symmetrischer Wechselspannung $\tilde{E}$ eine Bevorzugung der negativen Entladung von der Spitzen- nach der Flächenelektrode liefern müsste. Hieraus ist nun ein Schluss gezogen worden, der, wie es scheint, noch einer näheren Prüfung bedarf, nämlich dass für diesen Fall auch die Platte eine einseitige negative Ladung aufweisen müsse. Die Erfahrung lehrt aber, dass die der Spitze gegenüberstehende Platte bei einer kleineren Entfernung von der Spitze eine deutliche positive Ladung zeigt, dass mit wachsender Entfernung — so ungefähr bei 50 mm Abstand — eine neutrale Stellung erreicht wird, jenseits welcher sich negative Ladung zeigt. Diese Erfahrung hat neuerdings weitere Untersuchungen und eine Diskussion dieser Ventilwirkung zur Folge gehabt (siehe z. B. WESENDONCK, Ph. Z. II, 529; III, 45; III, 462; hingegen KNOBLAUCH, Ph. Z. II, 165), nach der sowohl die Erscheinungen des Eintretens der positiven und negativen Ladungen in den einzelnen Fällen selbst, als auch die Art der Ventilwirkung, ob die positive, ob die negative Entladung in Form der Stromstärke bevorzugt wird, zweifelhaft erscheinen könnte. Thatsächlich bedürfen wohl auch die Einzelheiten noch weitergehender Klärung, um über jene scheinbar gegensätzlichen Beobachtungen entscheiden zu können. Ausschlaggebend dürfte aber in erster Linie die gemessene Integralwirkung in Gestalt der Stromstärke in der Zuleitung sein, und diese spricht offenbar zu gunsten der Ventilwirkung in Übereinstimmung mit den Beobachtungen bei Gleichspannung $(\overline{E})$, denn ein Galvanometer zeigt bei Einschaltung in den mit symmetrischer Wechselspannung $\tilde{E}$ beschickten Kreislauf einen dauernden Ausschlag in dem Sinne, wie er einer stärkeren negativen Entladung von Spitze zu Platte entspricht. Hieraus geht hervor, dass die Gasstrecke mit unsymmetrischen Elektroden als Wellenstromerreger wirkt, also der symmetrischen Wechselspannung $(\tilde{E})$ eine Wellenstromstärke $(\overset{w}{J})$ entspringt, welche das vom Galvanometer angezeigte Gleichstromniveau besitzt (vgl. hierzu **152** und **155**). Dem letzteren ist natürlich ein vom Galvanometer nicht angezeigter Wechselstrom aufgelagert. Hiernach dürfte auch die folgende, von E. KNOBLAUCH (vgl. Ph. Z. II, 165) gegebene Erläuterung für den Wechsel des Vorzeichens der Plattenladung abhängig von der Entfernung wohl im wesentlichen zutreffen:

Zuerst wurde experimentell festgestellt, in welchem Verhältnis das an einer Teslaspitze [d. h. Beschickung des die Spitze enthaltenden Stromkreises mit den angenähert symmetrischen Spannungen, wie sie Teslaschwingungen (vgl. **200**) liefern] gemessene Potential zu dem der in verschiedenen Entfernungen aufgestellten Spitze steht: Es ergab sich, dass die Teslaspitze kein konstantes Potential hat, wenn man ihr in variiertem Abstande eine Metallplatte gegenüberstellt, vielmehr zeigt sie ihre Maximalspannung, wenn das Funkenspiel Spitze — Platte erloschen ist, kurz darauf nimmt erst das Potential einen konstanten Wert an. Das Potential der der Spitze gegenüberstehenden Platte erhält seinen Maximalwert an gleicher Stelle.

Ein jetzt im abgedunkelten Experimentierzimmer angestellter Versuch zeigte, dass aus der Spitze sichtbare Büschelentladungen ausstrahlen; ich kam daher zu der

Annahme, dass die positive Ladung der Platte aus diesen Büschelentladungen stammt. In der That: verhindert man das Auftreffen dieser Büschel auf die Platte, indem man die Platte in geeigneter Weise ausschneidet, so lässt sich letztere selbst im nächsten Abstand nicht mit positiver Ladung versehen. Messungen mit verschiedenen Ausschnittgrössen zeigten, dass je grösser der Ausschnitt, um so mehr der Umkehrpunkt des Ladungssinnes an die Spitze herangerückt wird.

Analog diesen Resultaten sind die, welche ich mit LICHTENBERG schen Staubfiguren erhalten habe: Durch das direkte Funkenspiel wurden zunächst Figuren gebildet, die den Charakter einer oszillierenden Leydener-Flaschenentladung haben, die negative Ladung befindet sich hier in der Mitte, die positive Ladung gruppiert sich dagegen sternförmig um diese herum. Dies beweist, dass aus der Spitze thatsächlich positive und negative Elektrizität ausströmt, wie es schon Herr HIMSTEDT auf andere Weise gezeigt hat.

Nach Abklingen des Funkenspiels werden die Figuren rein positiv und bei weiterem Abstande werden die positiven Figuren allmählich kleiner, so dass man zu dem Schlusse berechtigt ist, dass in der Verlängerungslinie der Spitze die positive Ausstrahlung am kräftigsten wirkt, da in dieser Richtung positive Ladungsteilchen noch auf die Platte gelangen, während für die nicht zentralen Teilchen die Kraft zur Erreichung der Platte nicht mehr ausreicht.

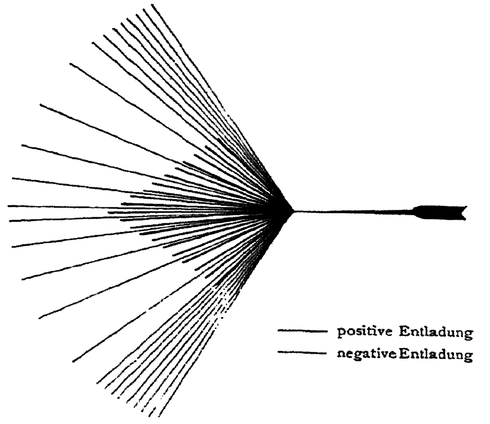


Fig. 314.

Die Umkehr der positiven in die negative Ladung erklärt sich also so, dass die positiven Büschelentladungen die Platte in einem Abstande von ca. 45 mm nicht mehr treffen und nur noch die sich weiter in den Raum fortpflanzenden negativen Ladungsteilchen die Platte erreichen können, diese wirken sogar noch in einem Abstande von 75—100 cm deutlich. Andererseits haben Versuche mit LICHTENBERG schen Figuren nach einer von K. ANTOLIK angegebenen Methode gezeigt, dass die Ausstrahlung aus der Spitze in Form eines Kegels vor sich geht, dessen äusserer Mantel ausschliesslich negative Elektrizität und dessen Inneres vorwiegend positive Büschelentladungen enthält (siehe Fig. 314).

Der Winkel, den die Strahlung bildet, beträgt, wie weitere Versuche zeigen, ca. 120°; nähert man der Spitze einen Gegenstand, so wird der Winkel allmählich stumpfer.

Die scheinbaren Widersprüche in den Beobachtungen dürften später zum Teil in der Erkenntnis ihre Lösung finden, dass die Versuchsbedingungen hinsichtlich der „obersten Thatsache“, des Spannungsverlaufs, nicht übereingestimmt haben. Die Benutzung von Induktorien, Funkenstrecken und dergleichen bei solchen Versuchen scheint nach dieser Seite hin noch einer kritischen Sichtung zu warten, und der Unterschied zwischen Wellenspannung und Wechselspannung (**152**) dürfte nicht immer ausreichend gewürdigt werden. Dass z. B. der hochgespannte Funkenstrom eines Induktoriums eine ausgesprochenene Polarität besitzt, ist eine alte Erfahrungsthatsache, deren Ursachen und Wirkungen aber oft übersehen werden. Der bei allen Unterbrechern im Primärkreis vorhandene Wellenstrom verursacht durch die Unsymmetrie des Verlaufes $\left(\frac{di}{dt}\right)$ zu beiden Seiten des Scheitelwertes eine stark unsymmetrische Wechselspannung im Hochspannungskreis. Diese spricht sich darin aus, dass, auf das Nullniveau bezogen, welches bei der Stromkurve stets durch die beiderseitige Gleichheit von $q = \int i\,dt$ und bei der Spannungskurve durch beiderseitige Gleichheit des integralen Spannungsbetrages $\int e\,.\,dt$

definiert wird, der Scheitelwert des Druckes nach der einen Richtung denjenigen nach der anderen um das Mehrfache übertreffen kann (**151**). Hat man es nun mit einem Stromkreis zu thun, der erst von einem bestimmten Wert der Spannung an (der „Anfangsspannung“, vgl. **248**) merkliche Leitfähigkeit aufweist, wie dies etwa bei einer Gas- oder Luftstrecke nach Überschreitung der Jonisierungsspannung der Fall ist, und ausserdem diese Leitfähigkeit wieder rasch genug verliert, so ist hierdurch die immer reiner werdende Ventilwirkung einer allmählich vergrösserten Funkenstrecke mit wachsender Schlagweite erklärt. Natürlich wird aber trotz der Polarität einer solchen Funkenstrecke die Stromstärke, ähnlich wie bei der stossweisen Wasserlieferung einer Plungerpumpe, stark variieren, also einseitigen Wellenstromcharakter besitzen, während die Spannung zwischen den Enden der Funkenstrecke und ihr elektrisches Feld sogar nach wie vor die Richtung wechselt und ein unsymmetrisches Wechselfeld gegenüber dem Nullniveau darstellt (vgl. in **151** Fig. 101 c).

Nimmt die Leitfähigkeit bei sinkender bezw. wechselnder Spannung nicht rasch genug ab, sondern hinkt nach, so wird auch die andere Spannungsrichtung mit dem kleineren Scheitelwert eine Gegenströmung zustande bringen, wenn auch wohl meist von kleinerem Betrage $\int i dt = q$ der zurückverschobenen Elektrizitätsmenge, so dass bei periodischer Wiederholung des Vorganges immer eine einseitige Stromwirkung resultiert, also auch bei einem solchen Wellenstrom mit Unterschreitung des Nullniveau von seiten der Stromstärke noch eine gewisse Polarität erhalten bleibt (vgl. **272** Fig. 343).

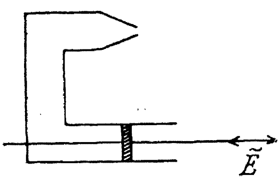


Fig. 315.

Wie sich aus einem derartigen Wellenstromcharakter des elektrischen Ausgleiches sofort ersehen lässt, hat man es bei einer solchen Anordnung nicht mit einer reinen oder vollständigen, sondern mit einer unvollkommenen oder beschränkten Ventilwirkung zu thun, insofern ein, wenn auch schwächerer Ausgleich in der entgegengesetzten Richtung gleichfalls zustande kommt. Will man ohne Benutzung eines eigentlichen Ventiles sich eine derartige beschränkte Ventilwirkung durch verschiedene Ausgestaltung der Bewegungshindernisse je nach Richtung durch ein mechanisches Beispiel analogisieren, so genügt dazu das einfache in Fig. 315 angedeutete Modell. Denkt man sich die ganze Vorrichtung mit Wasser gefüllt und in Wasser versenkt, und lässt auf den gut abschliessenden, aber mit seiner Mittellage verschiebbaren Kolben eine symmetrisch wechselnde Druckkraft $\tilde{E}$ wirken, so wird die aus der Spitze ausströmende Wassermenge grösser als die einströmende, d. h. der Kolben wird mit seiner Mittellage allmählich von rechts nach links wandern, während die Ausströmungsstärke sich aus einem Gleichstromniveau mit aufgelagertem Wechselstrom, dessen Scheitelwert das Gleichstromniveau überragt, zusammensetzt, also Wellenstromcharakter zeigt.

258. Reihenschaltung von statisch und dynamisch leitenden Gasstrecken.

Das verschiedene Verhalten der Elektronionen gegenüber Austritt oder Eintritt in eine Elektrode wurde schon früher (**249** ff.) beim Kathoden- bezw. Anodenfall behandelt. Auch wurde (**257**) erwähnt, dass solche Ausgleichvorgänge mit Bevorzugung einer Richtung, soweit sie von der unsymmetrischen Gestaltung der Elektroden und damit auch des elektrischen Feldes zwischen

beiden herrühren, sich nicht auf den extremen Fall von Spitze und Platte beschränken. Sie sind vielmehr überall vorhanden, wo das elektrische Feld an einer Elektrode ein wesentlich grösseres Gefälle aufweist als an der anderen, was im ursprünglichen statischen Zustand nur durch den Ausbreitungswiderstand aus der Grenzfläche des metallischen Leiters (Elektrode) in das umgebende Dielektrikum (Gas) von grösserem Verschiebungsquerschnitt bedingt wird (**115**). Für die Einleitung eines dynamischen Ausgleiches durch Jonisierung des Gases, also Entbindung der elektrischen Ladungen aus ihren elastischen Fesseln erfährt dieses massgebende Spannungsgefälle (das statische Spannungsgefälle) durch Übergang in ein stationäres dynamisches Spannungsgefälle im allgemeinen eine wesentliche Änderung, wie bereits an dem einen besonders auffallenden Beispiel einer metallischen Scheidewand in einem Entladungsrohr gezeigt wurde (**250**). Dass dies aber in beschränkterem Masse auch bei jedem gewöhnlichen Entladungsrohr der Fall sein muss, lässt sich aus den früheren Ausführungen (**116**) folgern. Beim statischen elektrischen Feld, also unterhalb der Anfangsspannung besitzt das Gas eine bedeutend kleinere Dielektrizitätskonstante $\varkappa$ als die Glaswand, weshalb letztere die elektrischen (Induktionslinien, Verschiebungslinien) Kraftlinien nach sich hinziehen und in sich konzentrieren wird. Sobald aber das Gas anfängt leitend zu werden, muss in dem Verhältnis der $\varkappa$-Werte eine Umkehrung eintreten, da das leitende Gas sich dem Wert $\varkappa = \infty$ annähert, wodurch jetzt im dynamischen Feld, also oberhalb der Anfangs- bezw. Minimalspannung, die elektrischen Kraftlinien ihren Schwerpunkt im Gas erhalten.

Die früher (**144** ff.) eingehend behandelte Erscheinung, dass Wechselspannung $(\tilde{E})$ auch bei dielektrischen Zwischenstrecken in Gestalt der Ladeströme $(\tilde{J})$ einen dauernden elektrischen Ausgleich (dynamischen Zustand) in dem übrigen Leiterkreis aufrecht zu erhalten vermag, während Gleichspannung $(\bar{E})$ auf die Dauer nur statisch wirkt, ist nun auch auf dem Gebiet der Gasentladungen für viele Erscheinungen, welche bisher als noch nicht eingeordnete Erfahrungsthatsachen angesehen werden mussten, die zu Grunde liegende gemeinsame Ursache. Bei Benutzung einer Wechselspannung (von symmetrischer oder unsymmetrischer Form, oder auch als Komponente einer Wellenspannung, d. h. einem Gleichstromniveau aufgelagert) ist es nämlich möglich, die im metallischen Leiterkreis eingeschaltete und ihn schliessende Gasstrecke, aus zwei in Reihe geschalteten Gasstrecken zusammenzusetzen. Die eine hiervon (mit dem kleineren mittleren Leitungsquerschnitt) leitet dynamisch, ist dem Leiterkreise zuzurechnen und bildet gleichsam dessen erweiterte Fortsetzung (**200**); die andere (mit dem grösseren mittleren Leitungsquerschnitt) leitet statisch nach Art eines Kondensatordielektrikums, aber natürlich nur Wechselströmung. Gegebenenfalls wird diese, zusammen mit einer trennenden Glaswand, eine dielektrische Verbindungsstrecke (Überbrückung) zwischen dem einen Leiterkreisende (meist Erde) und dem anderen, eben jener dynamisch leitenden Gasstrecke, bilden. Auf einer solchen Reihenschaltung beruhen zahlreiche Leuchterscheinungen als sichtbare Offenbarungen des elektrischen Ausgleiches in dieser Teilstrecke. Sie zählen zu den grössten und unerklärlichsten Überraschungen für einen einseitigen Gleichstromelektriker. Als Beispiel für einen solchen spitzenstromartigen Ausgleich kann die in **200** beschriebene und abgebildete Glimmlichtlampe von Tesla (Fig. 210) ohne Kondensatorbelegung auf der Glaskugel gelten.

Die Trennung zwischen dynamischem und statischem Wechselfeld ist hier durch die Glaswand gegeben. Innerhalb der Lampe, zwischen der knopfartigen Elektrode und dem Glas, befindet sich die dynamisch leitende und leuchtende verdünnte Gasschicht, ausserhalb bis zu allen mit der Erde leitend verbundenen Gegenständen oder, für den Fall einer nicht ausgesprochenen Benutzung derselben, bis zum anderen Induktorpol leitet die Luftschicht statisch nach Art eines Kondensatordielektrikums (**67**). Dass die Dreiteilung eines solchen Kreislaufes auch eintritt ohne ausgesprochene Trennungswand, wie sie oben erforderlich ist zur Abtrennung des (zwecks besserer Leitfähigkeit) verdünnten Gasraumes (**247**) von der Atmosphäre, dafür können die in **130** besprochenen Leucht- und Entladeerscheinungen an den Fernleitungsdrähten bei sehr hoher Wechselspannung als Beweis dienen; ferner auch jede Büschelentladung bei Wechselspannung (**257**), nur dass hier die Trennungsschicht zwischen der dynamisch leitenden Luftschicht um die Spitze und der statisch leitenden in grösserer Entfernung bis zur Erde weniger deutlich charakterisiert und angebbar ist, als bei Vorhandensein einer Glaswand und zweier verschiedener Gasdrucke zu beiden Seiten derselben. Dass die dynamisch leitende Gasstrecke nicht notwendig auf der einen Seite an den metallischen Leiter grenzen muss, sondern auch zwischen zwei statisch leitenden Gasschichten eines Wechselfeldes eingeschlossen sein kann, zeigt die elektrodenlose Teslaröhre in **200**. Auch die Einschaltung weiterer statisch leitender Gasschichten, d. h. Luftkondensatoren, in den Stromkreis hat nur quantitaven Einfluss und wird häufig für Regulierzwecke benutzt.

Die Elektrode der oben erwähnten Teslalampe, welche isoliert in möglichster Entfernung von benachbarten grösseren Körpern aufgehängt und nur mit einem Induktorpol durch einen dünnen Draht in leitender Verbindung steht, braucht nicht punkt- bezw. kugelförmig gestaltet zu sein, ebensowenig die beiden konzentrischen Schichten des dynamisch leuchtenden Innengases und der statisch nicht leuchtenden Aussenluft. Wird die Elektrode in eine Linie bezw. einen dünnen Zylinder (Draht) ausgezogen, dementsprechend auch die umgebende verdünnte Gashülle in ihrem zylindrischen Rohr, so treten mit dieser Dimensionsänderung auch bestimmte Leuchtformen in einem solchen Gaszylinder mit metallisch leitender Seele auf. Diese Leuchtformen hängen offenbar mit der früher (**247**) erwähnten Einstellung der Ausgleichstärke auf ein erzielbares Maximum zusammen und können als eine Parallelschaltung mehrerer Spitzen- oder Büschelströme aufgefasst werden. Derartige Erscheinungen sind — allerdings ohne den Versuch einer näheren Deutung — von Borgmann (vgl. Ph. Z. 1901, II, 659, und 1902, III, 433, endlich III, 565) beschrieben worden. Je nachdem die von einem polaren Induktorpol ausgehende, überwiegend negative Strömung (Elektronionen vgl. **237**) von der Drahtseele nach der Glaswandung und weiterhin mit Hilfe der statisch leitenden Luftumgebung nach der Erde gerichtet ist, oder die umgekehrte Richtung besitzt, zeigen die Lichtlinsen, welche wie leuchtende Räder dem Draht als Nabe aufsitzen, mehr das Verhalten der Kathoden- bezw. Anodenströmung, sowohl was Ablenkbarkeit durch ein magnetisches Feld als auch was Beeinflussung durch ein elektrisches Feld anlangt. In Fig. 316 (vgl. Ph. Z. III, 435) ist die Photographie eines Teiles einer solchen, etwa 1 m langen und 5 cm dicken Glasröhre wiedergegeben, wenn die Drahtseele an den „positiven Induktorpol" angeschlossen ist, und ein aussen in der Mitte der unteren Hälfte befestigtes Stanniolblatt, ebenso wie der andere Induktor-

pol mit der Erde verbunden ist. Das Aufsitzen der Lichtlinsen ist durch einen hellen glänzenden Punkt auf der Drahtoberfläche kenntlich, und diese Ausgangsstellen der einzelnen Büschellichter, deren Zahl auf die Länge eines Dezimeters abhängig von Spannung, Gasdruck und Rohrweite variiert (vgl. hierzu in **247** bei Fig. 287), sind wahrscheinlich identisch mit den in **130**

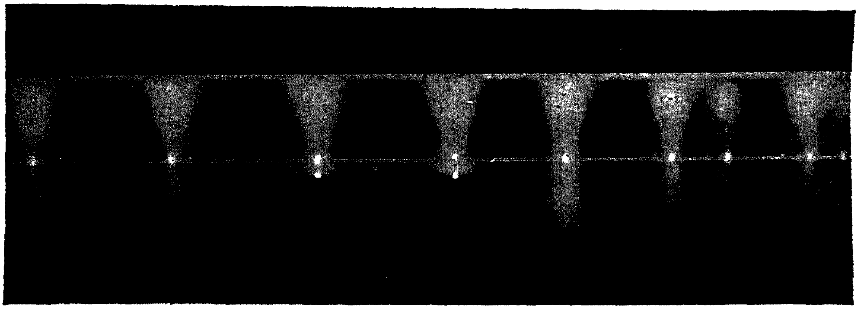


Fig. 316.

erwähnten „glänzenden Punkten" bei den Hochspannungsversuchen an Freileitungen; die in **130** wiedergegebene Deutung derselben dürfte nicht zutreffend sein. Fig. 316 lässt auch deutlich den Einfluss der Verstärkung des elektrischen Feldes erkennen, welche durch Erdung jenes Stanniolblättchens in der Mitte erzielt wird. Die grössere Helligkeit der mittleren Linsen und die Verminderung der Helligkeit in den unteren Hälften der übrigen bilden die Sprache des Feldes. Dieser schon früher (**200**) erwähnte Einfluss einer lokalen Kapazitätsvergrösserung macht sich in Fällen, wie den vorliegenden, auch besonders durch Annäherung des Beobachters, namentlich beim Anfassen der Röhre bemerklich, weil der Finger ähnlich wie ein geerdeter Leiter wirkt.

Die Erscheinungen erleiden wesentliche Änderungen durch das Parallelschalten einer nicht zu grossen Funkenstrecke *F* zu dem Leitungsweg, bestehend aus Einelektrodenrohr *R*, Luft *L* mit ihrer strichliert angedeuteten Kapazitätswirkung und Erde (vgl. Fig. 317). Die Strömungsrichtung in Rohr *R* zeigt alsdann ausgesprochene Polarität, also Einseitigkeit des Wellenstromausgleiches. Dies, sowie auch eine Umkehrung der scheinbaren Strömungsrichtung im Rohr *R* gegenüber *F* erklärt sich aus der Ventilwirkung der Funkenstrecke *F* (**257**), verbunden mit einer Art Injektorwirkung, indem der bei *F* überwiegend in der oberen Pfeilrichtung erfolgende Ausgleich ein Mitreissen der Strömung in dem Kreis *F*, Erde, *L*, *R*, *F* bedingt, so dass diese überwiegend die strichliert angegebene Kreislaufrichtung verfolgt. Ohne Funkenstrecke ist die Polarität viel weniger ausgesprochen, d. h. die Spannung zeigt einen Charakter, der der symmetrischen Wechselspannung viel näher kommt. Letzteres würde wiederum dafür sprechen, dass die Spannungsstösse elektrische Schwingungen auslösen, die viel weniger gedämpft sind, so dass der einseitige Charakter, also die Differenz aller oberen und

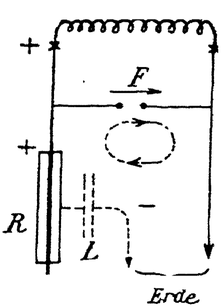


Fig. 317.

aller unteren Spannungsflächen ($\int e dt$) prozentual weniger ins Gewicht fällt (152).

259. Ventilwirkung von Wandungen. Quecksilberdampflampe und -ventil.

Die Ungleichheit des Übergangs- und Ausbreitungswiderstandes der Elektroden und, damit in Verbindung, die Ungleichheit der massgebenden Verteilung des Spannungs**gefälles** auf dem Wege zwischen den Elektroden können auch andere Ursachen als die **Grösse** der Elektrodenoberfläche haben. Unter diesen Ursachen ist bei Entladungsröhren in erster Linie die Reaktion der Gefässwandungen zu nennen. Die früher (250) behandelte Eigenschaft der Kathodenströmung, an von ihr getroffenen Glaswänden „sekundäre Kathodenräume“, bezw. Ladungen hervorzurufen, welche der primären Dauerströmung gleichsam den Weg abschneiden, lässt auch bei gleicher Grösse der Elektroden (*a* und *b* in Fig. 318) die Erzielung einer ausgesprochenen Ventilwirkung zu. Bringt man nämlich, wie in dem Vakuumrohr Patent Gundelach (siehe ETZ 1902, 638) die eine Elektrode (*a*) weit entfernt von den Glaswänden, hingegen die andere (*b*) zwischen Glaswand und Glasstift (*c*) eingeschlossen an, so bewirkt die in 250 beschriebene Reaktionswirkung der Glaswände, dass bei Beschickung der Röhre in Fig. 318 mit Wechselspannung $\tilde{E}$ ein namhafter Ausgleich nur stattfindet, wenn *a* Kathode und *b* Anode ist, nicht aber umgekehrt. Diese von Puluj schon im Jahre 1883 beobachtete Erscheinung (siehe ETZ 1902, 932) veranlasste ihn, eine so geformte Entladungsröhre geradezu als „elektrisches Ventil“ zu bezeichnen.

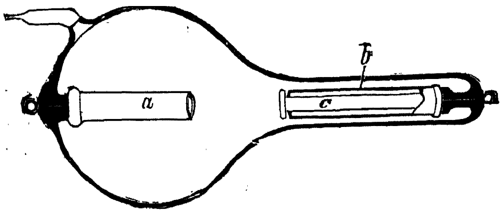


Fig. 318.

Noch ausgeprägter als die **Form** der Elektroden kann unter Umständen die Verschiedenheit des physikalisch-chemischen Charakters der Elektroden wirken. Die hierher gehörigen Erscheinungen bei Vakuum- bezw. Gasentladungsrohren führen alsdann bereits hinüber zu den elektrolytischen Ventilen, die in den Aluminiumzellen (262) besonders typische Vertreter finden. Für diese Vakuumventile kann als besonders charakteristischer Vertreter wiederum die Hewittsche Quecksilberdampflampe (249) gelten, welche mit einer schwer zu verdampfenden Eisenelektrode und einer, zumal im Vakuum leicht verdampfenden Quecksilberelektrode ausgeführt, den Betrieb nur mit Gleichstrom ermöglicht, wobei das Quecksilber die Kathode bildet. Aber auch so kann die **Einleitung** des Ausgleiches durch eine genügende Jonisierung des Quecksilberdampfes nur durch **vorübergehende** Spannungserhöhung ermöglicht werden. Dieses Erreichen der Anfangsspannung geschieht mit Hilfe der Ausnützung des Spannungsstosses, welcher bei plötzlicher Unterbrechung der Gleichströmung in einem induktiven Stromkreis auftritt (187) und etwa den zehnfachen Betrag der unterbrochenen Gleichspannung zu erzeugen vermag (188). Die Wirkungsweise beim Anlassen der Quecksilberdampflampe in der durch Fig. 319 angedeuteten Anordnung erklärt sich daher nach den Ausführungen in 188 ohne weiteres. Zu bemerken wäre vielleicht noch, dass der Anlasswiderstand R_a, welcher nur vorübergehend durch Drücken von S eingeschaltet wird, so gewählt ist, dass $\bar{J}$ auch beim Anlassen den normalen Betriebsstrom nicht wesentlich über-

steigt, dass also R_a etwa die Grösse des Ausgleichwiderstandes zwischen den Elektroden H (Quecksilber) und F (Eisen) der in Betrieb befindlichen Quecksilberdampflampe (**249**) besitzt. Nicht unwesentlich für das Angehen der Lampe scheint die Anbringung der kleinen Kapazität C an der unteren Lampenkugel zu sein, wodurch der maximale Spannungsstoss $e' = L \cdot \frac{di}{dt} + \bar{E}$ einmal einen elektrischen Puffer vorfindet und ein zweites Mal soviel Energie vorübergehend aufzuspeichern vermag, um der Einleitung der Jonisierung durch e' noch so viel Nachdruck zu verleihen, dass sie in den stationären Ausgleich von ziemlich hohem Betrag nicht sprungweise überzugehen braucht, was leicht ein erneutes Abreissen des Ausgleichvorganges in seinen ersten Anfängen zur Folge hat, d. h. ein Versagen des Anlassmechanismus.

Wie rasch ein elektrischer Ausgleich, der durch Metalldampfionen vermittelt wird (Lichtbogen), abzureissen vermag, wurde schon früher (**249**) er-

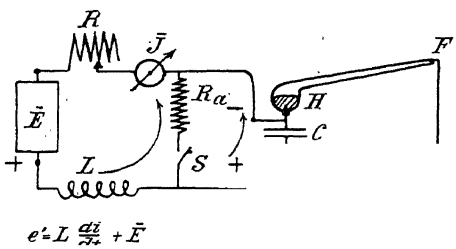


Fig. 319.

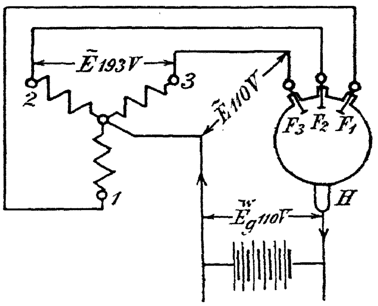


Fig. 320.

wähnt, unter Hinweis auf die Unmöglichkeit, einen Lichtbogen zwischen Metallelektroden mit mässigen Wechselspannungen $(\tilde{E})$ aufrecht zu erhalten. Aus dem gleichen Grunde kann auch die Quecksilberdampflampe nicht mit gewöhnlicher Wechselspannung betrieben werden. Aus dem gleichen Grunde ist es aber auch möglich, die elektrische Ventilwirkung einer solchen Vakuumlampe im Sinne einer Drehstrom-Gleichstrom-Transformation zu verwenden. Die Schaltung eines derartigen Drehstromgleichrichters nach Hewitt zeigt Fig. 320. Die drei Eisenelektroden F_1, F_2, F_3 sind mit den Drehstromleitungen, die eine Quecksilberelektrode H mit dem neutralen Punkt der in Stern geschalteten Leiter zu verbinden. Da nach erfolgtem Anlassen der Lampe, wozu eine vierte Hilfselektrode F_4 verwendet wird, der Strom nur zwischen den jeweils positiven Eisenelektroden (Anode) und der Quecksilberkathode überzugehen vermag, so findet eine cyklische Abwechslung der drei Eisenelektroden statt, jedoch so, dass wegen des Abstandes der positiven Spannungsmaxima beim Drehstrom (**165**) nie eine Unterbrechung, also ein Abreissen eintreten kann, wenn die Drehstromspannung genügend hoch gewählt wird. In der Leitung von der Quecksilberelektrode H zum Nullpunkt des Sternes fliesst alsdann ein Wellenstrom, der aber das Nullniveau nicht unterschreitet, und dessen Gleichstromniveau (**152**) angenähert mit der effektiven Sternspannung übereinstimmt. Über die Kurven für Strom, Spannung und Leistung siehe ETZ 1903, 188.

260. Polarisation der Elektroden als Ventil. Bei Zusammensetzung des elektrischen Kreislaufes aus metallisch leitenden Strecken und elektrolytisch leitenden flüssigen Zwischenstrecken treten Übergangserscheinungen auf, welche viel allgemeiner, auffälliger und vorläufig auch praktisch von grösserer Bedeutung sind. Diese ganze Erscheinungsgruppe pflegt man unter dem Namen der „Polarisation“ zusammenzufassen, obwohl auch diese Bezeichnung — ähnlich wie die der „Induktion“ (vgl. **103**) — ursprünglich eine zu allgemeine, zu weite Bedeutung besitzt und deshalb der Gefahr unterworfen ist, bei der Anwendung auf ein bestimmtes, beschränktes Gebiet zu wenig zwangläufig zu wirken, also keine hinreichend bestimmten Begriffe und Vorstellungen auszulösen. Unter „Polarisation der Elektroden“ (vgl. Sachregister in H. I, 1) sollen im folgenden die Übergangserscheinungen verstanden werden, welche aus einer chemischen Veränderung der Elektroden oder ihrer Grenzflächen gegen die Flüssigkeit entspringen, soweit diese Veränderung durch den elektrischen Ausgleichvorgang selbst bedingt und zwangläufig mit ihm verknüpft ist. Die Entwickelung der Untersuchungen und Auffassungen der „Polarisation“ wurde bereits in H. I, 1 in **38** gegeben.

Soweit die elektrochemischen Rückwirkungen auf den elektrischen Ausgleich hier in Frage kommen, haben sie ihren Sitz in der Grenzfläche der Elektroden und lassen sich von dem Standpunkt der elektrischen Ventilwirkung aus auffassen. Bei der weitesten Fassung wären hier sowohl die Fälle zu betrachten, bei denen die Elektroden von vornherein chemisch verschiedene Beschaffenheit haben, als auch die Fälle, bei denen die Elektroden ursprünglich gleichartig waren und ihre chemische Differenzierung erst durch den elektrischen Strömungsvorgang selbst erfolgt, also durch die Jonen, welche an den Elektroden bei der Elektrolyse der flüssigen Leitungsstrecke ausgeschieden werden und chemische Sekundärwirkungen ausüben. Zwar ist auch hier die Trennung keineswegs scharf, sondern bei längerer Dauer des Erscheinungsverlaufes sind allenthalben Übergange vorhanden — es sei als Beispiel nur an die elektrische Formierung der Akkumulatorenplatten nach Planté erinnert — doch pflegt man die erstgenannten Erscheinungen in das Gebiet der Primärelemente oder besser der chemoelektrischen Spannungserregung zu verweisen, die letztgenannten hingegen als sekundär geweckte oder Gegenspannungen in das Gebiet der Polarisation (vgl. hierzu auch **98** und **66**).

Obwohl hier nur die letzteren näher zu betrachten sind, die ersteren auch schon gesondert in **83** ff. ihre Behandlung erfahren haben, so möge doch zur besseren Klarstellung des inneren Zusammenhanges auch auf die elektrische Ventilwirkung kurz verwiesen sein, die bei gemischten Leitungsstrecken mit schon vor Beginn des elektrischen Ausgleiches chemisch differenzierten Elektroden auftritt. Als Beispiel sei der allgemein bekannte und praktisch bedeutungsvolle Fall des formierten bezw. geladenen Bleiakkumulators gewählt. Auf einen Stromkreis von konstantem Ausgleichwiderstand geschaltet, wirkt seine chemoelektrisch erregte Spannung von etwa je zwei Volt, für sich allein oder in Reihenschaltung als Batterie (**164**), nur aktiv, und die elektrische Ventilwirkung fällt erst deutlicher in die Augen, wenn man die elektrische Gleichspannungsquelle $\overline{E}_{II}$ mit einer einseitig wirkenden Saug- und Druckpumpe vergleicht, welche mit Hilfe von Saug- und Druckventil eine gleichsinnige Strömung aufrecht erhält. Vereinigt man aber den Akkumulator mit einer gesonderten Spannungsquelle E_I, z. B. einer Dynamo in

Reihenschaltung in demselben Stromkreis (vgl. hierzu **160**), so fällt sofort die Ventilwirkung in die Augen, welche die resultierende Spannung ($E = E_I \pm \overline{E}_{II}$) bezw. Stromstärke um den bestimmten Betrag $\overline{E}_{II}$ je nach der Stromrichtung vergrössert oder verkleinert. Der Wellenstromcharakter des erzielten Ausgleiches steht mit dieser Ventilwirkung in unmittelbarer Verbindung, und er tritt, bei konstant angenommenen Widerstandsverhältnissen im Stromkreise, besonders deutlich hervor, wenn für die andere Spannungsquelle E_I, die im Stromkreise wirkt und mit E_{II} zeitweise kontrastiert, eine Wechselspannung $\tilde{E}_I$ gewählt wird. Arbeitet sonach eine Wechselstromdynamo in Reihe mit der Akkumulatorenbatterie auf den Stromkreis, so erfolgt eine rein algebraische Summierung der momentanen Spannungswerte der zeitlich wechselnden Dynamospannung $\tilde{E}_I$ und der zeitlich konstanten Batteriespannung $\overline{E}_{II}$, und es ist leicht einzusehen, dass die resultierende Stromkreisspannung $\overset{w}{E} = \tilde{E}_I \pm \overline{E}_{II}$ eine Wellenspannung sein muss, deren Momentanwerte durch die Gleichung

$$\overset{w}{e} = e_I' \sin \alpha \pm \overline{E}_{II}$$

gegeben ist (**152**). Bei konstantem Widerstand R des Stromkreises folgt durch Division beider Seiten mit R eine entsprechende Wellenstromstärke. Die Ausgleichverhältnisse in diesen Fällen wurden bereits früher (**158 ff.**) behandelt und auch darauf hingewiesen, dass bei Stromkreisen mit verschiedenen Widerstandsklassen Gleichstrom- und Wechselstromkomponente am besten getrennt behandelt und hierauf zusammengesetzt werden, ein Verfahren, das nicht nur für den hier vorliegenden Sonderfall, bei welchem die Frequenz von $\overline{E}_{II}$ gleich Null ist, sondern auch allgemein für den Fall zweier kombinierter Spannungsquellen von verschiedenen Frequenzen anwendbar ist (**157**).

Wenden wir uns zu der Polarisation der Elektroden im engeren Sinne, so haben wir also ursprüngliche materielle Gleichheit der Elektroden in einer anfänglich homogenen Flüssigkeit anzunehmen. Wegen Gleichheit des Lösungsdruckes (**83**) fällt alsdann eine primäre Spannungserregung an den Grenzflächen fort. Sobald aber durch eine äussere Stromquelle ein elektrischer Ausgleich von Elektrode zu Elektrode herbeigeführt wird, findet an den Grenzflächen eine Abscheidung der Jonen statt, welche die Strommenge konvektiv übertragen und damit eine Veränderung der wirksamen Trennungsflächen zwischen Elektrode und Flüssigkeit bewirken. Je nach der Art der bei der Elektrolyse ausgeschiedenen Jonenprodukte, werden wir nun qualitativ umkehrbare und nicht umkehrbare Energiewandlungen unterscheiden können, und unter den qualitativ umkehrbaren wiederum vom praktischen und energetischen Standpunkt aus solche, welche auch quantitativ eine nahezu vollständige Umkehrung gestatten (Akkumulatoren), und solche, welche dies nur in sehr beschränktem Masse thun, z. B. Wasservoltameter. Diese Energieumsetzungen werden meist als abhängig von der Stromdichte betrachtet, obwohl hier die Heranziehung der tieferliegenden Ursache für die elektrochemischen Dissoziationsvorgänge, d. i. des Spannungs gefälles in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$, wohl richtiger wäre. Weiteres siehe in **269**. Hier sei zunächst das mehr elektrophysikalische Moment der Ventilwirkung ins Auge gefasst.

Bei den praktisch umkehrbaren, also mit verhältnismässig grosser Ladungskapazität begabten Zusammenstellungen von Elektroden und Flüssigkeiten sind von der elektrischen Energie, die für die elektrolytische Zersetzung aufgewendet wird, nur die unumgänglichen Wärmeverluste abzuziehen; der Rest wird, etwa wie beim reinen Bleiakkumulator am Anfang der Ladung, an der Elektrodenoberfläche in Gestalt von chemischer Energie aufgespeichert, ist aber jederzeit zur Rückwandlung in elektrische bereit und stellt somit eine potentielle Form, etwa nach Art einer gespannten oder „geladenen“ Feder dar. Die Gegenspannung (Spannung der Polarisation) bleibt hierbei angenähert bis zur Vollendung oder Grenze der Ladungskapazität konstant, um erst nach Überschreitung der letzteren, also beim Übergang der elektrolytischen Zersetzungsprodukte in eine andere Ausscheidungsform (bei wässrigen Lösungen Wasserstoff und Sauerstoff) einen anderen Wert anzunehmen. Da der Bleiakkumulator hierfür typisch ist, so sei wegen näherer Behandlung dieser Form von Polarisierung auf H. III, 2 verwiesen.

Diese Speicherwirkung mit technisch verwertbarer Form der Polarisierung weist gegenüber den Polarisationserscheinungen mit nur beschränkter Umkehrbarkeit des Vorganges keinen wesentlichen, sondern nur einen gradweisen Unterschied auf. Bei den letzteren ist eben die Ladungskapazität eine entsprechend kleinere, sei es, dass die an den Elektroden ausgeschiedenen Jonen nur eine untergeordnete umkehrbare chemische Reaktion mit den oberen wirksamen Schichten der Elektrode einzugehen vermögen, sei es, dass sie gar keine Verbindung bilden und nur rein mechanisch durch Anhaften (Adhäsion) oder Einschlucken (Okklusion) an der Elektrodengrenzfläche haften und diese verändern (polarisieren).

261. Zersetzungsspannung und Polarisationskapazität. Die vorerwähnte Art der Polarisierung der Elektroden, welche man in erster Linie unter „Polarisation“ zu verstehen pflegt, erfordert aber noch eine weitere Unterscheidung von praktisch grosser Wichtigkeit. Die Grenze ist hierbei durch die von Le Blanc bestimmten Zersetzungsspannungen gegeben (**38**). Es ist eine Erfahrungsthatsache, dass flüssige Elektrolyte eine beschränkte Leitfähigkeit weit unterhalb der Zersetzungsspannung, also auch bei beliebig kleinen Spannungen besitzen, ähnlich wie eine Verdunstung aus einer Flüssigkeit in eine abgeschlossene Atmosphäre weit unterhalb der Siedetemperatur bei beliebig kleinen Temperaturen stattfindet. Bei der konvektiven Leitung lässt sich dies ungezwungen nur aus der Annahme freier Jonen deuten. Die Zersetzungsspannungen hängen einerseits vom flüssigen Elektrolyten, andererseits vom Elektrodenmaterial ab und bezeichnen denjenigen Spannungswert, von welchem ab aufwärts die Minimalwerte von Kathodenfall + Anodenfall unter Erzeugung einer Dauerstromstärke gedeckt sind, so dass der überschiessende Spannungsbetrag der Elektrodenspannung zur Erzeugung einer Stromstärke nach dem Ohmschen Gesetz (**143**) dient. Diese Zersetzungsspannungen oder auch Polarisationsminima sind nach Le Blanc (vgl. Lehrbuch der Elektrochemie, Leipzig 1896, Seite 200 ff.) in erster Linie vom Metall abhängig, weniger von dem Säureradikal, und für Sulfate und Nitrate desselben Metalles nur wenig verschieden. Le Blanc fand folgende Zahlenwerte:

Metallsalzlösung:	$ZnSO_4$	$ZnBr_2$	$NiSO_4$	$NiCl_2$	$Pb(NO_3)_2$	$AgNO_3$
Zersetzungsspannung in Volt:	2·35	1·80	2·09	1·85	1·52	0·70

Metallsalzlösung:	$Cd(NO_3)_2$	$CdSO_4$	$CdCl_2$	$CoSO_4$	$CoCl_2$
Zersetzungsspannung in Volt:	1·98	2·03	1·88	1·92	1·78

„Für die Basen und Säuren kann das Ergebnis dahin zusammengefasst werden, dass ein ‚maximaler‘ Zersetzungswert besteht, den die meisten zeigten und der von keinem Stoff überschritten wurde. Er liegt bei rund 1·70 Volt.“ Nur Salzsäure, welche 1·31 Volt zeigte, sowie einige organische Säuren bilden hierzu eine Ausnahme. Bei diesen wächst der maximale Zersetzungswert mit steigender Verdünnung und nähert sich stetig dem Normalwert von 1·70 Volt, den auch das Wasser besitzt. Auch die Untersuchungen über die Verteilung der Zersetzungsspannung auf den Kathoden- und Anodenfall wurden von Le Blanc durchgeführt. „Hierbei ergab sich das ausserordentlich einfache Resultat, dass der Potentialsprung der Kathode beim Zersetzungspunkt der Lösung gleich der Potentialdifferenz ist, die das ausgeschiedene Metall freiwillig gegenüber der Lösung zeigt“ (siehe **85**). „Der Vorgang der Metallausscheidung und Auflösung ist also durchweg als umkehrbar anzusehen.“

Zu beachten bleibt, dass der Druck, unter dem die Zersetzung bezw. Gasentwickelung erfolgt, auf die Spannung von Einfluss ist. Bei abnehmendem Aussendruck wird die Zersetzungsspannung immer kleiner, bei wachsendem grösser, weil die Arbeit der Blasenbildung hiermit variiert und dementsprechend auch auf Grund der Energiegleichung der eine Energiefaktor der zuzuführenden elektrischen Energie, d. i. hier die Spannung E, da $Q = J \cdot T$ proportional mit den Zersetzungsprodukten bleibt. Hiermit steht auch in Einklang, dass platinierte Elektroden bei Wasserzersetzung unter Atmosphärendruck eine kleinere Zersetzungsspannung aufweisen, nämlich nur 1·07 Volt, wie er der Formel von Helmholtz (**86**) entspricht. Platinierte Elektroden unterstützen nämlich die Blasenbildung so, dass kein merklicher Überdruck zu ihrer Ausbildung nötig wird, wie dies bei nicht platinierten Elektroden aus Platin oder Gold der Fall ist. Bei letzteren erhöht der erhebliche Überdruck, welcher zur Blasenbildung in Flüssigkeit, z. B. verdünnte Schwefelsäure, unter Atmosphärendruck nötig ist, die Spannung auf den oben angegebenen Wert von 1·70 Volt. Hierdurch erklärt sich auch der Einfluss des Elektrodenmateriales auf den gefundenen Zersetzungswert, je nachdem das scheinbar indifferente Material die Blasenbildung erschwert oder erleichtert, d. h. mehr oder weniger Überdruck zur Blasenbildung nötig macht. Es ist dies ein Moment, das auch als Ausgleichwiderstand der Energiewandlungen (**142**) aufgefasst werden kann und meist als Auslösungsmoment mit der Bezeichnung „katalytisch“ belegt wird.

Unterhalb des Polarisationsminimums, welches in vieler Hinsicht den Minimalspannungen für einen Dauerausgleich in Gasen verglichen werden kann (**248**), wirkt die elektrolytisch leitende Zwischenstrecke nicht wie ein mit den Elektroden unmittelbar zusammenhängender Leitungsweg, bei welchem die elektrischen Ladungen durch die Grenzfläche hindurch wandern können. Vielmehr verhält sie sich wie eine mittelbare Fortsetzung der metallischen Leiterstrecke, und die Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Elektrode wie eine (sehr dünne) dielektrische, d. h. isolierende Haut. Auf Grund ihrer Ladungskapazität nach Art eines Kondensators — meist mit dem Namen „Initialkapazität“ belegt — werden die Elektroden zwar eine verhältnismässig beträchtliche elastische Verschiebung (**65**) gestatten, aber solange diese Grenzflächenhaut oder Trennungshaut der „Doppelschicht“ nach H. Helmholtz (**83**) mit Hilfe des Polarisationsminimums (der Zersetzungsspannung) nicht durchbrochen ist, wird keine dauernde Leit-

fähigkeit, sondern nur eine beschränkte Leitungskapazität (**143**) vorhanden sein. Die Grösse der elastisch verschobenen Elektrizitätsmenge Q wird durch das Ende des elektrischen Ausgleiches infolge Anwachsens der „Gegenspannung der Polarisation“ $\overline{E}_{II}$ bis zur Höhe der Primärspannung $\overline{E}_I$, also $\overline{E}_I - \overline{E}_{II} = 0$, bedingt. Sie wird sich also unterhalb der Zersetzungsspannung in ganz analoger Weise wie bei der Ladung eines Kondensators (**190**) formulieren lassen. Neben der Ladespannung $\overline{E}_{II}$ und dem, wie es scheint, weniger hervortretenden Einfluss von Flüssigkeit und Elektrodenmaterial wird Q also nur noch von den Dimensionen der Grenzflächen, d. h. von dem elastischen Verschiebungsquerschnitt abhängen, so dass die „Initialkapazität“ C_J mit letzterem proportional wächst. Die Verbindung der drei Grössen wird, unter Zufügung einer Masssystemkonstanten c_1, am Ende des zur Ladung dienenden Stromstosses $\int i\,dt$ durch die Gleichung (vgl. **68**) gegeben sein

$$\overline{E}_{II} = c_1 \cdot \frac{Q}{C_J} = 4\pi c_1 \cdot Q \cdot S_d$$

und für einen bestimmten Augenblick während der Ladung, oder bei primärer Wechselspannung $\tilde{E}_I$ durch

$$e_{II} = \frac{1}{C_J} \cdot \int i \cdot dt = \frac{q}{C_J}.$$

Solange die primäre Wechselspannung $(\tilde{E}_I)$ oder auch die Wellenspannung (vgl. **264**) mit ihrem Maximalwert die Zersetzungsspannung der (in Reihe geschalteten) Polarisationszellen nicht überschreitet, werden die letzteren bezüglich der Ausgleichverhältnisse, namentlich der Phasenvoreilung, sich ganz wie ein Kondensator verhalten (siehe hierüber **144** ff.). Findet hingegen zeitweise durch die höheren Momentanwerte der Spannungskurve eine Überschreitung statt, so wird während dieser Zeit eine eigentliche Zersetzung und Leitung nach dem Ohmschen Gesetz eintreten. Hinsichtlich der resultierenden Phasenverschiebung ist alsdann ein Mischwiderstand aus C und R (**190**) einzusetzen, bei welchem zeitweilig, nämlich oberhalb der Zersetzungsspannung, ein Kurzschliessen von C stattfindet. Dieser Fall liegt z. B. praktisch vor bei elektrolytischen Unterbrechern, namentlich dem von Wehnelt (**264**), ferner bei Aluminiumzellen (**263**). Bei Wasserwiderständen zur Belastung von Wechselstromdynamos tritt er auch ein, doch wird hier der verhältnismässige Einfluss der Kapazitätswirkung um so kleiner, je höher die Effektivspannung $\tilde{E}$ der Dynamo ist. Bei Hochspannungsmaschinen ist die kapazitive Wirkung unterhalb der Zersetzungsspannung so untergeordnet, der Bruchteil der Periodenzeit unterhalb der Zersetzungsspannung, sowie letztere verhältnismässig so gering, dass der Einfluss praktisch vernachlässigt werden kann, d. h. Wasserwiderstandsbelastung als kapazitätfrei angesehen werden darf, falls nicht Reihenschaltung mehrerer Zellen vorliegt.

Neuerdings finden Polarisationszellen von sehr kleiner Ausführung, welche vollständig in eine Glasthräne eingeschlossen sind, in der Schwachstromtechnik zur Vermeidung von Unterbrechungsfunken mehrfach Verwendung an Stelle der sehr viel umfangreicheren und kostspieligeren festen Kapazitäten. Hierbei werden die Polarisationszellen zur Aufnahme des Stromstosses

parallel mit der Stromquelle, meist Trockenelementen geschaltet, und die Zahl der in Reihe geschalteten Polarisationszellen etwa gleich der der Trockenelemente gemacht, damit die Primärspannung $\overline{E}$ sicher unterhalb der Zersetzungsspannungen aller Polarisationszellen bleibe und eine Zertrümmerung der letzteren durch dauernde Gasentwickelung vermieden werde. Der wirksame Wert solcher Polarisationskapazitäten liegt nämlich sehr hoch und besitzt nach Untersuchungen des Verfassers (vgl. 1900, Ann. d. Ph. 1, 341) für 1 mm^2 Elektrodenfläche die Grössenordnung der Mikrofarad.

Bei allen Übergangserscheinungen, welche bei Benutzung von Wechsel- bezw. Wellenspannungen von der Grössenordnung der Niederspannung und bei kleinen Grenzflächen auftreten, spielt jener effektive Wert eine hervorragende Rolle, die aber bisher vielfach nicht genug Berücksichtigung gefunden haben dürfte. Ihr starkes Hervortreten bei den Wellenstromerregern zweiter Ordnung (vgl. a. a. O., 326) und ihr grosser Einfluss auf alle Ausgleichverhältnisse dieser Art, namentlich aber die Erzeugung durch den Strom selbst, haben mir nahegelegt, sie als „dynamische Kapazität" zu bezeichnen, zur Unterscheidung von den statischen, wie sie Kondensatoren, Kabel und dergleichen darbieten (vgl. a. a. O., 337).

Dass die Polarisation auch bei Bestimmung des spezifischen Leitvermögens von Flüssigkeiten ins Spiel kommt, ist einleuchtend. Aus diesem Grunde sind auch die Messungen mit Gleichspannungen jetzt praktisch so gut wie aufgegeben worden (**231**). Aber auch bei der Messung mit Wechselströmen ist die Polarisationskapazität als Fehlerquelle zu beachten. Zur Vermeidung merklicher Fehler ist möglichst kleine Stromdichte an der Elektrodenoberfläche (**115**), also hinreichende Grösse der Grenzfläche an den Elektroden (durch gute Platinierung der blanken Platinelektroden sehr erhöht), sowie auch hohe Wechselzahl erforderlich (siehe Bd. II, oder KOHLRAUSCH Seite 55 bis 59). Man verfolgt hier das Ziel, die wirksame Kapazität C_J, welche dem zu messenden OHMschen Widerstand R der Flüssigkeitsstrecke in Gestalt der Polarisationskapazität wenigstens zeitweilig vorgeschaltet ist, in ihrem Einfluss ($\frac{1}{\omega \cdot C_J}$ vgl. **144**) gegenüber dem Wert R so herabzudrücken, dass die Differenz von $\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega\, C_J}\right)^2}$ und R vernachlässigt werden kann, was bei hinreichender Grösse von $\omega = \pi \,.\, z = 2\pi u$ und von C_J einerseits, von R andererseits meist möglich ist.

In den einzelnen Fällen der beiden vorgenannten Zusammenstellungen **262.** Übergangswiderstände Aluminiumzellen.
(aus ursprünglich gleichartigen Elektroden mit zwischengeschalteten Flüssigkeitsstrecken) kann die „Ladungskapazität" jeder Elektrode für sich, sowie auch der Flüssigkeit für sich, je nach Material und Dimensionen zwar quantitativ sehr verschieden sein, qualitativ ist aber unmittelbar nach Abschalten der Ladespannung $\overline{E}_I$ stets eine Umkehrung des elektrochemischen in einen chemoelektrischen Vorgang vorhanden, insofern die Gegenspannung $\overline{E}_{II}$ der Polarisation wirklich vorliegt und einen, wenn auch beschränkten elektrischen Ausgleich im umgekehrten Sinne gegenüber der Ladung herbeizuführen vermag. Ausser diesen, gleichsam mehr oder weniger elastischen Energiedeformationen oder -umsetzungen kommen aber praktisch auch völlig unelastische vor. Bei letzteren verläuft qualitativ der Umsetzungsvorgang so, dass die an den Elektroden ausgeschiedenen Produkte chemoelektrisch völlig indifferent sind, also keine eigentliche Gegenspannung, bezw. nach

Abschalten von $\bar{E}_I$ keine Rückspannung $\bar{E}_{II}$ der Polarisation zu erzeugen vermögen, wenn sie auch auf die elektrischen Ausgleichverhältnisse dadurch einen grossen Einfluss ausüben können, dass die an den Grenzflächen ausgeschiedenen Produkte den elektrischen Ausgleichwiderstand R des Stromkreises unter Umständen stark erhöhen.

Einen sehr typischen Fall dieser Art bilden die sogenannten Aluminiumelektrolytzellen. Da derselbe wohl auch das praktisch wichtigste Auftreten dieser Bildung eines Übergangswiderstandes ohne eigentliche Polarisation darstellt, so sei er als Beispiel der elektrischen Ventilwirkungen im engeren Sinne hier etwas näher betrachtet.

Eine Zelle aus Aluminiumelektroden und Kochsalzlösung liefert bei Elektrolyse an der Anode eine lösliche Verbindung von Chloraluminium und zeigt kein auffälliges Verhalten. Ersetzt man aber die Kochsalzlösung durch einen oxydierenden Elektrolyten, wie verdünnte Schwefelsäure oder auch Alaunlösung — als sehr wirksam werden chromsaure Salzlösung, auch Salmiak, oder doppeltkohlensaures Natron angegeben — so überzieht sich die Anode bei Elektrolyse mit einer Schicht von unlöslichem Aluminiumsuperoxyd (Al_2O_3), welche dem Strom einen sehr grossen Übergangswiderstand von der Flüssigkeit zur Anode darbietet. Wird eine solche Zelle als Aluminiumvoltameter benutzt, so scheidet sich also an der Kathode Wasserstoff aus, während die Anode den Sauerstoff bindet, und gleichzeitig bei vorschreitender „Formierung" der Aluminiumanode die Stromstärke infolge der Widerstandsvermehrung sich immer mehr der Null nähert. Bei Beschickung mit Wechselspannung wird an beiden Elektroden Wasserstoff ausgeschieden und Al_2O_3 gebildet, wodurch auch hier bei stationärer Spannung $\tilde{E}$ die Stromstärke rasch abfällt. Da das Zuschrauben des Ventils für den elektrischen Ausgleich aber jeweils nur an der Anode erfolgt, so hat man den Versuch gemacht (**38**), diese Eigenschaft zur Umwandlung von Wechselspannung in pulsierende Gleichspannung, besonders zum Zweck der Akkumulatorenladung zu verwenden. Nach der von Grätz (ETZ 1897, 423) angegebenen Schaltung hat man hierfür vier Aluminiumelektrolytzellen, in denen jedoch nur eine Elektrode aus Aluminium besteht, wie in Fig. 321 angedeutet zu verwenden. Hierbei ist besonders zu beachten, dass die Zellen nur je eine Aluminiumelektrode (lange Striche in Fig. 321) enthalten dürfen, während die andere aus möglichst indifferentem Metall, meist Kohle oder Blei (kurze Striche in Fig. 321) gebildet wird.

Bei grossplattigen Zellen, genauer solchen mit sehr geringer Stromdichte, kann vorher mit Gleichstrom und Aluminium als Anode formiert werden, weil diese „Formation" erfahrungsgemäss einige Zeit beansprucht, bis ein angenähert stationärer Zustand erreicht ist. Bei sehr hohen Stromdichten (kleiner Aluminiumelektrode) geht die „Formation" allerdings sehr rasch und sinkt unter Umständen auf den Bruchteil einer Sekunde (**263**). Nach Versuchen von E. König (ETZ 1902, 474) ergaben sich für die Formierung von allerdings sehr grossplattigen Zellen etwa folgende Werte an den Klemmen zweier, in Reihe geschalteter Zellen, deren jede eine wirksame Aluminiumoberfläche von 48 dm^2 (fünf Blechtafeln von 1 mm Stärke) und eine wirksame Bleioberfläche von 45 dm^2 (vier Bleiplatten), bei einem Abstand zwischen Anoden- und Kathodenfläche von je 1 cm, besass und 30 l kaltgesättigter Alaunlösung enthielt: Beim Einschalten tritt erst ein starker, aber rasch vorübergehender Stromstoss (Initialkapazität, siehe **261**) ein,

worauf die Klemmenspannung — bei Konstanthalten der Ladestromstärke durch Regulieren — langsam wächst, entsprechend der Zunahme der Al_2O_3-Schicht. Bei 0·4 Amp. Formierungsstrom stieg die Spannung bei jenen zwei Zellen in Reihe erst nach etwa vier Stunden auf 10 Volt, während 2 Amp. etwa 63 Volt brauchten, wonach ein angenähert stationärer Zustand erreicht war. Unter Abrechnung von etwa 3 Volt für den übrigen Spannungsabfall und die Bleipolarisation würden die beiden Oxydschichten in Reihe also etwa 30 Ω Widerstand besitzen, was auf eine Schicht und 1 cm² umgerechnet 15 · 8 · 4800 oder 576 000 Ω ergäbe, ein Wert, der sich übrigens nicht auf das (praktisch isolierende) Oxyd selbst bezieht, sondern einen Mittelwert der vorhandenen, oder bei Wechselstrom durch Wasserstoffreduktion entstandenen Poren auf 1 cm² darstellt (vgl. unten). Hierfür sprechen auch die Versuche insofern, als die Konstanz des Schichtwiderstandes gering ist und offenbar von einer Reihe noch näher zu untersuchender Einflüsse abhängt, wie die Instabilität der Werte bei folgender Versuchsreihe zeigt. Nach Erreichung dieses stationären Zustandes fanden sich nämlich bei stufenweise aufsteigender Ladespannung $\overline{E}_2$ folgende Ladestromstärken $\overline{J}$ in Amp.:

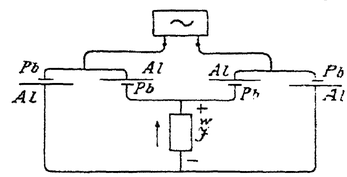


Fig. 321.

$\overline{E}_2$ in Volt:	2	10	16	20	31	45	60	65·2
$\overline{J}$ in Milli-Amp.:	0·21		12 bis 9	16 bis 12 bis 9		85	320	1000

Bei wechselnder Beanspruchung und besonders bei Stromwendung sind die Änderungen noch bedeutender. Untersuchungen desselben Verfassers mit vier, den obigen bis auf die Halbierung der Oberfläche (24 dm² Aluminium, 23 dm² Blei) gleichen, bereits formierten Zellen ergaben, bei Schaltung wie in Fig. 321, wobei in den Zweig mit gleichsinniger, aber pulsierender Strömung $\overset{w}{J}$ sieben hintereinander geschaltete Akkumulatorzellen als Belastung ohne weiteren Wechselstromwiderstand eingeschaltet waren, während die primäre Wechselspannung $\tilde{E}_I = 29$ Volt betrug, folgende Messwerte (vgl. hierzu über Wellenstrommessungen in **158**):

Zeit	$\tilde{E}_I$ in Volt	$\tilde{J}_I$ in Amp.	$\tilde{E}_I \cdot \tilde{J}_I$ in VA	$\tilde{W}_I$ in Watt	$\overset{w}{E}_g$ in Volt	$\overset{w}{J}_g$ in Amp.	$\overset{w}{E}_g \cdot \overset{w}{J}_g$	$\cos\varphi_I = \tilde{W}_I : \tilde{E}_I \cdot \tilde{J}_I$
10⁰ 34′	29	10·6	307	165	18·4	4·0	73·6	0·53
40′	29	9·6	278	152	18·4	3·0	52·2	0·54
46′	29	9·6	278	142	18·2	2·6	47·3	0·51
52′	29	9·6	278	142	18·1	2·5	45·3	0·51
58′	29	9·6	278	142	18·1	2·5	45·3	0·51

Leider sind bei diesen Untersuchungen, welche unzweifelhaft erkennen lassen, dass Wellenstromverhältnisse vorliegen, und zwar offenbar in allen Teilen des Kreislaufes, auch in der Dynamo, die Regeln für die Messung von

Wellenstromgrössen (152) nicht beachtet, so dass die gewonnenen Werte unzureichend und alle daraus weiterhin gezogenen Schlüsse, namentlich die über den Wirkungsgrad, in energetischer Beziehung unzutreffend sind.

Soviel lässt sich aber aus denselben in Zusammenhang mit den sonstigen Beobachtungen über das „Ausblühen" der Aluminiumplatten in mehrere Millimeter hohe Oxydbäumchen (aus Al_2O_3) und aus dem voraussichtlich raschen Ruin im Betriebe bereits ersehen, dass die gehoffte technische Bedeutung diesem Verfahren der Umformung von Wechselstrom in grösserem Massstabe nicht innewohnt. Als Gleichstromventil scheinen diese Zellen, mit Salmiaklösung gefüllt, aber praktisch brauchbar zu sein, wie die Versuche der elektrischen Zugbeleuchtung durch Aufladung von Akkumulatoren von der Wagenachse aus erkennen lassen. Physikalisch besitzt die Deformation der ursprünglich symmetrischen Wechselspannungs- bezw. Wechselstromkurven durch die starke Ventilwirkung der Anodenschicht bei höheren Stromdichten aber jedenfalls Interesse und gestattet einige interessante Folgerungen aus den resultierenden Wellenstromverhältnissen zu ziehen.

In dem oben beschriebenen Versuch ist nämlich die Stromdichte abnorm klein, die Plattenoberfläche abnorm gross, was für die Ventilwirkung ungünstig ist. Nach Untersuchungen von Mayrhofer (ETZ 1900, 926 ff.) ist der Einfluss der Stromdichte auf die Güte der Ventilwirkung sehr gross und die Undurchlässigkeit oder Absperrwirkung der kleineren Elektrode, oder wie bei Aluminium der durch Oxydbildung verkleinerten wirksamen Oberfläche als Anode um so grösser, je stärker das Missverhältnis zwischen den beiden Elektroden ist. Dies geht in dem speziellen Fall der Aluminiumzellen aus der wachsenden Deformation der Wechselstromkurve zu ungunsten der einen (unteren vgl. Fig. 324 a) Halbwelle bei wachsender Stromdichte (vgl. a. a. O. Seite 927) unverkennbar hervor. Dieselbe Erscheinung ergiebt sich übrigens auch beim Wasservoltameter mit stetiger Verkleinerung der einen Elektrode, bis der Grenzfall des elektrolytischen Unterbrechers von Wehnelt erreicht wird; ja noch weiter, wenn man die Spitzenelektrode langsam aus der Flüssigkeit herauszieht, so erhält man schliesslich einen Lichtbogen zwischen Spitze und Flüssigkeit, der eine starke Ventilwirkung zeigt und so gleichsam einen Übergang zu dem früher betrachteten Spitzenstrom im Gas (257) liefert.

263. Wechselstromumformung kleiner Aluminiumelektroden.

Die beschränkte Ventilwirkung der kleineren Elektrode als Anode ist also eine allgemeine Erscheinung, unter welche auch die Erscheinungen in der Aluminiumzelle sich einreihen lassen. Die letzteren erlangen sonach einen unmittelbaren Anschluss an die Erscheinungen beim Wehneltunterbrecher, ja können geradezu als ein Sonderfall dieser Erscheinung mit Verteilung der beim Wehneltunterbrecher zusammenhängenden wirksamen Oberfläche auf viele kleine Poren in der Haut aus Aluminiumoxyd angesehen werden, wie aus den Untersuchungen von Mitkiewicz (Ph. Z. II, 747) hervorgeht.

Den Vorgang der „Formierung", sowie die Wirksamkeit der Aluminiumelektrode kann man sich, wie mir scheint, etwa so vorstellen: Bei einer frischen Aluminiumoberfläche mit Wirksamkeit als Anode bildet sich verhältnismässig rasch eine nicht ganz dichte Haut von Al_2O_3. Die vorhandenen Poren werden nun thatsächlich wie eine grosse Zahl elektrischer Ventile wirken. Bei derjenigen Halbwelle des Wechselstromes, bei welchem die Aluminiumoberfläche Anode ist, werden sich diese Poren in den ersten Momenten immer weiter durch Abscheidung von Al_2O_3 schliessen bis zur

angenäherten, aber nicht völligen Absperrung einer Strombildung nach dieser Richtung. Wechselt jetzt die elektrische Druckrichtung, wird also das Aluminium Kathode, so wird eine Entwickelung von wachsenden Wasserstoffbläschen an den Porenstellen auftreten, welche teils durch mechanische Wirkung, teils durch Reduktion während der ersten Zeitteilchen dieser Halbwelle den wirksamen Querschnitt rasch erweitern werden. Steigt die Stromdichte oder richtiger, unter Zurückgehen auf die „oberste Thatsache“, das Spannungs**gefälle** an der Aluminiumelektrode über eine gewisse Grenze, so wird ausserdem eine Gasentladung durch die Wasserstoffbläschen hindurch auftreten und das „elektrolytische Leuchten“ ähnlich wie beim Wehneltunterbrecher erzeugen, eine Erscheinung, die unter der Bezeichnung „leuchtende Aluminiumelektroden“ von zahlreichen Forschern beobachtet worden ist (vgl. uuter anderen ETZ 1900, 928 ferner auch 1900, 510).

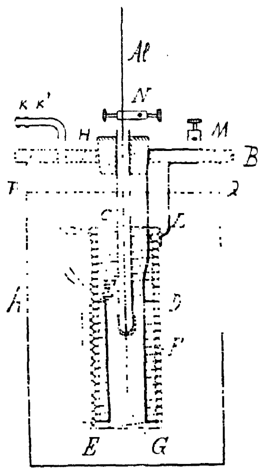


Fig. 322.

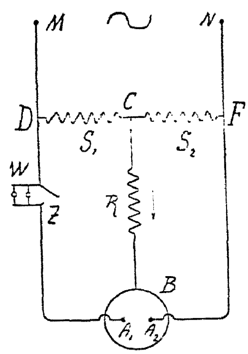


Fig. 323.

Die **Form** der Stromwelle wird infolge der Polarisationskapazität der Elektroden (261) ausserdem noch in mehr oder weniger hohem Grade durch den der Spannung vorauseilenden Ladestrom beeinflusst werden, welcher sich der arbeitleistenden Komponente überlagert.

Da somit die wirklich mit Al_2O_3 überzogene und geschützte Oberfläche nur als Ballast wirkt, so liegt es nahe, die Aluminiumelektrode nach Möglichkeit zu verkleinern, wie dies auch mit dem besten praktischen Erfolge von verschiedenen Forschern geschehen ist, wobei nur dafür zu sorgen ist, dass keine zu grosse Erwärmung der elektrolytischen Flüssigkeit eintritt. Mitkiewicz ist dadurch unter Anwendung eines Aluminium**drahtes** (*Al* in Fig. 322) und einer 7 bis 8 % doppeltkohlensauren Natronlösung, die mittels bleierner Kühlschlange ausserhalb der Bleielektrode *EE* unter 60° C. gehalten wird, zu einer wirksamen Anordnung der Aluminiumelektrolytzelle gelangt (Fig. 322), welche einerseits einem Wehneltunterbrecher, andererseits der Spitzenstromanorduung von Warburg (257) sehr nahe kommt. Besteht die Aufgabe des Wehneltunterbrechers in erster Linie darin, mit Hilfe periodischer Vergasung der Grenzfläche Gleichstrom in Wellenstrom mit möglichst grosser Wechselkomponente umzuwandeln, so kann die Anordnung in Fig. 322 geradezu als Umkehrung angesehen werden mit der Aufgabe, ursprünglichen Wechselstrom (richtiger Wechselspannung) in einseitig gerichtete Impulse mit möglichst hohem Gleichstromniveau $\left(\overset{w}{J_g}\right)$ zu verwandeln. Stellt nach Mitkiewicz Fig. 324a die mit seinem einfachen Aluminiumstromrichter erhaltene Stromkurve dar (offenbar ist aber die Zeitzählung hier von rechts nach links zu nehmen), so kann man, auch ohne Brückenschaltung von vier Zellen nach Grätz (vgl. Fig. 321), durch die in Fig. 323 angegebene interessante

Schaltung eine Ausfüllung der mittleren Lücke in der Stromkurve der Fig. 324a, in dem Zweig R (der Fig. 323) erhalten durch aneinanderschliessende Halbwellen, wie Fig. 324b zeigt.

Dies setzt voraus, dass man in der gemeinsamen Bleielektrode B (Fig. 323) zwei gegeneinander ausreichend isolierte Aluminiumelektroden A_1 und A_2 — jede wie in Fig. 322 — anordnet, diese an die Wechselstromquelle MN ($\tilde{E}$ aufwärts bis etwa 110 Volt) anschliesst und ausserdem parallel hierzu zwischen D und F eine in der Mitte C geteilte Spule mit hoher Selbstinduktion und kleinem Widerstand, z. B. eine Transformatorwicklung legt. Alsdann entsteht im Zweig R ein stets im Pfeilsinn fliessender gleichgerichteter Wellenstrom, der etwa die Form von Fig. 324b zeigt, d. h. mit den Fussspitzen das Nullniveau erreicht, wenn R induktionsfrei ist, dagegen die Form der Fig. 324c annimmt, wenn R induktiv ist. Der Übergang von Fig. 324b zu 324c ergiebt sich ohne weiteres aus den früheren Ausführungen (**152**) über den Wellenstromausgleich, wonach die Gleichstromkomponente nur von dem Ohmschen Widerstand beeinflusst wird, die Wechselkomponente hingegen von Z. Die bei W angedeuteten zwei Glühlampen, welche durch den Hebel Z kurzgeschlossen werden können, haben nur den Zweck, beim Anlassen vorübergehend vorgeschaltet zu werden, solange A_1 und A_2 noch nicht ausreichend „formiert" sind, sollen sonach im Moment des Einschaltens einen sonst entstehenden kleinen Kurzschluss verhindern. Die Schaltung der Fig. 323 gestattet also nach dem gleichen Prinzip wie die sogenannten Dreileitermaschinen (**152**) ein Abfiltrieren des hier gewünschten Gleichstromes und stellt eine Umkehrung der Filtration von Wechselstrom dar, die durch einen Kondensator (vgl. **266**), oder durch eine Volltransformation (**152**) ermöglicht ist.



Fig. 324a.

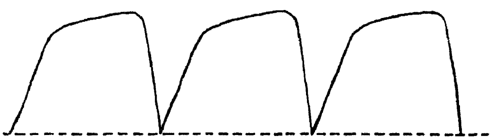


Fig. 324b.



Fig. 324c.

Um aus den nach Fig. 324b umgeklappten Halbwellen eines symmetrischen Wechselstromes einen anderen von doppelter Periodenzahl (in der Sekunde) abzuleiten, ist zuerst von Zenneck (vgl. ETZ 1900, 103) der Transformator verwendet worden. Unter Benutzung zweier Aluminium-Kohlezellen mit der in Fig. 325 angegebenen Schaltung wird den beiden Wicklungen A und B abwechselnd eine Spannungswelle etwa von dem Verlauf der Fig. 324a aufgedrückt. Zur Wirksamkeit an den Klemmen der Transformatorwicklungen gelangen also Halbwellen, welche denjenigen der Primärspannung $\tilde{E}_1$ sehr nahe gleich sind, wenn R gegen $L \cdot \omega$ klein ist (**152**), welche aber gleichgerichtet und um eine halbe Periode (der pri-

mären Wechselspannung $\tilde{E}_1$) gegenüber versetzt sind, so dass die auf das Transformatoreisen wirkende Wellenspannung $\overset{w}{E}_1$ von der Art der Fig. 324 b ist. Eine einfache Überlegung (siehe HEINKE 1902, Ph. Z. III, 334) lehrt nun, dass das Umklappen einer Halbwelle der „obersten Thatsache“ um das Nullniveau (vgl. Fig. 326) auch das Umklappen **aller** Grössen herbeiführen muss, die **zwangläufig** aus dieser „Thatsache“ folgen und, wie jene, periodischen Charakter besitzen. Hierzu zählt auch die gegen $\tilde{E}_1$ um 90 Grad versetzte Kurve der Magnetisierungsstromstärke, welche in Phase und **unterhalb** der Sättigung auch angenähert in der Form mit der Kurve des magnetischen Feldes im Transformatoreisen zusammenfällt (vgl. **301**). Der elektrischen Wellenspannung $\overset{w}{E}_1$ muss also die strichpunktierte Feldkurve in Fig. 326 entsprechen und diesem **magnetischen Wellenfeld** $\overset{w}{N}_{1,2}$ bezw. dessen wirksamer Wechselkomponente $\tilde{N}_{1,2}$, welche auch die Wickelung C durchsetzt, die Spannungskurve $\overset{w}{E}_2$ (strichliert). Diese wird in dem Stromkreis der Wicklung C bei induktionsfreier Belastung R_2 einen mit $\overset{w}{E}_2$ konformen Strom erzeugen. Man erhält also thatsächlich durch eine Halbdrehung um die Nullachse (Umklappen) von je einer Hälfte (z. B. stets zwischen 180 und 360) des gewöhnlichen Transformatordiagramms in Linienkoordinaten (vgl. Fig. 327) die Verhältnisse der Schaltung in Fig. 325 bezw. 326 in richtiger Weise.

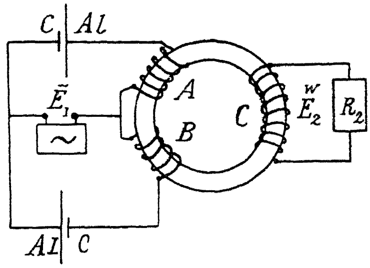


Fig. 325.

Einige weitere Polarisationserscheinungen, namentlich solche bei Elektrolyse des Wassers sind in **269** erwähnt, im übrigen sei wegen der sehr zahl-

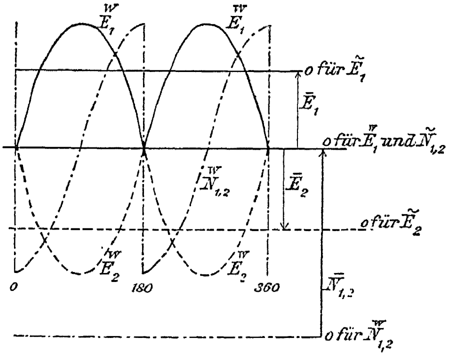


Fig. 326.

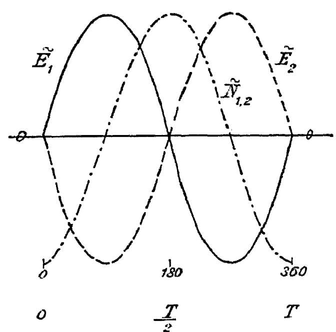


Fig. 327.

reichen Beobachtungen über Polarisation auf deren Zusammenstellung in Wd. II, 829 bis 1056 verwiesen, sowie bezüglich der Polarisation in Primärelementen auf H. III, 1.

In Gemeinschaft mit elektrischen Ventilwirkungen treten vielfach elektrische Stossheberwirkungen auf, welche eine weitergehende und gleichsam **264. Elektrische Stossheber.**

Unterbrecher mit Energietransformation.

kompliziertere, wenn auch kaum weniger häufige Übergangserscheinung darstellen. Soweit diese Wirkungen nämlich nicht als rasch vorübergehende Einzelvorgänge (Induktionsstösse vgl. **187**), sondern als stationäre Zustände von längerer Dauer oder, richtiger, regelmässiger Wiederkehr auftreten, setzen sie einen periodischen Wechsel der Übergangs- oder Grenzflächenzustände voraus, der starke periodische Widerstandsschwankungen einschliesst, die praktisch häufig bis zur automatischen Unterbrechung des Strömungsvorganges, oder auch zur Auslösung von elektromagnetischen Eigenschwingungen in den Kreislaufsystemen (**193** ff.) führen.

Diese Absperrung des Ausgleichweges wird also automatisch durch den Ausgleichvorgang selbst hervorgerufen und macht zusammen mit dem anschliessenden Induktionsstoss, der nach Art eines hydraulischen Widders (Stosshebers) im Sinne der Richtung der abgesperrten Strömung erfolgt, bei regelmässig periodischer Wiederkehr des Spieles eben die gemeinschaftliche Charakteristik der folgenden Erscheinungen aus. Dass zwischen den beiden analogen Vorgängen insofern ein Unterschied besteht, als der hydraulische Stoss, welcher zeitweilig einen höheren als den ursprünglich gegebenen Gefälldruck erzeugt, von der Bewegungsenergie (lebendigen Kraft) der Wasserströmung innerhalb der Leitung herrührt, während den elektrischen Stoss die elektromagnetische Bewegungsenergie $L \cdot \frac{J^2}{2}$ des magnetischen Feldes ($N = L \cdot J$) hervorruft, welche mit der Stromstärke innerhalb der Leitung zwangläufig verkettet ist, darauf wurde bereits früher (**65**) hingewiesen. Beiden gemeinschaftlich bleibt aber als wesentliches Moment die energetische Seite, dass durch die periodische Stosswirkung eine Transformierung der beiden Leistungsfaktoren (E und J), nämlich Druck- und Stromstärke, möglich wird ohne Volltransformation. Während letztere zwei völlig getrennte Kreislaufbahnen mit zwei gekuppelten Druckvorrichtungen (Transformatorwicklungen bezw. Maschinen entsprechend Turbine und Pumpe) voraussetzt, wird bei der Stosshebertransformation die Umwandlung der Leistungsfaktoren in höheren Druck (E) und niedere Stromstärke (J), gegenüber der ursprünglich gegebenen Leistung, in ein und demselben Kreislauf, d. h. in einer Teilstrecke desselben vollzogen, wodurch eine gewisse Verwandtschaft mit der Halbtransformation gegeben ist. Eine nicht unwesentliche Abweichung gegenüber der Halbtransformation von symmetrischem Wechselstrom (siehe ETZ 1902, 891) liegt aber darin, dass die Stosshebertransformation für beide Strom- bezw. Spannungsarten, nämlich ursprüngliche Gleichspannung und ursprüngliche Wechselspannung, anwendbar ist, und dass beide durch die Stosshebertransformation — im Gegensatz zur Wechselstromtransformation — die Überführung in eine neue Strömungsart, nämlich den Wellenstromausgleich erfahren. Die Ausgleichverhältnisse dieser Strömungsart, welche sowohl hinsichtlich des Verhältnisses der einzelnen Hauptgrössen $\left(\overset{w}{E}, \overset{w}{J}, \overset{w}{Z}\right)$, als auch der energetischen Beziehungen den allgemeineren und komplizierteren Fall darstellen (**158**), verlangen daher in messtechnischer Beziehung besondere Beachtung und Vorsicht, um Schlussfehler zu vermeiden. In einer ganzen Reihe von Fällen können zwar die Wellenstromwerte nur wenig von den der speziellen Grenzfälle, des stationären Gleichstromes und des symmetrischen Wechselstromes, abweichen, so dass der Fehler bei der einfachen Messung nach der einen oder anderen Art

praktisch nur untergeordnete Bedeutung besitzt, in anderen Fällen kann aber der Wellenstromcharakter sehr ausgesprochen sein. Alsdann werden die bei der einfachen Messung (ohne Wellenstromschaltung) begangenen Fehler sehr erheblich, namentlich in energetischer Hinsicht, wie Untersuchungen der Ausgleichverhältnisse der periodischen Unterbrecher, vor allem des elektrolytischen, ergeben haben (vgl. **158**, sowie Heinke, 1899 Wied. Ann. 69, 612).

Die Elementarerscheinung der Stossheberwirkung, nämlich der einzelne Induktionsstoss, wurde als unbeständiger Ausgleichvorgang bereits in **187** ff. eingehender betrachtet. Der Übergang zu den beständigen Wellenstromerscheinungen durch regelmässig periodische Wiederkehr des Vorganges bei Verwendung eines periodischen Unterbrechers wurde gleichfalls in **200** behandelt. Ob hierbei der Unterbrecher als rotierender Quecksilberstrahlunterbrecher arbeitet und die periodische Schliessung und Öffnung des Stromkreises durch Auftreffen des Strahles (aus F in Fig. 328) bald auf Zahn (H), bald auf Zahnlücke bewerkstelligt wird, oder als elektrolytischer Unterbrecher, oder ob ein schwingender Unterbrecher in einer Abart des Wagner-Neefschen Hammers (**155**), wie bei den älteren Induktorien, Verwendung findet, ist mehr Sache der hier nicht näher zu behandelnden technischen Ausführung zum Zweck eines störungsfreien Betriebes mit hinreichender Regelmässigkeit, Raschheit und Intensität der Stromschwankungen.

Nur nach einer Richtung wird ein mehr wesentlicher als gradweiser Unterschied bestehen: Ob nämlich die Periode der Schwankung, bezw. der erzielten Wellenströmung, nur durch die aufgezwungenen Perioden der mechanischen Unterbrechung bedingt ist und mit dieser übereinstimmt, oder ob (durch Zufügung eines elastischen Gliedes in Gestalt einer Kapazität C zu der vorhandenen Selbstinduktion L) in dem aus L, R und C gebildeten Kreislauf Eigenschwingungen dieses Systems ausgelöst werden von der gleichen oder einer vielfachen Periode der anregenden Primärschwankung (vgl. hierzu **199**). In diesem Falle wird auch bei *primärer Gleichspannung die ausgelöste* Wechselkomponente der Ausgleichstromstärke das Gleichstromniveau zeitweilig an Grösse übertreffen, also eine Unterschreitung des Nullniveaus und zeitweilige Umkehr der Stromrichtung im Kreislauf zur Folge haben können, wie auch die Untersuchung der Stromkurven (vgl. Fig. 343 in **272**), sowie die Messresultate bei Wellenstromschaltung erkennen lassen. Die Auslösung von Eigenschwingungen kann sowohl durch eine feste, angenähert unveränderliche Kapazität in Gestalt eines Kondensators, wie bei grösseren Induktorien erfolgen, doch genügt hierzu auch erfahrungsgemäss die Polarisationskapazität (**261**) bei elektrolytischen Unterbrechern. Bei der ursprünglichen Ausführung nach Wehnelt sind dies Elektrolytzellen, deren eine Elektrode (meist Blei in Fig. 329 mit 0 bezeichnet) eine grosse Oberfläche hat, deren andere hingegen (meist Platin in Fig. 329 je nach Stromstärke 1 oder 2) eine sehr beschränkte Oberfläche, gewöhnlich in Form einer Spitze besitzt. Die Einordnung der Unterbrecher in den elektrischen Kreislauf ist durch die Schaltungsschemata der Fig. 328 und 329 angegeben, wie sie bei modernen Einrichtungen — hier Röntgeneinrichtungen nach Siemens & Halske — Verwendung finden. Hiervon stellt Fig. 328 einen rotierenden Quecksilberstrahlunterbrecher und seine Verwendung beim Anschluss an ein Gleichspannungsnetz dar, während Fig. 329 einen zweiteiligen Wehneltunterbrecher beim Anschluss an ein Wechselstromnetz zeigt.

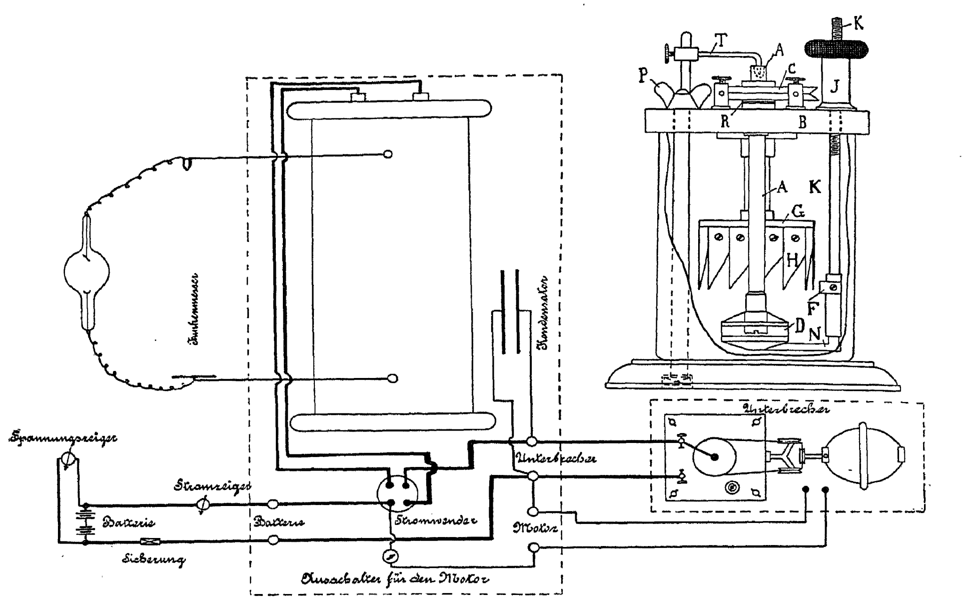


Fig. 328.

Diese Anordnung (vgl. Fig. 329) gleicht der früher beim Spitzenstrom in Gas (**257**) besprochenen, nur dass als konvektiver Leiter an Stelle des Gases die weit besser leitende Flüssigkeit (meist verdünnte Schwefelsäure, etwa Akkumulatorensäure) tritt. Die Übergangserscheinungen, welche bei einem derartigen „Unterbrecher" auftreten, bewirken unter gewissen Umständen, a b e r n i c h t i m m e r, ein p e r i o d i s c h e s Schwanken des Über-

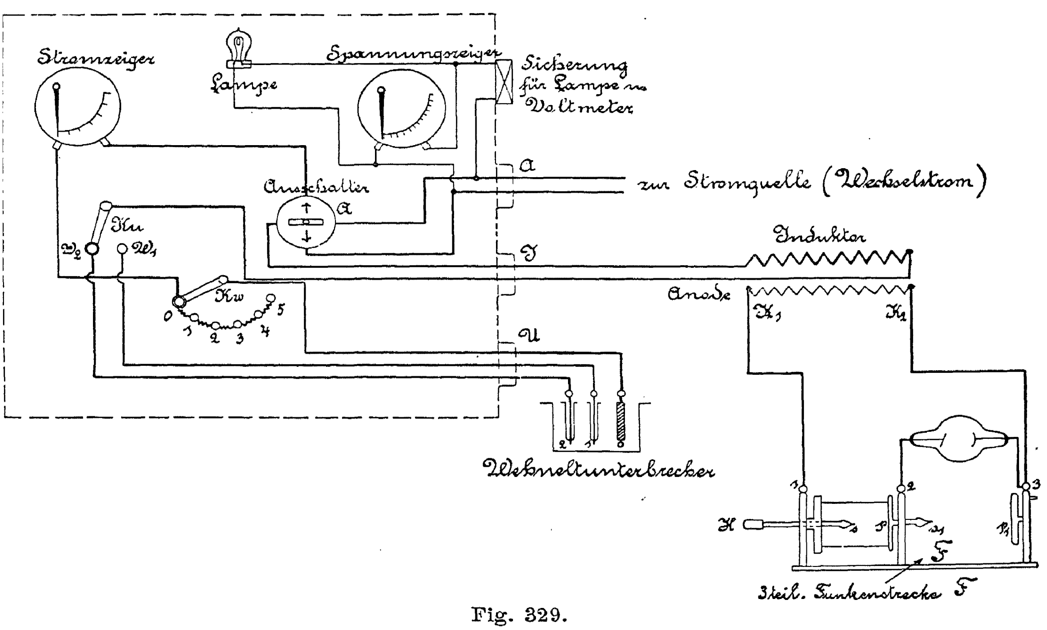


Fig. 329.

gangswiderstandes in weiten Grenzen und damit ein dem hydraulischen Stossheber ganz analoges Spiel nebst allen Folgeerscheinungen, nur dass die Periodendauer in Sekunden von erheblich (zwischen 10- und 1000 mal) kleinerer Grössenordnung zu sein pflegt.

Die Umstände, unter denen eine solche Elektrolytzelle als Wellenstromerreger zweiter Ordnung (**155**) wirksam ist, dürften wahrscheinlich mit dem Verhältnis zwischen dem wirksamen Selbstinduktionskoeffizienten L_w des Kreislaufes und einem wirksamen Kapazitätswert C_w der Polarisationskapazität der Grenzflächenschicht (**261**) zusammenhängen. Diese Umstände liegen bei dem als zweites Stadium (vgl. Heinke, „Über Wellenströme", ETZ 1899, 510) bezeichneten Zustand insoweit vor, dass die erreichte Abstimmung von L_w, C_w und R_w im Stromkreis eine ausreichend grosse Resonanz zur Durchbrechung der Gasschicht gestattet. Ausser diesem *zweiten* Betriebsstadium, auf welches durch passende Wahl der kleinen Elektrodenoberfläche (Wehnelt) bezw. des Lochquerschnittes (Simon) je nach der gewünschten Periodenzahl und Stromstärke eingestellt wird, giebt es aber bei der Elektrolytzelle mit kleiner Elektrode noch zwei oder auch drei weitere Betriebsstadien, welche nach unten und oben anschliessen.

Bei zu kleinen Elektrodenspannungen, d. h. normalen Stromdichten unterhalb der „Sättigungsstromstärke" (**226**), findet als erstes Stadium stationäre, wenn auch sehr stürmische Wasserzersetzung statt. Nach Erreichung der „Sättigungsstromstärke" bleibt letztere mit weiter wachsender Spannung angenähert konstant, oder wächst infolge der Temperaturzunahme, sowie der erhöhten Leitfähigkeit des Elektrolyten nur ganz langsam an, während die Unterbrechungszahl mit wachsender Spannung zunimmt. Nach Durchlaufung dieses zweiten Stadiums tritt von einem bestimmten Spannungswert der plötzliche Übergang in das dritte Stadium ein, bei welchem die kleine Elektrode vollständig und *dauernd* mit einer leuchtenden Gasschicht überzogen ist, welche sich in lebhafter Bewegung befindet. Gleichzeitig sinkt die Stromstärke auf wenige Prozente der vorhergehenden Sättigungsstromstärke herab, woraus der relativ hohe Widerstandswert der dünnen stationären Gasschicht hervorgeht. Diese an das Leydenfrostsche Phänomen erinnernde Erscheinung scheint eine kräftige Glimmstromentladung — ohne merkliche Verdampfung der kleinen Elektrode (**249**) — darzustellen. Der sprungweise Übergang von dem zweiten zum dritten Stadium ist von Richarz, welcher nach Planté (**38**) diese Erscheinungen zuerst eingehender beschrieb, als „Stromumschlag" bezeichnet worden. Geht die Erhitzung der Elektrode soweit, dass Verdampfung des Metalles eintritt, was zuweilen ohne weitere Erhöhung der Spannung nach einiger Zeit der Fall wird, so erfolgt unter Glühendwerden der kleinen Elektrode der Übergang in das vierte Betriebsstadium, nämlich bei wiederum wachsender Stromstärke eine Funken- bezw. kleine Lichtbogenbildung an der kleinen Elektrode, wobei letztere rasch aufgezehrt wird.

265. Grenzübergang von metallischem Leiter zu Gas.

Die letztgenannten Erscheinungen stellen bereits eine Vereinigung aller drei Leitungsvorgänge, nämlich in Metallen, Elektrolyten und Gasen in der Reihenfolge Metall — Gas — Elektrolyt — Metall dar. Die hierdurch bedingte Vermehrung der Übergangserscheinungen hat aber vorläufig noch nicht zu näherer Untersuchung herausgefordert. Hingegen ist die jetzt zu betrachtende Zusammenstellung von metallischen Leitern und Gasstrecken bereits nach verschiedenen Richtungen praktisch bedeutungsvoll geworden und bietet eine Reihe interessanter Erscheinungen. Dass bei Gasentladungsröhren mit Glimm-

lichtentladungen auch wellenstromartige Ausgleicherscheinungen auf Grund periodischen Wechsels der Gasionisierung eintreten können, wurde bereits in **244** erwähnt und auch mit Hilfe eines mechanischen Modells erläutert (vgl. Fig. 276). Praktisch häufiger und auch wichtiger sind aber die Erscheinungen bei Atmosphärendruck, wenn die mit dem metallischen Kreis in Reihe geschaltete Gasstrecke (Luftstrecke) durch Verdampfung der Elektroden mit Dampfionen gespeist wird. Allerdings hat man sich bis vor kurzem im wesentlichen auf Funkenstrecken oder Lichtbogenbildungen mit unzureichender Energiezufuhr beschränkt und erst in neuerer Zeit (vgl. **38**) die analogen mannigfaltigen Erscheinungen am Lichtbogen aufgefunden und untersucht, ohne aber bisher, wie es scheint, einen ausreichend engen Anschluss derselben an die Erscheinungen bei Funkenstrecken und Unterbrechern aufdecken zu können. Ein Versuch, die sprechende Bogenlampe, sowie den Lichtbogen, welcher dauernden Wechselstrom in einen parallelgeschalteten Kondensator liefert, als Sonderfälle des Wellenstromausgleiches mit Stossheberwirkung aufzufassen, soll unten folgen; zuvor möge aber nochmals (vgl. **130**, **249**) auf den Charakter der Funkenstrecken hingewiesen werden, wie sie in der Elektrophysik zur Erzeugung von elektrischen Schwingungen so vielfach verwendet werden (vgl. **200** bis **207**), insofern eine Stossheberwirkung hierbei ins Spiel kommt.

Wie schon (**249**, **264**) angedeutet, kann man jede Funkenstrecke als die Einleitung einer Lichtbogenbildung, d. i. einer Gasentladung durch die Elektrodenzwischenstrecke unter Verdampfung der Elektroden ansehen. Fehlt dieser Einleitung, welche nur von dem einen Leistungsfaktor, der Spannung, bedingt ist, aber zur Ausbildung des Lichtbogens die erforderliche elektrische Energiemenge, oder steht — mehr technisch ausgedrückt — hinter der Spannung im richtigen Moment nicht der erforderliche Strom, so muss ein plötzliches Zusammenknicken der zu stark eingeleiteten Ausgleichbewegung eintreten. Hinsichtlich der Bewegungsenergie des magnetischen Feldes, welches mit dem schnell abklingenden Funkenstrom zwangläufig verkettet und längs des ganzen Stromkreises vorhanden ist, liegen also die Verhältnisse ganz ähnlich wie beim Unterbrecher, obwohl die Ursache eine wesentlich andere ist. Der Stoss der gleichsam auf den Leiterkreis zurückfallenden Feldenergie (**64**) wird ein Emporschnellen der Spannung und weiterhin, infolge des hier fast stets vorhandenen elastischen Gliedes in Gestalt der Kapazität des Systems, den schon früher eingehend behandelten Schwingungsausgleich herbeiführen, der einzeln für sich betrachtet die unbeständige Funkenentladung darstellt (siehe hierüber in **193** ff.). Die regelmässige Wiederholung der Funkenentladung wird einen gewissen Übergang zu den stationären Ausgleichvorgängen bei symmetrischem Wechselstrom, gegebenen Falles in Verbindung mit Resonanz (**200**), liefern.

Wenden wir uns jetzt zu dem elektrischen Gleichstromlichtbogen, also zu den Erscheinungen bei Zuführung von ausreichender Gleichstromenergie nach vorausgegangener Einleitung der Funkenentladung durch Gleichspannung mit elektrischer Überbrückung der Luftstrecke. Hier darf man nicht aus dem Auge verlieren, dass nach unseren Vorstellungen die konvektive Leitung einer Gasstrecke nie den Kontinuitätscharakter eines völlig zusammenhängenden Flüssigkeitsfadens, sondern höchstens den einer raschen Tropfenentladung besitzen kann, wie dies bereits in **208** auseinandergesetzt wurde. Dieser Wechsel in der Ausgleichform muss also beim Übergang der Strö-

mung von der Elektrode zur Gasstrecke oder umgehrt stattfinden, und wir können neben dem benutzten Bild der Tropfenströmung folgende Überlegungen und mechanische Bilder, welche J. J. THOMSON (vgl. a. a. O. Seite 81) zur Erläuterung des Ausgleichs durch ein Entladungsrohr benutzt, auch auf unseren Lichtbogen anwenden:

Wir thun, glaube ich, gut, wenn wir einen Unterschied machen zwischen einem Strom, der durch ein Entladungsrohr (eine Luftstrecke) geht und einem Strom, der durch die Leiter fliesst. Der Strom durch das erstere kann diskontinuierlich verlaufen, sogar wenn der Strom durch die letzteren kontinuierlich fliesst. Denn da der Strom durch ein Gas nicht denselben Gesetzen gehorcht, wie der Strom durch einen metallischen Leiter, so braucht der Strom durch einen Querschnittteil des Entladungsrohres in einem ganz bestimmten Augenblick nicht derselbe zu sein, wie der Strom, der durch einen Querschnitt des Leiters fliesst. Der mittlere Strom muss in beiden Fällen der gleiche sein, aber auch nur der mittlere Strom, und nicht der Strom in jedem bestimmten Augenblick. Um ein Bild von SPOTTISWOODE und MOULTON heranzuziehen, so wirkt das Entladungsrohr gerade wie der Luftkessel einer Feuerspritze: alle Elektrizität, die hineinströmt, strömt auch wieder heraus, aber nicht mehr mit denselben Stössen. Das Rohr mag bisweilen mehr und bisweilen weniger freie Elektrizität enthalten und wie ein ausdehnbares Gefäss wirken, welches einen Teil des Weges einer inkompressiblen Flüssigkeit bildet.

Es bedarf jetzt nur noch einer, wie mir scheint, naheliegenden Annahme, um die folgenden Erscheinungen aus den Jonisierungsvorstellungen ableiten zu können. Die Auflösung der Gleichströmung in Tropfenladungen wird im allgemeinen dem Herabströmen eines gleichmässigen Regens entsprechen ohne ausgesprochene Gesetzmässigkeit für die einzelnen Tropfen, aber doch mit derselben Niederschlagsmenge in der Zeiteinheit. Wir haben aber Grund anzunehmen, dass die Jonen mit ihren Ladungen im Lichtbogen, ähnlich wie die einzelnen Regentropfen, in einem weniger zwangläufigen Zustand sich befinden als innerhalb einer geschlossenen Strömung, dass sie bei ihrer Auslösung aus der Grenzschicht zwischen festem und gasigem Leiter (**255**) also Antrieben, welche eine Richtung oder besser Rhythmisierung des Ausgleichvorganges anstreben, leichter nachgeben können. Wenn nun einem von aussen wirkenden rhythmischen Antrieb auch nicht alle, gleichsam ein unregelmässiges Kleingewehrfeuer darstellenden Jonen folgen werden, so wird dies doch bei einem Teil der Fall sein, welche alsdann mit einem rhythmischen, bezw. im einfachsten Fall periodisch wiederkehrenden Rottenfeuer zu vergleichen wären. Auf dem Niveau des gleichmässig fortgehenden unregelmässigen Kleingewehrfeuers (Gleichstromniveau) wird also dieses periodische Rottenfeuer aufgelagert sein, wodurch der Gesamtausgleich wiederum einen Wellenstromcharakter annimmt. **266.** Lichtbogen als Wellenstromerreger.

Wendet man dies auf die neuerlichen Beobachtungen am Gleichstromlichtbogen an — am Wechselstromlichtbogen ist eine Wellenstrombildung durch einen ähnlichen Einfluss zwar auch denkbar, wird aber voraussichtlich viel weniger deutlich zur Geltung kommen —, so hätte man sich vorzustellen, dass die in der Elektrodengrenzschicht in einem labilen Zustand vorhandenen Jonen den rhythmischen Charakter ihrer Auslösung durch einen übergelagerten Wechselstrom zu erhalten vermögen. Dieser Fall wird bei der Bogenlampe als Empfänger vorliegen in der zuerst von H. SIMON (vgl. 1898, WIED. Ann. 64, 233) benutzten Schaltung (vgl. Fig. 330). Die auf ein Mikrophon auftreffenden Luftwellen des Geräusches bezw. des Sprechenden werden durch ihre Erschütterung im Kreise der Mikrophonbatterie (vgl. Fig. 330) einen Wellenstrom erregen; von diesem wird durch Transformierung die Wechsel-

komponente herausfiltriert und nach Bedarf umgesetzt (**152**); dieser Wechselstrom wird dem Lichtbogenausgleich einen wellenstromartigen, im genau gleichen Rhythmus wechselnden Verlauf erteilen, welcher einerseits entweder direkt, oder auch mit Vermittelung der Wärme das Lichtbogenvolumen zu rhythmisieren, d. h. Schallwellen zu erzeugen vermag.

Im wesentlichen derselbe Erfolg, wenn auch technisch in mehr oder weniger vollkommenem Masse, wird erzielt durch die von Ruhmer angegebene

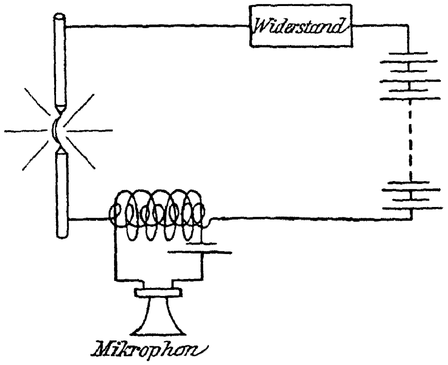


Fig. 330.

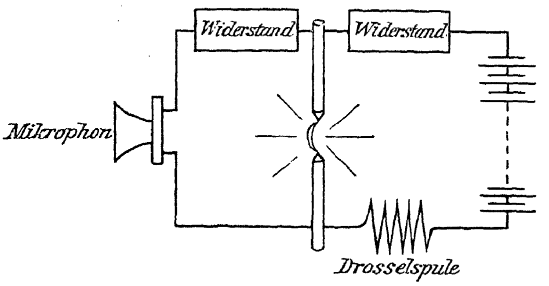


Fig. 331

einfache Parallelschaltung des Mikrophonkreises zur Bogenlampe (Fig. 331), wobei keine besondere Mikrophonbatterie, sondern nur noch ein passender unveränderlicher Widerstand vor das Mikrophon erforderlich ist, welches als Wellenstromerreger zweiter Ordnung (**155**) wirkt. In den Fällen, wo eine Dynamomaschine im Stromkreise sich befindet, welche ja keine reine Gleichspannung, sondern eine aus kommutierten und phasenverschobenen Halbwellen aufgebaute Spannung mit verbleibendem schwachen Wellencharakter liefert, ist das von letzterer erzeugte

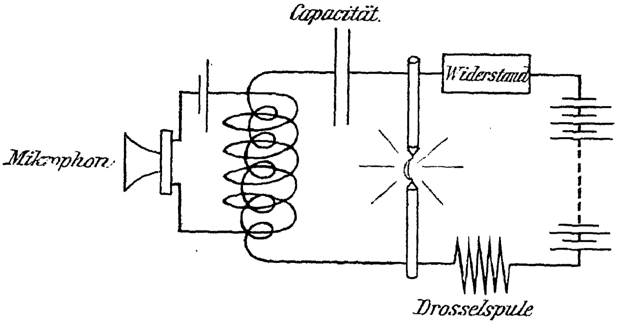


Fig. 332.

Geräusch so stark und störend, dass es am Eintritt in den Stromkreis verhindert werden muss. Dies ist durch den Kunstgriff von Duddell (1900, Electrician 46, 269 ff.) durch Einfügung von Kondensator und Drosselspule in der bei Fig. 332 angedeuteten Weise möglich. Der Kondensator dient hierbei als Wechselstromübertrager, ohne Gleichstrom einzulassen, während die Drosselspulen zwischen Hauptstromquelle und Lampe den doppelten Zweck erfüllen, fremde Wechselkomponenten durch Abdrosselung (**152**) stark abzuschwächen und bei der nutzbaren Wechselkomponente die Abschwächung durch Nebenschluss möglichst zu verhindern. Über weitere Schaltungen, die aber nur Variationen und Kombinationen der vorstehenden darstellen, siehe den Vortrag von Simon auf der Hamburger Naturforscherversammlung

(Ph. Z. III, 278 ff.). Hiervon sei nur noch auf die für den Elektrotechniker interessante Schaltung der Fig. 333 hingewiesen, bei welcher durch Einschaltung der wechselstromdurchflossenen Transmitterwickelung in die Felderregung einer Dynamo alle angeschlossenen Lampen zur Wiedergabe der Mikrophonschwingungen veranlasst werden.

Dass es sich bei diesen elektroakustischen Vorgängen im Gleichstromlichtbogen um eine Umsetzung handelt, die umkehrbar ist, hat die gleichfalls

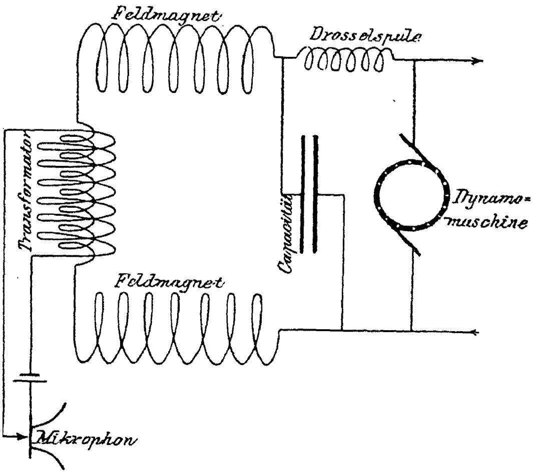


Fig. 333.

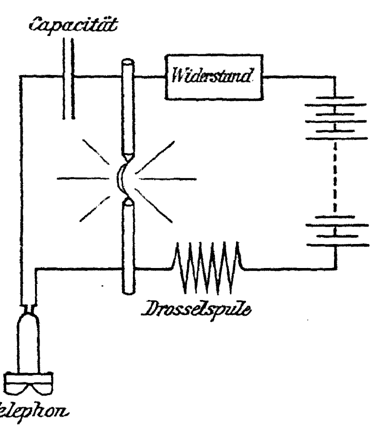


Fig. 334.

zuerst von Simon beobachtete Benutzbarkeit des Lichtbogens als Geber bewiesen (vgl. Fig. 334). Nach unserer obigen Vorstellung — die übrigens durch das Versuchsergebnis von Simon (vgl. Ph. Z. III, 284), dass nur der „Krater“, d. h. die Grenzschicht, nicht der Lichtbogen selbst in seiner Lichtintensität so fein auf Stromschwankungen reagiert, eine starke Stütze erhält — würde also die Rhythmisierung in der Entbindung der Jonen nicht nur durch Überlagerung eines elektrischen Wechselstromes erfolgen, sondern auch durch mechanische Erschütterungen, wie sie Tonwellen darstellen, die den Lichtbogen treffen. Diese Geberanordnung hat man als Umkehrung zu dem „sprechenden Flammenbogen“ wohl auch den „lauschenden Flammenbogen“ benannt. Über die Verwendung zur Lichttelephonie siehe in 271.

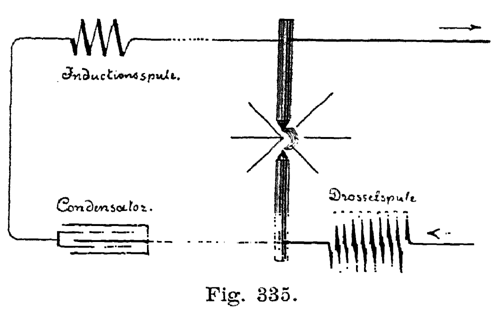


Fig. 335.

Für den Starkstromtechniker aber vielleicht noch interessanter als diese Empfindlichkeit des Gleichstromflammenbogens, ist seine Fähigkeit, dauernd elektrische Schwingungen in einem Parallelkreise, der Selbstinduktion und Kapazität in Reihe geschaltet enthält, anzuregen oder nach Art einer Orgelpfeife anzublasen. Diese Erscheinung, welche mit Selbsttönen des Flammenbogens oder auch des benutzten Kondensators verbunden zu sein pflegt, wurde zuerst von Duddell (vgl. a. a. O. oder auch Ph. Z. II, 441) aufgefunden und in ihren Bedingungen näher untersucht. Bei der in Fig. 335 angedeuteten

Schaltung und kleinem OHMschen Widerstand R des aus Flammenbogen, Kondensator und Induktionsspule bestehenden Schwingungskreises ergab sich hierbei die Tonhöhe mit ausreichender Annäherung, entsprechend der Gleichung

$$\frac{\ }{\ } = \pi \sqrt{L \cdot C} \text{ (vgl. } \mathbf{194}\text{).}$$

Hierbei bläst der Lichtbogen den Parallelkreis mit Resonanz gewissermassen an, dient also als Gleichstromwechselstromtransformator, und zeigt als Wellenstromerreger zweiter Ordnung insofern eine gewisse Verwandtschaft mit den Unterbrechern (**264**).

Die Selbsterregung mit Hilfe der Resonanz und der Herausfiltrierung der Wechselkomponente in dem Kondensatorkreis springt nur hier bei Benutzung einer Gleichstromquelle besonders auffallend in die Augen. Dass man es aber bei einem solchen Lichtbogen mit einem ausgesprochenen Wellenstromerreger zweiter Ordnung (**155**) zu thun hat, geht unzweifelhaft aus der Notwendigkeit der Einfügung einer Selbstinduktion (Drosselspule in Fig. 335) in den Zuführungskreis hervor, ein Moment, das bisher noch nicht die genügende Beachtung und Erklärung bei diesen Erscheinungen gefunden zu haben scheint. Der Übergang von der Wellenspannung an den Klemmen des Lichtbogens zu der Gleichspannung, wie sie durch die EMK einer speisenden Akkumulatorenbatterie geliefert wird, ist infolge der geometrischen Zusammensetzung der Wechselspannungskomponenten eben nur möglich, wenn ein passender Zwischenwiderstand, gleichsam ein elektrisches Gelenk für den Ausgleich vorhanden ist (vgl. **159**), sonst fällt die Erscheinung ausser Tritt, oder kommt gar nicht zustande. Ein ähnlicher Fall ist dem Wechselstromelektriker bekannt beim Arbeiten eines Synchronmotors mit variierter Erregung aus einem Netz mit konstant gehaltener Wechselspannung, oder bei Speisung eines Konverters aus einem Transformator. Es erscheint auch vielleicht der Hinweis auf eine gewisse Verwandtschaft der Erscheinung mit dem durch eine Funkenstrecke in einem Parallelkreise angeregten Ausgleich (vgl. **258** und Fig. 317) nicht überflüssig. Während aber durch den Lichtbogen im Parallelkreise (Fig. 335) ein symmetrischer Wechselstrom angeblasen wird, wegen Symmetrie des Ausgleichwiderstandes nach beiden Richtungen und Resonanzwirkung (**199**), wird bei der Funkenstrecke in **258** ein einseitiger oder Wellenstromausgleich durch Mitreissen nach Art eines Injektors angeregt, einmal weil das Entladungsrohr, d. i. die dynamisch leitende Gasschicht einseitig wirkt, also Ventilwirkung besitzt, ein zweites Mal, weil die Resonanzwirkung ganz zurücktritt. Nach DUDDELL sind günstige Versuchsbedingungen für die Erzielung eines solchen Anblasens von elektrischen Dauerschwingungen bei offenen und geschlossenen Lichtbogen, sowie die erzielten Wechselstromstärken $\tilde{J}$ im parallelgeschalteten Kondensatorkreis (vgl. Ph. Z. II, 441) etwa folgende:

	Offener Lichtbogen	Geschlossener Lichtbogen
Homogenkohlen	Conradty	Elektra
Durchmesser	9 mm	13 mm
Lichtbogenlänge	1·5 mm	1·0 mm
Stromstärke	3·5 Amp.	5 Amp.
Vorschaltwiderstand . . .	42 Ω	28 Ω
Selbstinduktionsspule . .	$5 \cdot 3 \,.\, 10^{-3}$ H; 0·41 Ω	$5 \cdot 3 \,.\, 10^{-3}$ H; 0·41 Ω
Kapazität des Kondensators	1·1 bis 5·4 Mf	1·1 bis 5·4 Mf
Stromstärke $\tilde{J}$ bei 5·4 Mf .	3 Amp.	4·5 Amp.

Es ist besonders wichtig, darauf zu achten, dass für diesen Versuch zwei Homogenkohlen zu verwenden sind, welche in ihrem Leitungsverhalten nach der Stromunterbrechung in der Mitte stehen zwischen Dochtkohlen und Metallelektroden. Während bei Dochtkohlen, welche das Anblasen von Wechselstrom nicht ermöglichen, der Lichtbogen $^1/_4$ Sekunde nach der Unterbrechung noch leitet, ist dies bei Kupferelektroden schon nach $^1/_{27000}$ Sekunde nicht mehr der Fall. Diese Thatsache erklärt auch die Erscheinung (**249**), dass bei gewöhnlicher Frequenz ein Wechselstromlichtbogen zwischen Metallelektroden nicht aufrecht zu erhalten ist, oder doch wenigstens erst bei sehr hohen Spannungen (etwa $\tilde{E} = 2000$ Volt vgl. Arons, Wied. Ann. 57, 185). Auf Grund energetischer Überlegungen folgt ferner als Bedingung für das Auftreten des Wellenstromes im Lichtbogen (vgl. Ph. Z. II, 412 und III, 282), dass

$$-\frac{dE}{dJ} \geqq R,$$

wenn E und J Spannung und Stromstärke des Lichtbogens, R den Ohmschen Widerstand (richtiger ist wohl R_w, vgl. **142**, zu setzen) des Kondensatorzweiges bezeichnet. Weitere Angaben über die von Peuckert mit dieser Schaltung erzielten Ausgleichverhältnisse finden sich auch ETZ 1901, 467.

Wird beim Lichtbogen der Elektrodenabstand oder die zwischengeschaltete Gasstrecke immer kleiner, so fällt bei loser Berührung der Elektroden die Notwendigkeit des zweimaligen Überganges von metallischer zu konvektiver Leitung und umgekehrt fort. Der dadurch gegebene Übergang zur einfachen metallischen Leitung umschliesst aber das bisher noch wenig geklärte Gebiet der elektrischen Leitung an Kontaktstellen, auf welches schon früher (**38**, **131**, **215**) hingewiesen wurde. Hierher gehören also alle Leitungserscheinungen, welche ohne eigentliche Lichtbogen- bezw. Funkenbildung doch sehr starke Änderungen im Ausgleichwiderstand abhängig von verschiedenen äusseren Einflüssen erkennen lassen, z. B. von elektromagnetischen Wellen, wie die Kohärer, oder von dem vorausgegangenen Ausgleich, wie das Spinterometer (**131**), oder von der Stromstärke selbst, wie die Bürstenkontakte an den Kollektoren der Dynamos. **267. Widerstände von Kontakten.**

Dass der spezifische Flächendruck am Kontakt wegen der damit verbundenen Änderung des (natürlich sehr kleinen absoluten) mittleren Abstandes der Kontaktflächen auf den Übergangswiderstand von Einfluss ist, leuchtet ein. Untersuchungen hierüber an einer vertikal hängenden messingenen Kugelkette liegen von Uppenborn (vgl. ETZ 1890, 212) vor. Abhängig von der angehängten Gesamtbelastung F in kg ergab die Kette bei sehr schwachem Messstrom folgende Widerstände R in Ω:

F in $kg =$	0	0·6	1·1	1·6	2·1	2·6	3·1	3·6	4·1	4·6	5·1
R in $\Omega = >$	10000·	47·0	18·3	10·1	2·08	1·59	1·608	1·606	1·505	1·478	1·419

Zu bemerken bleibt noch, dass die Werte auch von der Zeitdauer der Belastung abhängig waren, und z. B. bei 1·6 kg von anfänglich 10·7 Ω auf den Wert 10·1 allmählich im Laufe von 15′ abnahmen, ähnlich auch bei den übrigen Werten. Die anfänglich sehr schnelle Abnahme von R zeigt bei graphischer Darstellung bei etwa 2·5 kg einen Knick und Annäherung an einen konstanten Wert, dessen langsame weitere Abnahme sowohl mit F als

auch mit der Zeitdauer der Belastung wohl auf elastische Deformationen im Sinne einer Vergrösserung des Kontaktquerschnittes zurückzuführen ist.

Wegen der Häufigkeit der Kontakte in der Technik ist diese Frage praktisch sehr wichtig und neuerdings wiederholt der Gegenstand von Untersuchungen gewesen. Die Kontaktwiderstände von Kollektorbürsten sind namentlich von E. Arnold (siehe ETZ 1899, 5 und 1902, 233), sowie auch von Railing (Dissertation, München 1903) untersucht worden. Die Formulierung der Beziehungen stimmt zwar in den Einzelheiten nicht überein, doch lassen die Untersuchungen übereinstimmend erkennen, dass der Kontaktwiderstand, namentlich bei den grösseren Umfangsgeschwindigkeiten, mit zunehmender Stromdichte rasch abnimmt. Für einen konstanten Auflage-

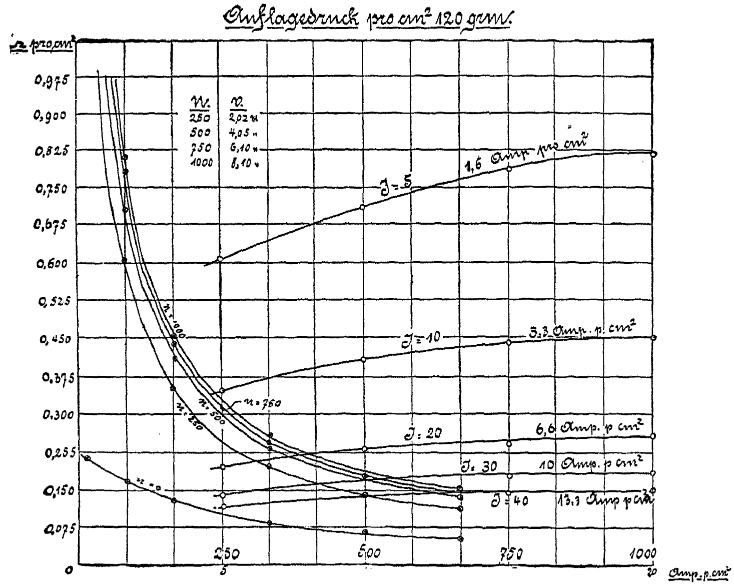


Fig. 336.

druck von 120 gr auf 1 cm² der Kohlenbürste stellt Fig. 336 die Abhängigkeit des Kontaktwiderstandes von 1 cm² in Ω abhängig von n und J nach E. Arnold dar (vgl. ETZ 1899, 6).

Was die Köhärerwirkung anlangt, bei welcher man eine „positive“ mit Verminderung des Kontaktwiderstandes von einer „negativen“ mit Vermehrung desselben bei Bestrahlung unterscheidet (siehe hierzu auch in **38**), so lassen gerade neuere Untersuchungen (z. B. E. Guthe, Ann. d. Ph. 1901, 762 oder auch ETZ 1901, 398) eine noch so geringe Klärung, selbst in den grundlegenden Erscheinungen erkennen, dass ein Abwarten der letzteren zunächst angezeigt erscheint.

2. Umsetzung in andere Energieformen.

268. Übersicht. Die energetische Seite der elektrischen Ausgleichvorgänge bietet, soweit sie die Umsetzung in nichtelektrische Energieformen umfasst, gleichzeitig die Grundlagen für die praktische Verwertung der elektrischen Energieform

als technisches Zwischenglied. Die weiteren Ausführungen über die elektrotechnisch verwerteten Erscheinungen werden daher den folgenden Bänden des Handbuches zufallen und hier diese Erscheinungen nur im Überblick und Zusammenhang mit den übrigen Umsetzungserscheinungen von mehr physikalischer, oder doch vorläufig geringerer technischer Bedeutung zu behandeln sein.

Die in das Gebiet der Elektrochemie hinüberleitenden Erscheinungen wurden im Anschluss an die Polarisationserscheinungen hier vorangestellt, weil die elektrochemischen Beziehungen leichter umkehrbar sind und insofern den elektrischen am nächsten stehen. Die anschliessenden elektrooptischen Beziehungen haben durch die Arbeit von Hertz (**201** ff.) eine so beträchtliche Klärung nebst Angliederung an das engere elektrische Gebiet erfahren, dass sie unter den elektrophysikalischen Beziehungen die erste Stelle beanspruchen können. Zu den elektromechanischen Beziehungen, welche technisch eine so hervorragende Rolle spielen, bilden die ins Optische hinüberreichenden Kathodenstrahlen durch ihre mechanischen Ablenkungserscheinungen in gewissem Sinne eine Brücke, während auf der anderen Seite die elektroakustischen Beziehungen sich als Sonderfall der elektromechanischen diesen ungezwungen anschliessen. Als noch vielfach der Klärung bedürftig, sind an die elektromechanischen die elektrothermischen Beziehungen angeschlossen und an den Schluss einige Bemerkungen über elektromolekulare und elektrophysiologische Beziehungen gestellt.

Es wurde in **261** erwähnt, dass unterhalb der Zersetzungsspannung weniger eine elektrochemische Leitung, mehr eine elektrophysikalische Ladung der Elektroden vorliegt, und dass eine dauernde elektrochemische Energiewandlung erst oberhalb der Zersetzungsspannung eintritt. Bei dem neu gebildeten chemischen Zersetzungsprodukte hat man nach zwei Richtungen hin Unterscheidungen zu treffen: Einmal ist die primär stattfindende Zerlegung in Jonen zu unterscheiden von den sekundären chemischen Reaktionen, welche zeitlich, wenn auch unmittelbar (in statu nascendi) darauf folgen, und zwischen den „freien" Jonen (**83**), den Elektroden, sowie der Elektrolytflüssigkeit eintreten; ein zweites Mal ist zu beachten, dass die Endprodukte der elektrochemischen Zersetzung in gewissen Fällen teils von der Konzentration der Lösung, teils (zuweilen) von der Stromdichte, richtiger wohl von dem Spannungsgefälle an der Grenzschicht zwischen Elektrode und Elektrolyt abhängig sind. Obwohl für diese Erscheinungsgruppe als Funktion allgemein die Stromdichte wegen der leichteren Messbarkeit als Variable benutzt zu werden pflegt, so ist es doch offenbar in erster Linie (vgl. „oberste Thatsache" in **109** sowie **241**) das Spannungsgefälle, welches je nach seiner Grösse die Zerreissung des molekularen Gefüges in der einen oder anderen Weise verursacht.

269. Elektrolyse. Elektrodenzerfall. Passives Eisen.

Das Eingehen auf alle einzelnen elektrolytischen Vorgänge, welche überwiegend in das rein chemische Gebiet fallen, überschreitet den Rahmen dieses Buches, doch seien einige technisch wichtige Sonderfälle als Typen der zwei obenerwähnten Erscheinungsgruppen herausgegriffen.

Die Elektrolyse sehr verdünnter Lösungen von Salzen und Säuren in Wasser, bezw. des gewöhnlichen Wassers, das nur durch Spuren der letzteren leitet (**231**), zeigt infolge der Sekundärreaktionen scheinbare Abweichungen vom Faraday schen Gesetz. Dieses formuliert ohne Eingehen auf die Zersetzungsspannung, als dem einen Energie- bezw. Leistungsfaktor, die

Beziehungen des anderen (Quantitäts-)Faktors bei jeder elektrochemischen Energiewandlung, indem es die Elektrizitätsmenge Q auf Grund der festen chemischen Aktion (**25**) mit dem elektrochemischen Äquivalent A und der Menge m jedes Zersetzungsproduktes in der Bestimmungsgleichung

$$Q = \frac{m}{A}$$

vereinigt.

Bei der Wasserzersetzung wird nun zwar auch die Jonenleitung durch die Salz- bezw. Säureradikale besorgt, nicht durch die Komponenten des Wassers (**231**), doch gelangen jene nicht an den Elektroden zur Ausscheidung, sondern zersetzen rein chemisch im Moment des Entstehens das Wasser, dessen Komponenten als Wasserstoff und Sauerstoff in Gasform ausgeschieden werden, sofern keine weiteren Reaktionen stattfinden. Nach FARADAYs Gesetz müssten die ausgeschiedenen Gasmengen von Sauerstoff (O) und Wasserstoff (H_2) in ihren Äquivalentgewichten sich wie 8:1 verhalten (vgl. Tabelle in **234**). Dem Volumen nach müsste also die Wasserstoffgasmenge zur Sauerstoffmenge wie 2:1 sich verhalten, was auch mehr oder weniger angenähert, aber nicht streng zutrifft. Die Gesetzmässigkeit der Abscheidung, sowohl was die Gesamtmenge m jedes der beiden Gase, als auch ihr Verhältnis anlangt, wird durch folgende Nebenerscheinungen beeinflusst: Eine Verminderung durch Absorption findet einmal bei beiden Gasen durch Auflösung in der Elektrolytflüssigkeit (Wasser) statt, ein zweites Mal beim Wasserstoff durch die Elektrode. Auffallend stark ist diese Absorption bei Palladiumelektroden, welche Wasserstoffgas bis zum Tausendfachen ihres Volumens zu absorbieren vermögen, jedoch ist sie auch bei Platinelektroden, namentlich platinierten (**261**) erheblich und ist in schwächerem Masse bei Elektroden aus Nickel, Eisen, Kobalt und Zinn gleichfalls festgestellt worden. Bei Antimon und Tellur geht die Absorption unter gleichzeitiger Bildung einer chemischen Verbindung von Antimonwasserstoff und Tellurwasserstoff vor sich.

Auf der Sauerstoffseite sind die möglichen Sekundärreaktionen noch zahlreicher und namentlich die Erscheinungen infolge Elektrodenoxydation sehr mannigfaltig. Zunächst kann das zur Ausscheidung gelangende Sauerstoffgas in seinem Volumen dadurch eine Verringerung erleiden, dass nicht nur neutrales Sauerstoffgas sich bildet, sondern auch aktives in Form von Ozon, doch übersteigt die durch ihren Geruch erkennbare Ozonmenge (**17**) nicht $2\,^0/_0$ des abgeschiedenen Sauerstoffgases. Ein kleiner Teil des Sauerstoffes kann aber auch im Moment des Entstehens durch Reaktion mit dem Elektrolyten zur Bildung von Wasserstoffsuperoxyd oder, bei angesäuerter Lösung, auch Überschwefelsäure (S_2O_7) verbraucht werden (siehe WIED. II, 722 ff.).

Viele Materialien gehen, als Anode benutzt, mit dem Sauerstoff vor seiner Ausscheidung Oxydverbindungen ein, welche Übergangs- und Umsetzungserscheinungen im Gefolge haben, wie sie früher schon bei Aluminium (**262**) und Blei (Akkumulatoren) betrachtet wurden. So bilden sich bei Silber, Palladium und Blei Superoxyde, bei Aluminium bildet sich ein Suboxyd, bei Kupfer Kupferoxyd, bei Gold Goldhydrooxyd, bei Thallium Thalliumtrioxyd, bei Osmium Osmiumsäure (OsO_4) u. s. f.

Diese Bildungen beeinflussen auch die Erscheinungen bei Elektrolyse mit Wechselstrom. Neben der früher besprochenen Ventilwirkung (**260**)

zeigt sich in vielen Fällen auch eine starke Auflockerung und weiterhin ein Zerfall (Disgregation) der Elektroden. Obwohl auch bei Gleichstromelektrolyse in einigen Fällen beobachtet, z. B. bei Antimon, Tellur, Kohle (vgl. Wied. II, 738 ff.), so scheint doch der Wechselcharakter von Reduktion und Oxydation an der Oberflächenschicht diesen Vorgang stark zu beschleunigen, worauf unter anderem das rasche Platinieren von Platinelektroden durch Wechselstrom (namentlich in Pottaschelösung) hindeutet, oder die noch rascher erfolgende Pulverisierung der Oberfläche bei Gold und Palladiun, ähnlich auch bei Kupfer, Silber, Blei. Über eine Beobachtung an Aluminiumelektroden siehe in **262**.

Ein ausgezeichnetes Verhalten bei wechselnder Polarisation zeigen die magnetischen Metalle, namentlich Eisen. Der hierbei auftretende Zustand, welcher beim Eisen als „Passivität" bezeichnet zu werden pflegt, bereits von Faraday (siehe Exp. Res. II, Seite 210 ff.) einer eingehenderen Untersuchung unterworfen und auch später noch vielfach (siehe Wied. II, 1032 ff.) untersucht wurde, wird jetzt der Bildung einer dünnen, metallglänzenden Schicht von Eisenoxydoxydul zugeschrieben. Hierdurch wird die Stellung einer solchen Eisenelektrode in der Spannungsreihe stark nach dem negativen Ende zu verschoben und die Elektrode von verdünnter Salpetersäure nicht mehr angegriffen. Während also frisches, normales Eisen nach einfacher Gleichstromelektrolyse die gewöhnliche (normale) Gaspolarisation des Wasserstoff- bezw. Sauerstoffgases zeigt, wird durch Wechsel der Stromrichtung die Ausbildung jener festen Eisenoxydoxydulschicht veranlasst, welche wohl auch als „anomale Polarisation" bezeichnet wird. Alle Ursachen, welche eine Entfernung dieser Oxydschicht veranlassen, heben seine „Passivität" auf, so z. B. Erhitzen im Wasserstoffstrome, Abreiben mit Glaspapier u. s. f. Weiteres hierüber, sowie über die Passivität von Nickel, Kobalt, Zinn, Aluminium siehe bei Wied. II, 1032 bis 1053.

Die Vorgänge und Verhältnisse bei der elektrolytischen Zerlegung von Metallsalzlösungen wurden endgültig erst durch die früher (**233**) erwähnten klassischen Untersuchungen von Hittorf festgestellt. Hier sei nur noch auf die Zersetzung der Lösungen von Eisensulfat $FeSO_4$, Schwefelsäure (H_2SO_4) und Silbernitrat $AgNO_3$ kurz hingewiesen.

$FeSO_4$ in Wasser giebt bei elektrolytischer Zerlegung an der Kathode nur bei einer bestimmten Stromdichte und bei konzentrierter reiner Lösung dichte Eisenplatten von silberweisser Farbe; in allen anderen Fällen wird schwammiges Eisen ausgeschieden, das viel (bis zum 185 fachen Volumen) Gase enthält; ausserdem wird das Eisen nur zum Teil metallisch ausgeschieden, der Rest als Eisenoxydul unter sekundärer Wasserzersetzung (Wasserstoffentwickelung), während an der Anode sich H_2SO_4 und O ausscheidet. Weiteres siehe Wied. II, 693.

Bei Schwefelsäure (H_2SO_4) hängt der Vorgang von der Konzentration ab. Bei verdünnter Schwefelsäure findet bei Platinelektroden einfache Wasserzersetzung, wie oben angegeben, statt, indem das leitende Anion durch Sekundärreaktion Sauerstoffgas an der Anode zur Ausscheidung bringt. Konzentrierte Schwefelsäure giebt bei der Elektrolyse mit Platinelektroden und gewöhnlicher Temperatur an der Kathode nur wenig Wasserstoff, im übrigen Schwefel, bei höherer Temperatur (90° C.) nur Schwefel, an der Anode SO_3 und O. Bei einer Silberkathode bildet sich Schwefelsilber.

Das für Normalaichungen wichtige Silbernitrat ($AgNO_3$ in *aq*) liefert bei kleineren und mässigen Stromdichten an der Kathode kleine Silberkrystalle, die bei weniger konzentrierten Lösungen in Form eines Baumes („Dianabaum“) sich abscheiden, bei konzentrierten Lösungen aber eine zusammenhängende Schicht liefern. Bei sehr hohen Stromdichten tritt das Silber in einer schwarzen Modifikation auf und neben ihm noch Wasserstoff. Wählt man Platin als Anode und Silber als Kathode (umgekehrte Stromrichtung als im Silbervoltameter), so scheidet sich infolge Sekundärreaktion am Platin schwarzes Silbersuperoxyd aus.

Für die Elektrotechnik besonders wichtig ist die Ausscheidung elektrolytischen Kupfers aus Kupfersulfatlösung. Bei geringer Stromdichte erfolgt die Ausscheidung des Kupfers an der Kathode in dichter, amorpher Schicht, bei grösserer Stromdichte hingegen mit krystallinischer, körniger Struktur. Besteht die Anode nicht aus Kupfer, so kann bei nicht ausreichender Mischung bezw. Erneuerung der Lösung die an der Anode gebildete Schwefelsäure die Lösung von $CuSO_4$ so verdünnen, dass auch Schwefelsäure zersetzt und neben Kupfer, Wasserstoff abgeschieden wird, welche eine Verbindung, Kupferwasserstoff (HCu), eingehen und einen gelben, sich aber bald bräunenden Niederschlag bilden, der jedoch leicht in H und Cu zerfällt. Dasselbe kann bei zu hoher Stromdichte, d. h. richtiger, bei Anwendung zu hoher Spannung zwischen den Elektroden auch bei einer Kupferanode eintreten.

Weiteres über Elektrolyse siehe in Wied. II, 593 ff. oder in elektrochemischen Werken.

270. Elektrooptische Beziehungen.

Die elektrooptischen Beziehungen legen trotz des innigen Zusammenhanges, welcher zwischen elektrischen und magnetischen Erscheinungen besteht, eine Zweiteilung in magnetooptische und elektrooptische nahe. Bei der magnetooptischen tritt das energetische und damit auch das technische Moment mehr zurück, so grosses Interesse dieselben auch für die Theorie, namentlich die elektromagnetische Lichttheorie besitzen (siehe H. I, 3). Auf diese, schon mehr in das Gebiet der Optik fallenden Erscheinungen, nämlich die Drehung der Polarisationsebene im magnetischen Felde (**39**) und das Kerr-Phänomen, die Drehung des von Magnetspiegeln reflektierten Lichtes, sei daher an dieser Stelle ebensowenig näher eingegangen, als auf die Teilung der Spektrallinien im starken Magnetfeld, eine als Zeemann-Phänomen bekannte Erscheinung (vgl. H. I, 3 in § 49), welche namentlich für die Elektronenvorstellung und die Maxwell-Lorentzsche Theorie (**79**) hervorragendes Interesse besitzt.

Als Bindeglied zwischen den magnetooptischen und den elektrooptischen Erscheinungen kann folgende, beiden gemeinsame Grundvorstellung gelten: Alle Einflüsse, welche die elektrischen Ladungen (Elektronen), die an den materiellen Atomen haften, in ausreichend heftige Schwingungen versetzen, sind die Ursache der elektromagnetischen Schwingungen, die wir als Licht empfinden. Gerade das Zeemann-Phänomen lässt erkennen (**79**), dass das Schwingen der Elektronionen gegenüber ihren materiellen Atomen, nicht das Schwingen der Atome selbst, als Erzeuger der elektromagnetischen Lichtwellen anzusehen ist. Für die Umsetzung der elektrischen Energieform in die Schwingungen leuchtender Strahlen, oder kurzweg in Lichtenergie kann man folgende drei Hauptklassen des Vorgehens unterscheiden, welche ihre nähere Betrachtung nach der technischen Seite bei den elektrischen Lampen (Bd. VIII) finden werden: Einmal kann man, wie bei allen Glüh-

lampen (Kohlefaden-, Osmium-, Nernstlampen), eine zusammenhängende Leiterstrecke mit einem so hohen elektrischen Reibungswiderstande (R) versehen, dass der hindurchgepresste Strom, welcher nach der Elektronenvorstellung (**221**) von hindurchströmenden Elektronionen (Friktionsteilchen) gebildet wird, die Elektronionen, welche an den Atomen des Glühlampenfadens haften, in starke Schwingungen versetzt; diese Schwingungen müssen durch Erhöhung der Stromdichte so gesteigert werden, dass unter gleichmässiger Glüherscheinung aller Fadenteilchen bezw. -atome die elektrischen Ladungen (Elektronen) der Atome des umgebenden Dielektrikums durch Influenz in Mitschwingungen versetzt, d. h. von elektromagnetischen (Licht-)Wellen durchzogen werden.

Ein zweites Mal kann diese Schwingungserregung der Elektronen an der Grenzschicht von metallisch und konvektiv leitenden Kreislaufstrecken, namentlich Gasen, geschehen, wie in der Glimmschicht der Kathoden (**255**), oder in noch höherem Masse unter Mitwirkung der Verdampfung des metallischen Leiters an den Elektroden der Lichtbögen (**249**). Während hier der lichterzeugende Schwingungszustand noch in zusammenhängenden Flächen auftritt, kann endlich ein drittes Mal ein mehr vereinzeltes oder punktförmiges Leuchten der Elektronen innerhalb von Gasen durch Jonenstoss (**241**) eintreten, wie dies bei dem „kalten Licht“, etwa dem von Gasen unter dem Einfluss von Kathoden- oder ähnlichen Strahlungen vorliegt, oder auch beim Vakuumlichtbogen der Quecksilberdampflampe (**259**). Dieser zweite und dritte Fall wurde bereits früher bei der konvektiven Leitung (**236** ff.) eingehender behandelt.

Da jedes bewegte Elektron, gleichgültig, ob die Bewegung nur eine transversale ist, oder auch eine rotierende (Molekularströme), nach dem Früheren (**254**) nicht nur ein elektrisches, sondern auch ein magnetisches Feld erzeugen muss, so ist es von Interesse, nach der Grössenordnung dieser beiden Feldstärken zu fragen. Nach Berechnungen von Drude (vgl. Lehrbuch der Optik, Leipzig 1900, Seite 417) wäre selbst für das relativ sehr kräftige Sonnenlicht die Intensität beider Feldintensitäten in CGS-Einheiten jedenfalls nicht grösser als 0·016, d. h. ihr magnetisches Feld etwa nur $^1/_{12}$ der Horizontalintensität des Erdfeldes, woraus sich ein Fehlen merkbarer optisch-magnetischer Wirkungen ableiten lässt (siehe a. a. O., Seite 419), während optisch-elektrische Wirkungen bekannt sind (**242**).

Eine weitere Frage von hohem Interesse ist die nach dem photochemischen, namentlich aber dem photoelektrischen Wirkungsgrad der Lichtquellen. Um dieses Verhältnis der in Form von Lichtstrahlen ausgesandten Schwingungsleistung zu der in Form von chemischer bezw. elektrischer Energie aufgewandten Leistung überhaupt angeben zu können, ist zunächst, neben der Ermittelung des Verhältnisses der Lichtstrahlung L zur Gesamtstrahlung Q einer Lichtquelle, die Feststellung des mechanischen Äquivalentes der Lichteinheit erforderlich. Dieser Anschluss der photometrischen Einheit an das CGS-System ist lange vergeblich gesucht worden, scheint aber jetzt, wenn auch nicht mit weitgehender Genauigkeit, so doch der Hauptsache nach gefunden zu sein (vgl. hierzu Drude a. a. O., Seite 444 bis 446, oder auch Angström Ph. Z. III, 257).

271. Wirkungsgrad der Lichtquellen. Strahlungsdruck. Photophonie.

Nach Angström ist $L : Q$ bei einer Hefnerlampe nur 0·9 % und das mechanische Äquivalent der Einheit der Beleuchtungsstärke (Energie der Lichtstrahlung auf 1 cm² in 1 m Entfernung, d. h. bei 1 Meterkerze) rund

8 erg in der Sekunde; während bei einer Acetylen flamme $L : Q = 5{\cdot}5\,^0/_0$ beträgt. Nach TUMLIRZ (vgl. DRUDE a. a. O.) wäre für die Hefnerlampe $L : Q = 2{\cdot}4\,^0/_0$ und jenes mechanische Äquivalent 15 erg-sec^{-1} oder $1{\cdot}9 \cdot 10^6$ erg-sec^{-1} für den vollen Lichtstrom einer Kerzenstärke. Der photochemische bezw. photoelektrische Wirkungsgrad η_L wäre nach DRUDE für eine Öllampe (Carcellampe von 9·4 Kerzenstärken bei 42 gr Öl pro Stunde und 9500 cal pro gr oder $39{\cdot}7 \cdot 10^{10}$ erg

$$\eta_L = \frac{9{\cdot}4 \cdot 1{\cdot}9 \cdot 10^6}{1{\cdot}16 \cdot 10^{-2} \cdot 39{\cdot}7 \cdot 10^{10}} = 0{\cdot}4 \cdot 10^{-2} = 0{\cdot}4\,^0/_0.$$

Für eine Glühlampe mit 3·5 Watt pro Kerze wäre sonach

$$\eta_L = \frac{1{\cdot}9 \cdot 10^6}{3{\cdot}5 \cdot 10^7} = 5{\cdot}4\,^0/_0$$

der für eine Nernstlampe mit 1 Watt pro Kerze auf $19\,^0/_0$ und für eine Bogenlampe mit 0·5 Watt sogar auf $38\,^0/_0$ steigen würde. Im Hinblick auf den schlechten Wirkungsgrad der Öllampe würde eine weit höhere Lichtausbeute der chemischen Energie des Öles auf dem Umwege über den Dieselmotor mit etwa $70\,^0/_0$ chemisch-mechanischem und die Dynamos mit etwa $90\,^0/_0$ mechanisch-elektrischem Wirkungsgrad möglich sein; da das η_L alsdann von $0{\cdot}4\,^0/_0$ auf etwa $0{\cdot}38 \cdot 0{\cdot}7 \cdot 0{\cdot}9 = 24\,^0/_0$ bei Bogenlichtbeleuchtung und $12\,^0/_0$ bezw. $3{\cdot}4\,^0/_0$ bei Nernst- bezw. Glühlichtbeleuchtung zu steigern wäre.

In Zusammenhang mit dem mechanischen Äquivalent des Lichtes steht auch der Strahlungsdruck, der, bei ebenen Wellen und senkrechter Incidenz, auf einen absolut schwarzen Körper ausgeübt, gleich dem Energiebetrage der Wellen ist, welcher in der Volumeneinheit in seiner Umgebung enthalten ist. Nach DRUDE (vgl. a. a. O., Seite 449) ist dieser auf 1 cm^2 ausgeübte Druck der Sonnenstrahlung an der Erdoberfläche gleich einem Gewicht von $4 \cdot 10^{-5}$ Milligramm. Wegen weiterer Ausführungen über die optischen Seiten der Erscheinungen sei auf Lehrbücher der Optik, z. B. DRUDE verwiesen.

Eine lichtelektrische Beziehung, die auf dem schon früher (**224**) behandelten Verhalten des Selens gegen Belichtungs*änderungen*, in Verbindung mit der ebenfalls an anderer Stelle (**266**) behandelten Empfindlichkeit des Gleichstromlichtbogens gegen Wellenströme gegründet ist, hat als Photophonie oder Telephonie ohne Draht in den letzten Jahren einen gewissen technischen Ansatz genommen. Die Vereinigung beider zu dem genannten Zweck ist in Fig. 337 schematisch angedeutet und auf Grund der früheren Ausführungen ohne weiteres verständlich. Bis auf einzelne Kilometer ist die Verständigung mit Hilfe von kleinen Scheinwerfern auch praktisch bereits gelungen.

272. Bewegung freier Strömungsteilchen bei Gasentladungen.

Die elektromechanischen Beziehungen der elektrischen Ausgleichvorgänge lassen sich durchweg auf eine Kontrastwirkung von *magnetischen* Feldern zurückführen. Diese Erscheinungsgruppe bildet sonach ein Gegenstück oder auch eine Ergänzung zu den früher (**133** ff.) behandelten Bewegungserscheinungen im *elektrischen* Feld, insofern diese wegen der Influenzwirkungen gleichfalls als Bewegungen aufgefasst werden können, die auf Grund der Kontrastwirkung von zwei oder mehr elektrischen Feldern stattfinden. Dass beim Auftreten elektrischer Strömungsvorgänge und jener hiermit verknüpften elektromagnetisch-mechanischen Beziehungen die rein elektrisch-mechanischen

(elektrostatischen) nicht zu verschwinden brauchen, sondern nach wie vor neben jenen bestehen, erhellt schon aus dem früheren Hinweis (**109**) auf die grössere Allgemeinheit der weniger bedingten, elektrostatischen Vorgänge gegenüber den mehr bedingten, elektrodynamischen. Von allen energetischen Beziehungen, welche zwischen der elektrischen Energieform und den nichtelektrischen Energieformen bestehen, ist, im Hinblick auf die Elektromotoren, die elektromechanische wohl als die praktisch wichtigste zu bezeichnen. Von den Umsetzungen, welche im umgekehrten Sinne verlaufen und die Dynamos unter allen Spannungserregern als die wichtigsten erscheinen lassen, ist dabei noch ganz abgesehen. Da aber die Elektromotoren ausführlich gesondert behandelt werden (siehe Bd. IX), so werden hier die physikalischen Beziehungen in den Vordergrund zu treten haben.

Die Einteilung der ganzen Erscheinungsgruppe in Untergruppen ist hier so erfolgt, dass als Bindeglied zwischen den zuletzt betrachteten elektro-

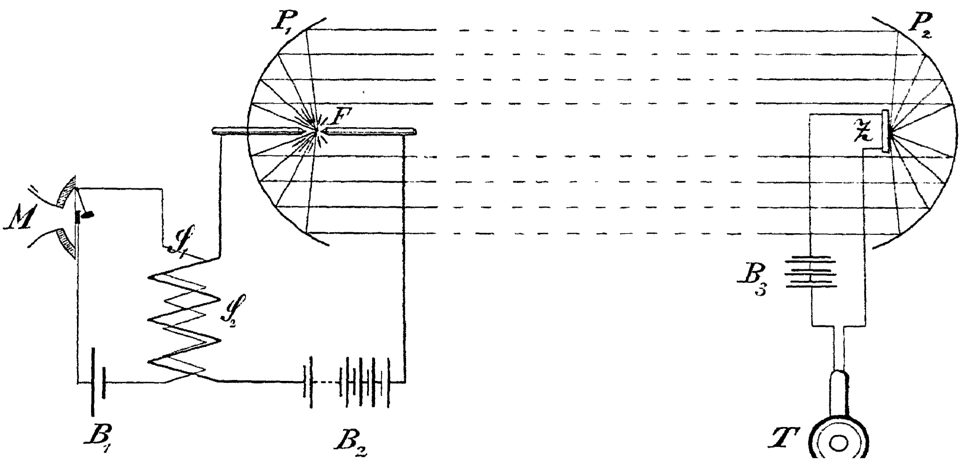


Fig. 337.

optischen und den elektromechanischen Umsetzungen zunächst die Ablenkungserscheinungen der Strömungsfäden mit konvektiven Tropfenladungen innerhalb der Strömungsbahn, wie sie namentlich bei Gasentladungen auftreten, betrachtet werden; hierauf die Ablenkung der schon weniger beweglichen Stromfäden in metallisch leitenden Strömungsbahnen gegenüber den letzteren, d. h. die sogenannten Hall-Erscheinungen, und endlich, als praktisch wichtigste Bewegung, diejenige elektrischer Strömungen zusammen mit den Stromträgern (Leitungen). Als Grunderscheinung aller dieser Vorgänge kann die schon früher (**78**) bei den Hilfsvorstellungen behandelte Kontrastwirkung zwischen dem Eigenfeld des Leiters und einem anderen, dort als Hauptfeld bezeichneten, magnetischen Feld angesehen werden. Qualitativ, also für das Auftreten des magnetischen Zwangszustandes und für die Richtung der auftretenden Querdrucke, ist es gleichgültig, ob der kreisförmige Leiterquerschnitt in Fig. 25 bezw. 26 (vgl. in **78**), welcher im Raum bezw. gegenüber dem Hauptfeld beweglich gedacht ist, eine winzige bewegte Tropfenladung, wie z. B. bei dem Elektronion einer Kathodenströmung, darstellt, oder den Stromfaden in einer Metallfolie, wie bei der üblichen Anordnung zum Nachweis des Hall-Phänomens, oder endlich einen als Ein-

heit gedachten Leiter mit beliebig vielen Stromfäden, wie bei einem Elektromotor. Solange jeder dieser drei Träger einer bewegten (fliessenden) elektrischen Ladung hinreichend beweglich ist, um dem magnetischen Querdruck nachgeben zu können, wird seine mechanische Ablenkung aus der ursprünglichen Strömungsbahn (im Raume) die Folge sein. Die hieraus entspringenden Erscheinungen können trotz des gleichen Grundcharakters des Elementarvorganges sich natürlich zu den mannigfaltigsten Endwirkungen aufbauen oder gruppieren.

Die Gasentladungen mit ihrer Bildung der Stromfäden aus Tropfenladungen (**208**) können entweder mit Rücksicht auf diese mechanischen Wechselwirkungen zu den „Strömungen" gerechnet werden, wie dies im vorliegenden Abschnitt geschehen ist, oder mit Rücksicht auf die früher (**252**, **270**) besprochenen elektrooptischen Beziehungen zu den „Strahlungen". Offenbar stellen sie ein Bindeglied oder einen Übergang (**268**) dar und besitzen gleichzeitig die relativ grösste Beweglichkeit innerhalb der Strömungsbahn. Wenn die transversale Ablenkung aus der Bahn durch ein magnetisches Feld trotzdem in vielen beobachteten Fällen nicht bedeutend, wenn auch gut nachweisbar ist (**254**), so ist diese scheinbare Steifheit der Strömungsfäden auf die relativ sehr grosse Eigengeschwindigkeit der benutzten Kathodenstrahlen zurückzuführen (**251**). Wie anpassungsfähig aber die strömenden Elektronionen in Kathodenstrahlen von geeigneter Geschwindigkeit sind, geht aus der von E. WIEDEMANN und WEHNELT (vgl. ETZ 1898, 328) beobachteten „Wickelung der Kathodenstrahlen" in einem Magnetfeld hervor, wie sie Fig. 338 erkennen lässt. Die Knotenstellen der hohlzylindrisch auf der Kathode e_1 aufsitzenden Kathodenströmung bei Fig. 338 verschieben sich hierbei, wenn die felderzeugende Wickelung F verschoben wird, in entsprechender Weise, was offenbar auf die veränderliche Stärke des Magnetfeldes zurückzuführen ist. Die Knoten (k) rücken nämlich um so enger aneinander, ihre spezifische Ablenkung (gegenüber der Strömungsachse und bezogen auf die Längeneinheit) wird also um so stärker, je stärker das Magnetfeld ist. Bei Verwendung nur eines Poles des Elektromagneten E mit der in Fig. 339 angedeuteten Stellung hinter der Anode Z_2 und nach Aus-

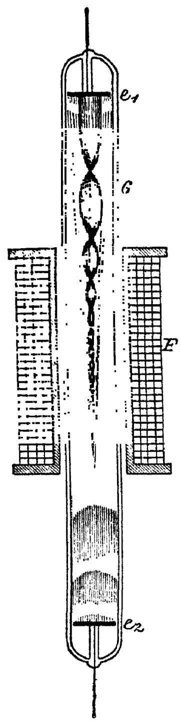


Fig. 338.

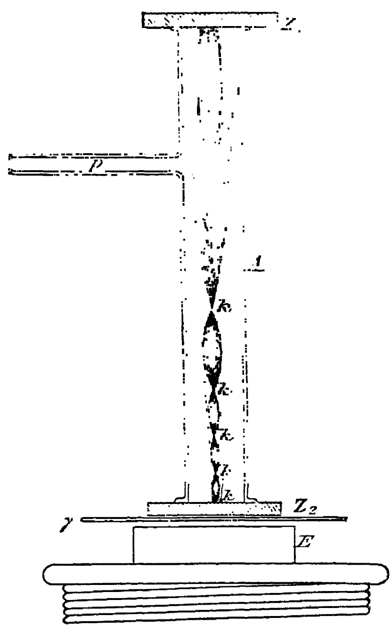


Fig. 339.

pumpen des Entladungsrohres A bei p, bis die von der Kathode Z_1 ausgehende Strömung die Anode Z_2 erreicht, tritt dies noch deutlicher hervor.

Die Bewegung und kreisförmige Führung der Elektronionen im rasch wechselnden Magnetfelde — innerhalb einer von Tesla-Entladungen durchströmten Spule — wird nicht nur durch die früher (**252**) erwähnten leuchtenden Kreisströme in verdünnten Gasräumen bewiesen, sondern ist auch direkt mit Hilfe der mechanischen Stosswirkung der Elektronionen (vgl. **253**) von B. Davis durch Radiometerversuche erwiesen worden (vgl. Ph. Z. III, 275), ein Experiment, das gleichzeitig als weiterer Beweis für die Richtigkeit des Rowlandschen Versuches (**254**) gelten kann.

Die magnetische Ablenkbarkeit bewegter Ladungsträger aus ihrer Strömungsbahn als erwiesen betrachtet, pflegt diese Methode neuerdings stets

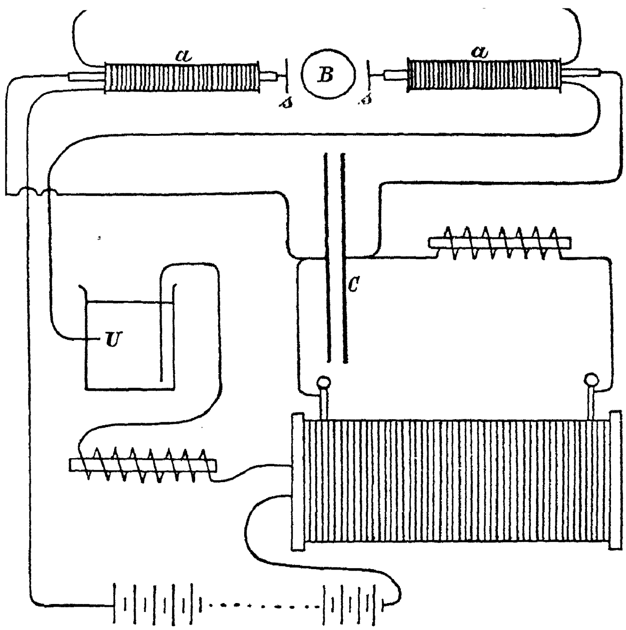


Fig. 340.

als ein experimentum crucis angewendet zu werden, wenn es sich darum handelt, Strömungen nach Art der Kathodenstrahlen von Schwingungen nach Art der Lichtstrahlen zu scheiden. In den Strahlen radioaktiver Substanzen ist die Zusammensetzung aus beiden und das Stärkeverhältnis jener beiden energieübertragenden Grundvorgänge aus Versuchen über ihre magnetische Ablenkbarkeit von mehreren Forschern abgeleitet worden (vgl. Ph. Z. III, 385, sowie in **241**, **254**).

Eine besondere Bedeutung besitzt die magnetische Ablenkbarkeit der praktisch gewichtlosen Kathodenströmung für die Untersuchung von Strom- und Spannungskurven, da jene durch andere Einflüsse, namentlich Eigenschwingungen, so gut wie ungetrübt ist. Der Umstand, dass die Kathodenströmung, meist mit Hilfe der Braunschen Röhre (**252**) erzeugt, gleichzeitig die elektromechanische Ablenkbarkeit eines Stromleiters besitzt neben der elektrooptischen Erregung eines Phosphorescenzschirmes, giebt diesem

gewichtlosen Lichtzeiger ein theoretisches Übergewicht über alle sonstigen hierfür verwendeten Zusammenstellungen aus Lichtstrahl und elektromagnetisch beeinflusster Spiegelvorrichtung, wegen der unvermeidbaren Eigenschwingungen der letzteren. Praktisch ist die Auseinanderziehung des Lichtstreifens, welcher bei elektromagnetischer Ablenkung durch elektrische Schwingungen zunächst erhalten wird, in eine Schwingungskurve (**200**) durch gleichzeitige Heranziehung der elektrostatischen Wirkung auf die Kathodenströmung möglich. Dies ist von Simon und Reich (vgl. Ph. Z. II, 284; siehe auch II, 432) mit der in Fig. 340 angegebenen Schaltung bewirkt. Hierin bezeichnet B den Querschnitt der Braunschen Röhre hinter dem Diaphragma (**252**); *ss* das von der Resonanz-

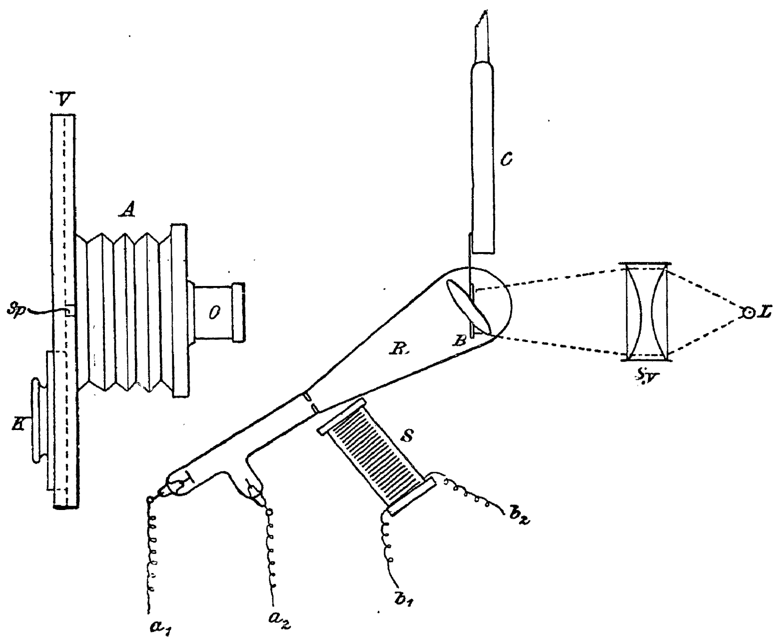


Fig. 341.

spannung des Hochspannungskreises (**206**) erzeugte, starke elektrische Wechselfeld (isoliert gegen a zugeführt), welches die Ablenkung des Lichtzeigers in der Horizontalen bewirkt und gleichsam die Abscissen a der Schwingungsbewegung in **200** Fig. 212 liefert; a, a in Fig. 340 bezeichnen die magnetisierenden Wickelungen, welche vom Wellenstrom des mit Unterbrecher U betriebenen Primärkreises durchflossen werden und die gleichzeitige Ordinatenbewegung b in Fig. 212 veranlassen. Da beide sich mit gleicher Hauptperiode wiederholen, so erhält man eine scheinbar, d. h. für das Auge, feststehende Schwingungskurve (Fig. 212) auf dem Fluorescenzschirm; diese zeigt die gedämpften elektrischen Eigenschwingungen (**206**) des Hochspannungskreises, welche gegenüber der Primärschwingung mit bedeutend kleinerer Schwingungsdauer verlaufen.

Die Verwendung der Kathodenströmung ist offenbar auch praktisch vorteilhafter, als die schon früher von Crehore benutzte magnetooptische Beziehung der Drehung der Polarisationsebene in seinem „photographischen

Stromzeiger" (vgl. ETZ 1896, 73). Namentlich zur Untersuchung der Stromkurven von abweichender Form und kurzer Periodendauer, wie die von elektrolytischen Unterbrechern, wird die Kathodenstrahlenmethode jetzt fast ausnahmslos in der einen oder anderen Weise verwendet. Eine hierfür von WEHNELT und DONATH (1899, WIED. Ann. 69, 861, oder auch ETZ 1900, 103) angegebene Anordnung nebst einiger photographisch damit aufgenommenen Stromkurven zeigen Fig. 341 bis 343. Die BRAUNsche Röhre *R* (Fig. 341) und die von dem zu untersuchenden Strom durchflossene Spule *s* sind wie bei Fig. 340 angeordnet. Die Abscissenverschiebung erfolgt aber hier durch den Fall der Platte im photographischen Apparat *A*, der gleichzeitig nebenan noch eine Stimmgabelkurve von bekannter Schwingungszahl aufnimmt (vgl. Fig. 342), welche mit Hilfe eines Lichtbogens *L*, Linse *Sy* und durchlochter Platte *B* (hinter der BRAUNschen Röhre zu denken) an der Stimmgabel *C* erhalten wird. Fig. 342 stellt die Aufnahme eines sinusförmigen Wechselstromes, Fig. 343a die Stromkurve eines Wehnelt-Unterbrechers ohne sekundäre Belastung der Induktionsspule dar, hingegen Fig. 343b die Stromkurve bei sekundärer Kapazitätsbelastung und Unterschreitung des kenntlich gemachten Nullniveaus. In beiden Fällen sind die absteigenden Stromkurventeile wegen zu grosser Schnelligkeit des Stromabfalles, bezw. begrenzter Empfindlichkeit der photographischen Platte nicht sichtbar. Über die in ähnlicher Weise durchgeführte Aufnahme der Spannungs- und Stromkurven von Maschinen siehe WEINHOLD ETZ 1901, 409.

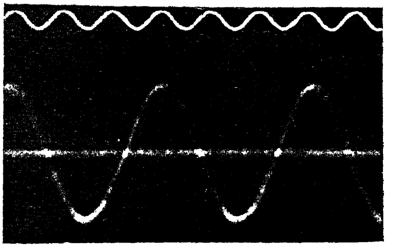


Fig. 342.

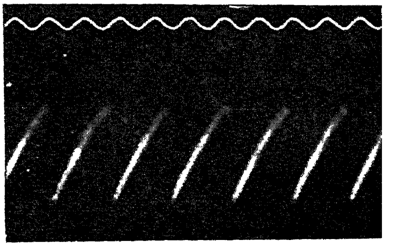


Fig. 343a.

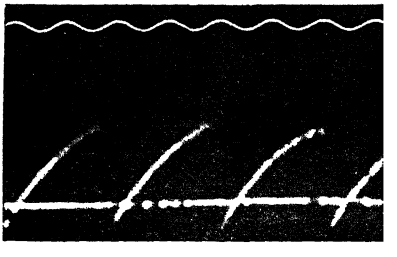


Fig. 343b.

Die ziemlich weitgehende Beweglichkeit, welche die aus vereinzelten Ladungstropfen gebildeten Stromfäden gegenüber der Strömungsbahn bezw. -achse (siehe Fig. 338) besitzen, ist, wenn auch sehr abgeschwächt, noch bei den zusammenhängend vorgestellten Stromfäden in metallischen Leitern vorhanden und kann bei passender Anordnung nachgewiesen werden. Diese Erscheinung ist unter dem Namen HALLsches Phänomen (**39**, sowie H. I, 3 in **47**) bekannt und kann, ebenso wie die vorstehend und nachfolgend besprochenen Ablenkungserscheinungen, als die nach Umständen vollkommenste Lösung des Kontrastes zweier magnetischer Felder angesehen werden, wenn man nämlich als tiefer liegenden Grund aller dieser Bewegungserscheinungen das Vorhandensein eines energetischen Gefälles annimmt, ähnlich wie bei den früher (**135**) besprochenen Bewegungen im elektrischen Feld. Als die allen diesen Erscheinungen gemeinsame Grundlage wäre somit den beweg- **273.** Hall-Phänomen.

lichen Teilen des Systems das Bestreben zuzuschreiben, sich so einzustellen, dass das resultierende magnetische Feld oder die in ihm aufgespeicherte Wirbelenergie ein Maximum wird. Die magnetische Kapazität des Systems wird sich also analog verhalten wie die elektrische (**118**). Wird nun Hauptfeld und Strömungsbahn (Leiter) durch hinreichend grosse mechanische Kräfte in ihrer Lage festgehalten, so bleibt als letztes bewegliches Element noch der einzelne Stromfaden gegenüber der leitenden Strömungsbahn.

Im drahtförmigen Leiter ist bisher ein Nachweis einer solchen Ablenkung noch nicht gelungen. Lässt man aber die Stromfäden sich ausbreiten, indem man als Leitungsstrecke eine Metallfolie benutzt, so ist eine nach dieser Richtung gedeutete Erscheinung in Gestalt einer Änderung der transversalen Spannungsverhältnisse von Hall beobachtet worden. Für die Theorie wäre dies als Beweis für den achsialen Charakter der magnetischen Kraft-

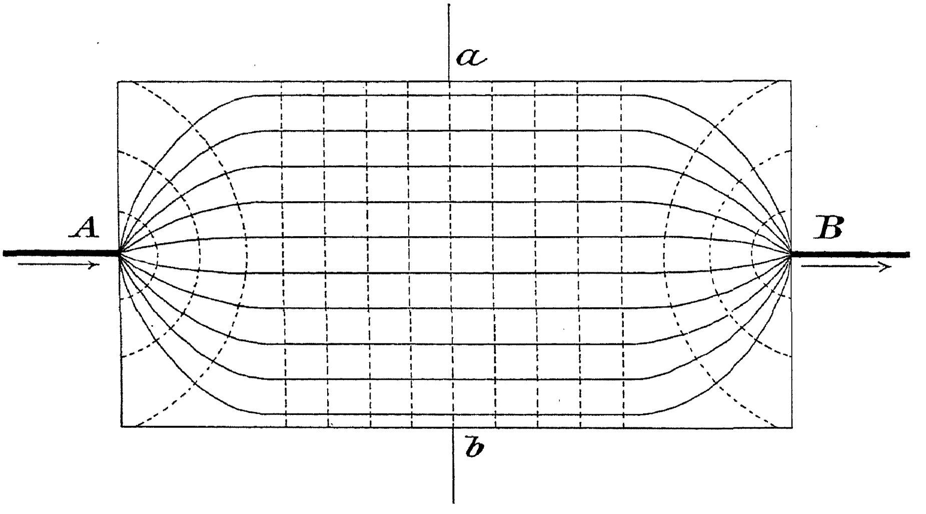


Fig. 344.

linien bedeutungsvoll (vgl. H. I, 3 in **47**). Ausserhalb eines (zweiten) magnetischen Feldes (Hauptfeldes) kann man die Ausbreitung der Stromfäden in einer Metallfolie zwischen den Punkten *A* und *B* eines Stromkreises als die ausgezogenen Linien der Fig. 344, die Niveaulinien für die elektrische Spannung durch die punktierten Linien, welche dazu senkrecht verlaufen, schematisch wiedergeben (**174**). Die Feldwirkung der Stromfäden bewirkt bei hinreichend kräftigem Strom die Anordnung von aufgestreuten Eisenfeilspänen gleichfalls senkrecht zu den Stromfäden, also in Richtung der (in Fig. 344 punktierten) Äquipotentiallinien, wie zuerst Lommel (vgl. E T Z 1893, 43, sowie 262) gezeigt hat. Jene Anordnung kann somit als augenfälliges Merkmal für eine Deformation der Strömungslinien benutzt werden. Eine solche tritt nun ein, wenn man die Metallfolien von magnetischen Kraftlinien eines zweiten Feldes (Hauptfeldes) senkrecht durchsetzen lässt, und zwar verlaufen die (ausgezogenen) Stromlinien im mittleren Teile nicht mehr parallel zur Rechteckseite der Folie in Fig. 344, sondern je nach Richtung des magnetischen Feldes, oder auch des Stromes in dem einen oder anderen Sinne geneigt zur Rechteckseite. Da hiermit in Verbindung die Äquipotentiallinien oder

die Eisenfeilichtreihen ihren senkrechten Verlauf zu den Längsseiten des Rechtecks in einen schräg geneigten abändern, so lässt sich dies mit Hilfe eines an die Punkte a und b angeschlossenen empfindlichen Galvanometers nachweisen, was durch HALL geschehen ist.

Der Zusammenhang zwischen der Grösse dieser Spannung $\overline{E}$, der Foliendicke δ, der Intensität des Magnetfeldes B und der Stromstärke $\overline{J}$ ist mit Zuhülfenahme eines als Drehungsvermögen oder Rotationskoeffizient R benannten Materialkoeffizienten in folgender Gleichung aufgestellt worden:

$$\overline{E} = \frac{\overline{J} \cdot B}{\delta} \cdot R.$$

Dies würde mit der Kontrastvorstellung gut stimmen, da die Stärke des Kontrastes auch proportional $\overline{J} \cdot B$ wächst. Die von HALL nach dieser Formel ermittelten Werte von R, welche als positiv bei einer Drehung im Sinne der magnetischen Wirbelfäden (**69**), als negativ bei entgegengesetzter Drehung der Strömungslinien oder der Spannungsrichtung bezeichnet werden, sind am grössten bei TELLUR (+ 530) und WISMUT (— 101). Bei den übrigen Metallen sind sie von sehr viel kleinerer Grössenordnung, z. B. Kupfer (— 0·00052) oder Eisen (+ 0·0078). Diese Werte haben aber, ebensowenig wie die Temperaturkoeffizienten, solange kein grösseres Interesse, als die Auffassung über die Ursachen des Hallphänomens nicht eindeutiger geklärt sind. Hierüber bestehen nämlich nahezu ebenso viel Auffassungen der verschiedensten Natur, als Forscher sich näher damit beschäftigt haben. Weiteres hierüber siehe WIED. III, 218 bis 241; vgl. auch H. I, 1 in **39**. Nach meiner Ansicht dürften die noch nicht hinreichend geklärten Erscheinungen bei Quermagnetisierung dünner Metallschichten hierbei eine wesentliche Rolle spielen.

Praktisch ungleich wichtiger als die beiden vorgenannten Fälle sind die zahlreichen Erscheinungen des dritten Falles: Ein Teil des durchströmten Leiterkreises selbst ist soweit beweglich, dass er dem ponderomotorischen Antrieb nachgeben kann, der auf Grund des obenerwähnten energetischen Gefälles entsteht, das auch aufgefasst werden kann als Streben, die magnetische Gesamtkapazität des ganzen Systems zu einem Maximum zu machen. Die ausserordentlich zahlreichen Konstruktionen von elektromagnetischen Rotationsmechanismen mit Gleichstrom (siehe WIED. III, 163 bis 209) von denjenigen AMPÈRES und FARADAYS (**23**) bis zum heutigen Gleichstromelektromotor beruhen alle darauf, dass jenes zu Grunde liegende Bestreben durch Hinzunahme eines mehr oder weniger versteckten Kommutierungsprinzips in eine d a u e r n d e Rotation übergeführt ist. Hiernach könnte man diese Bewegungsvorgänge in beschränkte und dauernde unterscheiden. **274. Prinzip des Elektromotors.**

Wohl mit der einfachste Fall einer beschränkten Bewegung unter dem Bestreben die magnetische Kraftlinienzahl bezw. Wirbelenergie des eigenen Stromfeldes ohne Mitwirkung eines zweiten Feldes nach Möglichkeit zu vergrössern, stellt der leicht bewegliche, meist in Quecksilberrinnen schwimmende Stromschlussbügel dar, dessen Prinzip in der Technik zur automatischen Funkenlöschung bei Hörnerblitzableitern oder Hochspannungsausschaltern eine so wertvolle Verwendung gefunden hat. Dass hierbei nicht die Wärme, wie vielfach geglaubt, die Hauptsache bildet, indem sie den Lichtbogen bis zum Zerreissen nach aufwärts treibt, sondern jener Antrieb nach Feldvergrösserung, geht daraus am besten hervor, dass die Hörner auch in der Horizontalebene,

ja umgekehrt, also entgegen der Wärmewirkung noch funktionieren, wenn auch bei dieser Differenzwirkung weniger rasch als bei der Summenwirkung.

In Gestalt des Feldkontrastes findet die beschränkte Bewegung bei den Messinstrumenten, namentlich den direkt zeigenden, vielfache Verwendung, wobei die Antriebskraft durch irgend eine mechanische Gegenkraft kompensiert und gemessen wird (siehe in **40**). Die Grösse des Kontrastes oder des Antriebes F hängt hierbei von dem Produkt der beiden kontrastierenden Felder $N_I \cdot N_{II}$ ab (vgl. Fig. 345), so dass man unter Hinzufügung einer Masssystemkonstanten c_1 schreiben kann

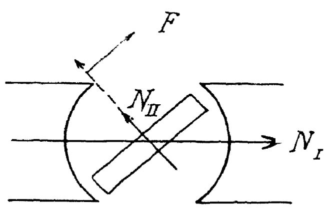


Fig. 345.

$$F = c_1 \cdot N_I \cdot N_{II}.$$

Je nachdem nun nur eines der beiden Felder, z. B. N_{II}, sich proportional mit der Messstromstärke verändert, während N_I konstant und unabhängig von der Messgrösse erhalten wird, etwa durch einen permanenten Magneten, oder beide kontrastierenden Felder (N_I und N_{II}) von der Messstromstärke abhängen, wird man sich dem linearen oder dem quadratischen Anwachsen des Antriebes mit der Messstromstärke J annäheren. Weiteres siehe in Bd. II.

Durch Hinzufügung einer automatischen Kommutierungsvorrichtung, welche das bewegliche Feld, z. B. N_{II}, bei einer passenden Feldachsenlage die Richtung gegenüber der erregenden Wicklung II wechseln lässt, ergiebt sich eine für Elektrizitätszähler bezw. Motoren geeignete Dauerbewegung. Weiteres hierüber siehe in Bd. VII und IX.

Wie die vorstehende Formel für die mechanische Kraftwirkung F zwischen den beiden Feldträgern (von N_I und N_{II}) erkennen lässt, ist es wegen der prinzipiellen Gleichwertigkeit von N_I und N_{II} nicht nötig, das Kommutierungsprinzip mit dem schwächeren Felde (N_{II}) in Verbindung zu bringen, wie dies z. B. bei allen Drehspuleninstrumenten und -Motoren (Gleichstrommotoren) der Fall ist, sondern man kann mit dem gleichen Erfolge auch dem Hauptfeld eine Drehbewegung erteilen, da es nur auf die relative Lage bezw. die Relativbewegung zwischen den beiden kontrastierenden Feldern ankommt. Erzeugt man daher in der früher (**184**) betrachteten Weise durch Verkettung von phasenverschobenen Feldern ein Drehfeld $\overset{\circ}{N}_I$, so vermag man das zum Antrieb F erforderliche kontrastierende Feld N_{II} durch Wechselinduktion zwischen dem Stromträgersystem I und II hervorzurufen, also ohne direkte Speisung der Wicklung II mit Strom, nur durch Speisung der verketteten Wicklungen I mit verkettetem Mehrphasenstrom ($\overset{\circ}{J}_I$). Das Hauptfeld N_I wird durch seine Relativbewegung gegen das Wicklungselement II in dem in Fig. 346 angedeuteten Sinne, d. h. bei Relativdrehung von $\overset{\circ}{N}_I$ im Uhrzeigersinn eine Spannung $\tilde{E}_{II}$ oben vom Beschauer weg, unten auf den Beschauer zu, erzeugen. Diese Spannung $\tilde{E}_{II}$ wird in der geschlossenen Strombahn II eine Stromstärke $\tilde{J}_{II}$ hervorrufen, die, wegen der elektromagnetischen Trägheit (Streuung bezw. Selbstinduktion) der Wick-

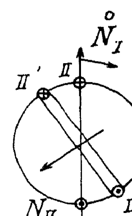


Fig. 346.

lung II, aber dem Maximalwert e_{II}' der Spannung im Drehsinne von $\mathring{N}_I$ nachhinkt und ihren Maximalwert bei der gezeichneten Stellung von $\mathring{N}_I$ etwa in dem Wicklungselement mit der Lage II′ erreicht. Sie wird also ein resultierendes Feld N_{II} mit der in Fig. 346 angedeuteten Lage hervorrufen, welches auf den beweglichen Feldträger (II) eine analoge Antriebskraft (Drehmoment) F wie bei Fig. 345 zur Folge hat. Weiteres über die technische Seite der Drehfeldwirkung siehe in Bd. V und IX.

In den bisherigen Fällen ist die Umsetzung der elektrischen Energie in mechanische Bewegungsenergie entweder mit Hilfe zweier Gleichfelder ($\overline{N}_I$ und $\overline{N}_{II}$) erfolgt, oder zweier Drehfelder ($\mathring{N}_I$ und $\mathring{N}_{II}$), die aber, abgesehen von der Drehung ihrer magnetischen Achse, doch den Gleichfeldern sehr nahe stehen. Nun gelten die obigen Betrachtungen aber ganz allgemein für die Momentanwerte des Antriebes bei Wechselfeldern, so dass man, bei Benutzung kleiner Symbole für die Momentangrössen, die obige Gleichung schreiben kann — **275. Abstossungserscheinungen bei Wechselfeldern.**

$$f = c_1 \cdot n_I \cdot n_{II}.$$

In welcher Weise sich die Momentanwerte f zu einem resultierenden bezw. mittleren Antrieb zusammensetzen, hängt allein von dem zeitlichen Verlauf der beiden magnetischen Feldkurven n_I und n_{II} oder, bei der zwangläufigen Verkettung zwischen Feld und erregender Stromstärke, von den Stromstärken J_I bezw. J_{II} ab, wobei nur etwaige Sättigungseinflüsse, also Abweichungen von der direkten Proportionalität zwischen J und N noch zu berücksichtigen bleiben. Da aber das Endresultat infolge der Komplizierungen, welche die Wechselgrössen im Gefolge haben, hier weit weniger einfach zu übersehen ist, so sollen diese Erscheinungen an dem Spezialfall des symmetrischen Wechselstromes, d. h. des Kontrastes von symmetrischen Wechselfeldern $\tilde{N}_I$ und $\tilde{N}_{II}$, etwas näher betrachtet werden. Als dem Wechselstrom eigentümliche Abstossungen zwischen einer irgendwie gestalteten sekundären Kurzschlusswicklung und ihrer Primärwicklung wurden sie erst 1884 von E. Thomson (**39**) beobachtet und erläutert.

Legen wir für die Betrachtung die gebräuchliche und leicht übersehbare Anordnung der Fig. 347 zu Grunde, wobei I eine Spulenwicklung ohne oder, zur Verstärkung der Erscheinung, besser mit einem unterteilten geraden Eisenkern bezeichnet. Diese werde von aussen mit symmetrischem Wechselstrom $\tilde{J}_I$ von hinreichender Stärke beschickt, während II einen in sich geschlossenen metallischen Leiter, am besten Kupferring von hinreichendem Querschnitt, andeuten soll. Die Erfahrung lehrt, dass drei Erscheinungen auftreten, welche in innerem Zusammenhange stehen. Bringt man den Ringleiter II erst nach Eintritt stationärer Verhältnisse bei $\tilde{J}_I$ von aussen in die in Fig. 347 angegebene Stellung, so findet eine Rückwirkung auf I in Gestalt einer Erhöhung der Stromstärke $\tilde{J}_I$ statt; ferner beobachtet man, dass der Ring II wie von einer unsichtbaren Feder nach oben getrieben wird und sich bei passender Stärke von $\tilde{J}_I$ dauernd selbst schwebend zu erhalten vermag, bei weiterer Steigerung von $\tilde{J}_I$ sogar nach oben hinausgeschleudert, also ausserhalb des Bereiches des von $\tilde{J}_I$ erzeugten Wechselfeldes $\tilde{N}_I$ gedrängt wird; endlich bemerkt man, dass der Ring, in der Lage von Fig. 347 entgegen der Abstossungskraft festgehalten, sehr rasch heiss wird und gegebenen Falls bis zum Glühen gelangt. Die Beobachtung 1 und 3 findet ohne

weiteres ihre Erklärung in dem Umstande, dass das von $\tilde{J}_I$ erzeugte Wechselfeld $\tilde{N}_I$ den Ringleiter II nach Art einer kurzgeschlossenen sekundären Transformatorwicklung durchsetzen muss. Bei Annahme von Sinusstrom ($i_I = i_I' \sin \alpha$) und Absehen von magnetischen Sättigungserscheinungen, was hier ohne weiteres zulässig ist, wird nach dem allgemeinen Induktionsgesetz in II eine Wechselspannung $\tilde{E}_{II}$ induziert nach der Gleichung (**108**)

$$e_{II} = \frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt}(n_I' \cdot \sin \alpha_I \cdot w_{II}) \cdot \nu = (\nu \cdot n_I' \cdot w_{II} \cdot \omega) \cdot \cos \alpha_I = e_{II}' \cdot \cos \alpha_I,$$

wenn w_{II} die (hier als 1 angenommene) Windungszahl von II ist, ν den zwischen II und I vorhandenen magnetischen Streuungskoeffizienten (kleiner als 1) bezeichnet, die Polargeschwindigkeit $\omega = \pi \cdot z$ gesetzt wird, und die

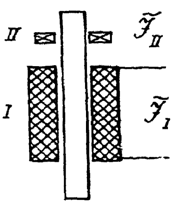


Fig. 347.

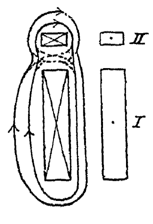


Fig. 348 a.

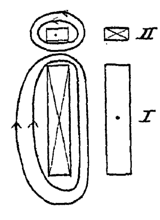


Fig. 348 b.

mit dem Index ′ ausgezeichneten Momentanwerte die stets in gleicher Grösse wiederkehrenden Maximalwerte der periodischen Wechselgrössen bezeichnen. Die Stromstärkebildung nach der Gleichung (**146**)

$$i_{II} = e_{II} : Z = e_{II} : \sqrt{R_{II}^2 + [\omega \cdot f(\nu)]^2} \text{ bezw. } i_{II}' = (e_{II} \cdot \cos \varphi_{II}) : Z$$

erklärt die Erhöhung von $\tilde{J}_I$, sowie die Erhitzung von II unmittelbar, während das Eintreten der Abstossungswirkung, sowie die Bedingungen für deren Grösse weniger schnell zu übersehen sind. Wohl am besten gelangt man hierzu durch Heranziehen der Gleichstromverhältnisse, Betrachten der Momentenantriebe und Summieren der Momentanwirkungen im Liniendiagramm der Wechselstromgrössen.

Denkt man sich Stromkreis I und II von konstantem Gleichstrom durchflossen, so erhält man je nach der Stromrichtung in II die in Fig. 348 angedeuteten Kraftlinienverhältnisse der magnetischen Felder $\overline{N}_I$ und $\overline{N}_{II}$. Fliessen die Ströme $\overline{J}_I$ und $\overline{J}_{II}$ im gleichen Sinne (Fig. 348a), so findet der magnetische Kontrast $\overline{N}_I$ und $\overline{N}_{II}$ im Zwischenraum der beiden Spulen dahin seine Lösung, dass sich die daselbst e n t g e g e n g e s e t z t verlaufenden magnetischen Kraftlinien, wenn nicht ganz, so doch zum mehr oder weniger grossen Teil aufheben. Hieraus folgt, dass der magnetische Querdruck (78) oberhalb II und unterhalb I den Querdruck im Zwischenraum überwiegt, die Stromkreise I und II also gegeneinander gedrängt werden. Diese Thatsache kann man auch in der Form ausdrücken, dass man sagt: Die Feldträger I und II ziehen sich an, oder die magnetischen Kraftlinien des resultierenden Feldes

suchen sich nach Art gespannter Kautschukfäden auf ein Minimum von Länge zu verkürzen, oder die magnetische Kapazität des g a n z e n Systems strebt einem Maximum zu durch Verkleinerung des Kraftlinienweges l in der Formel (115) für den magnetischen Widerstand $S_m = \Sigma \frac{l}{q \cdot \mu}$.

Wird die Stromrichtung in II umgekehrt, so durchsetzen, wie Fig. 348 b erkennen lässt, die Kraftlinien der für sich betrachteten Felder $\overline{N}_I$ und $\overline{N}_{II}$ den Zwischenraum im g l e i c h e n Sinne, können sich also nicht aufheben, sondern müssen sich, unter E r h ö h u n g des Querdruckes der magnetischen Wirbelfäden im Zwischenraum, zusammendrängen. Zwischen den Feldträgern von J_I und J_{II} tritt also eine Abstossung auf, welche aber wiederum in dem Sinne gerichtet ist, die magnetische Kapazität des g a n z e n Systems zu vergrössern, hier durch Vergrösserung des Kraftlinienquerschnittes q der obigen

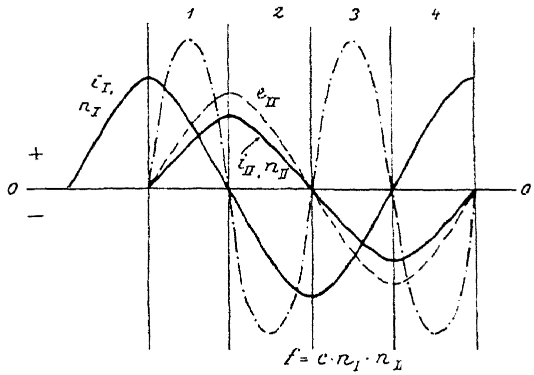


Fig. 349.

Formel für den magnetischen Widerstand, soweit der g e m e i n s c h a f t l i c h e Zwischenraum in Frage kommt.

Der Wechselstrom in I induziert durch Wechselinduktion gleichfalls einen Wechselstrom in II, so dass für die einzelnen Zeitteilchen jeder Periode nur einer dieser beiden Fälle in Betracht kommt. Man hat jetzt nur noch das Summieren aller Anziehungen und Abstossungen unter Berücksichtigung ihrer Grösse und Zeitdauer vorzunehmen, um den resultierenden Wert ableiten zu können. Hierbei ergiebt sich nun, dass die Grösse der Abstossung ausser von $\tilde{J}_I$ und $\tilde{J}_{II}$, bezw. $\tilde{N}_I$ und $\tilde{N}_{II}$, im wesentlichen von dem Wert $\cos \varphi_{II}$ abhängt, also von dem Verhältnis $Z : R$, oder, da letzteres mit ν zusammenhängt, auch von ν abhängig ist.

Fasst man zunächst als Grenzfall den Wert $\cos \varphi_{II} = 1$ oder $Z = R$ bezw. $\nu = 1$ ins Auge, wie er für die streuungslose Verkettung der beiden Wicklungen eines Transformators bestehen würde, so stellt das Diagramm in Fig. 349 diese Verhältnisse dar. Zur besseren Übersicht ist hierbei der konforme und gleichphasige Verlauf der primären Stromstärke $\tilde{J}_I$ und des durch sie erzeugten primären Wechselfeldes $\tilde{N}_I$ durch dieselbe Kurve dargestellt, also der Massstab für i_I' und n_I' übereinstimmend gewählt worden. Die in II induzierte Wechselspannung $\tilde{E}_{II}$ ist auf Grund der obigen Gleichung um 90^0 verschoben, so dass e_{II}' um eine Viertelperiode später eintritt als n_I'.

Für die Annahme des Grenzfalles, dass $Z_{II} = R_{II}$, also $\cos \varphi_{II} = 1$, muss die aus e_{II} resultierende Stromstärke i_{II} gleichphasig und konform mit e_{II} verlaufen, also i_{II}' und e_{II}' in Phase zusammenfallen. Dasselbe ist mit n_{II}' und i_{II}' der Fall, wobei wiederum der besseren Übersicht halber i_{II} und das mit ihm zwangläufig verkettete n_{II} durch dieselbe Kurve dargestellt ist. Wie oben gezeigt, ist der in irgend einem beliebigen Moment vorhandene mechanische Antrieb f, welcher den beweglichen Strom- bezw. Feldträger aus seiner Lage zu drängen sucht, durch die Gleichung gegeben

$$f = c_1 \quad n_I \cdot n_I$$

Man kann hiernach die Antriebskurve f punktweise konstruieren und erhält die strichpunktierte Kurve in Fig. 349. Die Fläche zwischen ihr und dem Nullniveau stellt das Integral $\int f d t$ oder den Integralantrieb dar, welchen

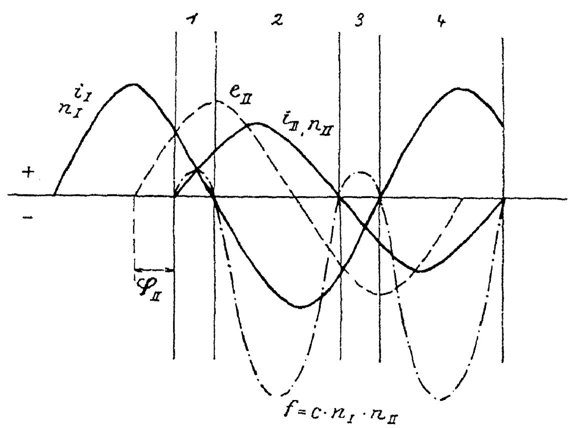


Fig. 350.

der bewegliche Feldträger erfährt. Die Fig. 349 lässt ohne weiteres erkennen, dass jede Periode der primären Grösse ($\tilde{E}_I$ bezw. $\tilde{J}_I$) in vier Antriebszeiträume zerfällt, von denen zwei (nämlich 1 und 3) positiv, d. h. wegen gleicher Richtung von i_I und i_{II} bezw. n_I und n_{II} Anziehung (vgl. Fig. 348), und zwei (nämlich 2 und 4) negativ, d. h. wegen entgegengesetzter Richtung von n_I und n_{II} Abstossung des beweglichen Feldträgers ergeben. In dem vorliegenden Grenzfall sind die positiven und negativen Antriebsflächen genau gleich gross, und der resultierende mechanische Antrieb auf den beweglichen Feldträger für Zeiträume, welche gross gegenüber der Periodedauer von $\tilde{J}_I$ sind, gleich Null.

Der zuletzt betrachtete Grenzfall wird aber praktisch nicht erreicht, am wenigsten bei der in Fig. 347 angedeuteten Anordnung; hier ist vielmehr die Streuung ziemlich beträchtlich, d. h. es kommen viele magnetische Kraftlinien wirklich zustande, die nur mit II, aber nicht mit I verkettet sind, also nicht durch N_I kompensiert werden. Da nun aber die Kraftlinienwindungen $N_{II} \cdot w_{II}$ für die Einheit der Stromstärke $\tilde{J}_{II}$ ein Mass für den Selbstinduktionskoeffizienten L_{II} geben, oder richtiger diesen selbst darstellen (**182**), so muss bei Wechselstrom eine Phasenverschiebung φ_{II} zwischen

e_{II}' und i_{II}' auftreten, und zwar von der Grösse $\operatorname{tg} \varphi_{II} = (\omega \cdot L_{II}) : R_{II}$. Zeichnet man für den bestimmten, praktisch leicht erreichbaren Fall, dass $\operatorname{tg} \varphi_{II} = 1$, also $\omega L_{II} = R_{II}$, das Diagramm der Stromstärken bezw. Felder für I und II auf und bildet hierauf die Produkte $n_I \cdot n_{II}$, so lässt die Antriebskurve in Fig. 350 sogleich das starke Überwiegen der negativen oder Abstossungsflächen erkennen. Gleichzeitig ist das Anwachsen der resultierenden mittleren Abstossungskraft

$$(\overset{w}{F})_m = \frac{1}{T}\int_0^T f \cdot dt$$

mit zunehmender Phasenverschiebung φ_{II} erkennbar.

Diese Grunderscheinung lässt sich nun in der mannigfaltigsten Weise zur Bewegung von Metallteilen gegenüber einem Wechselfelde $\tilde{N}_I$ benutzen. Jederzeit ergiebt sich aber die Erklärung für die Richtung der eintretenden Bewegung, wenn man folgende zwei Punkte beachtet: In jeder zusammenhängenden Metallfläche wird, wenn sie von einem Wechselfeld $(\tilde{N}_I)$ durchdrungen wird, eine elektrische Wechselspannung $(\tilde{E}_{II})$ durch Wechselinduktion erzeugt, welche ihrerseits kreisförmig verlaufende Wechselströme in der Metallfläche hervorruft. Denkt man sich diese durch einen äquivalenten Kreisstrom $\tilde{J}_{II}$ ersetzt, so erzeugt letzterer ein Wechselfeld (Streufeld), welches mit $\tilde{N}_I$ kontrastiert und einen Bewegungsantrieb des beweglichen Feldträgers in dem Sinne hervorruft, der eine Minderung des Kontrastes herbeizuführen vermag. Der zweite Punkt, welcher zu beachten ist, bezieht sich auf die Richtung des Antriebes. Bringt eine virtuelle Verschiebung keine Vergrösserung der magnetischen Kapazität des ganzen Systems mit sich, oder ist dieselbe nach beiden Seiten genau gleich, ist also kein einseitiges energetisches Gefälle vorhanden, so findet keine Bewegung statt, sonst diejenige nach Seite des grösseren Gefälles.

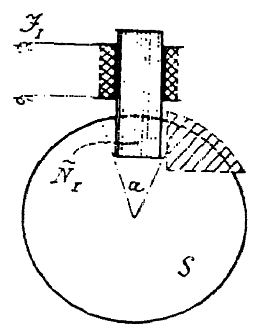


Fig. 351.

Das erstere wäre der Fall bei streuungsloser Verkettung von I und II, ein Grenzfall, dem man sich um so mehr annähert, je besser man den magnetischen Schluss macht, etwa durch Anlegung eines ⊔förmigen Schlussstückes an den Eisenkern der Fig. 347, wie bei Transformatoren. Der zweite Fall liegt vor bei einer homogenen Kreisscheibe S der Fig. 351, welche von einem Wechselfeld $\tilde{N}_I$ durchsetzt wird. Die Scheibe befindet sich wegen Symmetrie beider Seiten im labilen Gleichgewicht. Stört man diese Symmetrie absichtlich, etwa durch Anbringen einer Eisenmasse (in Fig. 351 schraffiert) rechts von $\tilde{N}_I$, so findet ein ausgesprochener Antrieb nach rechts statt, weil diese Bewegung für jeden Momentanwert von $\tilde{J}_{II}$ mit einer Vergrösserung der magnetischen Kapazität des ganzen Systems verknüpft ist, wodurch die Grundursache aller Bewegungen bei Elektromagneten mit konstanter MMK gegeben ist.

Die Störung der Symmetrie kann auch, wie bei den Ferrariszeigern, dadurch erreicht werden, dass man $\tilde{N}_I$ mit Hilfe eines zweiten phasenverschobenen Wechselfeldes, welches S durchsetzt und räumlich wie zeitlich

im gleichen Sinne gegenüber $\tilde{N}_I$ versetzt ist (**184**), in ein elliptisches Drehfeld überführt. Das Kommutierungsprinzip, welches die hinreichend homogene Scheibe durch Verbringen immer anderer Segmente an die Stelle des Segmentes *a* einschliesst, hat eine stetige Erneuerung des Antriebes zur Folge.

Für die beschränkten Ausschläge direkt zeigender Messinstrumente kann die Messung dieses Anzuges durch eine mechanische Gegenkraft (Feder) erfolgen; als Dauerbewegung nach Art der Fig. 351 hat sie bei Motorzählern bezw. Motoren, namentlich auch bei der besten Bogenlampenregulierung für Wechselstrom Verwendung gefunden.

276. Bewegung durch Schirm-, Konvektions- und andere Wirkungen.

Eine ähnliche, wenn auch weniger energische Wirkung lässt sich durch einseitige „Abblendung" des Wechselfeldes erreichen, d. h. durch Anbringung eines feststehenden metallischen Schirmes, welcher durch seine Schirmwirkung die elektromagnetischen Wellen des Wechselfeldes $\tilde{N}_I$ zum grössten Teil aufnimmt. Die hinter den „Schirm" kommenden Metallteile des beweglichen Feldträgers werden so gegen das primäre Wechselfeld geschützt, und dem sekundären Feld $\tilde{N}_{II}$ wird bei Bewegung von II hinter den Schirm eine stärkere Ausbildung gestattet. Diese Schirmwirkung metallischer Platten wird in Übereinstimmung mit der Bezeichnung „abblenden" wohl auch Schattenwirkung genannt, worin gleichzeitig die qualitative Übereinstimmung der sehr langen elektromagnetischen Wellen des Wechselfeldes mit den kurzen Lichtwellen (**35**) zum Ausdruck gebracht wird; sie lässt sich auch in folgender Weise erklären: In der schirmenden Metallplatte wird ein sekundärer Kreisstrom $(\tilde{J}_{II}')$ von annähernd gleicher Phase erzeugt wie in der beweglichen Metallfläche $(\tilde{J}_{II}'')$, z. B. Kugel oder auch Kreisscheibe. Infolge der kleinen, jedenfalls zwischen 0 und weniger als 90^0 liegenden Phasenverschiebung der beiden Sekundärströme $\tilde{J}_I'$ und $\tilde{J}_I''$ gegeneinander sind die hieraus resultierenden sekundären Wechselfelder $(\tilde{N}_{II}'$ und $\tilde{N}_{II}'')$ während des grössten Teiles der Periode (vgl. Fig. 349) gleichgerichtet. Die beiden Metallflächenteile mit sekundär induzierten Kreisströmen ziehen sich sonach an; hierbei gelangt naturgemäss der bewegliche Leiter, z. B. Kugel, hinter den festgehaltenen Leiter, die schirmende Metallplatte, also in die Lage, welche für den jeweiligen Stromträger von $\tilde{J}_{II}''$, bezw. den Feldträger von $\tilde{N}_{II}''$ eine Vergrösserung der magnetischen Kapazität des Systems herbeiführt.

Die Grundthatsache, dass sich ein bewegliches System von Feldträgern in jedem Moment so einzustellen sucht, dass die magnetische Kapazität des ganzen Systems ein Maximum wird, erklärt also alle Bewegungserscheinungen, welche ebenso auf der Wechselwirkung oder auf dem Kontrast magnetischer Wechselfelder beruhen, wie die Erscheinungen bei Gleichfeldern. Dies gilt sowohl für die verschiedenen Ausgestaltungen der Wechselfeldkontraste, welche auf Abstossungen beruhen (siehe hierzu ETZ 1890, 387 ff., sowie 1891, 707; ferner 1893, 345), als auch für die vereinzelten Fälle der Anziehungserscheinungen (vgl. ETZ 1893, 238). Sie trifft sonach auch für diejenigen Versuchsanordnungen zu, bei welchen der bewegliche Feldträger (II in Fig. 347) von solchen Dimensionen, etwa Scheibe von kleinerem Durchmesser als der Eisenquerschnitt von $\tilde{N}_I$, und solcher Lage gegenüber dem primären Wechselfeld $\tilde{N}_I$ gewählt ist, etwa nahe der Eisenoberfläche,

dass eine Minderung des Kontrastes durch Heranbewegung an den mittleren Teil der Kraftlinienaustrittsfläche des primären Eisenkernes stattfindet. Dies ist hier durch ein Nachaussendrängen der Kraftlinien von $\tilde{N}_I$ ermöglicht, während eine Fortbewegung eine Mehrung des Kontrastes zur Folge hätte. Durch jenes Bestreben erklären sich auch verschiedene Erscheinungen bei Gleichstromelektromagneten, wie das Aufrichten oder das seitliche Verschieben von Eisenblechscheiben, -ringen, ferner von Drähten und Kugeln (vgl. S. Thompson, Elektromagnet, Seite 132 bis 137), welche den gewöhnlichen Anziehungsbeobachtungen scheinbar widersprechende Abstossungswirkungen darstellen.

Die vereinzelten Fälle der Bewegungserscheinungen beim elektrischen Ausgleich, welche nicht auf eine der vorgenannten Feldwirkungen zurückzuführen sind, sind den Stromwirkungen in der Leitungsbahn zuzuschreiben. Sie lassen sich entweder bereits auf Wirkungen der neuen Energieform, z. B. der Wärme zurückführen, oder auf sekundäre elektrische Wirkungen elektrostatischer Natur (siehe **137**), wie sie z. B. bei Kathoden- und Röntgenstrahlen von L. Grätz (vgl. 1900, Ann. d. Ph. 1, 648 bezw. ETZ 1900, 419) beobachtet wurden. Zu der ersten Gruppe wäre auch die Drehbewegung zu rechnen, welche man einer Kathode in Form eines Metallzylinders durch das Übergewicht erteilen kann, den der elektrolytische Niederschlag (z. B. Kupfer) eines chemisch wirksamen elektrischen Stromes erzeugt (siehe L. Arons ETZ 1892, 164).

Schnellere mechanische Schwingungen, welche von uns nicht mehr als Bewegung, sondern als Ton wahrgenommen werden, somit unter die elektrisch-akustischen Beziehungen fallen, treten bei Wechselströmen vielfach auf. Überall, wo z. B. ein Wechselfeld in Eisen hervorgerufen wird, bewirkt entweder die wechselnde Anziehung in Verbindung mit elastischen Gegenkräften, oder die mit der Wechselmagnetisierung verknüpfte Dimensionsänderung des Eisenvolumens (**297**) rhythmische mechanische Bewegungen, welche abhängig von den vorliegenden akustischen Resonanzbedingungen mehr oder weniger laute Töne hervorrufen (siehe auch in **266**). Als Gegenstück hierzu wäre vielleicht noch auf das Tönen gewisser Kondensatoren unter dem Einfluss von Wechselspannung hinzuweisen (siehe ETZ 1901, 684 und 771), eine Erscheinung, die offenbar auf eine der magnetischen analoge Wirkung bei Wechselelektrisierung zurückzuführen ist.

Die elektrothermischen Beziehungen bei den elektrischen Ausgleichvorgängen bilden eine weitere Gruppe (über die thermoelektrischen, sowie die Wärmeentwickelung bei wechselnder Elektrisierung des Dielektrikums siehe in H. I, 1). Sie umfasst auf der einen Seite alle Umsetzungen der elektrischen Energieform in Wärme in der Leiterbahn und im magnetischen Feld, auf der anderen die Erscheinungen, welche unter dem Namen der Peltier-Wirkung und des Thomson-Phänomens (Wärmetransport durch den elektrischen Strom) bekannt sind. **277.** Umsetzung in Wärme. Peltierwirkung. Elektrischer „Wärmetransport“.

Das Herabfallen der elektrischen Energieform auf das tiefere Niveau der Wärmeenergie ist als die allgemeinste Umsetzungserscheinung auf unserem Gebiet anzusehen, da jede Leitungsstrecke dem elektrischen Ausgleich J einen merkbaren Reibungswiderstand R entgegensetzt. Nach der von Joule (**24**) aufgestellten Formel wird hierdurch ein Betrag A der elektrischen Energie von

$$A = J^2 \cdot R \cdot T \text{ Wattsekunden in } 0{\cdot}24 \cdot J^2 \cdot R \cdot T \text{ grcal Wärme}$$

übergeführt. Es wurde jedoch weiter oben (**271**) darauf hingewiesen, dass unter geeigneten Verhältnissen ein Teil dieser Energie als Licht in Form von Schwingungsenergie nach aussen gestrahlt wird, und nur der Rest direkt in die „ungeordnete“ Form der Wärmeenergie (**77**) übergeht. Denkt man sich aber diese Umsetzung z. B. in einer Glühlampe erfolgend, welche hinsichtlich Wärmeleitung, etwa durch Aufhängen an dünnen Zuleitungsdrähten, möglichst gut isoliert ist, so wird auch die Wärmeenergie, wenigstens zwischen Kohlefaden und Grenzwand des hoch evakuierten Umgebungsraumes, in Form von dunklen Wärmestrahlen nach aussen geführt. Mit Rücksicht auf die nahe Verwandtschaft zwischen Licht- und Wärmestrahlen (**35**) steht nun eigentlich der Vorstellung nichts im Wege, dass die elektrische Energieform sich zunächst gänzlich in die „geordnete Energieform“ von Schwingungen verschiedener Wellenlänge umsetzt, dass aber die überwiegende Menge, vielfach sogar die ganze, in Form von dunklen Wärmeschwingungen auftritt, und die letzteren ausserdem infolge der Umgebung oder der Dimensionen des Stromleiters sehr rasch durch Absorption und Dispersion in ungeordnete Wärmebewegung übergehen.

Es wurde bereits früher (**156** ff.) erwähnt, dass die umgesetzte Wärme nicht nur innerhalb der Leiterbahn, d. h. abhängig von R, sondern auch ausserhalb des Leiters auftritt (weiteres siehe **301** ff.). Die Abhängkeit des Faktors R der in Wärme umgesetzten elektrischen Leistung $(J^2 \cdot R)$ von den Dimensionen und dem Material der Leitungsbahn wurde gleichfalls in **208** ff. eingehend behandelt.

Ist von der technischen Ausnutzung der elektrischen Wärmewirkung, welche an anderer Stelle des Handbuches behandelt wird, auch hier abzusehen, so verdient doch der von F. Kohlrausch (vgl. ETZ 1900, 175) untersuchte Fall des stationären Temperaturzustandes eines elektrisch geheizten Leiters hier betrachtet zu werden. Hierher gehören auch bei isolierten Leitungen, Freileitungen und Kabeln die praktisch wichtigen Fälle, welche den Sicherheitsvorschriften mit Rücksicht auf Brandgefahr zu Grunde liegen. Unter Annahme bestimmter Wärmeableitungsverhältnisse und merklicher Grösse der sogenannten äusseren Wärmeleitungsfähigkeit sind diese in Bd. VI (Leitungsanlagen) näher behandelt. In dem von Kohlrausch betrachteten Grenzfall ist angenommen, dass die Endflächen eines Leiters, z. B. eines zylindrischen Drahtstückes oder auch einer elektrolytisch leitenden Flüssigkeitssäule, auf derselben konstanten Temperatur gehalten werden und an der Längsoberfläche des Leiters durch möglichste Wärmeisolierung keine Wärme abgeführt wird. Wird ausserdem die stromerzeugende Spannung E_0 an den Enden konstant gehalten, so erhält man für die Temperatur- und Spannungsverteilung längs des Leiters, sowie für die in ihm auftretende Maximaltemperatur folgende Beziehungen, die von der inneren Wärmeleitungsfähigkeit λ des Leitermaterials und seiner elektrischen Leitfähigkeit k abhängen. Für einen Punkt, welcher gegenüber den Endflächen die Spannungen E_1 und E_2 besitzt, wobei $E_1 + E_2 = E_0$, ist die Übertemperatur U

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{\left(\frac{\lambda}{k}\right)}, \text{ also } U_{max} = \frac{1}{8} \cdot \frac{E_0^2}{\left(\frac{\lambda}{k}\right)},$$

wenn U_{max} die höchste im Leiter bei $E_1 = E_2 = \frac{1}{2} E_0$ erreichte Temperatur bezeichnet. Da unter den verschiedenen Materialien das Verhältnis $\left(\frac{\lambda}{k}\right)$ für eine umfangreiche Gruppe reiner Metalle am kleinsten und angenähert gleich ist (**223**), so geben diese die höchsten Heiztemperaturen für dasselbe E_0.

Eine auffallende Abweichung vom JOULEschen Gesetz ergiebt sich an den Berührungsstellen verschieden gearteter Leiter und im besonderen solcher Metalle, welche erhebliche Thermospannungen bei Erwärmung einer derartigen Berührungsstelle aufweisen. Diese zuerst von PELTIER (**26**, **33**) beobachtete und nach ihm benannte Erscheinung tritt bei gewöhnlicher Umgebungstemperatur am auffälligsten hervor, wenn man thermoelektrisch stark wirksame Metalle, etwa Antimon und Wismuth, in dem sogenannten PELTIERschen Kreuz (Fig. 352) vereinigt. Schickt man in der angedeuteten Richtung eine Gleichstromstärke $\overline{J}$ durch die Berührungsstelle vom Wismuth W zum Antimon A, so zeigen die beiden anderen freien Enden W' und A' eine Spannung ε, die bei Umkehr von $\overline{J}$ gleichfalls ihre Richtung wechselt, und welche nicht von einem Übergangswiderstand R herrührt, sondern eine vom Strom $\overline{J}$ geweckte Gegenspannung ε darstellt, welche unabhängig von der Stromstärke $\overline{J}$ ist. Diese Gegenspannung ε ist als eine Umkehrung der thermoelektrischen Erscheinungen und gleichzeitig als die wahre Berührungsspannung zwischen den beiden Metallen des Kreuzes anzusehen (siehe hierüber in **84**). Diese Auffassung entspricht auch dem Energieprinzip mit Rücksicht auf die Thatsache, dass die Kreuzungsstelle (gegenüber den von $\overline{J}$ durchflossenen Kreuzzweigen) bei der einen Richtung von $\overline{J}$ eine Übertemperatur, bei der entgegengesetzten eine Untertemperatur aufweist. Letztere lässt sich z. B. dadurch augenfällig machen, dass man in einer Höhlung an der Kreuzungsstelle Wasser zum Gefrieren bringen und das so gebildete Eis auf $-4{\cdot}5^0$ C. abkühlen kann, falls das ganze Kreuz auf der Schmelztemperatur des Eises, d. h. 0^0 C., gehalten wird.

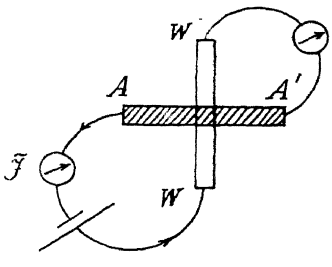


Fig. 352.

Energetisch verlangt das Vorhandensein einer Gegenspannung von $\bar{\varepsilon}$ Volt, dass bei gleichsinnig fliessendem Gleichstrom von der Stärke $\overline{J}$ Ampere der Betrag von $\bar{\varepsilon} \cdot \overline{J}$ Watt ständig in $0{\cdot}24\ \bar{\varepsilon} \cdot \overline{J}$ grcal auf die sec übergeführt wird, und die Kreuzungsstelle durch (zusätzliche) Wärmebildung eine Übertemperatur annimmt. Umgekehrt muss bei entgegengesetzt fliessendem Strom $\overline{J}$ in jeder Sekunde eine Hebung von $\overline{J}$ Coulomb (Amperesekunden) um das Spannungsniveau $\bar{\varepsilon}$ Volt erfolgen, d. h. Wärme in der Kreuzungsstelle in elektrische Energieform umgewandelt werden; die Kreuzungsstelle muss also durch lokale Wärmebindung eine Untertemperatur annehmen. Experimentelle Untersuchungen (vgl. in **33** bezw. WIED. II, 442 ff.) haben nun nicht nur in qualitativer, sondern auch in quantitativer Richtung diese Folgerungen bestätigt und ergeben, dass nach Eintritt stationärer Verhältnisse, je nach der Stromrichtung von $\overline{J}$, die sekundlich entwickelte Wärmemenge W (in Watt oder $4{\cdot}2 \cdot$ grcal pro Sekunde ausgedrückt) in dem ganzen Kreuz durch

$$W = \overline{J}^2 \cdot R \pm \varepsilon \cdot \overline{J}$$

gegeben ist, wenn R den konstanten Widerstand der Stromkreisstrecke im Kalorimeter bezeichnet und $\bar{\varepsilon}$ einen von dem Material der gekreuzten Leiter abhängigen Koeffizienten. Der Wert von ε wurde von Le Roux für verschiedene Materialien gegen Kupfer in Daniell-Einheiten bestimmt (siehe **84**) und stellt nach ihm die wahre Berührungsspannung beider dar. Als Beweis dafür, dass das Auftreten dieser Spannung $\bar{\varepsilon}$ als Umkehrerscheinung der Thermospannung aufzufassen ist, kann ihre Abhängigkeit von der absoluten Temperatur T an der Kreuzungsstelle, ihr Verschwinden beim „neutralen Punkt" (**92**), sowie ihre Richtungsumkehr nach Überschreiten desselben (siehe Wied. II, 455) gelten. Die energetisch wichtige, allgemeine Formulierung für $\pm \bar{\varepsilon}$ kann nach ähnlichen Überlegungen wie bei den Berührungsspannungen (siehe E in **86**) sonach in der Form $T \cdot \frac{d\varepsilon}{dT}$ erfolgen.

Das Auftreten der Peltier-Erscheinung beim Stromübergang vom metallischen Leiter zum Elektrolyten oder umgekehrt, wurde von Bouty (siehe

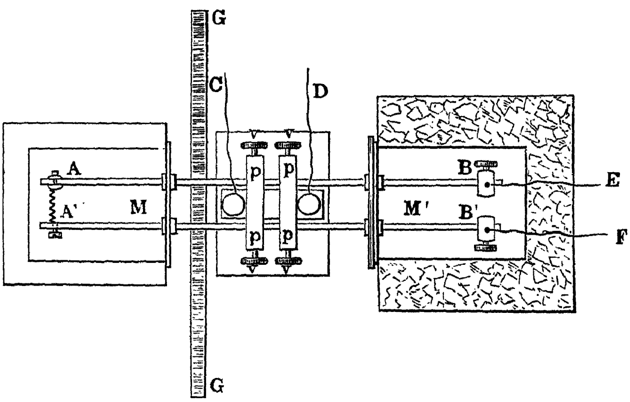


Fig. 353.

Wied. II, 468 ff.) zuerst durch verkupferte Thermometer als Anode und Kathode in einer Lösung von Kupfervitriol nachgewiesen. Weitere Untersuchungen (siehe a. a. O.) haben ergeben, dass im allgemeinen bei Metallen in Metallsalzlösungen die Temperatur an der Anode ($+ \bar{\varepsilon} \cdot \bar{J}$) zu, an der Kathode ($- \varepsilon \cdot \bar{J}$) abnimmt, dass jedoch bei Silber in Silbernitrat eine Umkehrung eintritt.

Die zuerst (**33**) von W. Thomson beobachtete Erscheinung einer scheinbaren Fortführung von Wärme durch den elektrischen Strom wurde von Le Roux (**33** und **96**) näher zahlenmässig untersucht. Da diese Erscheinung, wie schon früher (**96**) angegeben, sich mit neuen wichtigen Beobachtungen über thermoelektrische Erscheinungen in engen Zusammenhang bringen lässt, so sei der Versuch, jene durch diese zu klären, hier eingefügt. Zur Erläuterung der Thomson-Erscheinung sei die von Le Roux benutzte Versuchsanordnung in Fig. 353 wiedergegeben. Hierin bedeuten AB und $A'B'$ zwei möglichst gleiche und homogene Metallstäbe von gleichem Material, welche bei AA' metallisch verbunden sind und bei BB' mittels der Zuleitungen E und F mit Gleichstrom $\bar{J}$ beschickt werden können. Die Stabenden AA' werden im Dampf siedenden Wassers, die Enden BB' in schmelzendem Eis auf konstanter Temperatur gehalten. In der Mitte zwischen A und B, bei 25^0 bis

50^0 C. Stangentemperatur, befindet sich eine Thermosäule, welche durch den Wasserschirm *G G* gegen Wärmestrahlen hinreichend geschützt, sowie mittels der Drähte *C* und *D* mit einem empfindlichen Galvanometer verbunden ist. Die Metallstangen werden zunächst so abgeglichen, dass bei $\bar{J} = 0$ das Galvanometer zwischen *CD* keinen Ausschlag zeigt, d. h. beide Stäbe an der Thermosäule keine merkliche Temperaturdifferenz besitzen. Wird jetzt Gleichstrom $\bar{J}$, etwa in der Richtung *BAA'B*, d. h. im Stab *AB* gegen, im Stab *A'B'* mit der Richtung des Wärmestromes hindurchgeschickt, so zeigt das Galvanometer zwischen *CD* einen Ausschlag an, der je nach dem Stangenmaterial eine Spannung von *C* nach *D* (etwa als + bezeichnet, wenn sie vom untern zum obern Stab gerichtet ist), oder umgekehrt von *D* nach *C* (—) anzeigt. Die relativen Grössen dieser Spannungen in Richtung und Grösse bei derselben Stromstärke $\bar{J}$ wurden bereits in **96** angegeben, und es wurde betont, dass sie mit den Thermospannungen bei ungleichem Temperaturgefälle (siehe ebenda) etwa übereinstimmen. Hält man diese Beobachtungen von Le Roux mit denjenigen über die Entstehung von Thermospannungen bei ungleichem Temperaturgefälle nach Egg-Sieberg zusammen, so kann man die Thomson-Erscheinungen auf die letzteren zurückführen, indem man die einen als Umkehrung der andern auffasst. Hiernach würde durch den elektrischen Strom $\bar{J}$ das Temperaturgefälle in dem einen oder anderen Sinne je nach der Richtung beider beeinflusst, etwa wie dies in Fig. 354 dargestellt ist. In Fig. 354 soll die ausgezogene Linie den in beiden Stäben *AB* und *A'B'* gemeinschaftlichen Temperaturabfall darstellen für $\bar{J} = 0$. Für $\bar{J} > 0$ soll das Gefälle in *AB* (elektrischer und Wärmestrom entgegengesetzt gerichtet) etwa durch die strichpunktierte Linie gegeben sein, hingegen das Gefälle in *A'B'* (elektrischer und Wärmestrom gleich gerichtet) durch die strichlierte Linie. Das Auftreten einer durch die Thermosäule angezeigten Temperaturdifferenz ΔT in dem einen oder anderen Sinne wäre hierdurch, unter Vermeidung der etwas schwierigen Vorstellung eines „Wärmetransportes" durch den Strom, erklärt.

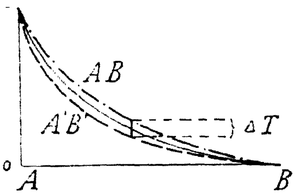


Fig. 354.

Erscheinungen, welche noch sehr der Klärung bedürfen, aber offenbar als energetische Umsetzungserscheinungen anzusprechen sind, bilden die Einflüsse der Stromarten auf die mechanischen Festigkeitseigenschaften der Leiter, sowie auch auf deren elektrischen Widerstand. Zum Unterschied von den sichtbaren Umlagerungserscheinungen des Systems seien diese Beziehungen als elektro-molekulare bezeichnet. Qualitativ glaubt man diese Erscheinungen wiederholt in Gestalt einer Entfestigung, bezw. eines Brüchigwerdens des Leitungskupfers bei Dynamodrähten und Fahrdrähten elektrischer Bahnen beobachtet zu haben. Doch weit entfernt davon, dass irgend welche einwurfsfreie quantitative Beziehungen sich haben aufstellen lassen, so scheint die Thatsache selbst von einigen Seiten noch angezweifelt bezw. bestritten zu werden. **278.** Elektro-molekulare und elektro-physiologische Wirkungen.

Was den Einfluss der Stromart betrifft, so liegen hierüber einige Versuchsresultate von C. P. Matthews (siehe ETZ 1893, 350) an Drähten von Schmelzsicherungen vor. „Es zeigte sich, dass der Widerstand bei Anwen-

dung von Wechselstrom (132 bis 250 Perioden) bereits nach 105 Stunden um 29·6 % zugenommen hatte, während bei Gleichstrom nur eine Zunahme von 3·5 % zu konstatieren war. Ebenso hatte sich die Festigkeit, wie durch Zerreissproben nachgewiesen, bei Anwendung von Wechselstrom um etwa 7 % verringert, während bei Gleichstrom eine kaum wahrnehmbare Abnahme beobachtet wurde.“ Einen ähnlichen zermürbenden Einfluss des Wechselstromes glaubt man neuerdings bei den Glühstäbchen der Nernstlampen in Gestalt einer geringeren Lebensdauer der Lampen beobachtet zu haben.

Bei Metallen, namentlich aber bei Kupfer, wäre auf Stromdichte und Maximaltemperatur in Zusammenhang mit den Struktur- bezw. Festigkeitsänderungen besonders Rücksicht zu nehmen. Vielleicht erfährt diese Erscheinungsgruppe Aufklärung durch die neue „Phasen“-Lehre, wonach eine ganze Anzahl von Materialien, sowohl anorganische als organische, bei einer scharf abgegrenzten Temperatur eine Umwandlung in ihrem inneren Bau erleiden. Hiernach giebt es nicht nur einen, sondern mehrere feste Aggregatzustände bezw. Phasen des letzteren, wobei der Übergang von der einen in die andere zwar an eine feste Temperatur gebunden ist, aber häufig ausserdem noch eines äusseren Umstandes, einer „Impfung“ bedarf, um diesen Übergang auszulösen, ähnlich wie man dies bei Gefrier- bezw. Krystallisationsvorgängen beobachtet. Nach Untersuchungen von Heyn (siehe Z. d. V. D. J. 1902, 115) über Krankheitserscheinungen in Eisen und Kupfer gilt dies namentlich auch für diese, wenn auch mit Unterschieden. Beim Kupfer findet ein Wachsen der Kupferkrystalle mit steigender Erhitzung statt, so dass die Grösse der erreichten Kupferkrystalle im wesentlichen von der erreichten Maximaltemperatur abhängt, während die Grösse der Eisenkrystalle wesentlich durch die Geschwindigkeit der Abkühlung nach der Überhitzung beeinflusst wird. Hiermit in Zusammenhang steht die Möglichkeit, die Einflüsse der Überhitzung beim Eisen durch nochmaliges Erhitzen auf eine bestimmte hohe Temperatur wieder beseitigen zu können, was beim Kupfer nicht der Fall ist.

Die elektro-physiologischen Beziehungen gehören zwar mit zu den am längsten bekannten (siehe **6**), aber dennoch wohl noch zu den am wenigsten erkannten unseres Gebietes. In dieser Richtung zeigen sie eine gewisse Übereinstimmung mit den Verhältnissen des reibungselektrischen Untergebietes. Als Erfahrungsthatsachen ergeben sich die (auf Nervenreize zurückgeführten) unwillkürlichen Muskelkontraktionen, wenn der elektrische Ausgleich durch Teile des lebenden oder toten Körpers als Leiter erfolgt. Dass diese Reize mit zunehmender Ausgleichstärke gleichfalls in einem bestimmten Verhältnis wachsen, dass beim Menschen Wechselstrom andere Empfindungen als Gleichstrom verursacht, und dass bei Überschreitung einer gewissen, wahrscheinlich in der Gegend von 0·1 Amp. liegenden Grenze die den menschlichen Körper durchfliessende Stromstärke den Tod herbeiführt, ist gleichfalls vielfach beobachtet worden. Wie lange aber die schwächeren Ströme auch auf elektromedizinischem Gebiet mit mehr oder weniger Erfolg zur Heilung verschiedener Leiden in Anwendung gebracht wurden (**6**), so ist doch eine ausreichende Klärung über die physikalisch-physiologischen Vorgänge noch ausstehend.

Ob eine Umlagerung in den Nervensträngen, gegebenen Falls bis zur Zerreissung bezw. tödlichen Wirkung, oder ob eine chemische Wirkung bezw. Zersetzung hierbei eine wesentliche Rolle spielt, ebenso inwieweit, neben der im Körper umgesetzten elektrischen Leistung $(E \cdot J)$, die Zeitdauer,

d. h. die Energiemenge ($E \cdot J \cdot T$) ins Spiel kommt, ist wohl für die (über den Rahmen dieses Buches hinausgehenden) Heilmethoden bezw. Heilwirkungen ebensowenig eindeutig festgestellt, als für den durch elektrische Entladungen herbeigeführten Tod. Zwar haben die Erfahrungen für den letzteren Fall ergeben, dass offenbar sehr grosse individuelle Unterschiede vorliegen, doch ist man gegenwärtig der Ansicht, dass weder die Spannung für sich, noch die Stromstärke für sich, sondern die im Körper umgesetzten Watt für die tödliche Wirkung bei normalen Naturen massgebend sind. Man glaubt, dass dieser Wert bei etwa 20 Watt, d. h. etwa $^1/_3$ des Verbrauchs einer 16 kerzigen Kohlenfadenglühlampe, liegt. Im Falle eines sogenannten Nervenschoks, oder bei Leuten mit geschwächtem Nervensystem, wie Alkoholikern u. s. w., sind jedoch schon Todesfälle bei viel geringeren Werten beobachtet worden. Typisch für elektrisch Getötete pflegt ein Blutübertritt ins Gehirn als physikalische Wirkung zu sein.

Was die Stromarten anlangt, so wurde lange Zeit Wechselstrom als gefährlicher erachtet als Gleichstrom, doch ist diese Anschauung angesichts mehrfacher Todesfälle mit 110 Volt Gleichstrom bei Arbeitern in chemischen (durchtränkten) Betrieben, d. h. bei besonders kleinen Hautwiderständen an den Übergangsstellen aus dem metallischen Leiter in den Körper, wieder ins Wanken geraten. Auf der anderen Seite werden Wechselströme in sehr hoher Wechselzahl oft als ungefährlich für den Menschen angesehen. Zwar thut man gut, den Angaben, welche auf Grund physikalischer Versuche gemacht werden, kritisch gegenüber zu treten, namentlich indem man mit Steinmetz (siehe ETZ 1892, 513) streng zwischen offenen (elektrostatischen) und mehr oder weniger kurz geschlossenen (elektrodynamischen) Spannungen an transformatorähnlichen Apparaten, wie Induktorien, unterscheidet. Aber auch wenn man auf die erreichbare Maximalstromstärke bei Kurzschluss, kurz auf die im Körper zur Umsetzung gelangenden Watt Rücksicht nimmt, so sprechen doch viele Erfahrungen für eine thatsächlich geringere Empfindlichkeit des Menschen für sehr hohe Schwingungszahlen. Allerdings ist eine einigermassen bestimmte Grenze auch hierfür noch nicht mit einiger Zuverlässigkeit festgestellt; auch dürfte sie, ähnlich wie bei den oberen bezw. unteren Wahrnehmungsgrenzen des Gehörs und Geruches, individuell stark verschieden sein. Auf G. Kapps Erklärung dieser Erscheinung durch analoge Empfindungsbeschränkungen wurde bereits früher (**200**) hingewiesen. Man hätte hiernach die Wahrnehmungsfähigkeit des Allgemeinsinnes, ebenso wie diejenige der spezialisierten Organe, z. B. des Auges, nur für bestimmte Zwischenräume (Oktaven) der Schwingungszahlen als vorhanden anzunehmen.

Fünfter Abschnitt.

Der Ferromagnetismus.

A. Geschichtliche Entwickelung und Hilfsvorstellungen.

279. Einleitung. Überblicken wir von dem höheren Standpunkt unseres heutigen Wissens die Gesamtheit der magnetischen Erscheinungen und der Forschungsergebnisse aus den früheren Zeitabschnitten, so drängt sich die Notwendigkeit einer völligen Neuordnung und Umstellung des Wissensstoffes in diesem Gebiet besonders nachdrücklich auf. Die Auffindung und vollere Erkenntnis der magnetischen Molekularreibung (Hysterese), sowie ihres engen Zusammenhanges mit dem magnetischen Rückstand (der Remanenz) liegt erst wenige Jahre zurück. Zieht man aber aus ihr die wesentlichen Folgerungen, so muss die Auffassung und Behandlung des Magnetismus vom Standpunkt der permanenten Magnete als ein zufälliges Moment erscheinen. Hieran ändert auch der Umstand nichts, dass diese Auffassung und die aus ihr entwickelten Hilfsvorstellungen und Begriffe durch viele Jahrhunderte fortbestanden und einen grossen Einfluss auf die geschichtliche Entwickelung gehabt haben, ja auf unsere heutige Auffassung zum Teil noch haben. Man ist versucht, die beschränkte und einseitige Auffassung, wie sie sich aus dem Aufbau des ganzen magnetischen Erscheinungsgebietes auf die Resterscheinungen der permanenten Magnete als Grundlage naturgemäss ergiebt, mit einer ähnlichen Erscheinung in der elektrischen Entwickelungsgeschichte zu vergleichen: der Betrachtung der elektrischen Erscheinungen vom Gleichstromstandpunkt (35). Wie der Übergang zum höher gelegenen Wechselstromstandpunkt einen umfassenderen Ausblick auf das ganze Gebiet der elektrischen Erscheinungen gewährt, der den Gleichstromfall als Sonderfall einzureihen gestattet, in ähnlicher Weise lassen die heutigen magnetischen Kreislaufvorstellungen unter Berücksichtigung der magnetischen Rückstandserscheinungen die permanenten Magnete als einen Sonderfall erscheinen, der auf dem Gebiet des Elektromagnetismus sich bei einer logischen Neuordnung des Stoffes mit einer verhältnismässig untergeordneten Stellung begnügen muss, ja auch auf dem Untergebiet der ferromagnetischen Erscheinungen eigentlich an die letzte Stelle gehört (vgl. Einleitung H. I, 1 Seite 6).

I. Geschichtliche Entwickelung des Elektromagnetismus.

280. Entwickelung der Elektromagnete.

Die magnetische Seite der elektrischen Ausgleichvorgänge in ihrer Allgemeinheit wurde bereits früher, sowohl in ihrer geschichtlichen Entwickelung (**23** ff.), als auch in ihren hauptsächlichsten Beziehungen (**179** ff.) behandelt. Nachzutragen wäre hierzu vielleicht der neuerdings versuchte Nachweis, dass eigentlich nicht Oerstedt, sondern bereits Schweigger im Jahre 1808 als Entdecker des Elektromagnetismus anzusehen ist (siehe ETZ 1901, 772). Da aber die Betrachtungen des letzteren ohne weitere Folgen blieben, so lässt dies auf eine nicht hinreichende Erkenntnis ihrer inneren Bedeutung seitens des Beobachters schliessen, so dass man auch hier, nach wie vor, die eigentliche Entwickelung des Elektromagnetismus doch wohl auf Oerstedt zurückführen wird, der seiner Entdeckung hinreichenden Nachdruck zu ver-

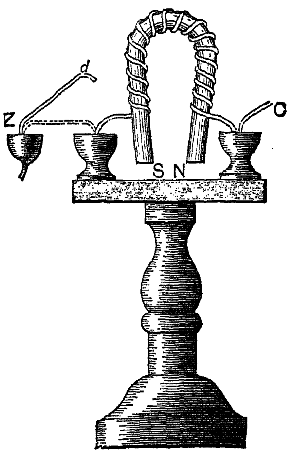


Fig. 355a.

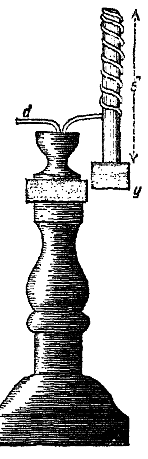


Fig. 355b.

schaffen wusste, um ihr die in **16** ff. geschilderte Fruchtbarkeit zu ermöglichen.

Die von Arago 1820 gemachten Beobachtungen der Anziehung von Eisenfeilspänen (**23**) durch den stromdurchflossenen Schliessungsdraht, sowie der Magnetisierung von Stahlnadeln in Drahtspiralen liessen aber noch fünf Jahre vergehen, ehe sich die Erkenntnis durchrang, dass ein von Stromwindungen umgebener w e i c h e r Eisenkern zu einem Magneten gemacht wird, der die permanenten Magnete an Zugkraft übertrifft, und der durch Schliessen bezw. Öffnen des Stromes nach Belieben in und ausser Wirksamkeit gesetzt werden kann. Ein solcher Elektromagnet wurde 1825 zuerst von dem Engländer W. Sturgeon hergestellt und beschrieben. Fig. 355 stellt die erste Anordnung in Hufeisenform, von vorn, sowie von der Seite mit dem Ankerstück (*y*) dar. Der Hufeisenstab war etwa 12 mm dick, 0·3 m lang, mit Firnis überzogen, mit 18 Windungen aus starkem, blanken Kupferdraht umwickelt und wurde mittels der mit Quecksilber gefüllten Holznäpfe von e i n e m grossplattigen Primärelement erregt. Bemerkenswert ist, dass die Wickelung mangels Kenntnis des Ohmschen Gesetzes für dieses Element

rein empirisch auf ungefähr maximale Wirkung ausprobiert wurde. Als Massstab der maximalen Wirkung diente die Tragfähigkeit, die hier etwa 4 kg betrug. Von JOULE wurde später richtiger die getragene Last zum Eigengewicht des Magneten in Beziehung gesetzt, ein Verhältnis, das bei dem Elektromagnet von STURGEON (Fig. 355) und etwa 0·2 kg Eigengewicht des Hufeisenkernes etwa 20 beträgt, aber auf Grund der richtigeren Behandlung von JOULE (vgl. unten) eine Steigerung auf 114 zulässt bei einer Tragfähigkeit von 22·7 kg.

Spätere Untersuchungen von STURGEON (1832 bis 1835) an einem grösseren Elektromagnet lassen in folgenden Worten die erste Beobachtung der magnetischen Sättigungserscheinungen erkennen:

Wurde die innerste Wickelung allein eingeschaltet und eine stark saure Lösung [für das Primärelement] verwendet, so trug der Elektromagnet etwa 45 kg, bei Einschaltung der vier äussersten Drahtlagen aber 113 kg. Mit jeder hinzugefügten Wickelung bis zur zwölften stieg seine Kraft, mit einer weiteren Wickelung aber nicht merklich, die anderen Wickelungen scheinen daher nutzlos zu sein, obgleich die drei letzten unabhängig von den 17 inneren und bei einem Abstande von 12·5 mm vom Eisen, in letzterem eine Anziehungskraft von 34 kg hervorbringen.

In Deutschland wurden die ersten Elektromagnete erst 1828 durch POHL und 1830 durch PFAFF in weiteren Kreisen bekannt. Eine eingehendere Untersuchung mit weiterer Klärung erfuhren die Verhältnisse der Elektromagnete seit dem Jahre 1828 durch den Amerikaner J. HENRY, der 1831 eine grössere Reihe von Versuchen mit Elektromagneten bei verschiedenen Wickelungsarten und verschiedenen Abmessungen der Erregerbatterien beschrieb (siehe S. THOMPSON, Seite 9 bis 15), doch wurde auch hier der leitende Faden als Auszug der mannigfaltigen Versuchsergebnisse noch nicht aufgefunden, was um so weniger verwundern kann, da eine gleichzeitige Klärung der elektrischen **und** der magnetischen Ausgleichverhältnisse, bei der Unbekanntheit der OHMschen Arbeiten (**24**), wohl den Scharfblick jedes Forschers überstiegen hätte. Die Beobachtung der starken Vergrösserung des magnetischen Kreislaufwiderstandes (wie wir heute sagen) durch Einschaltung einer grösseren Luftstrecke, sowie an anderer Stelle die Beobachtung der Remanenz bei geschlossenen Weicheisenkreisen spricht sich in folgenden Worten von HENRYs Bericht aus (vgl. S. THOMPSON, 14):

Bei den Versuchen wurde eine etwas überraschende Thatsache beobachtet; wurde nämlich die grosse Batterie benutzt und der Anker berührte beide Magnetpole, so konnte er mehr als 317 kg tragen, lag er aber nur an einem Pol an, so trug er nicht mehr als 2·2 — 2·7 kg; in diesem Falle konnte der Magnet nicht einmal den Anker (3·2 kg) festhalten. Dieser Umstand mag vielleicht bei allen grossen Magneten eintreten, wir haben jedoch niemals bemerkt gefunden, dass ein so grosser Unterschied in der Wirkung eines Poles und beider Pole vorkommt.

Versuch 12. Mit vier Wickelungen, je zwei auf einem Schenkelende, betrug die Tragkraft 227 kg; wurde die Säure von dem Zink entfernt [d. h. der Erregerstrom abgeschaltet], so erhielt sich die Tragkraft wenige Minuten auf einer Höhe von 59 kg.

Die Schwierigkeiten, welche damals nach jeder Richtung hin die Primärelemente boten (**18**), dürfen auch auf dem Gebiete der Elektromagnete bei Würdigung der Untersuchungen nicht übersehen werden. Die verschiedenen Arten der Erzielung einer passenden Anzahl Amperewindungen für maximale Wirkung veranlasste HENRY, die Elektromagnete je nach Schaltung der Primärelemente auf Spannung (bei vielen Windungen), oder auf Strom (bei wenigen

Windungen), in „Intensitäts“- und „Quantitäts“-Magnete zu unterscheiden. Die mangelnde Kenntnis dieser Untersuchungsergebnisse HENRYs hatte an anderen Orten noch 1837 bis 1839 vielfache Misserfolge bei der technischen Verwendung der Elektromagnete für Signal- und Telegraphenzwecke zur Folge (siehe S. THOMPSON, 17), andererseits auch die Erfindung weiterer Hilfsmittel, wie die des Relais durch WHEATSTONE (**26**).

Einen Einblick in die wesentlichen Kreislaufbeziehungen der Elektromagnete, der merkwürdig weit, in der Folge aber längere Zeit wieder verloren ging, lassen uns heute die Untersuchungen von J. P. JOULE erkennen. Ehe er sich den für das Energieprinzip wichtigen Untersuchungen über die Stromwärme zuwandte (**24**), welche seinen Namen berühmt machen sollten, nahm er, angeregt von STURGEONs Vorlesungen über Elektromagnetismus in Manchester (1838), diese Forschungen an verschiedenen Formen von Elektromagneten auf und gelangte 1839 zu folgenden Schlussfolgerungen (vgl. S. THOMPSON, 19):

Die Ergebnisse erscheinen nicht überraschend, wenn man bedenkt, dass:

1. der Widerstand, den das Eisen der magnetischen Induktion entgegenstellt, einwirkt;
2. die Induktion sehr wesentlich durch Vervollständigung des magnetischen Kreises erhöht wird.

Nichts kann mehr auffallen, als der Unterschied in dem Verhältnis der Tragkraft zur Anziehungskraft bei den verschiedenen Magneten. Während der Stahlmagnet mit einer Kraft von 1·35 g anzieht und 1·7 kg trägt, zieht der Elektromagnet No. 2 mit einer Kraft von nur 0·3 g, trägt aber 2·58 kg.

Zur Herstellung eines guten Elektromagneten, bei dem es auf Tragkraft ankommt, ist erforderlich:

1. Falls das Eisen eine beträchtliche Masse bildet, muss diese gut verarbeitet, von guter Beschaffenheit sein und gut ausgeglüht werden;
2. die Masse des Eisens sollte in einem viel grösseren Verhältnis zu ihrer Länge stehen, als solches in der Regel zutrifft;
3. die Pole sollten ganz genau bearbeitet, flach und sorgfältig dem Anker angepasst werden;
4. der Anker soll in seiner Stärke dieselbe Abmessung besitzen, wie das Eisen des Magnetes.

Bei der Prüfung, welche Elektromagnetform am besten der Bedingung der Anziehung aus der Ferne entspricht, sind zwei Umstände zu berücksichtigen, nämlich die Länge des Eisens und dessen Querschnitt.

Ich habe nun stets gefunden, dass es unvorteilhaft ist, wenn die Länge des Eisens über dasjenige Mass hinaus gesteigert wird, welches die Wickelung erfordert.

In Übereinstimmung mit dem Einblick, welchen diese Sätze erkennen lassen, steht eine von ihm angegebene Form für Elektromagnete mit hoher Tragfähigkeit (Fig. 356), sowie auch eine angegebene Beziehung für die magnetische Anziehung M, welche damals als alleiniges Mass für die Untersuchung magnetischer Zustände in Frage kam. Die Formulierung in dem Satz: „Die Anziehungskraft eines Elektromagnetes auf einen zweiten [bei Bewickelung beider Teile mit Erregerwindungen] ist gerade proportional dem Quadrat der elektrischen Kraft, die auf das Eisen wirkt“, oder in der Gleichung $M = E^2 \cdot W^2$, wobei E die Erregerspannung bezw. Stromstärke, W die Drahtlänge bezw. Windungszahl bezeichnet, besagt in die uns heut gewohntere Ausdrucksweise übersetzt: Das erzeugte Kraftlinienfeld $N = B \cdot q = \sqrt{M}$ wächst proportional mit den Windungsampere; doch bemerkte auch JOULE bereits die Abweichung bei höheren Werten der Erregung und schrieb sie richtig dem Einfluss der magnetischen Sättigung zu.

In Verfolgung dieser richtigen Grundsätze gelang es ihm auch, Elektromagnete mit sehr hohen relativen Tragkräften herzustellen, von denen der interessanteste wohl ein winziger „Elementar-Elektromagnet“ von 0·029 g Gewicht bei 1 mm Durchmesser und 6·3 mm Länge war, der aber 82 g, d. h. sein 2834 faches Eigengewicht zu tragen vermochte.

Die Thatsache, dass der von JOULE bereits errungene Standpunkt, welcher die Kreislaufvorstellungen zur Grundlage hatte, für die allgemeine Wissenschaft eigentlich wieder verloren ging und erst nahezu ein halbes Jahrhundert später von ROWLAND und BOSANQUET (**34**) wieder erreicht, sowie durch die englische Schule der Elektrotechniker folgerichtig und nachhaltig ausgebaut wurde, dürfte, wie schon früher (**97**) angedeutet, in erster Linie auf den Umstand zurückzuführen sein, dass die an sich höchst bedeutenden Leistungen von GAUSS und WEBER allenthalben zur Herrschaft gelangten und die Auffassung des ganzen magnetischen Gebietes e i n s e i t i g beeinflussten. Die grundlegenden Arbeiten von GAUSS über den Erdmagnetismus in Verbindung mit den Untersuchungen an permanenten Magneten, nebst Ausbildung von Messmethoden für die magnetischen Momente und Polstärken mit Hilfe der beiden sogenannten Hauptlagen, rückten vom Jahre 1833 die mathematisch besser zu behandelnden Dauermagnete so in den Vordergrund des allgemeinen Interesses, dass auch die hierbei ausgebildeten Hilfsvorstellungen und Begriffe, welche auf COULOMBS magnetischen Fluidis, Polstärken u. dergl. weiterbauten, eine für den Elektromagnetismus etwas unheilvolle Alleinherrschaft (**61** ff.) ausübten. Die Verdrängung bezw. Erstickung des Einflusses anderer Gesichtspunkte, wie derjenigen von JOULE, waren die nächste Folge, die Erschwerung des endlichen Durchdringens der heute für das magnetische Erscheinungsgebiet als richtiger bezw. grundlegender anerkannten Auffassung, gegenüber den magnetischen Momenten der Dauermagnete, der schwerste Nachteil jenes einseitigen Standpunktes (**8**).

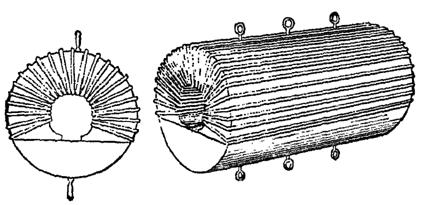


Fig. 356.

Die zahlreichen Forscher auf elektromagnetischem Gebiet, welche die „temporären Momente“ als Mass benutzten, haben wohl aus diesem Grunde auch keine nachhaltigen Resultate von allgemeiner Bedeutung zu erzielen vermocht. Zwar fanden LENZ und JACOBI (1839), gleichzeitig oder auch etwas vor JOULE, das Anwachsen der Magnetisierung proportional mit dem Produkt aus Windungszahl und Stromstärke (vgl. WIED. III, 551 ff.), übersahen jedoch den Einfluss der Sättigung, offenbar auf Grund der ungünstigen Bestimmungsmethode bei geraden Stäben und sehr grossen magnetischen Luftwiderständen. Späteren Forschern, wie J. MÜLLER (1850), WALTENHOFEN (1865), LAMONT (1867), FRÖLICH (1886), gelang es zwar, durch günstigere Dimensionen (höhere Werte des Verhältnisses von Länge: Durchmesser) diesen Mangel zu verbessern und empirische Magnetisierungsformeln aufzustellen (siehe WIED. III, 558 ff.), welche sich den wirklichen Verhältnissen innerhalb weiterer Grenzen annähern; ein wesentlicher Fortschritt wird aber erst erzielt durch das Verlassen der von GAUSS eingeschlagenen Gedankenbahnen und durch das Zurückgehen auf den Standpunkt des E l e k t r o - magnetismus. Nach JOULE nahezu verlassen, wurden die magnetischen

Kreislaufvorstellungen erst von ROWLAND (1873) wieder nachhaltiger aufgenommen, wenn auch in der Zwischenzeit vereinzelte Arbeiten, wie diejenigen von DUB, DU MONCEL und anderen, Beobachtungen und Bemerkungen enthalten, welche sich dem Standpunkte des Elektromagnetismus nähern.

Dieser Standpunkt, welcher mit Recht heute die ausgesprochene Oberherrschaft besitzt, eroberte sich in der Physik zwar erst ziemlich spät, d. h. im letzten Jahrzehnt des vorigen Jahrhunderts, von der Elektrotechnik her

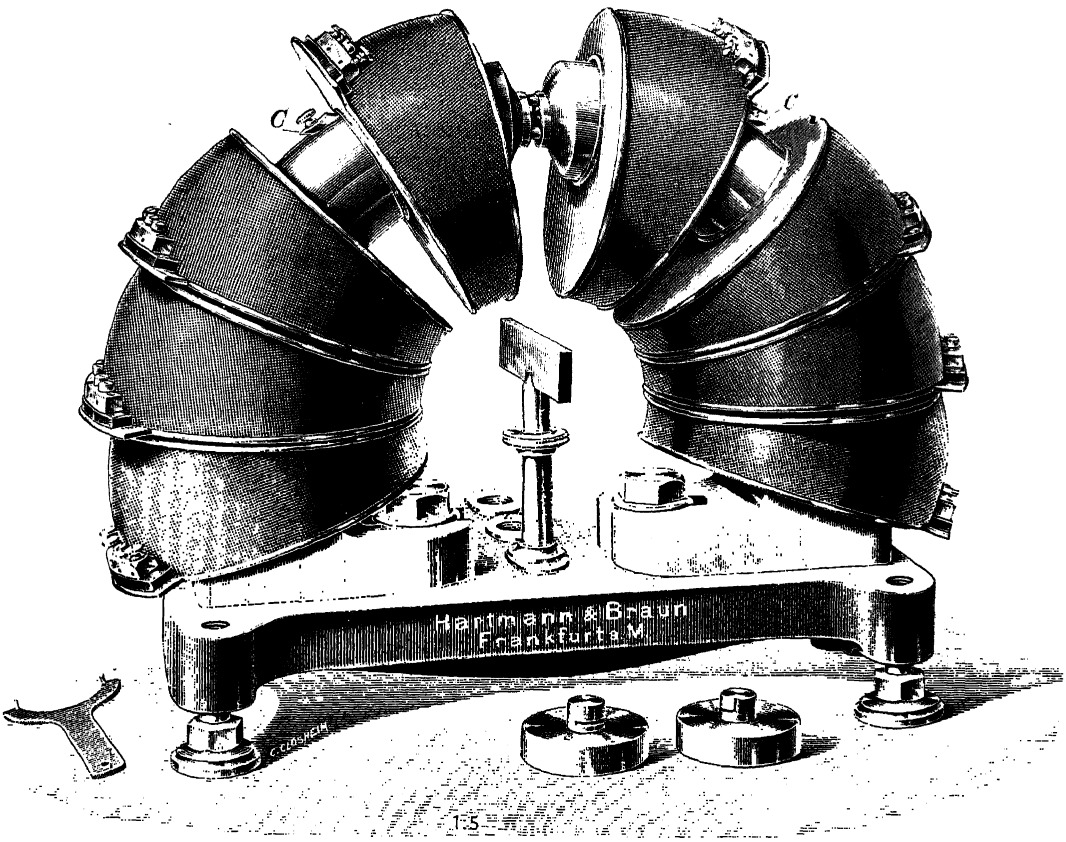


Fig. 357.

das Feld, nachdem die letztere in der zweiten Hälfte der achtziger Jahre die früher (**34**) gekennzeichnete Entwickelung genommen hatte; von der Auffassung abgesehen, war aber durch die obenerwähnten Forscher bis zu JOULE doch die Erzeugung kräftiger magnetischer Felder mit Hilfe von Elektromagneten für weitere Versuchszwecke gesichert und damit die Möglichkeit gegeben worden, das magnetische Verhalten der verschiedensten Materialien näher zu untersuchen. Neben einer Reihe von älteren Ausführungen grosser Elektromagnete für solche Untersuchungen, wie der Hufeisenmagnet von FARADAY (1845, vgl. Exp. Res. III, 2247), von RUHMKORFF (1846), von PLÜCKER (1847) u. s. f. (näheres hierüber siehe S. THOMPSON, 26 ff. bezw. WIED. III, 426), sind hierfür, in weiterer Verfolgung der 1897 von EWING (siehe „Mag-

netische Induktion" § 92ff.) angegebenen Isthmusmethode, in neuerer Zeit namentlich die Ring- und Halbringelektromagnete nach DU BOIS (siehe Magnetische Kreise § 169) zur Verwendung gelangt. Von letzteren vermag das grössere marktgängige Modell, welches in Fig. 357 in $^1/_5$ dargestellt ist (vgl. ETZ 1900, 176), „Feldstärken" bis gegen 37000 CGS-Einheiten zu erzeugen, während ein 1894 von DU BOIS hergestellter grosser Ringmagnet die bisher höchste „Feldstärke" von 40000 (siehe **180**) zu liefern vermag.

281. „Unmagnetische" Materialien; ihre Bewegungen im Magnetfeld.

Die wesentlichen Untersuchungen über das magnetische Verhalten der verschiedenen Materialien wurden bereits von FARADAY vom Jahre 1845 ab (siehe Exp. Res. III, Reihe XIXff.) ausgeführt. Hierbei wurden nicht nur die schon früher (**26**, **39**) erwähnten magnetooptischen Beziehungen über die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes aufgefunden, sondern auch das Verhalten aller möglichen Stoffe im starken magnetischen Felde untersucht. Diese Untersuchungen deckten auch die feineren magnetischen Unterschiede auf und zeitigten die grundlegende Entdeckung, dass alle Stoffe ohne Ausnahme magnetisch werden und nur bei völlig gleicher Magnetisierbarkeit mit der Umgebung (Vakuum, Luft, Flüssigkeit) magnetisch indifferent erscheinen; sowie dass bei Wahl des Nullpunktes nach der Umgebung (z. B. Luft bezw. Vakuum) eine Trennung aller Materialien in paramagnetisch oder stärker magnetisierbare und diamagnetische oder schwächer magnetisierbare möglich ist. Einige der wesentlichsten Ergebnisse FARADAYs mögen im Wortlaut folgen:

2451. Es ist ein gar sonderbarer Anblick, ein Stück Holz oder Rindfleisch, oder einen Apfel, oder eine Flasche mit Wasser von einem Magnet abgestossen werden, oder ein zwischen den Polen aufgehängtes Baumblatt eine äquatoriale Lage einnehmen zu sehen. Ob in der Natur unter den Myriaden von Gestalten, welche an allen Punkten der Erdoberfläche von Luft umgeben und der Wirkung der magnetischen Kraftlinien ausgesetzt sind, ähnliche Vorgänge stattfinden, ist eine Frage, die nur durch künftige Beobachtungen beantwortet werden kann.

2424. Bei dem gegenwärtigen unvollkommenen Stande unserer Kenntnisse würde ein Versuch, eine alle Substanzen umfassende Reihe aufzustellen, sehr verfrüht sein; die untenstehende soll daher nur den Zweck haben, eine Vorstellung zu geben von der sonderbaren Ordnung, welche die Körper in Bezug auf die magnetische Kraft einnehmen, und um mich später ohne weiteres darauf zu berufen:

Eisen — Nickel — Kobalt — Mangan — Palladium — Crownglas — Platin — Osmium — Luft und Vakuum (Nullniveau) — Arsen — Äther — Alkohol — Gold — Wasser — Quecksilber — Flintglas — Zinn — Schweres Glas — Antimon — Phosphor — Wismuth.

2441. Die Grösse dieser Kraft in diamagnetischen Substanzen scheint sehr klein zu sein[1]), wenn man sie nach ihrer dynamischen Wirkung beurteilt, aber die Bewegung, welche diese Kraft erzeugen kann, ist vielleicht nicht das treffendste Mass derselben, und es ist wahrscheinlich, dass wir, wenn wir erst eine tiefere Kenntnis ihrer Natur erlangen

1) Es darf nicht übersehen werden, dass die Abweichung vom magnetischen Nullniveau bei Eisen mehr als 1 000 000 mal stärker ist als bei den am stärksten diamagnetischen Materialien, etwa Wismuth (vgl. hierzu die folgende Tabelle), da die magnetische Permeabilität bei jenem den Wert 2000 zu übersteigen vermag, während Wismuth von 1 nach unten nur um etwa 0·00018 abweicht, d. h. etwa ein $\mu = 0{\cdot}9998$ besitzt. Aus diesen geringen Abweichungen aller Materialien (mit Ausnahme der Eisengruppe der Metalle) ergiebt sich auch die Unsicherheit der magnetischen Reihen, wie die obige, da die allergeringste Verunreinigung mit Eisen, etwa von der Fabrikation oder Bearbeitung her, einen ausserordentlich grossen Einfluss auf ihre Reihenstellung ausübt, eine Erscheinung, die auch sonst, z. B. bei hochempfindlichen Galvanometern in Form von Eisenspuren im gezogenen Kupferdraht, oder in den gegossenen Dämpfungskörpern, oft Störungen bezw. Fehler verursacht und bei den neuen hochempfindlichen Drehspuleninstrumenten die Grenze der erreichbaren Empfindlichkeit stark beeinflusst.

werden, auch andere Wirkungen derselben, andere Prüfmittel und Messungen kennen lernen werden ..... Aber so klein sie ist, wie gewaltig viel grösser ist diese Kraft, selbst in ihren dynamischen Wirkungen, als beispielweise die mächtige Gravitationskraft, welche das Universum zusammenhält, wenn sie sich in Massen von derselben Grösse äusserte!

Dass auch die Gase mehr oder weniger magnetische Eigenschaften zeigen, und z. B. Sauerstoff gegenüber den anderen Gasen merklich paramagnetisch ist, wurde gleichfalls von FARADAY (Exp.Res. III, 2782) festgestellt. Seine eingehenden Forschungen auf dem Gebiet der Krystallpolarität, d. h. der magnetischen Eigenschaften von Krystallen abhängig von den Krystallachsen, mögen hier nur erwähnt sein (Exp. Res. III, Reihe XX ff.), ebenso wie über Erdmagnetismus unter der Bezeichnung „Atmosphärischer Magnetismus“ (Exp. Res. III, Reihe XXVI ff.).

Bezüglich der anschliessenden Untersuchungen über das magnetische Verhalten der Stoffe, namentlich der diamagnetischen durch PLÜCKER (1847 ff.), W. WEBER (1848 ff.), E. BECQUEREL (1850 ff.), TYNDALL (1855 ff.), MATTEUCCI (1853 ff.), CHRISTIE (1858), ARNDTSEN (1858), W. THOMSON (1855 ff.), G. WIEDEMANN (1865 ff.), sowie später BORGMANN (1879), SILOW (1880), SCHUMEISTER (1881), v. ETTINGSHAUSEN (1882 ff.), QUINCKE (1885 ff.), HENRICHSEN (1888), DU BOIS (1888) und andere möge auf WIED. III, 1194 ff. verwiesen sein, weil die verhältnismässig feinen Unterschiede für die Technik untergeordnetes Interesse besitzen, da diese ihr Augenmerk fast nur den ferromagnetischen Materialien zuwendet.

Ein kurzer Hinweis auf folgende Ergebnisse möge daher genügen:

Aus Differenzbestimmungen der Anziehung in Luft einerseits, in verschiedenen Flüssigkeiten andererseits fand E. BECQUEREL (vgl. WIED. III, 1214 und 1265) folgende relative Werte für den durch — bezeichneten Diamagnetismus gleicher Volumina:

Wasser	— 10	Blei, käufliches .	— 15·3	Absoluter Alkohol .	— 7·9
Zink, käufliches .	— 2·5	Phosphor . . .	— 16·4	Schwefelkohlenstoff	— 13·3
Wachs, weisses .	— 5·7	Selen	— 16·5	$FeCl_2$ konz. Lösung	+ 658·1
Schwefel . . .	— 11·4	Wismuth . . .	— 217·6		

Zum Vergleich ist an letzter Stelle der Wert einer paramagnetischen Eisensalzlösung angegeben, nämlich Eisenchloridlösung, die nach zahlreichen neueren Messungen (vgl. WIED. III) etwa 3 bis 4 mal so stark paramagnetisch ist als Wismuth diamagnetisch, und eine Permeabilität μ von etwa 1·00076 besitzt.

Die Untersuchungen über den Magnetismus chemischer Verbindungen, namentlich der Salzlösungen ferromagnetischer Metalle ist, mit G. WIEDEMANN (1865) beginnend, sehr eingehend untersucht worden (siehe WIED. III, 1266 ff.). Hierbei haben sich bei Vergleichung der Messungsergebnisse unter Einführung der Begriffe: Volumenmagnetismus (magnetische Aufnahmefähigkeit auf die Volumeneinheit, z. B. ccm) und dem Gewichts- oder spezifischen Magnetismus, sowie dem aus letzteren durch Multiplikation mit dem Molekulargewicht abgeleiteten Molekularmagnetismus bezw. Atommagnetismus bei festen und flüssigen Salzen eine Reihe von Beziehungen und Sätzen ergeben, die vielleicht später eine weitere Erklärung des magnetischen Verhaltens der Stoffe in Zusammenhang mit ihren sonstigen Eigenschaften, namentlich den Atomgewichten, ermöglichen. Als einer der Versuche nach dieser Richtung, die

aber noch keinen eindeutigen Erfolg darstellen, kann das Aufsuchen von Beziehungen zwischen dem Atommagnetismus und der MENDELJEFF schen Anordnung der Elemente als einer periodischen Funktion der Atomgewichte (siehe 1900, Ph. Z. I, 433) gelten.

Nicht unerwähnt möge unter den magnetischen Eigenschaften der Gase (weiteres siehe WIED. III, 1300 ff.) die Sonderstellung von Sauerstoff bleiben, da hierin verschiedene Erscheinungen, die sehr auffallend sind, ihre Erklärung finden. Schon FARADAY (1848, Exp. Res. III) wies auf den verhältnismässig hohen Magnetismus des Sauerstoffs hin, wenn sein Atommagnetismus nach PLÜCKER (1851) auch 82 mal kleiner ist als derjenige des Eisens, und knüpfte daran Betrachtungen über seinen Einfluss auf die erdmagnetischen Erscheinungen. Nach FARADAY verhält sich der Paramagnetismus (+) bezw. Diamagnetismus (—) von Sauerstoff, Luft, Stickstoff, Vakuum, Wasserstoff wie +17·5, +3·4, +0·3, 0·0, —0·1.

Untersuchungen von DEWAR (1898) bei sehr tiefen Temperaturen, sowie von flüssigem Sauerstoff ergaben eine stetige Zunahme seiner magnetischen

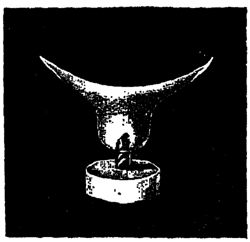


Fig. 358 a.

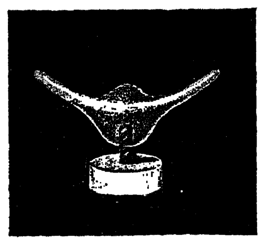


Fig. 358 b.

Susceptibilität in direkter Proportionalität mit der Dichte und in umgekehrter Proportionalität mit der absoluten Temperatur. Diese Thatsache, dass der magnetische Temperaturkoeffizient des Sauerstoffs ein beträchtlicher ist, also Sauerstoff von hoher Temperatur gegenüber solchem von niederer eine prozentual weit geringere Permeabilität besitzt, wurde auch bereits von FARADAY (a. a. O.) beobachtet. Sie hat, in Verbindung mit der weitgehenden Verbreitung des Sauerstoffs in der Luft und mit der leichten Beweglichkeit der letzteren in der Nähe oder zwischen Magnetpolen, eine Reihe von auffallenden magnetischen Differentialwirkungen zur Folge, welche auf der Anziehung der kalten Luft von höherer Permeabilität unter Abstossung der heissen von geringerer Permeabilität beruhen.

Hierher gehört zunächst der sogenannte „Magnetismus von Flammen" bezw. des Rauches, welche durch ihren relativen Diamagnetismus gegenüber der umgebenden Luft mit kaltem Sauerstoff bei Annäherung eines Magneten deformiert und in starken Feldern zwischen konischen Polschuhen sichelförmig bezw. dreizipfelig auseinander getrieben werden, wie die Kerzenflamme in Fig. 358 erkennen lässt.

Auch der von NERNST beobachtete Wärmetransport bei einem heissen Kupferstab zwischen Magnetpolen (vgl. WIED. III, 1394) lässt sich auf eine analoge magnetische Blaswirkung auf Grund der Differenzen in der magnetischen Permeabilität bei heisser und kalter Luft bezw. Sauerstoff zurückführen, wie ASCHKINASS (1903, vgl. Ph. Z. IV, 206) nachgewiesen hat.

Wenn auch auf jedem Wissensgebiete der Fall nicht selten eintreten wird, dass die Ergebnisse früherer Arbeiten durch spätere so übertroffen werden, dass jene zu den Akten gelegt werden können, so wird dies doch selten in so hohem Masse der Fall sein wie bei den älteren Arbeiten über ferromagnetische Erscheinungen, welche vor der tieferen Erkenntnis des Kreislaufcharakters, sowie vor der Auffindung der Grunderscheinung der magnetischen Molekularreibung (Hysterese) ausgeführt wurden. So sorgfältig auch die Untersuchungen über „temporären Magnetismus" (*TM*) und „remanenten Magnetismus" (*RM*) an den verschiedensten Eisen- und Stahlsorten von bedeutenden Forschern angestellt wurden, wie von BARLOW (1822, Über den Einfluss von Temperaturänderungen auf das permanente magnetische Moment), von J. MÜLLER (1852), G. WIEDEMANN (1857 ff.), v. WALTENHOFEN (1863 ff.), JAMIN (1873), FROMME (1876 ff.), RUTHS (1876) und anderen über den Einfluss des Materials und der Härte auf *TM* und *RM*, so besitzen die Ergebnisse doch wegen mangelnder Vergleichbarkeit keine allgemeinere Bedeutung. Der grosse Einfluss der Form, bezw. der Dimensionsverhältnisse der Eisenproben auf die Magnetisierung und auf die Remanenz wurde eben nicht ausreichend erkannt und gewürdigt. Die Lösung vieler scheinbarer Widersprüche und die Aufstellung der wahren magnetischen Charakteristiken der Eisensorten konnten erst eindeutig nach besserer Erkenntnis des Kreislaufcharakters erfolgen, oder anders ausgedrückt: nach Klarstellung des wechselnden Entmagnetisierungsfaktors der Luftstrecken, bezw. der Scherung der Hystereseschleifen durch den magnetischen Luftwiderstand. **282. Entwickelung der Kenntnis des Ferromagnetismus.**

Die Ausbildung einwurfsfreier Messanordnungen führten hiernach entweder zu magnetisch geschlossenen Kreisen, oder man bediente sich bei magnetisch offenen Kreisen des von RALEIGH (1886) abgeleiteten Scherungsverfahrens. Die unmittelbaren Beobachtungen, welche bei graphischer Auftragung die vieldeutigen magnetischen Rohkurven lieferten, konnten so in die eindeutigen Reinkurven übergeführt werden. Diese wahren magnetischen Charakteristiken der wichtigsten ferromagnetischen Materialien wurden namentlich von EWING (1885 ff., siehe M. J.), J. HOPKINSON (1885 ff.), DU BOIS (1890 ff., siehe auch M. Kr.), HOLBORN (1893) und anderen ermittelt und diskutiert. Hiermit wurde jetzt auch der Anschluss erreicht an die Ergebnisse ganz oder angenähert einwandfreier Versuchsanordnungen der voraufgehenden Jahre, bei denen die Eisenproben in geschlossenen Ringen, oder bei magnetometrischen Messungen in Gestalt von Ellipsoiden verwendet worden waren. Eisenringe haben namentlich STOLETOW (1872), ROWLAND (1878), BAUR (1880), LEHMANN (1893) untersucht; ferner den Einfluss des Ringquerschnitts v. HOFE (1889); endlich die Streuungsverhältnisse an Ringen, die einseitig mit Erregerwicklung versehen wurden, OBERBECK (1878) und v. ETTINGSHAUSEN (1879), deren Ergebnisse allerdings sich erheblich widersprechen; Ellipsoide v. QUINTUS ICILIUS (1864), RIECKE (1870 ff.), FROMME (1874 ff.), HOLZ (1876), RÖSSLER (1892) und andere.

Näheres über diese Arbeiten, soweit sie nicht im folgenden noch angezogen werden, siehe entweder WIED. III, 846 ff. oder H. DU BOIS, Magnetische Kreise, wo namentlich die Theorie der Toroide eingehender behandelt und auf die Klarstellung der Verbindung zwischen den älteren, mehr physikalischen und den neueren, mehr technischen Auffassungen der magnetischen Erscheinungen besonderes Gewicht gelegt ist.

Der Ferromagnetismus — eine Bezeichnung, welche nach DU BOIS die magnetischen Erscheinungen bei der Gruppe der Eisenmetalle zusammen-

fasst — zeigt ein auffallendes, namentlich theoretisch interessantes Verhalten einerseits bei sehr kleinen, andererseits bei sehr grossen magnetischen Richtkräften. Nach BAUR (1879), RALEIGH (1887) und RÖSSLER (1892) ist für verschwindend kleine Kräfte ein Grenzwert der Permeabilität μ vorhanden, der oberhalb Null liegt, und der bei weichem Eisen (BAUR und RÖSSLER) etwa bei 180 bis 200, bei härterem (RALEIGH) etwa bei 80 gefunden wurde (vgl. EWING § 86 ff. sowie in **294**); bei sehr grossen Kräften fand EWING (vgl. M. J. § 91 ff.) zwar keinen Grenzwert für μ, aber eine ausgesprochene Sättigung der magnetischen „Susceptibilität" $\varkappa = \frac{\mu - 1}{4\pi}$ oder der Magnetisierungsintensität $I = \varkappa \cdot H$ der Eisenmoleküle, ein Grenzwert, der für I bei sehr weichem Eisen um 1700 herum liegt (siehe auch in **292**), bei hartem weit tiefer (vgl. EWING § 98 ff.). Diese Erscheinung stützt die Theorien, welche die „Drehhypothese" (vgl. **284**) zu Grunde legen, da sie auch bei den höchsten „Feldstärken" der Untersuchungen von DU BOIS (M. Kr. § 172) bestätigt gefunden wurde (vgl Fig. 369 in **292**).

Der Einfluss der Temperatur auf die B, H-Kurve wurde zuerst für Nickel und Kobalt von ROWLAND (1874), für Eisen von BAUR (1880), am vollständigsten aber von HOPKINSON (1889) untersucht (siehe weiteres in **295**).

Die verwickelten Erscheinungen, welche auf der Wechselwirkung zwischen magnetischen und mechanischen Zwangszuständen beruhen, trennt man am besten in Einflüsse elastischer Kräfte (mechanischer Beanspruchung des Materials) auf das magnetische Verhalten und in Einflüsse der Magnetisierung auf das elastische Verhalten, bezw. auf die Dimensionsänderungen des Materiales. Beobachtungen der ersten (elastisch-magnetischen) Wirkung reichen ziemlich weit zurück, da bereits COULOMB (1784) den Einfluss der mechanischen Härtung beim Drillen (Torsion) durch Steigerung der Koerzitivkraft bezw. des remanenten Magnetismus von Stahlstäben bis auf den neunfachen Betrag beobachtete (vgl. WIED. III, 774). Der Einfluss der Torsion und Dehnung auf die Magnetisierbarkeit weichen Eisens wurde neben ihrem Einfluss auf Dauermagnete wohl zuerst von MATTEUCCI (1847 und 1858), WERTHEIM (1852), sowie G. WIEDEMANN (1858 ff.) etwas näher untersucht, doch erst VILLARI (1868) fand die Umkehrung im Einfluss der Längsdehnung abhängig von der Stärke der Magnetisierung, d. h. ihre vergrössernde Wirkung auf die Magnetisierungsintensität I bei kleinen Werten von H, ihre verkleinernde bei hohen Werten von H. Diese „VILLARIsche Wirkung" wurde von W. THOMSON (1875 bis 1878, vgl. Papers II, 332—407) von neuem aufgefunden und eingehender untersucht; hierbei fand er, dass Nickel diese VILLARIsche Wirkung nicht zeigt, sondern stets eine Verminderung der Magnetisierung durch Vermehrung des Zuges aufweist (vgl. **310**). Anschliessend hieran hat dann EWING (1885 ff.), ferner TOMLINSON (1887 ff.) an Eisen und Nickel, sowie CHREE (1890) an Kobalt den Einfluss elastischer Kräfte auf die B, H- bezw. I, H-Kurven weiter verfolgt, Erscheinungen, die namentlich durch EWING unter Heranziehung der Hysterese eine wesentliche Klärung erfahren haben. Weiteres siehe in **296**, sowie EWING § 120 ff.

Unterscheiden wir die magnetisch-elastischen Wirkungen in Längenänderungen, Torsion, endlich Volumen- und Gestaltsveränderungen (Längen- und Querschnittsänderungen), so ist zu bemerken, dass vor der messenden Beobachtung der Dimensionsänderungen selbst die Wirkung derselben in Gestalt von Tönen beobachtet wurde, so (1838) von PAGE, MARRIAN, ferner

von MATTEUCCI (1845), WERTHEIM (1848) und anderen (siehe WIED. III, 1105 ff.). Messungen der bewirkten Längenänderungen sind zuerst von JOULE (1847) ausgeführt worden (vgl. WIED. III, 979), der bei ungespannten Drähten eine Verlängerung um etwa 1:720000 fand, dagegen bei stark gespannten Drähten eine Verkürzung. Weitere Untersuchungen wurden von WERTHEIM (1848) ausgeführt (siehe WIED. III, 997), von BEETZ (1866), von M. MAYER (1873), RIGHI (1879) und anderen. Am eingehendsten wurden aber alle diese Erscheinungen, sowohl an Stäben wie Ringen, von S. BIDWELL (1885 bis 1894) untersucht (weiteres siehe in **297**).

Der Einfluss der Magnetisierung auf die Torsion hat mit Rücksicht auf die Drehhypothesen (**284**) ein besonderes, theoretisches Interesse, und er ist demgemäss auch eingehend untersucht worden. Die durch Magnetisierung bewirkte Aufdrillung vorher tordierter Eisendrähte ist namentlich von G. WIEDEMANN (1858 ff.) untersucht worden (siehe WIED. III, 1026 ff. sowie in **296**); weiterhin von NAGAOKA (1891) und KNOTT (1882 bis 1891), welcher besonders die Torsionserscheinungen bei zirkularer Magnetisierung untersucht hat, und zwar an ferromagnetischen Drähten, die selbst vom Strom durchflossen wurden. Die Beeinflussung der Torsionsschwingungen durch Magnetisierung wurde von TOMLINSON (1886) erforscht. Näheres über diese Arbeiten, sowie über die Theorie der beobachteten Erscheinungen siehe in WIED. III, 1026 bis 1055.

Die Volumenänderungen bei Magnetisierung wurden zuerst von JOULE (1847) untersucht und bei Eisen unwesentlich gefunden, was auch später von WERTHEIM (1848), BUFF (1864) bestätigt wurde, während BIDWELL und KNOTT (1891 ff.) eine äusserst geringe Abnahme des Volumens beim Eisen gefunden haben, indem die Querschnittsabnahme etwas grösser ist als die Verlängerung (vgl. WIED. III, 1062). Die Gestaltsänderungen von Ellipsoiden sind auf Grund der POISSONschen Theorie zunächst theoretisch von KIRCHHOFF (1875) und HELMHOLTZ (1881) behandelt und später (1891) auch von CANTONE an Ellipsoiden von Eisen und Nickel geprüft worden (vgl. WIED. III, 958).

Die Erscheinungen der transversalen, besser vielleicht der zirkularen Magnetisierung (vgl. oben), sowie namentlich ihre Vereinigung mit achsialer oder Längsmagnetisierung wurde von G. WIEDEMANN (1862 ff.), BUFF (1864 ff.), VILLARI (1865), GORE (1869), W. SIEMENS (1881 ff.) und anderen untersucht (näheres hierüber siehe WIED. III, 921 ff.); die Permeabilitätsverhältnisse bei achsialer und zirkularer Magnetisierung desselben Eisenstückes, welche bereits HERWIG (1875) verschieden gefunden hatte, wurden neuerdings (1894 ff.) eingehender von KLEMENČIČ festgestellt (**299**).

Die Erkenntnis des Kreislaufcharakters und des energetischen Fallbestrebens auf Grund des MAXWELLschen Zwangszustandes (**180**) giebt auch eine innere Verbindung zwischen diesen Dimensionsänderungen, als Bewegungserscheinungen molekularmagnetischer Natur, und den am frühesten beobachteten magnetomechanischen Bewegungen sichtbarer Systemteile (**2**), wie sie JOULE für Elektromagnete zuerst in allgemeinere Sätze fasste (**280**). Versuche über die Anziehung von Eisenstäben durch eine Erregerspule wurden nach ihm von HANKEL (1850), namentlich aber von DUB (1850 bis 1857) angestellt, welcher auch die Anziehung verschiedener Ankerformen in ungeschlossenen Eisenkreisen näher untersuchte. Näheres hierüber siehe in WIED. III, 799 bis 837, wo auch über anschliessende Arbeiten von FEILITZSCH (1854), v. WALTENHOFEN (1870), CAZIN (1872) und anderen berichtet ist. Auf Grund

technischer Anregungen, wie der Ausführung von Bogenlampenregulierungen, Gewinnung gleichmässiger Skalen bei Weicheiseninstrumenten, wurden die Einziehungsverhältnisse zylindrischer und konischer Eisenkerne in Erregerspulen weiterhin von Böttcher (1884), Křižik (1886) und Bruger (1886) untersucht. Weiteres siehe in **298**.

283. Nachwirkung, Ausbreitungsgeschwindigkeit und Hysterese. Weit zurück reichen die ersten Beobachtungen über die „magnetische Nachwirkung“ oder die Verschiedenheit des magnetischen Zustandes bei gleicher magnetisierender Kraft, abhängig von ihrem vorausgegangenen Verlauf. Wiederholungen ebenso wie Richtungswechsel der Magnetisierung zeigten erhebliche Einflüsse auf die B, H-Beziehungen. Abgesehen von älteren Beobachtungen (siehe Wied. III, 613), wurden diese Erscheinungen namentlich von G. Wiedemann (1857 bis 1886), Bouty (1875) und Fromme (1875 bis 1892), Auerbach (1881) genauer untersucht. (Näheres vgl. auch Wied. III, 592 ff.) So wertvoll die hierbei gewonnenen Einzelresultate auch sind, so wurde ein vollständigerer Einblick in den verwickelten Zusammenhang zwischen dem ganzen mechanischen und magnetischen Vorleben eines Eisens und seinen B, H-Beziehungen doch erst nach Auffindung und Erforschung der magnetischen Molekularreibung (Hysterese) möglich.

Diese magnetischen Nachwirkungen erschweren die eindeutige Klarstellung der magnetischen Erscheinungen sehr, und sie besitzen nur in den dielektrischen Nachwirkungen ein elektrisches Gegenstück, welches aber keinen so allgemeinen Einfluss auf die Messresultate ausübt, wie dies die magnetischen Nachwirkungen bei fast allen magnetischen Messungen, unter Herabdrückung ihrer prozentualen Zuverlässigkeit, zu thun pflegen.

Nach Untersuchungen von Auerbach (1878), Raleigh (1887) und Ewing (1889, vgl. auch M. J. § 88 ff.) muss man eine ursächliche (eigentliche) Hysterese und eine zeitliche (viskose) Hysterese unterscheiden. Die letztere, welche durch das „Kriechen“ des als Mass der Magnetisierung benutzten Ausschlages bezw. Lichtpunktes sich kenntlich macht, wird noch verwickelter gestaltet durch das Waltenhofensche Phänomen. Bei sehr plötzlicher Änderung bezw. Ausschaltung der magnetisierenden Kraft beobachtet man zuweilen „Anomalien“, die bis zum Auftreten entgegengesetzter Magnetisierung gehen können. Diese Erscheinungen, welche von der Plötzlichkeit der Feldstärkenänderung abhängen, deuten die meisten Beobachter, wie v. Waltenhofen (1863), Fromme (1888 bis 1891), Auerbach (1881), Ewing (vgl. M. J. § 186), als eine Trägheitserscheinung der magnetischen Molekularwirbel (siehe hierüber in **285**).

In engem Zusammenhang mit den Forschungen über die Nachwirkungserscheinungen, namentlich die viskosen, stehen auch die zahlreichen Untersuchungen über die Ausbreitungsgeschwindigkeit der magnetischen Induktion im Eisen. Trotz der sinnreichen Untersuchungen von Helmholtz (1851), W. Siemens (1881), Oberbeck (1884), ferner der beiden Engländer Trouton (1891) und Trowbridge (1892) kann diese Frage aber noch nicht als endgiltig entschieden gelten, da die ersteren negative Resultate, d. h. Ausbreitungsgeschwindigkeiten von der Grössenordnung der Lichtgeschwindigkeiten, die beiden letzteren positive Resultate erhalten haben wollen und auf Grund der beobachteten Interferenzen, Phasenverschiebungen, Knoten und Bäuche auf kleinere Geschwindigkeiten schliessen.

Die Erscheinungsgruppe der Ummagnetisierungsvorgänge, welche sich gleichfalls als Folge von „Nachwirkungen“, d. h. hier als ein Nachhinken

der Wirkung hinter der Ursache (ursächlicher Hysterese) darstellen, hat unter den magnetischen Grunderscheinungen zuletzt ihre endgiltige Klärung erfahren. Nichtsdestoweniger besitzt die Entwickelung dieser Erkenntnis eine längere und insofern interessante Vorgeschichte, als sie mit dem wichtigsten Prinzip der heutigen Naturwissenschaft eng verknüpft ist. Die Ummagnetisierungsarbeit fand nämlich bereits 1843 zu einer der von JOULE vorgenommenen zahlenmässigen Bestimmungen des Wärmeäquivalents Verwendung. Die sinnreiche Ausführung des Versuchs ist mit Hilfe der Fig. 359 leicht zu überblicken. In dem drehbaren Glasrohr *a* befand sich ein Eisenstab nebst Thermometer. Der Antrieb erfolgte durch das Sinken zweier belasteter Schalen, welche über die Rollen *f* und *g* die vertikale Achse mittels zweier Schnüre in Drehung versetzten. Zunächst wurden die erforderlichen Gewichte für eine bestimmte Drehgeschwindigkeit bei unerregtem Elektromagnet *m* gemessen, und hiermit die Leerlaufverluste bestimmt. Hierauf wurde *m* erregt, und es wurden die erforderlichen Zusatzgewichte G' bestimmt, um dieselbe Drehgeschwindigkeit zu erzeugen. G' multipliziert mit dem Schalenweg s liefert die im Eisenstab in Wärme umgesetzte mechanische Energie zu $G' \cdot s$. Die am Thermometer abgelesene Temperaturerhöhung t' gab mit dem Wärmewert (Wärmekapazität A_1) der als Kalorimeter benutzten Glasröhre nebst Inhalt das Wärmeäquivalent $A_1 \cdot t'$ zu der geleisteten mechanischen Arbeit $G' \cdot s$, woraus das mechanische Arbeitsäquivalent von 1 kg-cal sich zu $\frac{G' \cdot s}{A_1 \cdot t}$ ergab.

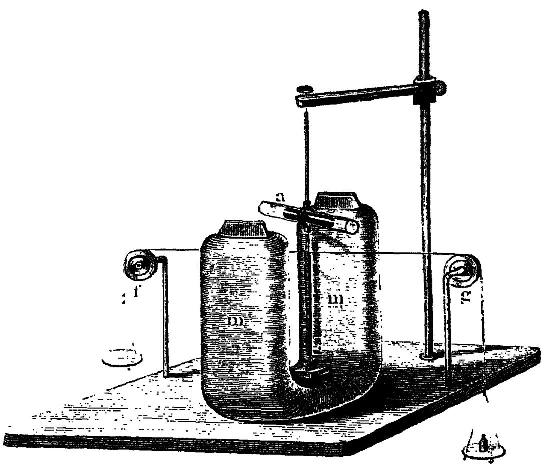


Fig. 359.

Offenbar wegen Nichtberücksichtigung der durch Ventilation abgeführten Wärme lieferte dies bei JOULE den etwas zu hohen Wert von 460 kgm als Mittel aus 13 Versuchen. JOULE hatte zwar durch besondere Versuche festgestellt, dass die erzeugte Wärmemenge etwa proportional dem Quadrat der Erregerstromstärke *i* von *m* zunehme, sowie dass *i* und der im Eisenstab erzeugte Magnetismus hinreichend direkte Proportionalität aufweisen; wie man aber sieht, kam bei jenen Versuchen der Charakter der Wärme, ob aus Ummagnetisierungsarbeit oder aus Wirbelströmen herrührend, gar nicht in Betracht, noch weniger ihre Trennung.

Daher kam es auch, dass man lange Jahre trotz zahlreicher Wiederholungen der Versuche über „Magnetisierungswärmen", wie die v. BREDA (1846), GROVE (1849), EDLUND (1864), über das Vorhandensein einer eigentlichen Ummagnetisierungsarbeit bezw. -wärme nicht ins Klare kam, so dass noch EDLUND die ganze Erwärmung den Induktionsströmen zuschreibt (vgl. POGG. Ann. 123, 205). Auch die weiteren Arbeiten zum Nachweis für das Vorhandensein einer besonderen Ummagnetisierungsarbeit (vgl. WIED. III, 1185 ff.) brachten keine unzweifelhafte Lösung, so die Untersuchungen von CAZIN (1874 ff.), TROWBRIDGE (1878), HERWIG (1878); erst WARBURG gelang

es Ende 1880 (siehe 1881, Wied. Ann. 13, 141), den Verlust an Arbeit, die sogenannte Energievergeudung durch Ummagnetisiernng, beim Durchlaufen eines zyklischen Magnetisierungsvorganges unzweideutig nachzuweisen, in absoluten Einheiten zu messen, sowie auch die theoretische Formulierung hierfür abzuleiten. Unabhängig von ihm fand dann Ewing im folgenden Jahre die von ihm als Hysteresisarbeit [1]) bezeichnete Energiewandlung beim Ummagnetisieren des Eisens.

Neben weniger wichtigen Arbeiten zum Zweck der Trennung von Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverlusten von Trowbridge und Hill (1883), Borgmann (1883), Warburg und Hönig (1883), ferner theoretischen Betrachtungen von Waszmuth (1882 und 1883; siehe hierüber Wied. III, 1888 bis 1893), waren es namentlich Ewing (1885 ff.) und J. Hopkinson (1885 ff,), welche die ausserordentliche Bedeutung dieser Erscheinungen für die magnetische Wissenschaft, sowie auch für die Elektrotechnik klarer erkannten und dieselben eingehender untersuchten (weiteres siehe in **301** ff., oder auch Ewing, § 77 ff.).

Die weiteren Arbeiten, namentlich die des letzten Jahrzehnts stellen hauptsächlich einen Ausbau auf den oben bezeichneten Grundlagen dar, wie die technisch wichtige Annäherungsformel für die Hystereseverluste abhängig von Material und Induktion nach Steinmetz (1892), nebst den Untersuchungen der Reichsanstalt über ihre Grenzen (1897), ferner die Arbeiten über rotierende Hysterese, Einfluss der Glühtemperatur auf die Hystereseverluste und die sog. Ermüdung (1901), Verhalten von Eisenlegierungen mit Aluminiumzusatz (1901) u. s. f. Auf sie bereits an dieser Stelle der geschichtlichen Entwickelung näher einzugehen, erscheint aus den zwei schon früher (**32**, **43**) erwähnten Gründen nicht angezeigt: in geringerem Masse wegen der schweren Abwägbarkeit infolge des zu kleinen zeitlichen Abstandes, in höherem wegen der ausführlicheren späteren Behandlung.

2. Magnetische Hilfsvorstellungen.

284. Entwickelung bis zur Neuzeit.

Die Hilfsvorstellungen zum Zweck der leichteren gedanklichen Verknüpfung der magnetischen Erscheinungen untereinander, sowie mit den elektrischen Ausgleichvorgängen wurden in ihren Grundlagen bereits (**64** ff., sowie **179** ff.) angegeben, so dass hier im wesentlichen noch eine Ergänzung nach der ferromagnetischen Richtung zu erfolgen hat. Diese verwickelteren Erscheinungen lassen sich durch Hinzunahme der Vorstellung einer magnetischen Molekularreibung angliedern. Auch für die Entwickelung der Hilfsvorstellungen ist der Einfluss nicht aus dem Auge zu verlieren, den die ursprüngliche Alleinherrschaft und die später immerhin noch starke Betonung der Erscheinungen des permanenten Magnetismus ausüben musste. Die an ihm entwickelte Vorstellung der magnetischen Fluida reichte daher, von dem Ansehen Coulombs gestützt (**8**), nicht nur zeitlich weit über die im Anschluss hieran von Ampère entwickelten Vorstellungen (**17**, **30**) der Molekularmagnete hinaus, sondern sie übte auch einen unheilvollen Einfluss insofern aus, als sie die Einführung der vollkommeneren Feldvorstellungen (**61** ff.)

1) Den Ausführungen von Du Bois gemäss, wonach die Wortbildung Hysterese (anstatt Hysteresis) richtiger ist, wurde im vorliegenden Abschnitt die Bezeichnung Hysterese vorgezogen.

FARADAYS und MAXWELLS erschwerte. Ja sogar heute noch, nach dem völligen Sieg der letzteren, scheint sie einen schädlichen Rückstand in Gestalt der Bezeichnung magnetischer „Stromkreis" an Stelle von Kreislauf zurückgelassen zu haben. Durch sie wird die Vorstellung (namentlich bei Anfängern) fälschlicherweise dahin angeregt, als ob in der Bahn der magnetischen Kraftlinien ein thatsächliches Strömen stattfinde, sei es nun eines magnetischen Fluidums, oder auch der Kraftlinien selbst, während die richtigere Vorstellung in dem magnetischen Kreislauf doch nur einen Zwangszustand ohne Bewegung in Richtung der Kraftlinien sieht (**180** ff.).

Bei der Fluidumsvorstellung ging die Entwickelung dahin, dass die Auffassung der magnetischen Pole als Fluidumsanhäufung nach Art von elektrischen Ladungen schon in der Mitte des XVIII. Jahrhunderts als unzutreffend erkannt wurde, insofern das Zerbrechen eines Dauermagneten keine einseitig getrennten Pole lieferte. Die Erfahrungsthatsache, dass das wiederholte Zerbrechen eines Dauermagneten stets vollständige kleinere Magnete mit entgegengesetzten Polen von gleicher Stärke lieferte, führte notwendig zur Vorstellung, dass ein grosser Magnet aus Molekularmagneten zusammengesetzt ist. Dafür, dass der Magnetismus eine molekulare Eigenschaft, d. h. an die Moleküle gebunden sei, sprach auch die frühzeitig gemachte Beobachtung, dass die Magnetisierung durch Streichen, wie sie früher allgemein üblich war, sei es durch Methoden des „einfachen Striches" oder des „Doppelstriches" (vgl. WIED. III, 112 ff.) nicht auf Kosten des induzierenden Dauermagnets erfolgte, etwa wie bei der elektrischen Ladung eines Körpers durch einen anderen.

Die Vorstellung der Molekularmagnete entwickelte sich nun hauptsächlich nach zwei Richtungen: Die sog. Scheidungshypothese, welche zuerst von WILKE (1766) aufgestellt, aber erst von COULOMB (1789), POISSON (1824) und GAUSS (1833) in ihren Einzelheiten entwickelt wurde, behielt die Fluidumsvorstellung für die Moleküle bei und nahm bei ihrer Magnetisierung eine Scheidung des nord- und südmagnetischen Fluidums innerhalb des Moleküls an, mit einem molekularen magnetischen Moment, das von Menge und Abstand der beiden Molekularfluida bedingt wird. Die sog. Drehungshypothese betrachtet diese Scheidung bei den Molekülen der magnetischen Materialien als von vornherein und ein für allemal bestehend und sieht in dem Magnetisierungsvorgang nur eine mehr oder weniger grosse Richtung der vorher ungerichteten Moleküle. Diese zuerst von KIRWAN (1797, vgl. WIED. III, 106) entwickelte, später von OHM (1840) wieder aufgenommene Vorstellung ist namentlich von W. WEBER (1852) weiter zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen ausgestaltet worden und hat auch den zahlreichen anderen Varianten der Drehungshypothese, wie den Vorstellungen von G. WIEDEMANN (1857 ff.), LAMONT (1867), STEFAN (1874), CHWOLSON (1876), RIGHI (1880), von W. SIEMENS (1881 bis 1884) und EWING (1890) zur Grundlage gedient (siehe WIED. III, 631 ff., oder auch EWING M. J. § 166 ff., wo namentlich seine eigene Theorie näher ausgeführt ist). Auch über zwei abweichende, aber etwas gezwungen erscheinende Vorstellungen von JAMIN (1872 ff.) und OSMOND (1890) siehe näheres an der gleichen Stelle (WIED. III, 650 und 651).

Die Natur des Magnetismus der Molekularmagnete wird bei den Drehungshypothesen mehr oder weniger offen gelassen, d. h. man kann entweder eine eigene magnetische Achsialeigenschaft der Moleküle annehmen, oder die

zuerst von Ampère (**23**) entwickelte und seitdem viel benutzte Vorstellung von molekularen Kreisströmen zu Grunde legen, wodurch die magnetischen Erscheinungen gleichsam auf die elektrischen zurückgeführt werden (siehe hierzu **30**); gleichzeitig wird eine Analogie zwischen den grossen planetarischen Erscheinungen des Erdmagnetismus und den molekularen Hilfsvorstellungen ermöglicht, welche das Streben nach Harmonie besser befriedigt.

Fragt man, welche der Hilfsvorstellungen bezw. Hypothesen oder Theorien (**53**) sich am besten unserem heutigen Wissensstande anpasst, so fällt die Entscheidung zunächst entschieden zu Gunsten der sog. Drehhypothesen aus. Unter diesen selbst aber ist es schwer, eine eindeutige Wahl zu treffen, da sie vielfach weniger im Verhältnis des Gegensatzes als der Ergänzung zueinander stehen (**43**). Die von Ewing entwickelte Molekularvorstellung stützt sich auf das Verhalten eines Modells, das aus vielen kleinen gleichartigen Dauermagneten in gleichen Abständen besteht und, ausser den gegenseitigen Ablenkungskräften noch einer gemeinschaftlichen Richtkraft unterworfen, solche Umstellungen der kleinen Einzelmagnete zeigt, dass die Magnetisierungskurve, sowie die Erscheinung der Remanenz bis zu einem gewissen Grade nachgeahmt wird. Sie zeichnet sich hiernach vor den Annahmen Maxwells und G. Wiedemanns dadurch aus, dass Ewing ohne die Voraussetzung einer besonderen Molekularreibung auskommt. Ob dies aber vom Standpunkt einer mechanischen Hilfsvorstellung aus einen Vorzug darstellt, erscheint zweifelhaft. Im Hinblick auf die weitgehenden Analogien, welche G. Wiedemann zwischen den mechanischen, namentlich den elastischen Erscheinungen fester Körper und den magnetischen Erfahrungsthatsachen zusammengestellt hat (**295** ff.), wird sich eine mechanische Hilfsvorstellung die Herbeiziehung der vertrauten Reibungserscheinungen für eine möglichst anschauliche Abbildung der molekularmagnetischen Vorgänge nicht gern entgehen lassen, zumal die Angliederung an die mechanischen Erfahrungsthatsachen hierdurch vollkommen wird. Aus diesem Grunde ist auch anschliessend an die früher (**69**) entwickelten elektrischen Hilfsvorstellungen nach Maxwell, sowie die allgemeinen magnetischen Erscheinungen in **179**, hier der Versuch gemacht, die verwickelteren ferromagnetischen Erscheinungen mit Zuhilfenahme eines mechanischen Modelles zu verbinden und das letztere als gedankliches Zwischenglied zu benutzen, das bei der Beschreibung der Vorgänge einen ökonomischen Wert besitzt (**44**).[1]

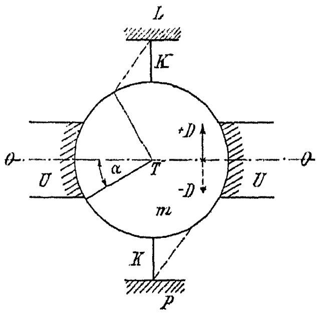


Fig. 360.

285. Magnetisches Molekularmodell. Der molekularmagnetische Baustein (das Molekül) eines ferromagnetischen Materials sei in seinem grundlegenden Verhalten durch das Modell der Figur 360 zur Darstellung gebracht, nämlich durch einen kugelförmigen Körper m, der mit Reibung zwischen den Bremsbacken U beweglich ist;

1) Die folgenden Ausführungen schliessen sich im wesentlichen an eine frühere Veröffentlichung des Verfassers (C. Heinke, die Hauptbegriffe der Gleich- und Wechselstromtechnik u. s. f. bei F. Enke, Stuttgart, Sammlung elektroteschnischer Vorträge Bd. I Heft 5 und 6) an, wo auch weitergehende Verwendungen der Hilfsvorstellungen behandelt sind.

er sei einer von aussen wirkenden Ablenkungs- oder Richtkraft D unterworfen und andrerseits den elastischen Kräften der gespannten Kautschukfäden K, welche ihn in seiner ursprünglichen Achsenlage OO fest zu halten suchen. Der besseren Anschaulichkeit halber sind die bei der Ablenkung a aus der zwangsfreien Lage geweckten elastischen Richtkräfte (**69**), ebenso wie die jeder Bewegung, gleichviel in welcher Richtung, sich entgegenstellenden Reibungskräfte an gewissen Punkten des Umfanges konzentriert vorgestellt; sie können aber, ebenso wie die äussere Richtkraft D, auf den Umfang verteilt gedacht werden, wobei man die Rolle von D auch den Friktionsteilchen der elektrischen Hilfsvorstellungen übertragen kann.

Wenn das von aussen angreifende Drehmoment jetzt in Richtung des Pfeiles D, also für den Beschauer entgegen dem Uhrzeigersinn wirkt und zunächst konstant gedacht ist, so wird m so lange in diesem Sinne gedreht, bis die Spannung von K zusammen mit der Reibungskraft zwischen m und U jener Kraft $D \cdot \cos a$ das Gleichgewicht hält. Hört jetzt diese äussere Antriebskraft zu wirken auf, so würde, wenn man fürs erste von dem Einfluss der Trägheit absieht (**283**) und sich zu diesem Zweck die Masse von m klein gegenüber der Reibung auf der Unterlage vorstellt, m durch die sich entspannenden Fäden wieder in seine alte Stellung zurückgezogen werden, wenn die Reibung an der Unterlage nicht vorhanden wäre; die letztere bewirkt aber, dass dieses Zurückführen von m im Uhrzeigersinn nur stattfindet, so lange die durch Spannung von K geweckte elastische Gegenkraft grösser ist als die jeder Bewegung von m, gleichviel in welcher Richtung, entgegenstehende (passive) Reibungskraft. Hat jene elastische Gegenkraft beim Entspannen von K bis auf den Wert jener Reibungskraft, die mit dem Reibungskoeffizienten zwischen m und U proportional ist, abgenommen, so bleibt die Achse jenseits ihrer Mittellage OO stehen. Das Molekül m bleibt also in Richtung der letzten Bewegung hinter der Mittellage zurück, eine Eigenschaft jenes mechanischen Modelles, die man mit „Remanenz“ bezeichnen kann, und diese Remanenz ist um so grösser, je grösser die Reibung zwischen m und U, oder je kleiner die entspannende Kraft von K ist. Um m wieder in seine alte Mittelstellung zurückzuführen, bedarf man einer im Uhrzeigersinn gerichteten Kraft, deren Grösse gleichfalls von der Reibung zwischen m und U abhängt, und die in demselben Mass bis zur Erreichung der Mittellage von m wachsen muss, als der mit ihr im gleichen Sinne wirkende Rest elastischer Spannkraft von K abnimmt. Die Grösse dieser Kraft, welche gerade ausreicht, um m völlig in seine alte Mittelstellung „zurückzuzwingen“, und welche man, bei abermaliger Bevorzugung des Lateinischen, als „Koerzitivkraft“ bezeichnen kann, giebt ein Mass für die zwischen m und U vorhandene Reibungsgrösse, und diese als passive Kraft erscheinende Reibungsgrösse wird proportional mit dem Reibungskoeffizienten wachsen.

Trägt man die von aussen wirkende Kraft D als Abscisse, die von der neutralen Achse auf der Unterlage U eingenommenen Lagen, bezw. ihre mit a proportionalen Abweichungen a aus der Mittellage OO als Ordinaten auf, und zwar z. B. alle von O (links) nach P gerichteten a-Werte als positiv, alle nach L gerichteten als negativ (vgl. Figur 361), so erhielte man, von O als Mittellage ausgehend, zunächst einen durch die Reibung zwischen m und U bedingten (gegen die Ordinatenachse konkaven) Verlauf der Kurve. Hierauf wird sie so lange angenähert gradlinig verlaufen, als a klein ist, also $D \cdot \cos a$ nur wenig von D abweicht. Wird der Unterschied bei weiterer Abweichung von der Mittellage

grösser, so wird die Kurve, welche ja den Zusammenhang der erforderlichen Grösse von D und jener Abweichung a darstellt, eine gegen die Abscissenachse konkave Umbiegung erfahren oder ein Knie aufweisen, um später wieder nahezu gradlinig zu verlaufen. Nimmt hierauf die Kraft D nach Erreichung eines Maximums wieder ab, zunächst bis auf Null, so wird nach den obigen Betrachtungen m gegenüber den entsprechenden Lagen bei zunehmender Kraft „zurückbleiben“, d. h. die absteigende Kurve GR wird oberhalb der soeben erhaltenen Kurve OG liegen, und die Strecke OR wird ein Mass für die „Remanenz“ oder das Zurückbleiben von m hinter der Mittelstellung abgeben, wenn die äussere Kraft D zu wirken aufgehört hat. Kehrt jetzt die Kraft D ihre Richtung um und wirkt im Uhrzeigersinn, so wird sie zunächst in Gemeinschaft mit dem noch vorhandenen Spannungsrest von K_1 die Kugel m in die Mittelstellung, d. h. $a = O$, zurückführen. In diesem Punkt wird die Spannung von K Null, so dass die Koerzitivkraft durch die Strecke $-D = OC$ dargestellt wird. Bei weiterem Wachsen von $-D$ muss wiederum die Spannung von K überwunden werden, und die Elongation von m aus der Nullage OO, also jetzt $-a$, wird etwa durch die Kurve CG' dargestellt werden. Es ist nun ohne Schwierigkeit zu verfolgen, wie bei abermaliger Abnahme von $-D$ bis auf Null, hierauf folgendem Wechsel der Richtung und Anwachsen von $+D$ bis zum früheren Maximalwert die Elongation a eine Kurve durchläuft, die, als Funktion von D aufgetragen, symmetrisch zu GCG' liegt und durch $G'C'G$ dargestellt wird. Bei periodischem Verlauf der Kraft D, welche etwa durch Kurbelbewegung und Kreuzkopf kinematisch herbeizuführen wäre, wird also jene geschlossene Kurve in der Reihenfolge $GRCG'R'C'G$ innerhalb jeder Periode von D, entsprechend einer ganzen Umdrehung des antreibenden Kurbelmechanismus, einmal durchlaufen.

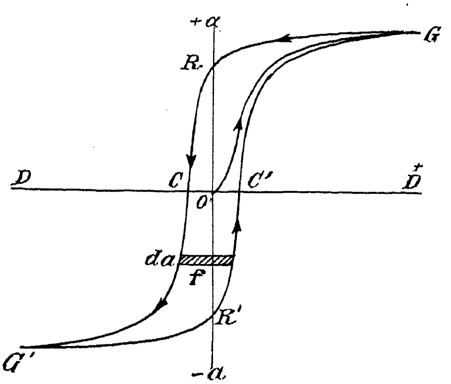


Fig. 361.

Die Bedeutung der von jedem solchen zyklischen Kreisprozess eingeschlossenen Fläche ist unschwer als die während jeder Periode geleistete und in Wärme umgesetzte Reibungsarbeit A zu erkennen. Jedes Flächenelement dA, z. B. der parallell zur Abscissenachse herausgeschnittene Elementarstreifen $f \cdot da$, stellt nämlich das Produkt von Kraft $\times$ Wegelement dar. Die ganze Fläche $A = \int_{-a}^{+a} f \cdot da$, worin die Kraftdifferenz f, ebenso wie vorher die Kurve OG der erforderlichen Kraft D, eine empirische Funktion derselben Weglänge a ist, stellt somit diejenige Arbeit, bezw. denjenigen Teil der zeitweilig (potentiell) als Fadenspannung vorhandenen Energie dar, welche bezw. welcher von der elastischen Spannkraft der Fäden nicht an die auf m wirkende mechanische, periodische Antriebsquelle wieder zurückgeliefert, sondern durch die Reibung zwischen m und U in Wärme umgesetzt wurde. Da dieses Arbeitsquantum A, ebenso wie die oben besprochene Erscheinung des nicht nur zeitlichen, sondern beliebig lange bestehenden Zurückbleibens

der Elongation a von m (als Wirkung) hinter der jeweilig tätigen Kraft D (als Ursache), durch das Vorhandensein der Reibung zwischen m und U bedingt wird, so kann man auch jene beiden Wirkungen derselben Reibungsursache miteinander in Verbindung setzen. Jene durch die Fläche dargestellte Energiemenge A kann man so als Zurückbleibungsarbeit oder, wiederum unter Bevorzugung eines (griechischen) Fremdwortes, als Hysteresearbeit bezeichnen.

Diese jedem Techniker unschwer verständlichen mechanischen Erscheinungen, welche sich durchweg als einfache Folgerungen aus dem Vorhandensein einer Reibung zwischen m und U in Verbindung mit den geweckten Elastizitätskräften von k ergeben, braucht man jetzt nur mit den gedanklich leicht auszuführenden Abänderungen auf die magnetischen Erscheinungen zu übertragen, um den Zusammenhang aller Grössen vor Augen zu haben, welche bei den magnetischen Erscheinungen, namentlich bei der Remanenz und der Hysterese ins Spiel kommen. Man kann also an jenem einfachen Einzelmodell als molekularmagnetischem Baustein folgende Hauptbegriffe ableiten: Das Verhältnis $\frac{\text{Ablenkung}}{\text{äussere Richtkraft}}$ $\left(\frac{a}{D}\right.$ nach Fig. 361$\left.\right)$ stellt die magnetische Drehfähigkeit des Moleküls, d. i. die magnetische „Durchlässigkeit" oder Permeabilität (μ) des Materials dar; die nach Aufhören bestehen bleibende Ablenkung $a = OR$ entspricht der Remanenz, die erforderliche entgegengesetzte Kraft $-D = OC$ der Koerzitivkraft, endlich die bei jedem Bewegungszyklus nötige Reibungsarbeit A dem Hystereseverlust bei jedem Kreisprozess der Magnetisierung.

Es ist jedoch bei jedem elektromagnetischen Vorgang zu berücksichtigen, dass das Einzelmolekül nicht unabhängig ist von den übrigen Molekülen des Wirbelfadens, sondern, wie bereits früher (**179**) angegeben, mit ihnen gleichsam in zwangläufiger Verbindung steht, insofern der Richtungsantrieb sich nicht nur auf die seitlichen Nachbarwirbel, sondern ebenso auf den Vorder- und Hintermann erstreckt. In dieser Beziehung weist der magnetische Ausgleichvorgang die Kreislaufnatur des elektrischen auf. Auf Grund der Inkompressibilität der Friktionsteilchen kann also irgend ein Ausgleich, sei er nun dynamisch oder statisch, elektrisch oder elektromagnetisch, nie in ungeschlossener Bahn erfolgen; stets müssen vielmehr die Ausgleichbahnen wieder nach dem Ausgangspunkt zurückleiten, wie bei einem in sich geschlossenen Geleise ohne Ende. Dies gilt in gleicher Weise für die Stromfäden beim dynamischen Ausgleich, wie für die elektrostatischen Verschiebungsbahnen und für die magnetischen Wirbelfäden bezw. die Kraftlinien, welche die gemeinschaftlichen Richtungskomponenten angeben, die den Wirbeln der Leiterumgebung durch den Antrieb des im Leiter fliessenden Stromes erteilt werden. Die aus dieser Kreislaufnatur des Bewegungsvorganges sich ergebenden Folgerungen sind gleichfalls allen diesen Ausgleichsformen gemeinsam.

286. Zusammenwirken der Moleküle im Kreislauf.

Denken wir uns einen solchen, in sich perlenschnurartig geschlossenen Wirbelfaden (WF der Fig. 362), welcher zunächst einem homogenen Kreislauf, z. B. dem Eisengestell eines magnetisch geschlossenen Transformators angehören möge, herausgeschnitten. Die Art des zwangläufigen Zusammenhanges zwischen den einzelnen Wirbeln I, II, III u. s. w. sei recht augenfällig durch ein starres Verbindungsglied, etwa in Gestalt der Lenkstange F, versinnbildlicht. Der von einer bestimmten Stelle ausgehende Richtungs-

antrieb D in der Fig. 362 ist durch die Spule M angedeutet. Er muss an allen Stellen des Wirbelfadens den gleichen Drehungsbetrag α bewirken und wird sich im vorliegenden Fall, bei gleicher Dehnbarkeit aller Fäden K (gleicher Permeabilität μ), sonach g l e i c h m ä s s i g auf die einzelnen Wegstrecken verteilen. Der Widerstand des Wirbelfadens gegen das Gerichtetwerden, d. i. der magnetische Widerstand wird sonach einerseits proportional mit $\frac{1}{\mu}$, andererseits direkt proportional mit der Länge l des Wirbelfadens wachsen. Will man nun, ebenso wie beim OHMschen Gesetz des elektrischen Kreislaufes, auch hier für den magnetischen Kreislauf den Zusammenhang zwischen der in Amperewindungen ($A\,W$) gemessenen MMK (hier mit D bezeichnet) und der gesamten Kraftlinienzahl N in jedem v o l l e n Kreislaufquerschnitt aufstellen, so muss berücksichtigt werden, dass D, ebenso wie die elektrische Spannung E (**68**), keine Flächenkraft, sondern wie der Atmosphärendruck eine spezifische Grösse darstellt, die unabhängig vom Querschnitt gemessen wird (in Windungsampere). Für diesen Zusammenhang von D mit dem (der Stromstärke J analog gefassten) Kraftlinienfeld N muss sonach auch der magnetische Widerstand $S_m = \frac{l}{q \cdot \mu}$ die dem OHMschen Widerstand analoge Fassung annehmen (**68**). Die Beziehung $N = \frac{D}{S_m}$ wird in ihrer Allgemeinheit aber nach dem Modell auch dann noch gelten müssen, wenn der Weg von $W\,F$ durch magnetisch v e r s c h i e d e n a r t i g e s Material verläuft.

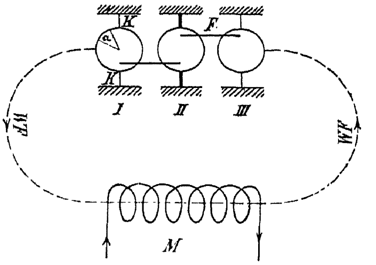


Fig. 362.

Der Eisenkreislauf erleide z. B. bei II eine Unterbrechung, so dass II die Moleküle eines schmalen Luftschlitzes darstellt. Nach der obigen Auffassung wird sich die viel kleinere Permeabilität μ'' dieser Strecke gegenüber dem sonstigen Kreislauf darin aussprechen, dass die Fäden K von II viel weniger dehnbar sind als die von I und III, sowie aller übrigen Moleküle von $W\,F$. Da aber auf Grund der starren Verbindung F d i e s e l b e (mit der Drehung α verbundene) Dehnung der Fäden von II statthaben muss, so muss ein entsprechend grosser Teil (D'') der gesamten vorhandenen Falldifferenz oder Antriebskraft (D) auf Molekül II entfallen. Mit anderen Worten: Die MMK $D = D' + D''$ muss sich proportional mit den magnetischen Widerständen der vorhandenen Teilstrecken auf diese verteilen, sodass D' den auf die Eisenmoleküle entfallenden Reinbetrag an Richtungsantrieb (magnetischem Gefälle) bezeichnet. Teilt man dementsprechend den ganzen Kreislaufwiderstand S_m in S_m' (Eisenwiderstand) und S_m'' (Luftwiderstand), so muss, wegen Konstanz der Kraftlinienzahl N in jedem Vollquerschnitt die Gleichung bestehen:

$$D' : D'' = S_m' : S_m''$$

oder in Worten ausgedrückt: Das magnetische Potentialgefälle wird sich über die W e g l ä n g e des Kreislaufes ungleichförmig verteilen und zwar entsprechend den elastischen (Faden-)Widerständen der Teilstrecken. Bei Querschnittsänderungen des Kreislaufweges braucht alsdann nur noch berücksichtigt zu werden, inwieweit die spezifischen oder die gesamten Grössen

für den Ausgleich, den Widerstand und die Antriebskraft in Frage kommen, bezw. wie die letzteren definiert werden. (Über die „Streuung" und ihren Einfluss vgl. unten, sowie **114** und **292**.)

Die Erscheinung der Remanenz wird durch Zusammensetzung eines Kreislaufes aus zwei derartig verschieden magnetischen Materialien, z. B. Eisen und Luft, wesentlich beeinflusst, eine Abhängigkeit, die sich ihrem Wesen nach mit Hilfe des obigen Modells (Fig. 362) und der angeschlossenen Betrachtungen erklären lässt. Den Grund für jenen Einfluss bildet der schon erwähnte Umstand, dass alle unmagnetischen Materialien keine merkliche magnetische Reibung besitzen, weshalb auch bei ihnen die daraus resultierenden magnetischen Erscheinungen, wie Remanenz und Hysterese, in Wegfall kommen. Nach Aufhören der MMK werden zunächst, wie oben (Fig. 360) am Einzelmodell gezeigt, alle Eisenmoleküle ein der Spannung von K entsprechendes Bestreben zeigen, in ihre ursprüngliche Lage zurückzukehren, was auch erfolgt, bis die (magnetische) Reibung Halt gebietet. Das Verhältnis der Reibungskräfte R aller Einzelmoleküle zu den Spannungskräften S aller elastischen Fäden wird also die mögliche Grösse der Remanenz erkennen lassen, da für einen ruhenden Gleichgewichtszustand $\frac{R}{S}$ nie kleiner als die Einheit sein kann. Wird nun ein Teil des Kreislaufweges durch Luft gebildet, so ist nach dem obigen leicht zu übersehen, dass dieses Verhältnis $\frac{R}{S}$ immer kleiner werden müsste, je grösser der magnetische Luftwiderstand gegenüber demjenigen des Eisenweges wird. Denn behält letzterer absolut dieselbe Länge, so dass R konstant bleibt, so wird doch bereits ein kleiner Luftschlitz eine ausserordentliche Vergrösserung des Nenners S ohne jede Vergrösserung von R verursachen, da der Wert von S bei einer Luftschicht häufig dieselbe Grösse wie eine 1000- bis 2000 mal so dicke Eisenstrecke aufweisen wird. Der sogenannte entmagnetisierende Einfluss der Enden, oder richtiger der eingeschalteten Luftstrecke, wird also proportional mit S zunehmen, eine Thatsache, die gleichfalls durch das Modell völlig erklärt wird.

Zu beachten ist jedoch, dass im allgemeinen nicht das Verhältnis der Weglängen, sondern dasjenige der magnetischen Widerstände beider Teilstrecken massgebend ist, indem die Weglängen nur solange das Verhältnis der Gesamtwiderstände angeben, als keine Querschnittsänderung des Kreislaufweges eintritt. Eine Querschnittsvergrösserung verkleinert, ebenso wie bei elektrischen Ausgleichvorgängen, den bei beiden in analoger Weise (**68**) definierten Gesamtwiderstand S eines Ausgleichweges. Hieraus erklärt sich unter anderem, warum bei geraden Eisenstäben der Luftwiderstand relativ immer mehr abnimmt, je länger die Eisenstäbe bei gleichem Querschnitt werden, oder je grösser allgemein das Verhältnis m von Länge zu Querschnittsdurchmesser ist. Bei wachsenden Werten von m kommen sonach die Verhältnisse immer näher denjenigen eines geschlossenen Eisenkreislaufes, und die entmagnetisierenden Kräfte werden immer kleiner, da das Verhältnis

$$\frac{\text{magnetischer Widerstand des Eisenweges}}{\text{magnetischer Widerstand des Luftweges}}$$

in angenähert gleicher Weise wie m zunimmt.

Alle diese Betrachtungen machen die erfahrungsmässige Abhängigkeit der Remanenz nicht nur von der Eisensorte, sondern auch von der Zusammensetzung des magnetischen Kreislaufes aus Eisen- und Luftstrecken erklärlich. 287. Magnetische Reibungsgrössen

und Dauermagnete. Bei den Modellen (Fig. 360 und 362) und den magnetischen Vorgängen wird in gleicher Weise nur der Wert der Remanenz (OR der Fig. 361) beeinflusst, nicht aber der Wert der bei jedem Zyklus in Reibung umgesetzten Arbeit. Mit anderen Worten: eine Hysteresefläche $GRCG'B'C'G$ erleidet je nach der Grösse des im Kreislauf vorhandenen Luftwiderstandes eine mehr oder weniger grosse „Scherung", ihr Flächeninhalt bleibt aber im wesentlichen der gleiche.

Diese den Thatsachen entsprechende Scherungsfähigkeit der Hysteresekurven lässt jetzt auch die gegenseitige Stellung von Remanenz und Hysterese deutlich erkennen. Beide Grössen sind zunächst, wenn auch in ganz verschiedener Weise, von der Elongation a bezw. α (magnetisch durch die spezifische Induktion B in Kraftlinien auf den Quadratzentimeter angegeben) abhängig. Die Grösse der Remanenz, welche durch die Strecke OR in Fig. 361 dargestellt wird, ist aber, wie leicht ersichtlich, bei demselben Material ausserdem von der Lage der Hysteresefläche gegenüber den Koordinatenachsen abhängig; also je stärker jene (durch Einschalten von Luftwiderstand in den Kreislauf) geschert, d. h. in der oberen Hälfte von links nach rechts, in der unteren von rechts nach links verdrückt wird, um so näher werden die Punkte R und R' an O heranrücken, und um so kleiner wird daher die Remanenz werden. Umgekehrt wird die Remanenz natürlich um so grösser, je geschlossener der Eisenkreislauf ist, ein Umstand, welcher für alle sogenannten permanenten Magnete, deren Magnetismus nur auf Remanenz beruht, von Bedeutung ist (vgl. unten).

Die wirklich auftretende Remanenz ist demnach eine Mischerscheinung, welche ausser vom Material und (bis zu einem gewissen Grade) von der vorausgegangenen maximalen Elongation der Einzelmoleküle noch im hohen Grade von der Zusammensetzung des magnetischen Kreislaufes abhängt.

Die Grösse der magnetischen Reibungsarbeit (Hysteresefläche) A für jeden Kreislauf der Antriebskraft D hängt offenbar einmal von der erreichten Maximalordinate B_{max}, ein zweites Mal von der mittleren Breite $2 \cdot OC$ der Schleife ab. Da aber diese Breite selbst wieder nicht nur vom Material (vgl. **307**), sondern auch erfahrungsgemäss von der Maximalordinate abhängt, so ist ein eindeutiger Wert von OC bei einem bestimmten Material nur für die grösste erreichbare Schwingungsweite des Moleküls m, das wäre $\alpha = 90^0$, oder wenigstens ein diesem „Sättigungswert" bei D_{max} nahekommender Wert, zu erwarten. Thatsächlich nähert sich die Koerzitivkraft OC jedes Materials bei grösster „Magnetisierungsintensität" $I_s = \frac{B - B_0}{4\pi} = \frac{B_f}{4\pi}$ des ferromagnetischen Moleküls — der weitere Rest $B_0 = H \cdot 1$ der Magnetisierung würde auf das Zwischenmedium (Äther) entfallen (vgl. **292**) — einem konstanten Wert, der nach den Untersuchungen der Ph. T. Reichsanstalt sich besser als Materialkoeffizient eignet als der Hysteresekoeffizient h nach Steinmetz. Auch nähert sich die Hysteresefläche, namentlich bei weichem Material, dem Wert $4 \cdot B_s \cdot (OC)_s$, d. h. dem Inhalt eines Rechtecks, welches bei Zusammenschiebung der Schleife in Fig. 361 sich ergiebt; doch ist für angenäherte Sättigung bei so hohen Werten von H_s, dass sie in CGS-Einheiten merkliche Beträge gegenüber B_s ausmachen, richtiger $(B_s - H_s)$ für B_s zu setzen. Siehe weiterhin auch in **302** bei Fig. 395.

Das Verhältnis der Schleifeninhalte für verschiedene Werte von B_{max} unterhalb der Sättigungswerte (I_s bezw. B_s) lässt sich zunächst nur er-

fahrungsgemäss feststellen, wegen ihrer oben erwähnten doppelten Abhängigkeit von B_{max}, da *OC* nicht proportional mit B_{max}, sondern langsamer wächst, d. h. der Schleifeninhalt langsamer als $(B_{max})^2$ zunimmt. Für die magnetischen Verhältnisse ist dies von Ch. P. Steinmetz unter Einführung eines konstant gedachten Materialkoeffizienten (Hysteresekoeffizienten h, in den Originalarbeiten ETZ 1892 mit η bezeichnet) geschehen, wobei sich die Abhängigkeit von B_{max} etwa mit der 1·6 Potenz ergab, d. h. $A = h \cdot B^{1 \cdot 6}$. Weiteres siehe in **302** ff.

Der Einfluss, welchen die durch irgend ein Mittel (Hämmern, Ausglühen, plötzliche Stromunterbrechung) bewirkte molekulare Erschütterung auf jene beiden magnetischen Reibungserscheinungen ausüben wird, lässt sich gleichfalls am mechanischen Modell deutlich verfolgen. Eine bei diesem vorgenommene mechanische Erschütterung wird eine momentane, teilweise oder auch völlige Aufhebung der passiven Reibungskräfte zwischen m und U (Fig. 360) zur Folge haben, so dass in jenen Momenten die noch vorhandene und vorher durch die Reibung kompensierte Richtkraft der gespannten Fäden K_1 und K_2 zur Wirkung gelangen kann. Augenscheinlich wird hierdurch, beim Fehlen einer äusseren aktiven Kraft, die vorhandene Remanenz eine mehr oder weniger grosse Minderung, unter Umständen bis zum Verschwinden, erfahren. Bei einseitig wirkender äusserer Kraft wird die Elongation, namentlich bei höheren Werten von h, eine Vergrösserung erfahren, und bei zyklisch wirkender Kraft endlich wird wiederum eine Verminderung der Reibungsarbeit A in jedem Zyklus die Folge sein. Genau die gleichen Erscheinungen treten nun auch magnetisch auf, wenn eine molekulare Erschütterung herbeigeführt wird. So wird z. B. durch mässige Erwärmung, welche einer dauernden Erschütterung entspricht, die Permeabilität von Stahlsorten vergrössert, die Remanenz und die Hysteresearbeit für sonst gleiche Verhältnisse vermindert u. s. f. (siehe **304**).

Bei der Verwendung von Eisen für elektrotechnische Zwecke wird in den meisten Fällen, z. B. für Transformatoren- und Dynamobleche, sowie für den jetzt meist bei Dynamogestellen verwendeten Stahlguss möglichst kleine Hysterese, also kleiner Wert von *OC* bezw. h angestrebt, um die Verluste durch Ummagnetisierungsarbeit möglichst hinunterzudrücken.

Im Gegensatz hierzu steht die Herstellung der „permanenten“ Magnete, bei welchen die gewünschte Dauerhaftigkeit und Stärke ihrer Remanenz eine möglichst kräftige magnetische Molekularreibung, d. h. einen hohen Wert von *OC* bezw. h benötigt. Bereits hier sei nebenbei bemerkt, dass auf die Erhöhung der Molekularreibung namentlich der Zusatz von Wolfram (Tungstein) oder Molybdän günstig wirkt, wodurch die bisher höchsten Werte erreicht wurden. Bei sehr hartem Wolframstahl der Bergischen A.-G. Remscheidt (vgl. ETZ 1896, 545, sowie in **311**) betrug die Koerzitivkraft etwa 77 CGS-Einheiten bei einem Maximalwert der Ummagnetisierungsarbeit $A_{max} = 275\,000$ Erg, während die remanente Magnetisierung (auf geschlossenen Eisenkreis bezogen) $I_R' = 800$ bezw. die spezifische Induktion $B_R = 4\pi\, I_R' \sim 10\,000$ Kraftlinien auf den Quadratzentimeter betrug (siehe weiterhin in **311**). Obwohl weiches Material bei geschlossenem Eisenweg bedeutend höhere Werte an remanenter Magnetisierung ermöglicht (vgl. Fig. 416 in **307**), so spielt für alle Magnete, bei welchen es auf eine grosse Dauerhaftigkeit der Magnetisierung und besonders auf eine grosse Konstanz der durch sie erzeugten magnetischen Felder bei unvollständigem Eisenkreis ankommt, dieser Maximalwert

keine wesentliche Rolle (vgl. Fig. 363). Hier wird man sich stets mit weit geringerer als der sehr labilen maximalen Remanenz begnügen und vielmehr bei kleinerem Wert derselben eine möglichst hohe Sicherheit gegen etwaige entmagnetisierende Einflüsse, wie Erschütterungen, Temperaturwechsel und benachbarte elektrische Ströme anstreben. Dies wird durch sogenanntes künstliches Altern, oder, allgemein, durch Anwenden passender entmagnetisierender Einflüsse nach stärkster Magnetisierung angestrebt (**312**).

Um sich diese Verhältnisse wiederum anschaulich zu machen, braucht man nur abermals auf das Modell (Fig. 362 in **286**) zurückzugreifen. Ist der Reibungskoeffizient zwischen m und U sehr gross gewählt, so wird nach stärkster Ablenkung aus der Mittellage, also möglichster Anspannung von K, m sehr weit jenseits der Mittellage stehen bleiben, die „Remanenz" OR wird somit sehr gross. Die Faden s p a n n u n g S entspricht dem Antrieb H, dessen Zusammenhang mit der Magnetisierung I, bezw. der spezifischen Induktion B durch die Magnetisierungskurve OG (Fig. 361) gegeben ist, und besitzt alsdann gleiche Grösse mit der Reibungskraft R zwischen m und U. Dieser Zustand wäre aber sehr labil, da bei jeder Erschütterung, oder bei sonstigen entspannenden Kräften, die den Wert von R vorübergehend verkleinern, auch dementsprechend das vorhandene Feld bezw. S durch weiteres Heranziehen von m nach der Mittellage abnehmen würde (**286**). Um durch die Einwirkung solcher Einflüsse die angestrebte Konstanz von S bezw. H oder des Feldes im Luftraume des Dauermagneten nicht gefährdet zu sehen, muss man S absichtlich kleiner als R wählen. Im Modell wäre also m näher an die Mittellage zurückzuführen, und man würde das Verhältnis $\frac{R}{S}$, besser $\frac{R_b}{S}$ als „Sicherheitsfaktor" gegen zufällige entspannende Einflüsse von aussen ansehen können. Durch diese künstliche Entmagnetisierung würde man sonach mit demjenigen Punkt (vgl. Fig. 363), welcher den noch verbleibenden Restmagnetismus charakterisiert, auf der Ordinatenachse abwärts steigen in die Hystereseschleife hinein. Wäre z. B. für eine bestimmte (reduzierte) Länge des Luftweges die Scherung der Hystereseschleife, gegenüber derjenigen bei geschlossenem Eisenweg, durch die Scherungsgrade OT gegeben (vgl. Fig. 363, sowie in **292**), so dass der b l e i b e n d e Restmagnetismus durch OR_b dargestellt ist, so müsste der für den permanenten Magneten gewählte Spannungs- oder Zwangszustand so gewählt werden, dass ihn ein Punkt der Strecke OR_b darstellt, dessen Abstand $OS \lessdot OR_b$ wäre. Der Grad der Sicherheit für die „Permanenz" wäre sonach genauer durch die Grösse der entmagnetisierenden Kraft ($-OD$) gegeben, welche jenen Punkt, unter Verschieben der Ordinatenachse nach dieser Seite, zuerst aus der Hystereseschleife herausbringen würde. Hierdurch wird die Wichtigkeit eines hohen Wertes von OC für diesen Zweck klar. Bei permanenten Magneten von erprobter Güte schwankt jener „Sicherheitsfaktor" $\frac{R}{S}$ der Entmagnetisierung (richtiger wohl der Magnetisierung) zwischen 3 und 6 (vgl. ETZ 1896, 545; weiteres siehe **312**).

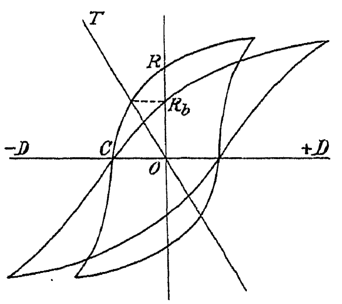


Fig. 363.

Dass diesen Hilfsvorstellungen nur ein beschränkter Analogiewert, aber ein gedankenökonomischer Vorteil zukommt, bedarf nach den früheren Ausführungen (**44** ff.) kaum des Hinweises. Wegen ihrer Übersichtlichkeit schienen sie mir noch am ehesten geeignet, im folgenden zum Zwecke leichterer Verständigung als Zwischenglied der Beschreibung zu dienen. Darum wurden sie hier etwas eingehender behandelt.

Dass auch für die magnetischen Erscheinungen nicht nur mechanische Analogien als Hilfsvorstellungen in Frage kommen, sondern dass auch solche aus anderen Gebieten der Physik gute Dienste leisten können, ist nach den früheren Ausführungen (**52**) wahrscheinlich. Als Beispiel für eine Hilfsvorstellung, welche der Optik entnommen ist, sei auf die Bezeichnung „magnetische Spiegelbilder" (vgl. ETZ 1901, 303) hingewiesen, die unter Benutzung der optisch geläufigen Thatsache der Reflexion diesen Begriff auf das magnetische Gebiet überträgt. Hierbei wird die weiche Eisenmasse, welche in ein vorher eisenfreies Spulenfeld (ausserhalb der Wickelung) hineingebracht wird, als magnetisch reflektierend, bezw. bei ebener Oberfläche spiegelnd angesehen. Diese Auffassung erscheint nach den Untersuchungen von Jäger (a. a. O.) deshalb berechtigt, weil eine ausserhalb befindliche Eisenplatte das Spulenfeld in genau gleicher Weise verstärkt, wie eine zweite Magnetisierungsspule, die im Spiegelbild der ersten angebracht und ihr völlig gleich ist. **288.** Optische, elektrische und sonstige Analogien.

Auf dasselbe Gebiet der Physik bezieht sich die Bezeichnung „magnetische Schirmwirkung" oder auch Abblendung. Hierdurch findet die Erfahrungsthatsache ihren Ausdruck, dass ein Raumteil durch Umgeben mit einem Schirm oder Schutzmantel aus weichem Eisen sich in ähnlicher Weise verhältnismässig frei von magnetischen Kraftlinien (genauer Induktionslinien, vgl. **179**) erhalten lässt, wie er frei von Lichtstrahlen wird beim Umgeben mit einem für Licht schwer durchlässigen Schirm. Bei näherem Zusehen stellt sich aber dieses Bild als nur teilweise zutreffend heraus, da in Wirklichkeit die magnetische Schirmwirkung hier den Charakter einer Abblendung, vielleicht noch besser einer totalen Reflexion trägt. Die Befreiung von magnetischen Kraftlinien entspricht also der Verdunkelung eines Raumteiles durch Umgebung mit einem total reflektierenden, aber nicht absorbierenden Mantel. Die Ablenkung oder Brechung der magnetischen Induktionslinien, gegenüber den Bahnen der eigentlichen Kraftlinien des Feldes, findet beim Hineinbringen eines Körpers von grösserer Permeabilität ja in ganz entsprechender Weise statt, wie dies schon früher (**116**) bei der Darstellung des elektrischen Feldes, sowie weiterhin (**174**) bei der Verteilung der Stromlinien zwischen Leitungsbahnen verschiedener Leitfähigkeit angegeben wurde.

Besitzt der Körper von wesentlich höherer Durchlässigkeit (z. B. Eisen) hohlzylindrische Form, so folgt hieraus eine (magnetische) Schirmwirkung des Hohlraumes von verhältnismässig geringer Durchlässigkeit (z. B. Luft) durch seitliche Ablenkung nach Art einer totalen Reflexion, wie dies Fig. 364 erkennen lässt. Nach Du Bois (vgl. ETZ 1898, 379) wäre das Verhältnis des Innenfeldes H_i zum Aussenfeld H_a als „inneres Schutzverhältnis" g mit grosser Annäherung durch die Gleichung gegeben:

$$g - 1 = \frac{1}{4} (\mu - 2) \left(1 - \frac{r_i^2}{r_a^2}\right),$$

wenn μ die Permeabilität des Schirmzylinders mit dem Innenradius r_i und dem Aussenradius r_a ist. Bei dieser, neuerdings für die „Panzergalvanometer“ wichtig gewordenen Schirmung des Innenraumes vor Feldwirkungen, namentlich aber vor Feldänderungen durch äussere Ströme ist jedoch darauf zu achten, dass ein ausreichender Schutz im allgemeinen wegen der Vertikelkomponente des Erdfeldes nicht erlangt wird, wenn der zylindrische Mantel nicht auch oben und unten deckt, d. h. sich einem kugelförmigen Schirm annähert.

Zur Vermeidung von Missverständnissen sei übrigens bemerkt, dass die Bezeichnung „magnetische Schirmwirkung“ neben der obigen Bedeutung, welche zuerst von STEFAN (1882, W. S. B. 85, 622) gebraucht und zur Anwendung vorgeschlagen wurde, noch eine andere Bedeutung in der FÖPPLschen Theorie des permanenten Magnetismus auf MAXWELLscher Grundlage besitzt (vgl. FÖPPL, Einführung in die MAXWELLsche Theorie der Elektrizität, Seite 130, sowie 204 bis 212). FÖPPLS Einteilung der ferromagnetischen Materialien in „magnetisch weiche“ und „magnetisch harte“ geht von der Annahme aus, dass die Zwischenschaltung der „weichen“ zwischen felderregenden Stromleiter und Aufpunkt keine Verminderung der magnetischen Feldstärke H am Aufpunkt zur Folge habe, also nur eine Vermehrung der magnetischen Induktionslinien im weichen Material, wie Schmiedeeisen; dass die Zwischenschaltung der „harten“, wie gehärteter Stahl, hingegen eine Verminderung von H am Aufpunkt veranlasst. Die Untersuchungen haben bisher widersprechende Resultate geliefert (vgl. z. B. KOHN 1896, WIED. Ann. 58, 527 und BECK 57, 464) und können um so weniger als Entscheidung über das Zutreffen oder Nichtzutreffen einer Unterscheidung in magnetisch harte und weiche Körper in dem von FÖPPL angenommenen Sinne gelten, als sie bei der Kleinheit der beobachteten Differenzen eine nicht völlig einwurfsfreie Versuchsanordnung benutzen.

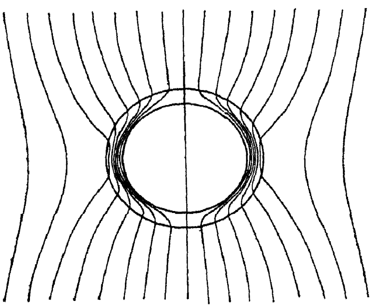


Fig. 364.

Einen ungefähren Überblick über die Verteilung und den Verlauf der magnetischen Induktionslinien in der Nähe einer Grenzfläche, z. B. Eisen — Luft, gewährt das Tangenten-Brechungsgesetz, wie es für das elektrische Feld in **117**, sowie für die Strömungslinien in **174** angegeben wurde, wobei die Permeabilität μ der beiden Medien an Stelle der Dielektrizitätskonstanten $\varkappa$ bezw. der Leitfähigkeit k tritt. Die Vorstellung eines „magnetischen Induktionsflusses“ in Verbindung mit dem Prinzip der Erhaltung seiner Totalität, gemessen in Induktionslinien (Kraftlinien), gestattet auch hier eine ganz entsprechende Behandlung und Zerlegung des magnetischen Feldes, wie dies ausführlicher (**112**) beim elektrischen Feld behandelt wurde, worauf hier nochmals verwiesen sei. Unter Berücksichtigung des Vektorcharakters der magnetischen Ausgleichgrössen ergiebt sich also einerseits durch den Verlauf der magnetischen Induktionslinien eine Zerlegung des ganzen Feldes in beliebig dünne Einheitssolenoide, deren jedes den konstanten Induktionsfluss Eins, also dasselbe dN bezw. $B \cdot dq$ in sich aufnimmt; andererseits ergiebt sich durch den Verlauf der magnetischen Äquipotentialflächen oder der „lamellaren Vektorverteilung“ eine Zerlegung des ganzen Feldes in

beliebig dünne Schalen oder Lamellen, deren zwei Grenzflächen an allen Punkten denselben Unterschied Eins im magnetischen Antrieb (Gefälle H), also dasselbe dH, sowohl relativ als absolut aufweisen. Durch das Schneiden dieser aufeinander senkrecht stehenden Scharen von B- und H-Flächen ergiebt sich sonach eine Zerlegung des ganzen magnetischen Feldes in Einheitszellen von gleichem magnetischen Energiegehalt $dN \cdot dH$. Weiteres über die Verwendung dieser Hilfsvorstellungen in der Theorie siehe ausser H I, 3 namentlich in Du Bois, Magnetische Kreise Teil I.

B. Die ferromagnetischen Begriffe und Erscheinungen.

Der Wechsel des Standpunktes, welcher mit dem volleren Überblick über das magnetische Erscheinungsgebiet zusammenhing (**284**), hat auf die Bewertung der Begriffe, und im Anschluss hieran, auf die Auswahl der Bezeichnungen einen wesentlichen Einfluss ausgeübt, leider ohne bis jetzt eine durchgreifende Klärung in Gestalt einer hinreichenden Vereinheitlichung herbeiführen zu können. Grade die mannigfaltige Bezeichnungsweise für dieselbe Erscheinungsseite in Verbindung mit der häufig irreleitenden Wahl der Benennung vermag auf dem magnetischen Gebiet bei dem weniger Eingeweihten bezw. dem Studierenden soviel Verwirrung anzurichten, wie vielleicht auf keinem anderen Gebiet der Physik. Viele Begriffe und Bezeichnungen, welche vom neuen Standpunkt aus keine, oder nur mehr eine sehr untergeordnete Bedeutung besitzen, sind trotzdem auf Grund der geschichtlichen Entwickelung in den gegenwärtigen Wissensbesitz mit herübergetragen worden, ohne immer hinreichend scharf als Überbleibsel gegenüber den weitaus herrschenden Hauptbegriffen erkennbar zu sein. Ein weitgehender Mangel an richtiger Wertung der Begriffe und ihres gegenseitigen Verhältnisses kann aber einen geradezu schädlichen Einfluss solcher Wissensrudimente zur Folge haben. **289.** Wertung der Begriffe und Formulierungen.

Die Erkenntnis, dass nicht die magnetischen Momente (vgl. TM und RM in **282**) das Charakteristische für einen magnetischen Erscheinungsfall darstellen, sondern die in jedem Vollquerschnitt konstante Grösse des magnetischen Induktionsflusses (N), gemessen durch die Kraftlinienzahl, lässt den Kreislaufcharakter jedes Einzelfalles und diejenigen magnetischen Ausgleichgrössen, welche einen solchen magnetischen Kreislauf bedingen, als die beste Grundlage für den Aufbau alles weiteren erscheinen. Diese stammartige Zusammenfassung aller Erscheinungsfasern des organisierten magnetischen Erscheinungsgebietes findet sich in den beiden Hauptformulierungen

$$N = \frac{D}{S_m} = \frac{1{\cdot}26 \cdot AW}{\left(\frac{l}{q \cdot \mu}\right)} \quad \text{und} \quad B = \mu \cdot H = \frac{H}{\xi}.$$

Diese werden als identisch kenntlich, wenn man die (erste) Formel für den vollständigen Kreislauf durch andere Gruppierung der Dimensionsfaktoren, nämlich

$$\left(\frac{N}{q}\right) = \mu \cdot \left(\frac{1{\cdot}26\ A W}{l}\right)$$

umformt, unter erneuter Symbolisierung der Klammerausdrücke als B bezw. H, diese auf einen passend gewählten Unterteil des magnetischen Kreislaufes anwendet und so in die zweite Formel überführt. Nach den früheren Betrachtungen über die Kreislaufnatur (**179**) lässt das Gesamtgefälle D eine Zerlegung in beliebig viele Teilgefälle $\sum_0^l H$ längs jeder Einheitsröhre (Induktionsröhre) zu. Dies entspricht der Zerlegung des gesamten magnetischen Spannwiderstandes $(S_m)_1$ jeder Einheitsröhre (**113**) in die Teilwiderstände $l \cdot \xi$ in Reihenschaltung (siehe in **286**, wo ξ durch Fadenspannung der einzelnen Moleküle zur Darstellung gebracht ist). Mit Rücksicht auf das CGS-System ist es natürlich, die magnetischen Antriebseinheiten, d. h. die Grösse des magnetischen Gefälles H (Potentialfall) auf den Weg eines Zentimeters, als (spezifische) Vergleichseinheit, zu benutzen.

Denkt man sich bereits eine über den Leitungsquerschnitt verteilte elektrische Stromstärke in Stromfäden mit dem Einheitsquerschnitt zerlegt, so weist der magnetische Gesamtausgleich in noch höherem Masse (**181**) auf eine Zerlegung in Teilquerschnitte mit angenähert homogenen Ausgleichverhältnissen hin. Auch hier ist die Zerlegung eines Niveauflächenquerschnittes (mit der Gesamtzahl N an hindurchtretenden Kraftlinien) in Einheitsquerschnitte von 1 cm² und die Benutzung der Kraftlinienzahl B im Einheitsquerschnitt als (spezifischer) Vergleichswert naheliegend. Die spezifischen Grössen H und B können natürlich auch auf beliebige und weit unterhalb eines cm bezw. cm² liegende Dimensionen Anwendung finden durch Umrechnung der wirklichen Werte auf diese Einheit.

Werden diese beiden spezifischen Ausgleichgrössen (H und B) auf einen Raumteil angewendet, der mit homogenem Material erfüllt ist, so folgt hieraus als logisch notwendige, dritte Bedingungsgrösse (**68**) der magnetische Materialkoeffizient jenes Materials. Er pflegt gewöhnlich in der mit $\varkappa$ bezw. k analogen Form (**115**), d. h. als magnetische Permeabilität $\mu = \frac{1}{\xi}$ eingeführt zu werden. Der magnetische Widerstandskoeffizient ξ würde also dem elektrischen ϱ entsprechen.

Die Auswahl der Formulierung, ob Integralform mit Betonung der Gesamterscheinung, ob Differentialform mit Eingehen auf einen bestimmten, mit besonderer Aufmerksamkeit betrachteten Unterteil, wird durch praktische, richtiger vielleicht wissenschaftstechnische Gesichtspunkte bedingt sein (**102**), aber keinen Wechsel der Grundlage darstellen. Meist ist der Kreislauf aus in Reihe geschalteten Eisen- und Luftstrecken zusammengesetzt, oder, anders ausgedrückt, jede Induktionsröhre verläuft teils im „Ferrikum", teils im „Interferrikum". Dies lässt die Differentialform ($B = \mu \cdot H$) als die praktisch wichtigere erscheinen. Sie ist auch die häufiger gebrauchte Form im Gegensatz zu den elektrischen Verhältnissen, wo aus den früher (**181**) erwähnten Gründen die Integralform häufiger benutzt wird, unter Bevorzugung der Begriffe Stromstärke J und Widerstand R, während Stromdichte und Leitvermögen, besonders aber das elektrische Spannungsgefälle E_1 (auf die Längeneinheit der Stromlinien) viel weniger benutzt werden.

Schon die Mannigfaltigkeit der gleichwertigen Bezeichnungen für die spezifischen magnetischen Grundgrössen, nämlich Induktion, magne-

tische Induktion, Stärke der Induktion, Permeation, innere Magnetisierung, Zahl der magnetischen Linien im Material auf den cm^2 und so fort für B, ferner magnetisierende Kraft oder magnetische Kraft an einer Stelle, Stärke der magnetisierenden Kraft, Feldstärke, Felddichte, spezifische Intensität des magnetischen Feldes, Zahl der magnetischen Linien für das cm^2 in der Luft und so fort für H, endlich Durchlässigkeit (Permeabilität), magnetische Durchlässigkeit, spezifische Leitungsfähigkeit für magnetische Linien, magnetische vervielfachende Kraft des Materiales, magnetische Induktionskapazität, Aufnahmefähigkeit für magnetische Kraftlinien und so fort für μ, wirkt leicht verwirrend; in noch höherem Masse ist dies der Fall durch das Hinzutreten einer entwickelungsgeschichtlich begründeten Unklarheit. Der Umstand, dass der Wert von μ bei allen „unmagnetischen" Materialien praktisch der Einheit sehr nahe kommt, sowie die unglückliche, willkürliche Festsetzung bei den heute noch benutzten Dimensionsformeln, welche μ als einfache Zahl, d. h. als dimensionslos betrachtet (weiteres siehe in Bd. II unter Masssysteme), haben eine logisch unheilvolle Vermischung oder Verwechselung von Ursache (H) und Wirkung (B) in sehr vielen Fällen zur Folge gehabt. Zum Teil spiegelt sie sich auch in der unglücklich und irreleitend gewählten Bezeichnung, z. B. Feldstärke für H, wieder. Leider wird hierdurch das Verständnis der begrifflichen Grundlagen gerade bei der praktisch wichtigen Differentialform ($B = H \cdot \mu$) erschwert, und der Vorgang des Umdenkens, wie es der oben erwähnte Wechsel im Standpunkt notwendig im Gefolge hat, verzögert. Zur besseren Vermeidung jener Verwechselung wurde daher in diesem Bande für H die Bezeichnung „spezifische magnetische Antriebskraft" oder kürzer „magnetisierende Kraft", öfter auch „magnetisches Gefälle", in Analogie mit dem oben erwähnten E_1, bevorzugt (**179** ff.).

Die Integralform des magnetischen Ausgleichgesetzes und die Beziehung zu den elektrischen und dielektrischen Verhältnissen wurde bereits früher (**68**, **115**, **181**) behandelt, so dass hier die für ferromagnetische Erscheinungen in erster Linie wichtige Differentialform als Ausgangspunkt für das Weitere dienen soll.

Für einen mit homogenem Material erfüllten Raumteil bestimmt man das Verhältnis der Wirkung B zu der Ursache H, d. i. seine magnetische Permeabilität (Richtbarkeit) $\mu = \left(\frac{B}{H}\right)$, indem man eine der näher in Bd. II behandelten Messmethoden benutzt; meist ist es eine ballistische Methode durch Erzeugung eines Induktionsstosses infolge Feldänderung (vgl. **293**). Hierbei findet man als Erfahrungsthatsache (**281**), dass alle nicht ferromagnetischen Materialien einmal nur sehr geringe Unterschiede gegeneinander, sowie gegen das Vakuum aufweisen, und ein zweites Mal, dass ihr (gewöhnlich gleich der Einheit gesetzter) Wert von μ praktisch konstant ist, also für die weitesten Grenzen von B und H keine erhebliche Abweichung von 1 erfährt. Diese Erfahrungsthatsache erklärt auch die oben erwähnte häufige Vermengung von H und B, wenn sie sie auch in logischer Beziehung nicht zu entschuldigen vermag. Wenn auch zahlenmässig häufig statthaft, so ist doch diese Vermengung von Ursache (H) und Wirkung (B) logisch ebensowenig zulässig, wie elektrisch die Vermengung von Spannung (in Gestalt des Einheitsgefälles E_1) und Stromdichte, deren Verhältnis das dem μ analoge spezifische elektrische Leitvermögen liefert.

290. μ-Werte. Beschränkungen ihrer Eindeutigkeit.

Würden die ferromagnetischen Materialien einen zwar von 1 verschiedenen, aber sonst konstanten Wert von μ besitzen, würde die graphische Dar-

stellung mit der Ursache H als Abscisse und der Wirkung B als Ordinate (vgl. Fig. 366), sonach durch eine Gerade erfolgen, wie dies mit dem Wert von k der Fall ist, so wären die magnetischen Ausgleichverhältnisse nicht verwickelter als die elektrischen. Dies ist jedoch erfahrungsgemäss nicht der Fall, sondern es bestehen nach drei Richtungen hin Komplizierungen, welche die Übersicht der magnetischen Verhältnisse erschweren. Die beim Ferromagnetismus hinzutretenden Grunderscheinungen sind erstens die zu den verschiedenen Teilen des Hauptkreislaufes stets vorhandenen „magnetischen Nebenschlüsse“ oder die unvermeidliche Erscheinung der „Streuung“, zweitens die magnetische Sättigung, drittens die magnetische Molekularreibung. Weil deren Einfluss die Erscheinungen in steigendem Masse kompliziert, so sollen sie auch nacheinander betrachtet werden und zwar in der Reihenfolge, dass die zunehmende Mannigfaltigkeit der Erscheinungen und Begriffe in ihrem natürlichen Wachstum kenntlich wird.

Die Erscheinung der „Streuung“, d. i. der Verlust an Kraftlinien bezw. Stromlinien durch Nebenausgleichbahnen lässt sich bei elektrischen Ausgleichvorgängen soweit herabdrücken, dass er in den meisten Fällen praktisch vernachlässigbar ist, in den übrigen allerdings auch eine bedeutende Erschwerung der analytischen Behandlung bezw. Theorie darstellt (vgl. **173** ff.). Stets in merkbarer Weise vorhanden ist sie dagegen bei den Verhältnissen des elektrischen Feldes, wo sie sich aber analytisch in exakter Weise nur in wenigen Fällen (**114**) behandeln lässt. Den elektrostatischen hierin nahestehend sind die magnetischen Verhältnisse, wo sich ebenfalls die Bahn für den Hauptausgleich stets in ein Medium von unzureichender Kraftlinienisolierung eingetaucht findet. Allerdings sind die Störungen und Korrektionen durch Streuungseinflüsse erheblich geringer als bei den elektrischen Feldern oder Kraftlinien. Bezieht man das Verhältnis der spezifischen Ausgleichvermögen von Hauptbahn und Umgebung (Nebenbahnen) auf letztere, d. i. das nebenschliessende Medium als Einheit, so liegt das magnetische (μ) meist viel höher als das dielektrische ($\varkappa$), wenn auch viel niedriger als das elektrische (k). Die Grösse dieses Verhältnisses bewegt sich auf magnetischem Gebiet (μ) meist in der Grössenordnung 10^2 bis 10^3 (vgl. Fig. 368), liegt also zwischen den dielektrischen, deren $\varkappa$ zwischen 10^0 und 10^1 zu liegen pflegt, und den elektrischen, wo das Verhältnis von k zwischen Leiter und Isolator unschwer auf 10^{15} bis 10^{20} zu bringen ist (vgl. **211** und **230**).

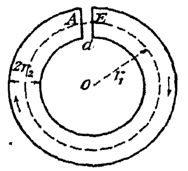


Fig. 365.

Was jedoch die Verhältnisse wiederum verwickelt, ist die Verbindung der Streuungserscheinung mit der magnetisch in hohem Masse hervortretenden Sättigungserscheinung, oder die Veränderlichkeit von μ beim gleichen Material abhängig von seinem B-Wert. Sieht man aber an dieser Stelle zunächst von extrem niedrigen μ-Werten beim Ferrikum ab, so lassen sich bei geeigneter Formgebung des Kreislaufes (vgl. **291**) die Änderungen der Streuung innerhalb kleiner Grenzen halten (vgl. **292**), und die Streuungseinflüsse selbst, ähnlich wie bei den elektrischen Feldern angedeutet (**112** ff.), berücksichtigen. Über ihre Berücksichtigung bei praktischen Konstruktionen, welche für den Konstrukteur äusserst wichtig ist, sowie über die hierfür gebräuchlichen Annäherungsformeln und vereinfachenden Annahmen sei auf die Bände III bis V des Handbuches verwiesen.

An dem der Theorie besser zugänglichen Fall eines geschlitzten „Toroides“ (kreisförmiger Eisenkörper von gleichem Querschnitt mit planparalleler Unterbrechungsfuge d, vgl. Fig. 365) wurde diese Erscheinung durch H. LEHMANN experimentell untersucht (1893, WIED. Ann. 48, 406) bezw. DU BOIS, M. Kr. § 83 ff.); hierauf ist noch näher in **292** bei Behandlung der Scherung eingegangen. Die Theorie dieser Erscheinung und die „Entmagnetisierungs“-Einflüsse von Luftstrecken (vgl. **291**) wurden ausser von DU BOIS (M. Kr. § 66 ff.) bereits von GREEN (1828) und POISSON, später von F. NEUMANN (1848),

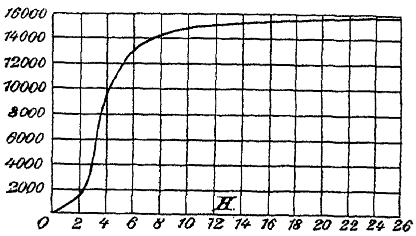


Fig. 366.

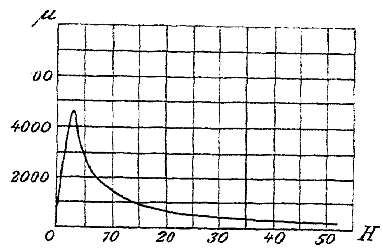


Fig. 367.

KIRCHHOFF, BEER, C. NEUMANN, L. WEBER, RIECKE und WASSMUTH (1893) behandelt (vgl. DU BOIS § 71), doch sei hier auf diese fast rein mathematischen Betrachtungen und Kunstgriffe (vgl. **291**) nicht näher eingegangen.

Der nächsthöhere Grad der Mannigfaltigkeit in den ferromagnetischen Begriffen und Erscheinungen ist durch die Erfahrungsthatsache der Sättigung gegeben. Denken wir uns die magnetische Einheitsrichtkraft H, welche auf einen Raumteil mit homogenem, ferromagnetischem Material wirkt, zwischen Null und möglichst hohen Werten variiert, ferner zu den wachsenden Werten von H die zugehörigen Werte von B (der spezifischen magnetischen Induktion) ermittelt und die Beobachtungspunkte durch eine Kurve graphisch dargestellt, wie dies für ein sehr weiches Eisen (ROWLANDS Norwegeisen) in Fig. 366 bis 368 geschehen ist (über die ξ_f-Kurve siehe in **292**), so zeigt der Quotient (Materialkoeffizient) $\mu = \frac{B}{H}$ keine Konstanz, sondern eine stetig variierende Kurve. Sowohl die μ, H-Kurve (Fig. 367) als auch die μ, B-Kurve (Fig. 368) zeigt ein Maximum, keine von beiden verläuft aber zu diesem Maximum symmetrisch, oder lässt sich mathematisch in einfacher Form ausdrücken. Auch die unmittelbar erhaltene B, H-Kurve (Fig. 366) liefert, in hinreichend weiten Grenzen ermittelt, einen zwar durch ihre anfängliche Abbiegung von der H- und spätere Abbiegung von der B-Achse charakteristischen Verlauf, jedoch ohne eine ausreichend zuverlässige analytische Formulierung zu gestatten. Die früheren, sehr zahlreichen Bemühungen (**282**) nach dieser Richtung haben alle nur beschränkte Annäherungsformulierungen geliefert.

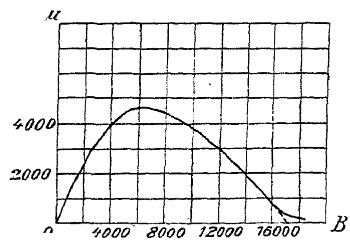


Fig. 368.

Wenn man in letzter Zeit diese Bemühungen einer analytischen Formulierung der B, H-Kurve in geringerem Masse beobachtet, so hat dies, abgesehen von

der Erkenntnis einer geringen praktischen Bedeutung, wohl auch darin seinen Grund, dass man, dem höheren Wissensstande entsprechend, den Mangel der Eindeutigkeit bei diesen B, H-Kurven schärfer erkannt hat. Nimmt man einen etwaigen Einfluss der oben erwähnten Streuung auf die direkten Beobachtungswerte als hinreichend berücksichtigt an, so hat jener Mangel doch immer noch zwei Ursachen, welche scharf auseinander zu halten sind, da sie von zwei verschiedenen Seiten her ihren Einfluss ausüben und sich auch mit verschieden hohem Grade von Zuverlässigkeit berücksichtigen lassen: Dies ist einerseits der Scherungseinfluss, welcher sich vollständiger berücksichtigen lässt, weil er mit der Grundlage des magnetischen Kreislaufcharakters zusammenhängt; andererseits der gleichsam aufgelagerte und weniger sicher zu verbessernde Einfluss der magnetischen Molekularreibung. Da bei der messenden Ermittelung der B, H-Kurve, oder der sie aufbauenden Zahlenwerte, diese beiden magnetischen Grunderscheinungen als unvermeidlich stets mit ins Spiel kommen, so fragt es sich nur, wie zuverlässig die erforderlichen Korrektionen an der unmittelbar beobachteten B, H-Kurve (Rohkurve, Bruttokurve) sich anbringen lassen, um die Reinkurve (Nettokurve) zu erhalten, welche überhaupt erst eine Vergleichung mit anderen, sowie eine weitere Behandlung zulässt.

291. Magnetisches Nettogefälle H. Entmagnetisierungsfaktor.

Auch hier liegen die Verhältnisse magnetisch ungleich verwickelter, als bei den analogen elektrischen Fällen, und diese Schwierigkeiten bedingen geringere Grade der Zuverlässigkeit für die Endwerte. Während beim elektrischen Kreislauf die direkte Messung einer Teilspannung zur Ermittelung von E_1 (**289**) keine besonderen Schwierigkeiten bietet, ist im magnetischen Kreislauf die Messung eines Teilwertes D' (**286**), der auf die bestimmte Kreislaufstrecke des zu untersuchenden Eisenstückes entfällt, nicht direkt, sondern nur indirekt durch ein- oder mehrfache Teilung des Gesamtwertes von $D = 1{\cdot}26\ AW$ möglich. Mit dieser Unsicherheit der richtigen Teilung des letzten unmittelbar beobachtbaren Wertes (D) ist naturgemäss auch der aus D' gewonnene und für die B, H-Kurve benutzte Wert von H behaftet. Der Grad der Zuverlässigkeit hängt einmal von dem Verhältnis des D' zu dem unmittelbar beobachteten D, ein zweites Mal von der Zahl der Teile ab, in welche D zerfällt. Am günstigsten nach dieser Richtung erscheinen daher die Ringmethoden, bei denen der ganze Kreislauf aus dem zu untersuchenden Material besteht, also D' gleich, oder wenigstens sehr nahe gleich D gesetzt werden kann; doch sind hier gewisse Schwierigkeiten hinsichtlich ausreichender Homogenität der Materialprobe, sowie Gleichförmigkeit von B weniger leicht zu überwinden. In zweiter Linie stehen die nur aus einem „Ferrikum“ und einem „Interferrikum“ bestehenden magnetischen Kreise. Ist das letztere in seinen Dimensionen bei allen Werten von B ausreichend konstant, z. B. nicht durch die magnetischen Zugkräfte (**298**) beeinflusst, sind ferner die Streuungsverhältnisse nicht variabel, so ist die Zerlegung von D in $D' + D''$ verhältnismässig einfach. Bei Konstanz der Permeabilität des Luftweges μ'', also Proportionalität von D'' mit B, erfolgt sie mit Hilfe der Scherungsgeraden. Aber auch hier nimmt bei sehr hohen Werten von B die Zuverlässigkeit ab infolge der stärkeren Veränderung des Verhältnisses $\mu' : \mu''$. Dies hat eine Änderung in der Nebenschlusswirkung der Luft oder in den Streuungsverhältnissen zur Folge (vgl. oben), und damit eine schwerer bestimmbare Abweichung der Scherungslinie, welche D in D' und D'' teilt, von der Geraden (siehe in **292** bei Fig. 372).

Die Abspaltung des auf das Interferrikum treffenden Teilwertes D'' von dem direkt bestimmbaren D lässt sich absolut, das heisst nur auf Grund der der Messung zugänglichen Dimensionen des Interferrikums ohne Zuhilfenahme einer magnetischen Vergleichsnormale, mit ausreichender Zuverlässigkeit eigentlich nur in folgenden zwei Fällen ermöglichen: erstens bei nahezu eisengeschlossenem Kreislauf mit planparalleler Begrenzung des Interferrikums, welches einen relativ sehr grossen Querschnitt zu der in Richtung der magnetischen Kraftlinien gemessenen Länge haben muss; zweitens bei geraden Eisenproben von grosser Länge gegenüber ihrem Querschnitt in völlig eisenfreier Umgebung. Die Verhältnisse des ersten Falles sind theoretisch von Du Bois, experimentell von H. Lehmann (vgl. **290**, sowie **292**) an einem Toroid mit verschiedenen Schlitzlängen untersucht worden. Der Verlauf der Scherungs- oder Entmagnetisierungs l i n i e n wurde für die verschiedenen Fugenlängen einschliesslich der Nebenschluss- oder Streuungswirkung ermittelt (vgl. Fig. 372 in **292**); anders ausgedrückt: es wurde der magnetische Widerstand (**286**) S_m'' entsprechend der Gleichung $D'' = S_m'' \cdot N''$ bestimmt. Beim zweiten Fall, den geraden Stäben in einer Umgebung, welche auf grosse Entfernung die unveränderliche magnetische Permeabilität $\mu'' = 1$ besitzt, ermöglicht die völlige Symmetrie des Rückschlusses im Interferrikum eine ausreichende mathematische Behandlung. Hierdurch kann Verlauf und Form der „Solenoide“ (**288**), welche den Kreislauf schliessen, bestimmt und dadurch ein resultierender Ausdruck für das S_m'' dieses Rückschlusses gewonnen werden. Dies geschieht durch Zurückführung seines stark veränderlichen und sehr grossen Ausgleichquerschnittes auf den Eisenquerschnitt q mit g l e i c h w e r t i g e r (reduzierter) Länge l''. Dieses S_m'', welches nach Entfernung der ursprünglichen $MMK(D)$ in erster Linie für die „Selbstentmagnetisierung“ des Kreislaufes bezw. Stabes in Betracht kommt und mit dem Dimensionsverhältnis $m = \left(\frac{l}{q}\right)$ des Stabes in engstem Zusammenhang steht (**286**), liegt in etwas abgeänderter Form der Grösse (γ) zu Grunde, welche meist als „Entmagnetisierungsfaktor“ bezeichnet wird. Mit m^2 multipliziert ergiebt γ einen Wert c, der bei zylindrischen Stäben sich einem konstanten Betrage annähert, den er für $m \gtrsim 100$ erreicht, wie die Tabelle der theoretischen Entmagnetisierungsfaktoren nach Du Bois (vgl. M. Kr. § 31, wo jedoch γ mit N bezeichnet ist) unter Hinzufügung der von R. Mann an kreiszylindrischen Stäben e x p e r i m e n t e l l ermittelten Werte γ_e erkennen lässt (siehe folgende Seite).

Was die Formulierung des in der Theorie viel benutzten Begriffes „Entmagnetisierungsfaktor“ (γ) anlangt, so ist folgendes zu beachten: Die Einführung dieses Hilfsbegriffes entspringt einerseits aus der Notwendigkeit, mit reduzierten Kreislaufdimensionen zu arbeiten, und ist andrerseits auf die Berücksichtigung der Sättigungserscheinung bei ferromagnetischen Materialien zurückzuführen.

Die Benutzung reduzierter Kreislaufdimensionen bei Anwendung des magnetischen Kreislaufgesetzes wird bereits bei dem (günstigsten) Fall eines geschlossenen Eisenkreises, z. B. Ringes, notwendig, weil die Längen der inneren und der äusseren Bahnelemente meist erheblich verschieden sind. Das Eingehen auf die Differentialbahnen in der Gleichung $B = H \cdot \mu$ kann wesentlich verschiedene Werte liefern, da der für alle Ausgleichkanäle übereinstimmende Wert von D für die inneren, kürzeren Querschnittelemente höhere Werte (H_i) von H liefert als für die äusseren, längeren (H_a), und

Entmagnetisierungsfaktoren von Zylindern und Rotationsellipsoiden.

$m = \left(\frac{l}{q}\right)$	Zylinder			Rotationsellipsoide		
	$c = m^2 \cdot \gamma$	γ	γ_e	γ	$c = m^2 \cdot \gamma$	Spezialfall
0	0	12·5664	—	12·5664	0	Dünne Platte
0·5	—	—	—	6·5864	—	Sphäroid
1	—	—	—	4·1888	—	Vollkugel
5	—	—	0·6800	0·7015	—	Ovoid
10	21·6	0·2160	0·2550	0·2549	25·5	„
15	27·1	0·1206	—	0·1350	30·4	„
20	31·0	0·0775	0·0898	0·0848	34·0	„
25	33·4	0·0533	0·0628	0·0579	36·2	„
30	35·4	0·0393	—	0·0432	38·8	„
40	38·7	0·0238	—	0·0266	42·5	„
50	40·5	0·0162	0·0183	0·0181	45·3	„
60	42·4	0·0118	—	0·0132	47·5	„
70	43·7	0·0089	—	0·0101	49·5	„
80	44·4	0·0069	—	0·0080	51·2	„
90	44·8	0·0055	—	0·0065	52·5	„
100	45·0	0·0045	0·0052	0·0054	54·0	„
150	45·0	0·0020	—	0·0026	58·3	„
200	45·0	0·0011	—	0·0016	64·0	„
300	45·0	0·00050	0·00075	0·00075	67·5	„
400	45·0	0·00028	—	0·00045	72·0	„
500	45·0	0·00018	—	0·00030	75·0	„
1000	45·0	0·00005	—	0·00008	80·0	„
∞	—	0	—	0	—	Endlos

damit eine ungleichförmige Verteilung von B und μ über den Querschnitt. Wie die Gleichung $B = H \cdot \mu$ beim Zusammenhalten mit der H, μ-Kurve (vgl. Fig. 367) einer Eisenprobe ohne weiteres erkennen lässt, wird die Verschiedenheit der äusseren Induktion (B_a) gegenüber der inneren (B_i) bei einer bestimmten Differenz von H_a und H_i um so grösser ausfallen, je stärker sich μ mit der Differenz $(H_i - H_a)$ ändert, so dass unter Umständen, bei geringeren Werten von H, der Wert B_i um das Zwei- und Mehrfache den Wert von B_a übertreffen kann. Aber auch wenn man bei gegebenem $D = 1{\cdot}26\ AW$ den Gesamtausgleich N ins Auge fasst und für das zur Ermittelung von N (nach der Gleichung $N = D : S_m$) notwendige $S_m = \frac{l}{q \cdot \mu}$ ein mittleres $(\mu)_m$ für den ganzen Querschnitt q einführt, der an allen Punkten von l konstant gedacht sei, so ist noch die Einführung eines reduzierten l nötig, da der mittlere Umfang im allgemeinen nicht den richtigen Wert darstellt. Entsprechend einer früheren Ableitung beim dielektrischen Wider-

stand (**115**) ergiebt sich nämlich der differentielle magnetische Widerstand einer kreisförmigen Induktionsröhre mit dem Radius ϱ, der Breite $d\varrho$ und der Höhe h zu

$$(S_m)_1 = \frac{2\pi\varrho}{h\cdot d\varrho}\cdot\frac{1}{\mu_m}, \text{ also } S_m = \int_{\varrho_i}^{\varrho_a}\frac{2\pi\varrho}{h\cdot d\varrho}\cdot\frac{1}{\mu_m} = \frac{2\pi}{h\cdot\mu_m}\int_{\varrho_i}^{\varrho_a}\frac{\varrho}{d\varrho} = \frac{2\pi}{h\cdot\mu_m} \qquad ln\left(\frac{\varrho_a}{\varrho_i}\right)$$

Führt man an Stelle des äusseren (ϱ_a) und inneren Radius (ϱ_i) des Eisenringes den mittleren Radius r und die Ringbreite b ein, so ist nur für r gross gegenüber b in dem Ausdruck

$$S_m = \frac{2\pi}{h\cdot\mu_m}\cdot\frac{1}{ln\left(\dfrac{r+\dfrac{b}{2}}{r-\dfrac{b}{2}}\right)} \text{ für } ln\left(\frac{1+\dfrac{b}{2r}}{1-\dfrac{b}{2r}}\right) \text{ der Näherungswert } ln\left(1+\frac{b}{r}\right) = \frac{b}{r}$$

zulässig; S_m ist also, bei Benutzung des mittleren Radius r, nur in jenem Grenzfall einfach durch $\frac{2\pi r}{\mu_m\cdot h\cdot b}$ auszudrücken.

Bei einem magnetischen Kreislauf, der Eisen und Luft, oder, allgemeiner, Ferrikum und Interferrikum in Reihe geschaltet enthält, ist zwar jene Verschiedenheit im magnetischen Widerstand der Induktionsröhren im allgemeinen geringer, hier tritt aber die Streuung um so mehr hervor. Dies geschieht in Form des Abrückens der magnetischen „Pole", d. i. der Austrittsschwerpunkte der magnetischen Kraftlinien (Induktionslinien), von den Endflächen der Eisenstrecke weg und macht die Einführung reduzierter Grössen in das Ausgleichgesetz notwendig. Der reduzierte Abstand l_m dieser Pole, welcher mit der Polstärke m multipliziert das (früher eine grosse Rolle spielende) magnetische Moment ($M = m\cdot l_m$) liefert, lässt sich streng nur für Rotationsellipsoide im homogenen Feld vorausbestimmen und beträgt $\frac{2}{3}$ der Länge des Ellipsoides. Für zylindrische Stäbe rücken die Pole weiter nach aussen, hängen aber von der Länge der Erregerspule etwas ab. Bei geraden Dauermagneten beträgt der Polabstand etwa $\frac{5}{6}$ der Stablänge. In allen Fällen tritt also, an Stelle der Abnahme von B_i nach B_a im Querschnitt der geschlossenen Ringe, eine Abnahme der magnetischen Induktion von der Mitte (B_m) nach dem Ende (B_e) zu ein. Dies, sowie der über die ganze Umgebung ungleichförmig verteilte magnetische Widerstand des Interferrikums macht für die analytische Formulierung eine Reduktion auf den Eisenquerschnitt, bezw. auf die Eisenlänge erwünscht; denn nur diese sind der Messung unmittelbar zugänglich und kommen für eine Benutzung des Ausgleichgesetzes in der Form

$$\frac{N}{q} = \frac{D}{l}\cdot\mu_g$$

zunächst in Frage. Hierbei bezeichnet wiederum $B = \frac{N}{q}$ die Einheitsinduktion im mittleren Querschnitt, $\frac{D}{l} = H$ das Einheitsgefälle bezogen auf die Stablänge l und μ_g eine mittlere Permeabilität des gemischten Kreislaufes, die natürlich kleiner ist als die wahre Permeabilität des Ferrikums und grösser

als die des Interferrikums. Von jenem reduzierten Einheitsgefälle H kann man sich nun einen Teil (H') zur Überwindung des magnetischen Widerstandes im Eisen, den Rest (H'') zur Überwindung des magnetischen Widerstandes in Luft benötigt vorstellen (**286**). Aus dieser Zerlegung

$$H: \quad H' + H'' = \frac{D'}{l} + \frac{D''}{l} \text{ und aus } D'' = N \cdot \frac{l''}{q \cdot \mu''}$$

würde sich auch die reduzierte Länge l'' des Interferrikums ableiten zu

$$l'' = \frac{l}{B} \cdot H'' \cdot \mu'' = l \cdot \frac{H''}{B}.$$

Die B, H-Kurve bei Ringen, ebenso wie die B, H'-Kurve bei ungeschlossenen Eisenkreisen stellt die früher (**290**) als Reinkurve bezeichnete Magnetisierungskurve eines Ferrikums dar.

292. Zerlegung der Eiseninduktion B. Magnetisierungsintensität. Scherung.

Die Erfahrung lehrt nun, dass zwar B nie einen Maximalwert erreicht, sondern mit Anwachsen von H bezw. H' stetig weiter wächst, es fällt jedoch auf, dass die Magnetisierungskurve hinter dem „Knie" sich einer Geraden annähert, und dass B oberhalb sehr hoher Werte von H nur noch um den Betrag von H bezw. H' selbst weiter wächst, so dass in Fig. 369, welche sich auf Gusseisen bezieht, etwa oberhalb $H = 1000$ der Ordinatenabstand $(B - B_0)$ zwischen der (strichlierten) Induktionskurve B und der (ausgezogenen) Geraden $B_0 = H \cdot 1$ konstant bleibt. Dies drängt nun die Vorstellung dazu, den Wert von B sich aus zwei Teilen zusammengesetzt zu denken, nämlich aus einer Induktion B_f, welche nur von den Molekülen des Ferrikums herrührt und einen Maximal- oder Sättigungswert erreicht, und aus einem zweiten Teil B_0, welcher von dem Zwischenmittel (Äther, vgl. **228**) herrührt, und dessen $\mu_0 = 1$ auch für die höchsten Werte von H (40 000, vgl. **280**) konstant bleibt. In Verbindung mit dieser Vorstellung liegt es übrigens auch ziemlich nahe, sich den grossen Unterschied zwischen den ferromagnetischen und den übrigen Stoffen, sowie die geringe Abweichung des μ der letzteren von 1 bezw. von dem „Vakuum" dadurch zu erklären, dass man die Moleküle der letzteren sich als äusserst schwach positiv oder negativ magnetisch vorstellt und die kleinen Abweichungen von 1 hierdurch erklärt, während der Grundstock des Wertes 1 stets durch das raumerfüllende Zwischenmittel (Äther) geliefert wird. Durch diese Teilung des Wertes B bezw. μ infolge der Sättigungserscheinung erhält man also die Gleichung

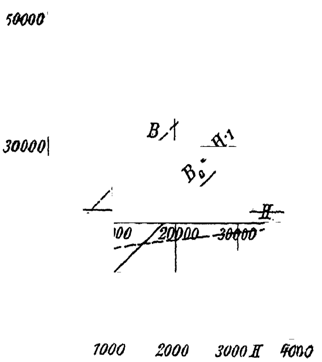


Fig. 369.

$$B_0 + B_f = H(\mu_0 + \mu_f),$$

wobei an Stelle von H gegebenenfalls H' zu treten hat (**291**).

Die Beibehaltung der Molekularhypothese legte es der früheren Vorstellung nahe, sich jedes Teilchen des Ferrikums nach Art der Erdkugel als zweipoligen Molekularmagneten mit einer Polstärke oder Intensität der Magnetisierung I vorzustellen, welche zwischen Null und einem

Maximalwert, dem Sättigungswert I_{max} variiert. Da nun die Polstärke 1 die Zahl von 4π Kraftlinien aussendet, so folgt aus dieser Vorstellung die Gleichung

$$B_f = 4\pi I$$

und bei Auflösung der Gleichung nach μ

$$\mu = \mu_0 + \mu_f = \frac{B_0}{H} + 4\pi\frac{I}{H} = 1 + 4\pi\varkappa,$$

wenn μ_0 als Einheit gewählt und die Magnetisierungsfunktion $\left(\frac{I}{H}\right)$ durch das Symbol $\varkappa$, die sogenannte Suszeptibilität, ersetzt wird.

Dem $\mu_f = 4\pi\frac{I}{H}$, bezw. bei gemischtem Kreislauf $= 4\pi\frac{I}{H'}$ würde die Einführung eines spezifischen magnetischen Widerstandes des Ferrikums $\xi_f = \frac{H}{B_f}$ bezw. $\frac{H'}{B_f}$ entsprechen, dessen Verlauf abhängig von H ungefähr umgekehrt

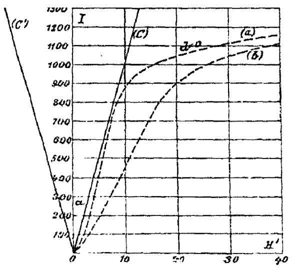


Fig. 370.

wie die Kurve in Fig. 367 verläuft. Bei einem gemischten Kreislauf, wo die Beziehung $I = H' \cdot \frac{\mu_f}{4\pi}$ besteht, bietet sich aber zunächst der Wert $H = \frac{D}{l}$ dar (vgl. **291**). Setzt man diesen jetzt graphisch mit I, nicht wie bisher mit B, in Beziehung (vgl. Fig. 370), so wird die erforderliche Scherung, um von der Rohkurve b zur Reinkurve a zu gelangen, geometrisch durch die Scherungslinie C angegeben und letztere analytisch durch die Beziehung (vgl. **291**)

$$H'' = \left(\frac{l''}{l}\right) B = \frac{l''}{l}\left(4\pi I - B_0\right) = \frac{4\pi l''}{l}\left(I - \frac{B_0}{4\pi}\right)$$

bestimmt. Wegen der Kleinheit von $\frac{B_0}{4\pi}$ gegenüber I bei den gebräuchlichen Werten kann man auch sehr angenähert $H'' = \gamma \cdot I$ und $\gamma = 4\pi\frac{l''}{l}$ setzen. Soweit ferner l'' nicht, infolge Änderung der Streuungs v e r h ä l t n i s s e, von I bezw. B abhängig ist, kann $C = \gamma \cdot I$ durch eine Gerade ersetzt werden. Diese Gerade ist durch Ermittelung nur e i n e s Punktes, z. B. für $\gamma = \frac{4\pi l''}{l} = 0{\cdot}01$ durch den Wert für $I = 1000$, d. i. $H'' = \gamma . I = 10$ (vgl. Fig. 370), festgelegt. Die Reinkurve a würde also einem geschlossenen Toroid mit Fugenlänge $d = o$ entsprechen (vgl. Fig. 365).

Der Entmagnetisierungsfaktor γ ist genau nur für langgestreckte Rotationsellipsoide, sogenannte Ovoide, nach F. NEUMANN berechenbar zu

$$\gamma = \frac{4\pi}{m^2-1}\left[\frac{m}{\sqrt{m^2-1}}\, ln\left(m+\sqrt{m^2-1}\right)-1\right], \text{ angenähert } = \frac{4\pi}{m^2}\,(ln\, 2m-1)$$

für grosse Werte von $m = \frac{l}{q}$ (**291**), wogegen bei zylindrischen Stäben sich bereits erhebliche Abweichungen zwischen den theoretischen und experimentellen Werten zeigen (vgl. die Tabelle in **291**). Praktisch wichtiger erscheinen die Folgerungen, welche sich aus dem Aufbau der obenerwähnten Annäherungsformel $\gamma = 4\pi\left(\frac{l''}{l}\right)$ ziehen lassen. Da die reduzierte Länge l'' nur von dem magnetischen Ausbreitungswiderstand abhängt (**115**), sich also mit zunehmender Länge des Stabes nur sehr wenig ändert, so erklärt sich bei Benutzung der Hilfsvorstellungen (**286**) ohne weiteres die Abnahme der

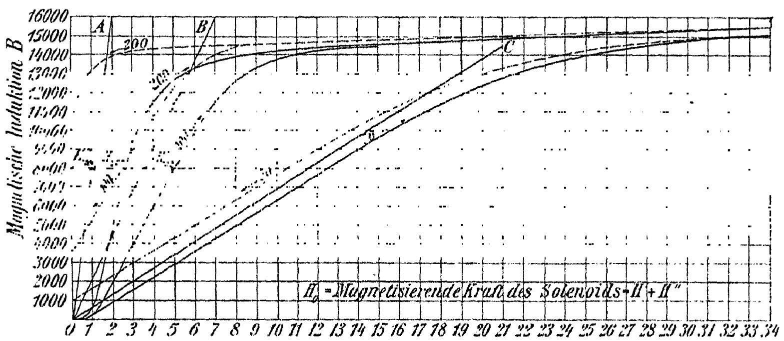


Fig. 371.

Entmagnetisierung (Scherung der Magnetisierungskurven) bei zunehmendem l. Dies bestätigen auch die experimentellen Untersuchungen von EWING an demselben Eisenstab beim Verkürzen von $m = 200$ auf 100 und 50 in Fig 371, welche für dieselbe Reinkurve die entsprechenden Rohkurven mit den zugehörigen Scherungsgraden A, B und C wiedergibt.

Für nahezu geschlossene Eisenkreise mit Schlitzen oder Fugen lässt sich gleichfalls ein γ in der Form $4\pi\frac{l''}{l}$ einführen, doch ist man hier im allgemeinen noch mehr auf experimentelle Ermittelung angewiesen, da die reduzierte Länge l'' wegen der magnetischen Nebenschlüsse (Streuung) auch erheblich kleiner zu sein pflegt als die Fugen- oder Schlitzbreite, und ausserdem stärker von B bezw. I abhängig ist als bei geraden Stäben. Aus diesem Grunde weicht die Scherungslinie früher und stärker von der Geraden ab, wie dies am besten die in **290** erwähnten Versuche von H. LEHMANN am Toroid aus schwedischem Eisen mit den Dimensionen (vgl. Fig. 365): Leitkreisradius $r_1 = 7{\cdot}96$ cm, Querschnittsradius $r_2 = 0{\cdot}895$ cm, also Querschnittsfläche $q = 2{\cdot}52$ cm^2 erkennen lassen. Dieses Toroid wurde bis auf die kleine, später zur Schlitzung mittels Kreisfräse benutzte Strecke fortlaufend mit Magnetisierungs- und Beobachtungswicklung (Induktionswicklung) versehen. Hierauf wurde es zuerst voll und alsdann bei den unten angegebenen fünf Schlitzbreiten d untersucht, wobei sich die sechs Magnetisierungskurven

der rechten Hälfte von Fig. 372 ergaben, welche als I, H-Kurven mit drei verschiedenen Massstäben (für I von 1000 bis 1300 in $^1/_5$ und oberhalb 1300 in $^1/_{20}$ des Massstabes der Werte unter 1000) aufgetragen sind. Hieraus sind für die Kurven 1 bis 5 die Scherungslinien auf der linken Seite der Figur abgeleitet, unter Zuhilfenahme der Streuungsmessungen für die höheren Sättigungsgrade von etwa halber Sättigung ($I = 875$) bis zur vollen Sättigung bei etwa $I = 1750$. Als Streuungskoeffizient ν wurde das Verhältnis $N_e : N_d$ eingeführt, d. h. des im Eisen gemessenen m i t t l e r e n Induktionsflusses N_e zu dem im Schlitz gemessenen Induktionsfluss N_d. Dieser Streuungskoeffizient ν ist abhängig von der Induktion I als Abscisse in Fig. 373 nach dem Ergebnis der Messungen dargestellt. Die Verbindung der einzelnen beobachteten Punkte liefert Kurven, welche angenähert bis zur halben Sättigung Gerade, parallel zur Abscissenachse, darstellen, d. h. ν bis etwa $I = 875$ als angenähert konstant erkennen lassen, aber hierauf a b n e h m e n und gegen den Wert $\nu = 1$ in der Gegend der Sättigung hinlaufen. Hinsichtlich Konstanz verhält sich wie ν auch der Entmagnetisierungsfaktor γ. Stellt man für die sechs Fälle die wichtigsten Werte u n t e r h a l b der halben Sättigung zusammen und wertet ausserdem die Versuchsergebnisse nach l'' und $\frac{d}{l''}$ aus (vgl. **291**), so erhält man folgendes:

Laufende Nummer (Bezeichnung der Kurven) .	0	1	2	3	4	5
Schlitzweite d in cm	0	0·040	0·063	0·103	0·202	0·357
Entmagnetisierungsfaktor γ für $I < 875$ . .	0	0·0079	0·0102	0·0140	0·0203	0·0246
Streuungskoeffizient $\nu = (N_e)_m : N_d$ für $I < 875$	1·00	?	1·52	1·79	2·48	3·81
Reduzierte Schlitzlänge $l'' = \left(\frac{l}{4\pi}\right) \cdot \gamma = 3{\cdot}98\,\gamma$	0	0·0314	0·0406	0·0598	0·0820	0·0980
Verhältnis der wirklichen zur reduzierten Länge $\frac{d}{l''}$	1·00	1·27	1·55	1·72	2·46	3·65

Die Zusammenstellung lässt erkennen, dass die reduzierte Länge l'' nach der oben entwickelten Formel thatsächlich stets kleiner ist als d, und dass das Verhältnis von $d : l''$ mit der Schlitzweite wächst. Auch stimmt es so nahe mit dem gemessenen Streuungskoeffizienten ν überein, dass dieses Verhältnis, welches sich aus den Magnetisierungskurven bezw. den hieraus abgeleiteten Scherungsgeraden mit der Neigung α oder $\gamma = \operatorname{tg} \alpha \cdot I$ herleiten lässt, g e r a d e z u a n S t e l l e d e s S t r e u u n g s k o e f f i z i e n t e n ν t r e t e n u n d e i n e g e s o n d e r t e M e s s u n g f ü r e n g e S c h l i t z e e r s e t z e n k a n n. Den bei No. 1 (wegen zu kleiner Schlitzweite zur Ausführung der Messung) fehlenden Wert von ν liefert es somit zu 1·27.

Zum Schluss sei noch erwähnt, dass Du Bois aus den gemessenen Werten von ν eine empirische Streuungsformel für enge Schlitze und für Induktionen unterhalb der halben Sättigung zu $\nu = 1 + 7\frac{d}{r_2}$ ableitet (vgl. M. Kr. § 90), indem er die in Fig. 373 angedeutete Gerade konstruiert.

Den Scherungseinfluss sehr kleiner Trennungsfugen, namentlich bei möglichst genauer Bearbeitung der Schnittflächen und dem besten mechanischen Kontakt, also unmessbarem Abstand der Eisenteile, hat Ewing (vgl. ETZ

1892, 706) untersucht; er fand aus der schwach gekrümmten Scherungslinie (siehe a. a. O.) äquivalente Schlitzweiten (l'') von etwa 0·03 mm, welche langsam von 0·026 bis 0·037 mm beim Anwachsen der Induktion von $B = 4000$ auf $B = 14000$ zunahmen. In Wirklichkeit dürfte hier, im Gegensatz zu breiteren Schlitzen mit Streuung, der Abstand d erheblich **kleiner** sein als der gefundene **äquivalente** Wert l'', der sonach auf eine zusätzliche Verringerung der Permeabilität der an der Oberfläche (der Schnittstellen) liegenden Moleküle zurückzuführen wäre. Diese schwerere Richtbarkeit der magnetischen Oberflächenhaut wäre etwa mit der geringeren Beweglichkeit der Moleküle in der Oberflächenhaut von Flüssigkeiten zu analogisieren.

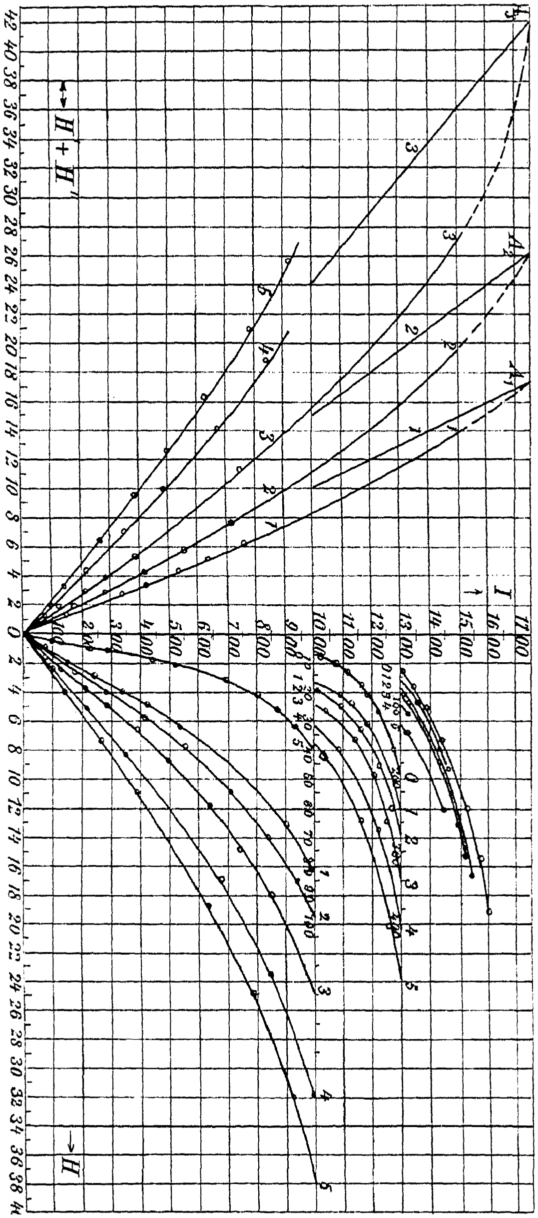


Fig. 372.

293. B, H-Kurve durch Hysterese beeinflusst.

Es wurde bereits früher (**291**) erwähnt, dass sich aus den Magnetisierungskurven, welche durch hinzutretenden Luftwiderstand eine Scherung erfahren haben, nur mittlere, oder richtiger gemischte magnetische Koeffizienten, wie z. B. μ_g, ableiten lassen, welche auf den **ganzen** Kreislauf Bezug haben. Denkt man sich aber die Reinkurve eines Ferrikums entweder direkt mittels der Ringmethode, oder, weniger zuverlässig, mit Hilfe der Scherungslinien bezw. γ aus einer Rohkurve erhalten, so ist die Mannigfaltigkeit der Rohkurven des **gleichen** Materiales auf seine charakteristische Reinkurve reduziert. Hieraus lassen sich alle weiteren magnetischen Koeffizienten des Ferrikums, wie μ, $\varkappa$, I **eindeutig** ableiten, vorausgesetzt, dass die wahre Magnetisierungskurve selbst **eindeutig** ist. Diese Voraussetzung trifft aber im allgemeinen wegen der aufgelagerten Einflüsse der magnetischen Molekularreibung **nicht**

zu. Vielmehr liegt eine Unbestimmtheit der experimentell gewonnenen Magnetisierungskurve vor, welche in ihren äussersten Grenzen erst durch die zugehörige Hystereseschleife gegeben ist. Die Unbestimmtheit wächst also mit der Breite der Hystereseschleife (vgl. **302** ff.) da die zur Beobachtung gelangende Magnetisierungskurve unter ungünstigen Umständen, d. h. ohne Berücksichtigung des magnetischen Vorlebens, um so grössere Abweichungen von einer am gleichen Material, aufgenommenen, zweiten Magnetisierungskurve aufzuweisen vermag, je weiter die Grenzlinien der Hystereseschleife von der idealen Mittellinie der letzteren entfernt liegen.

Die magnetische Molekularreibung und eine gewisse Breite der Hystereseschleife (vgl. *BC* in Fig. 361) sind aber bei jedem Ferrikum als unvermeidliche Grunderscheinungen vorhanden (**285**). Aus diesem Grunde ist sonach eine völlige Unzweideutigkeit gar nicht zu erreichen, doch giebt es gewisse Mittel bezw. Vorschriften, welche brauchbare Magnetisierungskurven

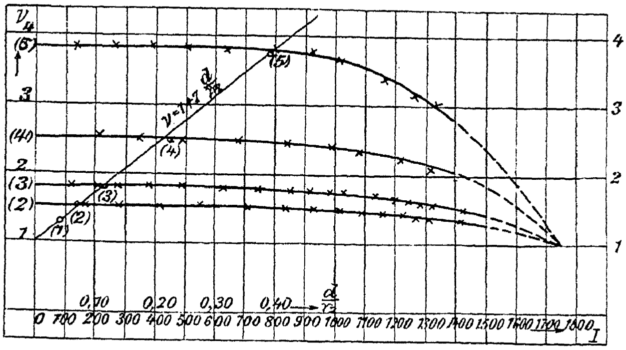


Fig. 373.

für Vergleichszweke liefern. Hierdurch würde also die letzte noch bestehen bleibende Mannigfaltigkeit der Magnetisierungskurven beim gleichen Material, welche allerdings innerhalb weit engerer Grenzen liegt als die durch Scherung mögliche, auf eine eindeutige Kurve zum Zweck der gegenseitigen Vergleichbarkeit verschiedener Materialien zurückgeführt. Allerdings ist dies nur möglich, indem man von vornherein zwischen den Magnetisierungsarten, d. h. Erregung durch Gleichstrom bezw. Wechselstrom, unterscheidet. Aber auch wenn wir uns zunächst nur der Gleichstrommagnetisierung zuwenden, so müssen wir noch, je nach der Anwendung der einen oder der anderen Vorschrift, bezw. Messmethode, zwei Arten von Magnetisierungskurven deutlich unterscheiden, da sie, wenigstens im unteren Teil der Kurve, erheblich voneinander abweichen können:

a) die aufsteigende Magnetisierungskurve und

b) die sogenannte Kommutierungskurve.

Will man sie eindeutig erhalten, so hat man bei beiden dafür zu sorgen, dass das Eisen aufs sorgfältigste vorher in den neutralen oder unmagnetischen Zustand versetzt wird. Dies erfolgte früher meist durch Ausglühen, heute, nach genauerer Kenntnis der eigentlichen Störungsursache (Hysterese), wird es wohl häufiger durch unmittelbar vorhergehende Wechselmagnetisierung mit stetig abnehmender Intensität herbeigeführt; es ist jedoch zu bemerken, dass dieses Mittel, welches bei Körpern aus Eisenblech gut an-

wendbar ist, bei massiven Körpern wegen Wirbelstrombildung manchmal nicht ganz zum Ziele führt, sondern das umständlichere Ausglühen erfordert (vgl. E T Z 1892, 551). Lässt man, nach Erreichung eines praktisch unmagnetischen Zustandes, den erregenden Gleichstrom nach Verfahren *a* allmählich, bezw. in kleinen Stufen ansteigen, so kann man zu den wachsenden H-Werten die zugehörigen B-Werte mit Hilfe einer der Wirkungen des magnetischen Feldes $N = B \cdot q$ ermitteln.

Die wesentlichsten der hierfür brauchbaren Wirkungen sind:

1. der durch Wechselinduktion in einer Hilfswickelung (Beobachtungskreis, Induktionswickelung) erregte Spannungsstoss $dN = \int e\,dt$ (ballistische Methode vgl. **99**);

2. der mechanische Dauerantrieb des zu messenden N (als Hauptfeld) auf ein kontrastierendes Hilfsfeld einer von Gleichstrom durchflossenen Spule (Motoranzugs-Methode), etwa als Umkehrung des Prinzips der Drehspuleninstrumente (vgl. **274**);

3. die Trag- bezw. Abreisskraft $F = \frac{B^2}{8\pi} \cdot q$ (vgl. hierzu **180**) als Mass für den erreichten Zwangszustand des magnetischen Feldes (Abreiss- oder auch Zugkraft-Methode);

4. Ablenkung einer Magnetnadel durch Kontrast mit dem zu messenden Hauptfeld und Berechnung seines Feldwertes in dem vom Hilfsmagneten eingenommenen Raum (Magnetometer-Methode); über weitere physikalische Wirkungen, welche sich aber weniger gut für Messzwecke eignen oder, wie die Widerstandsänderung des Wismut, nur für die Messung stärkerer Felder in Betracht kommen, siehe **217**, **272**. Das nähere Eingehen auf die Messmethoden erfolgt in Bd. II.

Die nach *a* ermittelte B, H-Kurve, welche auch wohl mit der Bezeichnung „jungfräuliche Kurve" oder „Nullkurve" belegt wird, und aus der die übrigen Grössen wie I, μ, $\varkappa$ (vgl. oben) gleichfalls in Kurvenform folgen, und zwar μ und $\varkappa$ entweder abhängig von H oder abhängig von B, schmiegt sich in ihrem unteren Teil mehr der H-Achse an als die nach dem folgenden Verfahren (*b*) erhaltene „Kommutierungskurve", welche nach der Messmethode 1 ermittelt, gegenwärtig wohl als die normale B, H-Kurve angesehen werden kann. Hierbei wird die Magnetisierungsstromstärke $\overline{J}$ von niederen Werten bis zu dem für die Messung gewünschten H-Wert gesteigert und der gemessene Induktionsstoss $\int\limits_{-\overline{J}}^{+\overline{J}} e\,dt = 2\,N$ beim Kommutieren des erregenden Gleichstromes $\overline{J}$ als Grundlage genommen. Die interessante, wenn auch den Uneingeweihten etwas verwirrende Erfahrungsthatsache, dass die Induktionsstösse bezw. Ausschläge erst nach mehrmaligem Kommutieren einen hinreichend übereinstimmenden, für die Messung gültigen Betrag erreichen, der von dem Wert bei der ersten Kommutierung merklich abweichen kann, erklärt sich aus der in **294** näher behandelten „magnetischen Verzögerung" (Viskosität). Dass die so erhaltene „Kommutierungskurve" sich mehr der Mittellinie der Hystereseschleife annähert als die aufsteigende Magnetisierungskurve, würde sich nach den Hilfsvorstellungen etwa so erklären lassen, dass der Einfluss der sogenannten „Reibung der Ruhe" den Unterschied zwischen den beiden Kurven verursacht, während die anfängliche Abweichung der Kommutierungswerte auf eine gewisse anfängliche Ungelenkig-

keit der Moleküle zurückzuführen ist, die erst nach mehrmaligem Exerzieren der Wendungen einem besseren und gleichmässigeren Drill weicht („Molekulare Akkomodation“ vgl. EWING § 90). Die Schwierigkeit in der Gewinnung einwurfsfreier und eindeutiger Messresultate bei magnetischen Messungen erhält gleichzeitig durch den aufgelagerten Einfluss der magnetischen Molekularreibung eine gewisse Erklärung.

Neben den häufiger untersuchten, mittleren Teilen der Magnetisierungskurve bieten ihre äussersten Enden, d. h. ihr Verlauf bei sehr kleinen und sehr grossen Werten von H, also in CGS-Einheiten etwa unter $H = 1$ und über $H = 500$, ein physikalisches Interesse wegen der Vorstellungen und Theorien. Diese Teile haben durch G. ROESSLER (vgl. ETZ 1893, 97 ff.; siehe übrigens auch 1893, 345 die zugehörige Kritik von P. CULMANN, soweit die allerkleinsten Werte $H < 0{\cdot}02$ in Frage kommen) eine nähere Untersuchung nach der Magnetometermethode erfahren, und die Verhältnisse bei sehr kleinem H sind, wegen des teilweisen Widerspruches mit den Ergebnissen von RALEIGH (vgl. unten), nochmals von W. SCHMIDT (vgl. ETZ 1895, 412), am eingehendsten aber von HOLBORN (vgl. unten) untersucht worden. Die Sättigung bei dem untersuchten weichen Eisen lag bei etwa $I = 1680$ (vgl. ROESSLER a. a. O., 162) und wurde bei etwa $H' = 700$ erreicht. Von diesem Wert bis hinauf zu $H' = 1300$ war die Zunahme kaum mehr sicher nachweisbar. Besonders möge aber auf die Verhältnisse der Magnetisierung I und der Permeabilität μ bei sehr kleinen Werten von H hier eingegangen sein. ROESSLER fand die μ-Kurve von einem etwa bei 200 liegenden Anfangswert, also nicht von Null ausgehend.

294. μ bei schwächster Magnetisierung. Magnetische Verzögerung.

Die allerkleinsten Werte von H, d. h. H zwischen $0{\cdot}02$ bis herab zu $0{\cdot}00004$ CGS-Einheiten, welche für das Telephon auch praktisches Interesse besitzen, hat RALEIGH (1887 Phil. Mag. XXIII, 225; siehe auch ETZ 1893, 345) untersucht und gefunden, dass innerhalb dieser Grenzen völlige Proportionalität zwischen I und H besteht, welche für magnetisch hartes Material noch weiter hinauf geht; ferner dass der magnetische Zustand, namentlich bei weichem Material, seinen Endwert nicht plötzlich annimmt, sondern ein allmähliches Ansteigen der letzten zusätzlichen Magnetisierung zu bemerken ist, also eine Erscheinung, welche etwa der elektrischen Nachladung nicht völlig homogener Dielektrika analog ist (**125**).

Die ebenfalls mittels Magnetometermethode erfolgende Nachprüfung durch W. SCHMIDT und durch HOLBORN ergab eine Bestätigung des Satzes von RALEIGH. W. SCHMIDT fand, dass Stahl für kleine H schneller folgt, sowie eine grössere Magnetisierungsfunktion $\varkappa$ (**292**) besitzt als weiches Eisen und daher für Telephone besser geeignet ist; die Grenze für die Proportionalität von $\varkappa$ liegt nach ihm in der Nähe von $H = 0{\cdot}06$. Bestimmtere Zahlenwerte hat L. HOLBORN (vgl. ETZ 1897, 559) ermittelt, bei deren graphischer Darstellung nicht B oder I, sondern gleichfalls die hier besser geeignete Magnetisierungsfunktion (Suszeptibilität) $\varkappa = I : H'$ abhängig von H bezw. H' aufgetragen wurde. Für weiches Material erhielt er die in Fig. 374 dargestellten Werte. Das auch hier bemerkte „Kriechen“ infolge Viskosität (**283**) macht die kleinsten Werte unter 0·1 unsicher, liefert aber bei No. 8 für die Grenzen H' zwischen 0·1 und 0·7 eine durch

$$\varkappa = 16{\cdot}6 + 18{\cdot}6\, H'$$

ausgedrückte Grade, ebenso bei No. 9 für H' zwischen 0·07 und 0·9

$$\varkappa = 18{\cdot}7 + 13{\cdot}4\, H',$$

was einer Permeabilität μ von etwa 210 bezw. 236 für $H' = o$ entsprechen würde.

Die „magnetische Verzögerung“, auch als „Nachwirkung“ oder „Viskosität“ bezeichnet, welche für weiches Material und kleine Feldstärken H prozentual besonders stark hervortritt, ist graphisch nach Ewing (vgl. M. I. § 88) in Fig. 375 dargestellt.

Diese bei weichem Eisen beobachtete Erscheinung, dass die volle Magnetisierungsintensität in einem konstanten Gleichfelde erst allmählich, ihr Höchstwert erst nach einigen Minuten erreicht wird, tritt nach Klemenčič (vgl. ETZ 1897, 653) hauptsächlich nur in schwachen Feldern auf und

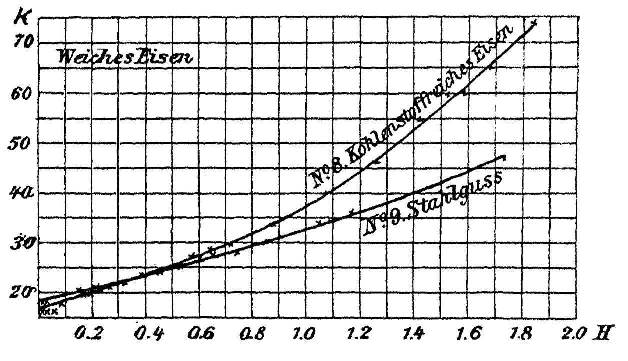


Fig. 374.

um so stärker hervor, je massiver das Eisen ist; ferner soll sie unmittelbar nach dem Ausglühen am kräftigsten auftreten und ständig mit der Zeit abnehmen. Auch Martens (vgl. ETZ 1897, 131) hat diese „Viskositätswirkungen“ bei im Erdfeld rotierenden Eisenscheiben beobachtet und untersucht. Bei starken Feldern ist ihre Wirkung immer weniger nachweisbar. Über eine weitere Untersuchung dieser Erscheinung durch Fromme siehe ETZ 1898, 552.

Die oben erwähnten Unterschiede (**293**) zwischen „aufsteigender“ und Kommutierungskurve bedingen für nicht zu hohe Induktionen, etwa bis zur halben Sättigung, B-Werte (für das gleiche H), die bei Kommutierung merklich höher liegen, als bei allmählichem Aufsteigen; sie treten nach neueren Untersuchungen von E. Gumlich und E. Schmidt „Über den Unterschied zwischen stetiger und unstetiger Magnetisierung“ (vgl. ETZ 1900, 233) auch besonders stark bei magnetisch weichem Material hervor, wohl im Zusammenhang mit seiner höheren „Viskosität“ oder magnetischen Zähigkeit. Unter Zuziehung der Hilfsvorstellungen wären sie am einfachsten auf den gemeinsamen und noch erheblich weiter reichenden Einfluss zurückzuführen, den jede Art von Erschütterung, sowohl mechanische als magnetische, auf die magnetische Molekularreibung ausübt. Da die Art der Magnetisierung, ob mit kleinen Sprüngen bezw. Erschütterungen oder mit grösseren ausgeführt, aber hauptsächlich den Verlauf der Hystereseschleife beeinflusst, so sei auch erst dort (**303**) näher darauf eingegangen.

Im engsten Zusammenhang mit jener molekularmagnetischen Zähigkeit stehen allem Anscheine nach auch die sehr verwickelten thermomagnetischen und elastisch-magnetischen Beziehungen. An dieser Stelle ist hiervon namentlich die Verschiedenheit der B, H-Kurven zu betrachten, welche das g l e i c h e Material bei Änderung seiner Zustandsverhältnisse, wie Temperatur und mechanische Beanspruchungen, i m a l l g e m e i n e n aufweist. In guter Übereinstimmung mit den entwickelten Hilfsvorstellungen lassen sich beide als Momente auffassen, welche die magnetische Molekularreibung beeinflussen (**287**). **295.** Temperatureinfluss bei B, H-Kurven.

Bei dem Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus seien zur besseren Sichtung des zahlreichen Beobachtungsmaterials zunächst die permanenten Magnete hier ausgeschieden (siehe in **311**). Ferner sei mit Rücksicht auf praktische Verhältnisse eine Trennung nach Temperaturgrenzen vorgenommen, und zwar das praktisch häufiger vorkommende Temperaturgebiet zwischen 0^0 und 100^0 *C* vorangestellt; hierauf seien die Temperaturen über 100^0 behandelt bis zum Verschwinden des Magnetismus bei der „kritischen" Temperatur Hopkinsons, und endlich sei das Verhalten bei sehr tiefen Temperaturen angefügt.

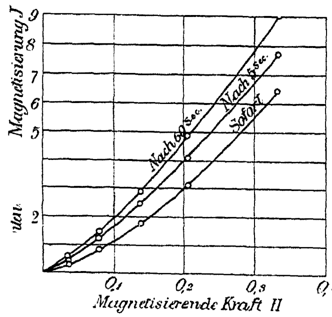


Fig. 375.

Bei allen diesen Erscheinungen müssen übrigens zwei Beobachtungsweisen voneinander getrennt betrachtet werden: Bei dem einen Verfahren (*a*) wird die Temperatur *t* des Ferrikums von verschiedener Höhe gewählt, aber während einer ganzen Beobachtungsreihe k o n s t a n t gehalten und *B* bezw. *I* abhängig von der Änderung von *H* untersucht; bei dem anderen Verfahren (*b*) wird das G e f ä l l e *H* während einer Beobachtungsreihe k o n s t a n t gehalten, und die Änderung von *B* bezw. *I* abhängig von der Änderung von *t* untersucht. Verfahren *a* liefert also eine B, H- bezw. I, H-Kurve für ein bestimmtes *t*, hingegen Verfahren *b* eine B, t- bezw. I, t-Kurve für ein bestimmtes *H*.

Die gewöhnlich auftretenden Temperaturschwankungen haben nach den Untersuchungen Ewings (vgl. M. I. § 115) einen verschwindend kleinen Einfluss auf den Verlauf der B, H-Kurve, wodurch glücklicherweise eine noch weitergehende Verwickelung bei den magnetischen Messungen in den meisten Fällen in Wegfall kommt. Auch bei grösseren Änderungen (0^0 bis 100^0 *C*) hält sich die Verlegung der I, H-Kurve in sehr mässigen Grenzen, wie die graphische Darstellung der nach Verfahren *a* beobachteten Werte für weiches und hartes Eisen in Fig. 376 erkennen lässt, die gleichzeitig den grossen Einfluss der mechanischen Härtung durch Ziehen des Drahtes hervorhebt.

Erheblich verwickelter ist der Gang der Erscheinungen nach dem Verfahren *b*. Die erste Veränderung der Temperatur *t* (bei konstantem *H*) liefert eine Änderung von *B* bezw. *I*, welche nicht umkehrbar ist, d. h. *B* nimmt nicht seinen Ausgangswert an, wenn *t* auf denselben zurückkehrt; erst wenn der zyklische Verlauf von Erwärmung und Abkühlung o f t genug wiederholt wird, tritt auch ein zyklisches Hin- und Hergehen zwischen zwei bestimmten magnetischen Werten ein, und *I* wird alsdann durch Erwärmung vermehrt, durch Abkühlung vermindert (siehe hierzu auch in **304**). Die

Wirkung der ersten Temperaturänderung kann ihrem Vorzeichen nach verschieden sein, wie auch bereits G. WIEDEMANN (**283**) beobachtete; sie hängt, wie wir jetzt nach Auffindung der Hysterese wissen, von dem magnetischen Vorleben des Ferrikums ab. Stets wirkt die erste Temperatur**änderung** nämlich wie eine Erschütterung und bringt eine dauernde Änderung von B hervor, weil sie die magnetische Molekularreibung vorübergehend vermindert (**287**). Über die bei Erwärmungszyklen auftretenden Hystereseerscheinungen siehe in **304**.

Betrachten wir jetzt den Einfluss höherer Temperaturen, so ist vorauszuschicken, dass das Aufhören der Magnetisierbarkeit des Eisens bei Rotglut und die Entmagnetisierung durch Ausglühen schon seit GILBERT (**2**) bekannt sind. Andere auffallende Änderungen von physikalischen Eigenschaften des Eisens wurden 1869 von GORE in der rasch vorübergehenden Ausdehnung eines sich abkühlenden Eisenstabes bei dunkler Rotglut beobachtet (GOREsches Phänomen); 1873 von BARRETT in einem analogen

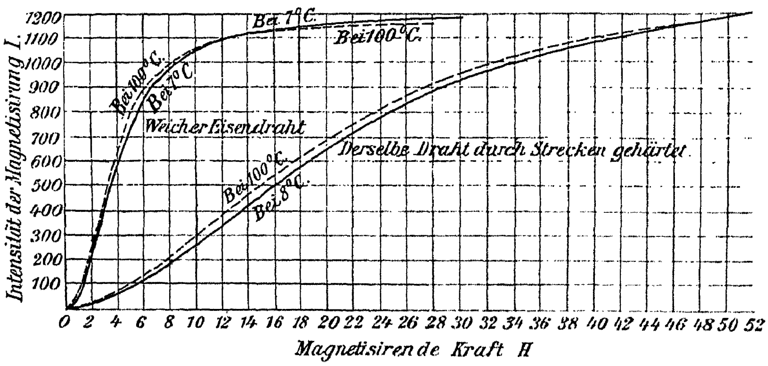


Fig. 376.

Verhalten der Temperatur an dieser Stelle, also in der Entdeckung der sogenannten Rekaleszenz; ferner 1874 von TAIT in der plötzlichen Änderung der thermoelektrischen Eigenschaften des Eisens bei Rotglut; endlich auch von W. KOHLRAUSCH (1888), sowie erneut von HOPKINSON (1889) in der Änderung des Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes (α_0 siehe **219**) bei dieser von HOPKINSON als „kritisch" bezeichneten Temperatur. Die namentlich durch HOPKINSONS Untersuchungen (Magnetic and other physikal Properties of Iron at a High Temperature, Phil. Trans. 1889, 443) gestützte Beobachtung, dass diese Änderungen der Materialkoeffizienten sehr nahe bei **derselben** (kritischen) Temperatur auftreten und in einem inneren Zusammenhang stehen, lässt den Übergang des Eisens in eine neue (unmagnetische) Phase (vgl. **278**) bei dieser Temperatur kaum zweifelhaft erscheinen (siehe auch in **304**). Beobachtungen von OSMOND (siehe ETZ 1891, 141, wo auch Zahlenmaterial für die übrigen Erscheinungen sich findet) deuten auf eine Verzögerungserscheinung, da der kritische Punkt beim Erhitzen höher liegt als beim Abkühlen. Hiernach dürfte der Übergang in die neue Phase, ähnlich wie andere katastrophische Vorgänge (**128**), eines auslösenden Momentes bedürfen.

Nach HOPKINSON liegt jene kritische Temperatur je nach der Eisensorte zwischen 690° und 870° C; bei Nickel hingegen bei etwa 310° C. Die von

Hopkinson nach dem Verfahren a und b ausgeführten Untersuchungen an einem Schmiedeisenring ergaben die in Fig. 377 und 378 graphisch dargestellten Resultate (vgl. Ewing, § 111ff.). Vor allem springt bei den kleinen Werten von H in Fig. 377 die starke Vergrösserung von B mit wachsender Temperatur t in die Augen, im Gegensatz zu den höheren Werten von H. In guter Über-

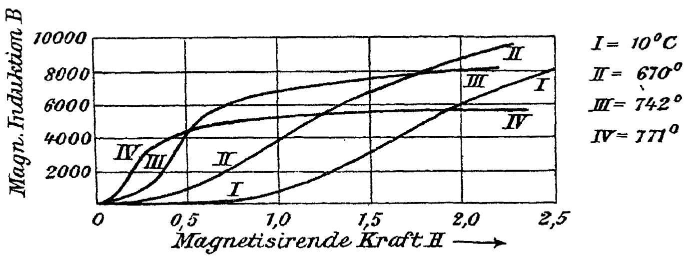
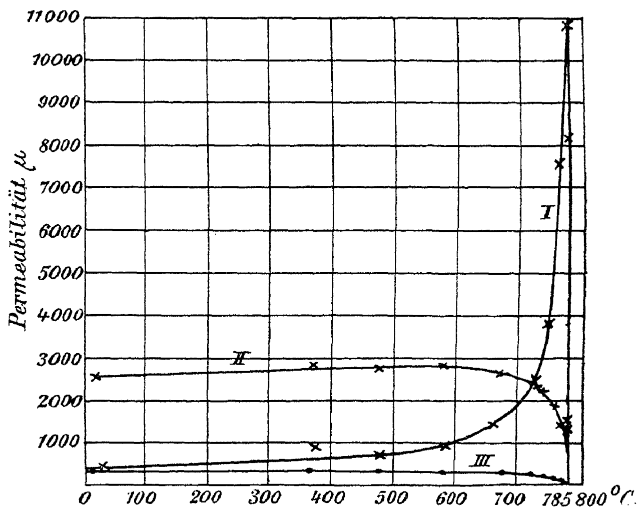


Fig. 377.

einstimmung mit den Hilfsvorstellungen (287) würde dies so zu deuten sein, dass der Sättigungswert (I_{max}) der Magnetisierung zwar mit wachsender Temperatur abnimmt, dass aber die Verminderung der Molekularreibung („Reibung der Ruhe"), und damit die leichtere Richtfähigkeit oder Magnetisierung



I: $H = 0{,}3$ II: $H = 4{,}0$ III: $H = 45{,}0$

Fig. 378.

durch kleine H mit wachsender Temperatur anfänglich weit überwiegt. Am deutlichsten wird dies, wenn man bestimmte Werte von H, z. B. 0·3, 4·0, 45, herausgreift und hierfür nach dem Verfahren b die B, t- oder noch besser die μ, t-Kurven für wachsende Temperaturen bestimmt. Diese sind in Fig. 378 wiedergegeben. Besonders interessant bleibt bei Kurve 1 das erst langsame, dann sehr rasche Steigen von μ auf den aussergewöhnlich hohen Wert von $\mu = 11000$ bei 775° C, mit dem noch viel rascheren Absturz auf den Wert 0 beim Übergang in die unmagnetische Phase, der hier

bei 785° *C* erfolgt. Bei Kurve 2 ($H = 4{\cdot}0$) ist die Abnahme von I_{max} bereits überwiegend, noch mehr bei Kurve 3 ($H = 45{\cdot}0$). Über Stahl und Nickel siehe in **310**.

Neuere Untersuchungen von OSMOND (1899) und anderen (siehe in „Stahl und Eisen" 1900, Heft 19 den Aufsatz von KAMPS „Wo liegt die untere Grenze des kritischen Punktes A_2?") lassen den plötzlichen Übergang aus der magnetisierbaren α-Modifikation in die unmagnetisierbare β-Modifikation und damit auch seine untere Temperaturgrenze (690° *C*) zweifelhaft erscheinen. Hiernach wäre innerhalb der Temperaturgrenzen, zwischen welchen die „magnetische Transformation" eintritt, das Eisen als eine Mischung aus α-Eisen und β-Eisen anzusehen, und die untere Temperaturgrenze für das Einsetzen dieser allmählichen Transformation soll erheblich tiefer herunterreichen, nämlich bis 550° *C*, ja nach MORRIS sogar bis 420° *C*. Auch Beobachtungen über die Änderung der Festigkeit, sowie des Gehaltes an Härtungskohle bei abgelöschtem weichem Stahl abhängig von der Härtungstemperatur lassen auf eine tiefere Grenze für den Abschluss des Umwandlungsprozesses aus β- in α-Eisen schliessen, und nach KAMPS wäre beim Abkühlen dieser erst bei etwa 350° *C* beendet. Nach dieser Auffassung würde auch der Einfluss der Härtungstemperatur (vgl. **311**) auf die magnetischen Eigenschaften (Magnetisierbarkeit und magnetische Reibungsgrössen) als Funktion des bei der Härtung gleichsam zur Erstarrung gebrachten Verhältnisses zwischen α- und β-Eisen aufzufassen sein.

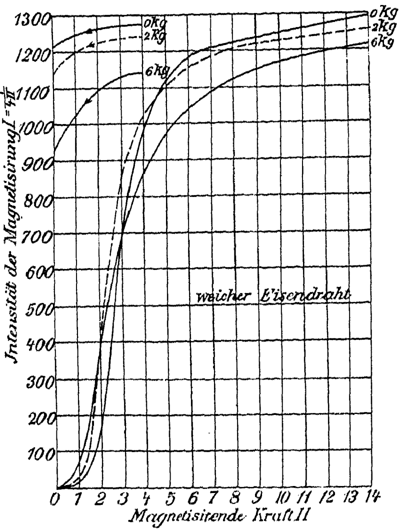


Fig. 379.

Die Untersuchungen bei tiefen Temperaturen durch DEWAR und FLEMING (1896), sowie H. THIESSEN und G. CLAUDE (1899) haben Ergebnisse geliefert (vgl. Ph. Z. II, 42), wie man sie auf Grund der Hilfsvorstellungen erwarten würde. Auch hier liefert die erste Temperaturänderung eine nicht umkehrbare Erschütterungswirkung, wie sie bei Dauermagneten etwa dem künstlichen Altern (vgl. **312**) entspricht. Bei weichem Eisen, nach Verfahren *a* untersucht, zeigte sich nach einer Abkühlung auf — 185° *C* bei stärkeren Induktionen keine, bei $H = 25$ eine nur geringe Verminderung der Permeabilität μ, bei kleinem *H* hingegen eine erhebliche Abnahme von μ, was mit dem Verlauf der 3 Kurven in Fig. 378 gleichfalls übereinstimmt.

296. *B, H*-Kurven abhängig von mechanischer Beanspruchung.

Die Zusatzerscheinungen bei mechanischer Beanspruchung des Materiales sind noch verwickelter als die bei den Temperaturänderungen und sollen hier nur in den Hauptpunkten betrachtet werden (näheres siehe in EWING § 120 ff. oder WIED. III, 957 ff.). Die älteren grundlegenden Beobachtungen wurden bereits in **282** zusammengestellt, so dass hier als Ergänzung noch ihre Klärung durch die getrennte Berücksichtigung der Hysterese anzugeben wäre. Ähnlich wie oben (**295**) bei dem Einflusse der Temperatur, unterscheidet man hier am besten zwei Untersuchungsverfahren, *a* und *b*, nur dass an Stelle der

Temperatur**änderung** die Änderung der mechanischen Beanspruchung des Materiales zu treten hat. Beschränken wir uns hier auf das Verhalten des technisch wichtigsten Ferrikums (über Nickel u. s. w. siehe in **310**), so zeigt weiches Eisen ein merklich anderes Verhalten als mechanisch (z. B. durch Belasten über die Elastizitätsgrenze) gehärtetes. Nach Ewing (vgl. M. I. § 125 ff.) ist für weichen Eisendraht die Änderung der (nach Verfahren a erhaltenen) I, H-Kurve für die absoluten Belastungen 0, 2 und 6 kg, entsprechend einer spezifischen Belastung von 0, 4·4 und 13·2 kg auf 1 mm² durch die Fig. 379 dargestellt, welche gleichzeitig durch die Kurvenäste in der oberen Ecke links die absteigenden I, H-Kurven, sowie durch den Schnittpunkt dieser Kurven mit $H = 0$ den Einfluss der Belastung auf die Remanenz erkennen lässt. Die bei zunehmender Belastung eintretende Verschiebung der I, H-Kurven bis zum gegenseitigen Schneiden lässt sich, wie in Fig. 380 geschehen, in der Weise auswerten, dass man für verschiedene Werte von H den Verlauf der I-Werte abhängig von der Belastung als Abscisse aufträgt, wobei die Villarische Wirkung (**282**) nicht in Gestalt von Schnittpunkten, wie in Fig. 379, sondern in Gestalt von Umkehrpunkten (Maximis) sich darstellt und damit deutlicher hervortritt. Bei gehärtetem Draht ist die Verbesserung der I, H-Kurve in ihren ersten Teilen durch mässige Belastungen sehr viel ausgeprägter, wie Fig. 381 erkennen lässt, auch tritt die Villarische Wirkung deutlicher und gleichmässiger hervor, wie Fig. 382 zeigt.

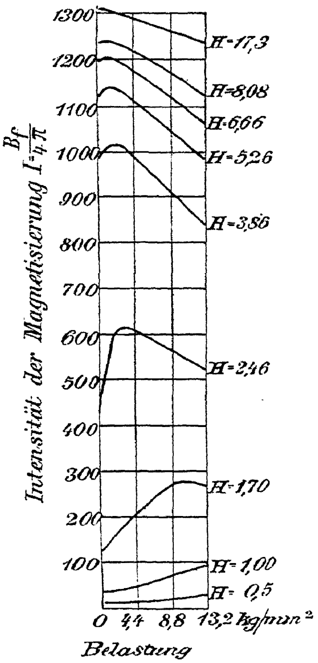


Fig. 380.

Diese Erscheinungen sind aber bei weichem Material nur mit ausreichender Regelmässigkeit zu erhalten, wenn der sorgfältig entmagnetisierte

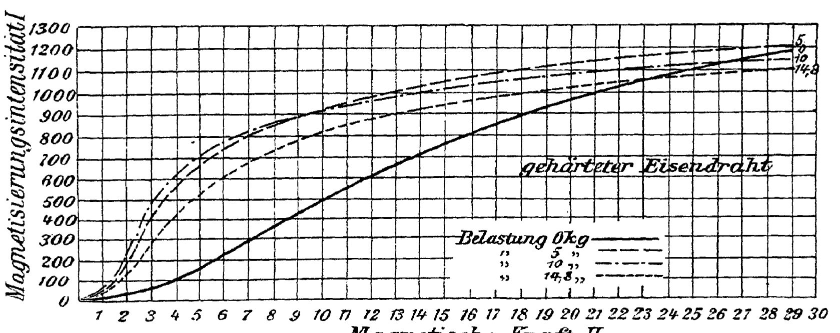


Fig. 381.

Draht bei stufenweise **wachsender** Belastung untersucht wird, weil **alle** elastischen Kräfte, die **vor** der Magnetisierung wirksam waren, magnetische Nachwirkungen durch nicht umkehrbare Änderungen in der „molekularen

Konfiguration“ aufweisen (vgl. EWING § 133 ff.). Diese Hysterese in Bezug auf elastische Kräfte verwickelt auch die Untersuchungen nach Verfahren *b* in hohem Grade. Auch hier ist streng zwischen der nicht umkehrbaren „Erschütterungswirkung“ (vgl. **295**) der ersten Belastung und der regelmässigeren, umkehrbaren Wirkung weiterer Belastungszyklen zu unterscheiden. Die Wirkung solcher Belastungszyklen (mit konstantem *H*-Wert) beim erstmaligen Durchlaufen (strichliert) und bei anschliessenden Wiederholungen ist in Fig. 383 für zwei *H*-Werte dargestellt und die Remanenzkurve für $H = 0$ nach Abschalten der MMK von $H = 2{\cdot}49$ beigefügt. Die eigentümliche Überschneidung der einzelnen Hystereseschleifen, gleichsam infolge eines Überhängens der obersten Schleifenlappen, ist eine Folge der Übereinanderlagerung von Nachwirkung (Hysterese) und VILLARIscher Wirkung.

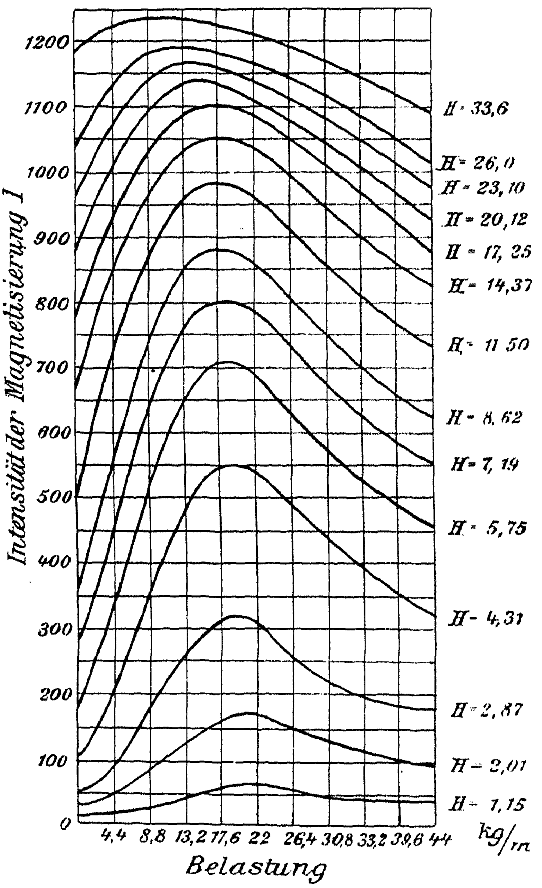


Fig. 382.

In Übereinstimmung mit dem Vorhergehenden sind auch bei der Wirkung der Torsion auf die Magnetisierung (**282**) die Erscheinungen nach Verfahren *a* und *b* zu unterscheiden, und bei *b* ist der erste Kreislauf der Drillung mit seiner nicht umkehrbaren Erschütterungswirkung von den folgenden Kreisprozessen zu trennen. Beim Verfahren *a* wird durch Torsion eine Herabdrückung der *I, H*-Kurve herbeigeführt, also bei gedrilltem Draht durchgehends die Permeabilität kleiner gefunden als bei ungedrilltem. Die von W. THOMSON (nach dem Verfahren *b*) ausgeführten Untersuchungen bei zyklischer Drillung liefern nach Eintritt des regelmässigen Verlaufes Schleifen ähnlich der in Fig. 384, wenn die *I*-Werte als Ordinate abhängig von den Torsionswinkeln als Abscissen aufgetragen werden. Der Schleifencharakter ist wiederum durch die Hysterese bewirkt und würde beim Verschwinden der letzteren in eine einfache Parabel übergehen, wenigstens solange die Torsion, welche man sich nach W. THOMSON in longitudinale und transversale Zug- bezw. Druckkräfte aufgelöst denken kann, nicht die obenerwähnten Maxima der VILLARIschen Wirkung überschreitet. Die gegensätzliche Wirkung von Zug- und Druckkraft auf die *I, H*-Kurve hat bei Drillung weiterhin eine von W. THOMSON als „magnetische Aeolotropie“ bezeichnete Erscheinung zur Folge. Diese Erscheinung und

die zugehörige, von G. Wiedemann schon früher beobachtete Umkehrerscheinung werden von Ewing (vgl. M. I. § 137 und § 139) mit folgenden Worten charakterisiert:

Die Torsion erzeugt eine schraubenförmige Magnetisierung, indem sich über die ursprüngliche longitudinale eine zirkulare Komponente überlagert. Die Magnetisierungslinien haben nicht mehr dieselbe Richtung wie die Kraftlinien, sondern nehmen die Form einer Schraubenlinie an. Die Grösse der longitudinalen Komponente wird dadurch zuerst sehr wenig beeinflusst; sobald aber der Torsionswinkel zunimmt und infolgedessen die zirkulare Komponente wächst, beginnt die longitudinale Magnetisierung abzunehmen. Denn die Magnetisierung in einer Richtung wirkt der gleichzeitigen Magnetisierung in andern Richtungen entgegen, wie sich auch aus der Molekulartheorie des Magnetismus und der Erscheinung der Sättigung schliessen lässt.

Wird ein Stab oder Draht aus Eisen gleichzeitig zirkular und longitudinal magnetisiert, so tordiert er sich, obwohl gar keine äussere mechanische Kraft vorhanden ist. Durch die Übereinanderlagerung der beiden Magnetisierungen erhalten die Induktionslinien die Form von Schraubenlinien. Eisen dehnt sich infolge der Magnetisiernng (wenn das Feld nicht sehr stark ist) in der Magnetisierungsrichtung aus. Infolge der Verlängerung längs der Schraubenlinien und der Verkürzung in der dazu senkrechten Richtung muss also eine Drillung eintreten. Die Beobachtungen über den Sinn der Torsion stehen hiermit vollkommen in Einklang.

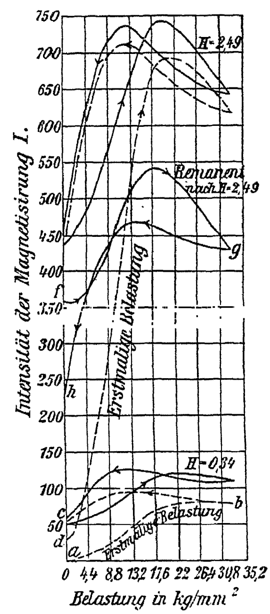


Fig. 383.

Auch weitere Beobachtungen, wie z. B. das Auftreten rasch vorübergehender elektrischer Spannungen in der Längsrichtung von Drähten (vgl. **299**), welche erst magnetisiert und hierauf gedrillt werden, oder nach der Drillung magnetisiert werden, lassen sich auf die Auffassung Thomsons zurückführen, ebenso die verwickelten Einwirkungen, welche gleichzeitige Anwendung von Zug und Torsion auf die Magnetisierung von Eisen und Nickel ausüben, lassen in Verbindung mit der Hysterese-Erscheinung eine ausreichende Erklärung durch jene Annahme zu (weiteres siehe Ewing §§ 140 ff.).

Ein grösseres praktisches Interesse besitzen die Form- und Dimensionsänderungen, welche sich bei den ferromagnetischen Materialien infolge der Magnetisierung ergeben. **297.** Dimensionsänderungen infolge Magnetisierung. Neben den früher erwähnten (**282**) älteren Untersuchungen verdanken wir unsere heutige Kenntnis hierüber hauptsächlich den eingehenden Untersuchungen von Bidwell, deren wichtigste Ergebnisse in den Figuren 385 und 386 für verschieden weitgehende Magnetisierungen an je zwei verschiedenen Probestücken von Eisen, Nickel und Kobalt mit verschiedenen Massstäben dargestellt sind.

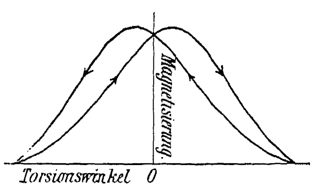


Fig. 384.

Bei Eisen wird das Maximum der Verlängerung bei etwa $H = 100$ in einem Betrage von $+ 25$ bis $50 . 10^{-7}$ der Länge, je nach der Eisen- oder Stahlsorte, erreicht (vgl. hierzu **298**), während bei etwa $H = 280$ bis 300 das Eisen wieder seine ursprüngliche (unmagnetisierte) Länge besitzt und bei höherer Magnetisierung eine allmählich wachsende Verkürzung bis gegen $- 70 . 10^{-7}$ erfährt. Kobalt verhält sich bei niederen Magneti-

sierungen indifferent, bei wachsenden Werten von H angenähert umgekehrt wie Eisen, während Nickel eine stetig wachsende Verkürzung bis gegen $250 \cdot 10^{-7}$ seiner Länge aufweist. Ein gleiches Verhalten zeigt auch Eisen bei gleichzeitiger hoher Zugbelastung, etwa 20 kg auf 1 mm^2 in Fig. 387, welche auch die Herabdrückung der Verlängerungskurve für zwischenliegende Belastungen erkennen lässt. Neuere Untersuchungen über diese Dimensionsänderungen belasteter Eisendrähte mit ähnlichen Ergebnissen wie die obigen wurden von KLINGENBERG und BRACKETT angestellt (vgl. ETZ 1898, 105).

298. Magnetische Zwangszustände und Zugkräfte. Gerade diese Beziehungen zwischen Zugbelastungen, Verlängerungen und Magnetisierungswirkungen legen es nahe, die Erscheinungen der Deformation durch Magnetisierung mit dem magnetischen Zwangszustand in Verbindung zu bringen, wie er nach der Theorie von MAXWELL (vgl. Tr. II, 641 bis 646; ferner H I, 1 in **64** ff.) in jedem magnetischen Felde bezw. Kreislauf vorliegt und alle Bewegungen oder magnetomechanischen Energiewandlungen (**274** ff.) veranlasst und erklärt. Da nun die Molekulargefüge der festen Materialien nicht als völlig starr zu betrachten sind, sondern inner-

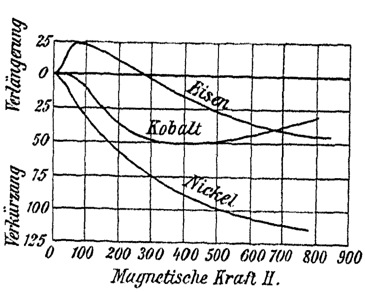


Fig. 385.

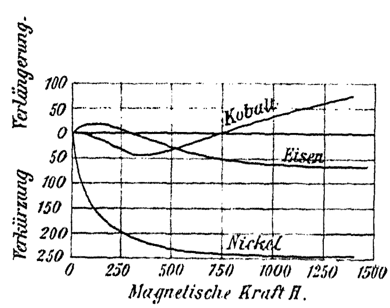


Fig. 386.

halb der Elastizitätsgrenze erfahrungsgemäss kleine Bewegungen zulassen, so wird der magnetische Zwangszustand ähnliche Deformationen veranlassen, wie sie der elektrische Zwangszustand in den Erscheinungen der Elektrostriktion (**132**) herbeiführt. Der analoge Aufbau beider Felder aus Energiezellen (**112** und **180**), welche nach Entspannung streben, gestattet eine Übertragung der früheren Betrachtungen beim elektrischen Feld (**112** ff., **133** ff.) auf die analogen magnetischen Verhältnisse. Der dielektrischen Linearverschiebung $\lambda = \frac{B_d}{4\pi}$ in **113** wird hier die magnetische Intensität $I = \frac{B_f}{4\pi}$ (**292**) entsprechen und der Dielektrizitätskonstanten $\varkappa$ die Permeabilität μ bezw. μ_0. Der in **135** abgeleitete Ausdruck $\frac{2\pi}{\varkappa} \cdot \lambda^2 = \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{B_d^2}{8\pi}$ für die nach Entspannung strebende elektrische Feldenergie auf die Querschnittseinheit, als Mass für den Zwang des (elektrischen) Feldes, wird also ins Magnetische übertragen für die Eisenmoleküle zweier aneinanderstossender Kreislaufquerschnitte den Wert $\frac{1}{\mu_0} 2\pi I^2 = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_f^2}{8\pi}$ annehmen, als Mass für die in jedem cm^2 wirkende Kraft, welche die Moleküle gegeneinander zieht, bezw. sich als Abreisskraft einer Trennung der Querschnitte an einer Fuge, also ohne Hinzutreten merklicher mechanischer (Kohäsions-) Kräfte, entgegenstellt.

Die Vorstellung von Molekularmagneten mit der Polintensität $I = \frac{B_f}{4\pi}$ (bezogen auf die Flächeneinheit) in einem Medium (Äther) von der magnetischen Permeabilität $\mu_0 = 1$ (**292**) bedingt nämlich nach dem Flächengesetz in **134** eine Anziehung zwischen den gleichnamigen Polen aller Moleküle eines Querschnittes auf die entgegengesetzte molekulare Poleinheit des anstossenden Querschnittes von $2\pi I$. Ist $\frac{1}{\mu_0} = 1$, so folgt hieraus der magnetische Zwangszustand zu $2\pi I^2$, da die Flächeneinheit I Intensitätseinheiten besitzt. Wird I in CGS-Einheiten ausgedrückt, so würde die magnetische Anziehung $2\pi I^2$ Dyn auf 1 cm^2 ergeben. Setzen wir das maximale I zu 1700 (**292**, **294**), sowie den Elastizitätsmodul bei Eisen zu etwa $1{\cdot}8.10^{12}$ Dyn, so würde hieraus eine Verkürzung auf Grund des maximalen magnetischen Zwangszustandes zu etwa $\frac{2\pi \cdot 1700^2}{1{\cdot}8 \cdot 10^{12}} \sim 1 \cdot 10^{-5}$ folgen. Der Grössenordnung nach stimmt dies etwa zu dem beobachteten Wert (**297**). Die anfängliche Verlängerung wäre aber alsdann entweder durch Abweichung der

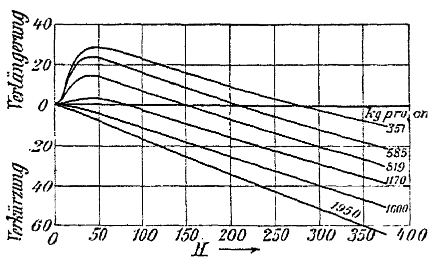


Fig. 387.

Moleküle von der Kugelform oder, vielleicht besser, durch magnetische Verschiebungen des Zwischenmediums zu deuten.

Bei einem Elektromagnet ist weiterhin zu berücksichtigen, dass für die Anziehungswirkung nicht nur die Eisenmoleküle mit dem Wert $2\pi I^2 = \frac{B_f^2}{8\pi}$ in Frage kommen, sondern ausserdem auch noch die Anziehung zwischen der Erregerspule mit dem Feld B_0 und den Eisenmolekülen mit der Intensität I zu $B_0 \cdot I$, sowie endlich die Anziehung zwischen den Teilen der Erregerspule selbst im Betrage von $\frac{B_0^2}{8\pi}$. Umgeformt liefert diese Anziehungssumme den Betrag

$$\frac{B_f^2}{8\pi} + \frac{B_0^2}{8\pi} + B_0 \cdot I = \frac{1}{8\pi}\left(B_f^2 + B_0^2 + 2 B_0 \cdot B_f\right) = \frac{1}{8\pi} \cdot \left(B_f + B_0\right)^2 = \frac{B^2}{8\pi}.$$

Der gesamten Stärke B des Feldes entspricht also in Übereinstimmung mit den Ausführungen MAXWELLs ein magnetischer Gesamtzwang von $\frac{B^2}{8\pi}$ Dyn auf 1 cm^2, wenn B in Kraftlinien auf 1 cm^2 gemessen wird. Hieraus folgt, dass für Apparate wie das „Permeameter" von S. THOMPSON, bei welchen die B, H-Kurve durch Herausreissen des Probestabes bei zurückbleibender Erregerspule bestimmt werden soll, der Wert $\frac{(B - B_0)^2}{8\pi} = \frac{B_f^2}{8\pi} = \frac{I^2}{2\pi}$ erhalten wird, also in erster Linie die I, H-Kurve. Für kleinere Werte von B sind

die Abreisswerte unsicher und durch mechanische Adhäsions- und Reibungseinflüsse stärker getrübt und können übrigens auch durch die früher (**292**) erwähnte Oberflächenwirkung der Fugen etwas beeinflusst werden. An einem durchgeschnittenen ringförmigen Elektromagnet beobachtete BIDWELL, abhängig von dem magnetischen Gefäll H, folgende zum Abreissen erforderliche Zugkräfte Z (in kg auf 1 cm², also in $Z_1 = \frac{Z}{q}$ kg angegeben, vgl. EWING § 146):

H = 3·9	5·7	10·3	17·7	22·2	30·2	40	78	115
Z_1 = 2·21	3·46	5·40	7·53	8·44	9·22	9·68	11·55	12·17
H = 145	208	293	362	427	465	503	557	585
Z_1 = 12·80	13·81	14·35	14·74	15·13	15·28	15·37	15·60	15·91

Nach der Formel $B = \sqrt{8\pi \cdot Z_1}$ folgt hieraus ohne weiteres die zugehörige Gesamtinduktion B bezw. die Eiseninduktion $B_f = 4\pi I = (B - H)$, jedoch ist zu beachten, dass B nur dann in Kraftlinien auf 1 cm² erhalten wird, wenn Z_1 in Dyn $= 9 \cdot 81 \cdot 10^5 \cdot$ kg eingesetzt wird. Bei Benutzung der Tabellenwerte wäre also $B = 10^3 \sqrt{24 \cdot 7\, Z_1}$ zu setzen; z. B. für $H = 40$ und $Z_1 = 9 \cdot 68$ kg wäre $B = 10^3 . \sqrt{237} = 15400$ u. s. f.

Die experimentelle Prüfung der MAXWELLschen Formel für die Zugkraft ist namentlich von BOSANQUET (1886), später von THRELFALL und nochmals (1895) von E. T. JONES (vgl. ETZ 1895, 411) erfolgt und sehr nahe Übereinstimmung zwischen den theoretischen und beobachteten Werten in den Grenzen von $B = 6000$ bis 20000 gefunden worden. Anschliessende Untersuchungen von JONES über höhere Induktionen bis $B = 40000$ (vgl. ETZ 1896, 154) lieferten gleichfalls ausreichende Übereinstimmungen mit der angegebenen dreiteiligen Formel für B. Erwähnt sei die von THRELFALL und JONES (vgl. a. a. O.) beobachtete Thatsache, „dass die Tragkraft ein Maximum ist, nicht wenn die Stirnflächen sich vollständig berühren, sondern wenn sie an einer Seite etwas getrennt sind und einen keilförmigen Spalt einschliessen, aber nur bis zu Induktionen von etwa 14000 CGS. Darüber hinaus verlangt das Maximum der Tragkraft eine vollständige Berührung dieser Flächen". Der Ausdruck $Z = \frac{1}{8\pi}\int_0^q B^2 \cdot dq$ erfährt also bei den niederen Induktionen durch Abweichung des B der Differentialquerschnitte von dem experimentell beobachteten Mittelwert $(B)_m = \frac{1}{q}\int_0^q B \cdot dq$, wie sie aus der Einfügung des keilförmigen Luftspaltes notwendig folgt, eine Vergrösserung und erreicht bei bestimmten Keildimensionen ein Maximum.

Die magnetischen Zugkräfte besitzen eine mannigfaltige technische Verwendung bei Instrumenten (siehe Bd. II), bei den verschiedenartigsten elektromagnetischen Mechanismen, namentlich Relais und Signalapparaten (siehe Bd. XII), sowie endlich neuerdings bei Bremselektromagneten. Hierbei ist nicht nur die Grösse der Zugkraft abhängig von der Polform (siehe ETZ 1901, 542), sondern namentlich ihr Zusammenhang mit der Weglänge des Zuges (Hubhöhe) von praktischer Bedeutung (siehe über Bremselektromagnete für Gleichstrom ETZ 1901, 175 sowie über Hubmagnete ETZ 1902, 131 und 252).

Weiteres über elektromagnetische Bewegungserscheinungen als Zugkraftswirkungen siehe in **180** ff. sowie in **274** ff.

Über Relais und schnell wirkende Elektromagnete in Chronographen siehe unter anderen in S. Thompson, Elektromagnet, Seite 203 bis 210, ferner 240 bis 292 über elektromagnetische Apparate der verschiedensten Art.

Die Saugkraft F, welche von Kreisleitern oder Wickelungen auf bewegliche ferromagnetische Körper ausgeübt wird, ergiebt sich in ihrer Richtung aus dem früher (**276**) angegebenen Grundgesetz, nach dem sich das ganze System auf ein Minimum des magnetischen Widerstandes einzustellen sucht.

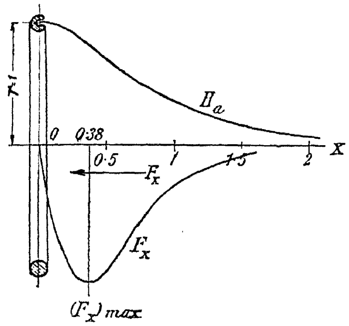


Fig. 388 a.

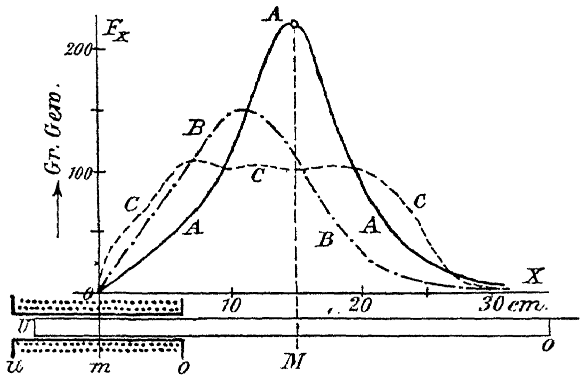


Fig. 388 b.

Die Grösse der Kraft, auf Grund analoger energetischer Beziehungen wie bei den Umsetzungserscheinungen des dielektrischen Zwangszustandes (**136**), ergiebt sich zu

$$F = \frac{d A}{d l},$$

wenn A hier die magnetische Spannungsenergie (Volumenenergie siehe **112**, **118**, **135**) und $d l$ eine virtuelle Verschiebung des Systems bezeichnet. Eine theoretische Ableitung ist aber mit ausreichender Zuverlässigkeit nur in ganz vereinzelten Fällen möglich. Einen solchen bildet die Saugkraft F_x, welche auf eine (kleine) Eisenkugel mit dem Volumen V in Richtung der Achse eines Kreisleiters ausgeübt wird (vgl. Du Bois § 161) und in Fig. 388 a graphisch dargestellt ist. Hierbei ist zu der in Radiuseinheiten ($r = 1$) gemessenen x-Achse die früher (**180**) behandelte, zugehörige „Feldstärke" H_a als Ordinate nach oben aufgetragen; als Ordinate nach unten die daselbst vorhandene Stärke der Saugkraft F_x auf die Kugel, welche in Richtung der x-Achse geführt zu denken ist, sodass die Kraftkomponente senkrecht zu x, welche die Kugel nach dem inneren Rand des Kreisleiters hin zu treiben sucht, durch die Führung aufgenommen wird. Wie die weitere Differentiation der hier geltenden Zugkraftsgleichung

$$F_x = \frac{\quad}{8 \pi} V \cdot \frac{d H_a{}^2}{d x}$$

ergiebt, wird $\frac{d F_x}{d x} = o$, also F_x ein Maximum für $x = 0{\cdot}38\, r$.

Dies lässt für Spulen (vgl. **180**) und langgestreckte Eisenkerne erwarten, dass das Maximum der Saugkraft F_x erreicht wird, lange bevor die Mitte M

des Eisenkernes mit der Mitte m der Spule zusammenfällt. Dieser Schluss wird auch bestätigt durch die experimentellen Untersuchungen von BRUGER (vgl. **282**, sowie ETZ 1886, 199; 215), deren Ergebnisse für 3 Kernformen bei $H_m = 30$ CGS in Fig. 388b graphisch dargestellt sind. Der Weg von M ist als Abscisse in cm, und die Saugkräfte F_x in g sind als Ordinaten aufgetragen, wenn der Eisenkern zylindrisch (A), doppelkonisch zugespitzt (B), wulstig (C) ist.

299. Zirkulare und achsiale Permeabilität bei Eisen. Die früher (**282**) erwähnte Übereinanderlagerung von achsialer und zirkularer Magnetisierung bei einem Eisendraht legt die Frage nahe, ob die Permeabilitäten μ_a und μ_c für die beiden aufeinander senkrecht stehenden Magnetisierungsrichtungen bei demselben Draht gleich gross sind. Dies besitzt um so mehr Interesse, als die Werte von μ_c für die Grösse der Selbstinduktion von Eisendrähten in Frage kommen. Die Frage wurde hauptsächlich durch Untersuchungen von KLEMENČIČ (vgl. ETZ 1895, 117; 1896, 69; 1894, 716) beantwortet, indem er experimentell die Selbstinduktion von Eisendrähten ermittelte. Aus den Ergebnissen folgt eine erhebliche Abweichung des Verhältnisses $\mu_a : \mu_c$ von 1, also eine Art „magnetischer Doppelbrechung“.

Jeder Stromfaden in einem Eisendraht, der in der Längsrichtung vom elektrischen Strom durchflossen wird, erzeugt ein zirkulares magnetisches Feld mit nach aussen abnehmender Stärke (**69, 189**). Der hieraus nach dem magnetischen Ausgleichgesetz folgende, zirkularmagnetische Zustand im Drahte selbst muss beim Verschwinden einen Induktionsstoss $L \cdot J = \int e\,dt$ in Richtung des verschwindenden Stromes J erzeugen (**70, 182**). Der Induktionsstoss muss um so grösser sein, je höher das μ_c des Drahtmateriales ist, und er kann als vergleichendes Mass für μ_c dienen, da für ein bestimmtes $\frac{dJ}{dt} = J$ (beim Ausschalten) der Induktionskoeffizient L des Drahtes für gleiche Drahtdimensionen proportional mit dem mittleren Wert von μ_c wächst (siehe hierzu **178** und **183**). KLEMENČIČ mass die Induktionsstösse $\int e\,dt$ für Drähte von 1 m Länge und 2 mm Durchmesser aus 1. weichem Eisen, 2. hartem (gestrecktem) Eisen und 3. Bessemerstahl bei dem Verschwinden der Stromstärken innerhalb der Grenzen von $J = 0{\cdot}0123$ bis $0{\cdot}322$ CGS und fand, bei stetig zunehmender Permeabilität, folgende Grenzwerte:

J in Ampere	$N = \int e\,dt$ (pro Windung)			$\frac{N \cdot 10}{J} = L$ in cm			$(\mu_c)_m = L_a : L_1$		
			3	1		3	1		3
0·123	134	70	50	10 890	5330	4320	9·25	4·65	3·63
3·22	25 480	13 350	1835	79 060	39 870	6193	67	34	5·2

Unter $(\mu_c)_m$ sind die mittleren Permeabilitäten für den ganzen magnetischen Kreislaufquerschnitt bei Zirkularmagnetisierung hinzugefügt, wie sie sich aus dem Vergleich mit einem Draht aus unmagnetischem Material (L_1) ergaben. Indem KLEMENČIČ dieselben Drähte auf Permeabilität (μ_a) bei achsialer Magnetisierung untersuchte, kam er durch Vergleichung zu dem Schluss, dass bei weichem Eisendraht μ_c kleiner ist als μ_a, hingegen

bei hartem Eisen und Bessemerstahl umgekehrt $\mu_c > \mu_a$. Über die Mittelwerte von μ_c bei raschen magnetischen Schwingungen siehe in **300**.

Noch bedeutender als bei Gleichstrommagnetisierung gestaltet sich der Einfluss der magnetischen Molekularreibung bei Wechselmagnetisierung, ja man kann sagen, dass alle die mannigfaltigen Erscheinungen bei rasch wechselnder Magnetisierung, welche zu den vorstehenden neu hinzutreten, ganz überwiegend magnetische Reibungserscheinungen sind. Der Rest entfällt auf den Einfluss der „Wirbelströme", d. h. auf die elektrische Leitereigenschaft des Ferrikums, welche eine Beeinflussung der primären MMK $(\tilde{J})$ durch Sekundärströme $(\tilde{J}_f)$ im Ferrikum herbeiführt, da die endgültigen Magnetisierungserscheinungen aus der Übereinanderlagerung der im Zeitdiagramm verschieden gerichteten, aber auf dasselbe Substrat wirkenden Magnetisierungsstromstärken $(\tilde{J}$ und $\tilde{J}_f)$ entstehen. Weiterhin werden sie dann noch durch die Wärmewirkungen der (infolge Hysterese und Wirbelströme) im Eisen umgesetzten Leistung $(W_h + W_w)$ beeinflusst. Dieser Einfluss äussert sich sowohl im Verlauf der B, H-Kurve (**295**), als auch in der Form und in dem Inhalte der Hystereseschleife; endlich auch in physikalisch-chemischer Richtung durch Veränderung der Strukturverhältnisse im Zusammenhang mit allen magnetischen Eigenschaften, bei stärkerer Erwärmung von längerer Dauer und einem nicht hinreichend stabilen Zustand des Ferrikums, der von der Herstellungs- und Behandlungsart, meist von seinem thermischen Vorleben herrührt (**304**). Die sekundären Einflüsse, einschliesslich der früher als „Ermüdungs-" oder Alterungs-Erscheinung aufgefassten Materialänderung, müssen aber, um die Übersicht nicht zu erschweren, gesondert behandelt werden.

300. Wechselmagnetisierung. Differenzierung der Begriffe.

Die als magnetische Hysterese bekannte Wirkung der magnetischen Molekularreibung bedingt bei Wechselmagnetisierung $(\tilde{J})$ den schon in den Hilfsvorstellungen (**285**) näher betrachteten Verlauf der B, H- bezw. I, H-Kurve in Form einer Schleife. Die Ummagnetisierungsarbeit, welche der Schleifen*inhalt* darstellt, soll in ihren Besonderheiten später (**302** ff.) näher betrachtet werden. Hier sei zunächst der Einfluss, welchen die Auseinanderziehung der Magnetisierungskurve in eine Schleife auf alle bisherigen Ausgleichbegriffe ausübt, und die daraus sich ergebende Vermannigfaltigung derselben kurz erörtert.

Wenden wir uns zunächst dem Begriff der magnetischen Permeabilität zu, so lehrt ein Blick auf die Hystereseschleife, dass wir bei Wechselmagnetisierung den bisherigen Integralbegriff $\mu = \frac{B}{H}$ in den Differentialbegriff $\mu = \frac{dB}{dH}$ umwandeln müssen, um brauchbare, d. h. nicht durch ∞ gehende, unstetige Werte für die Permeabilität zu erhalten. Natürlich haben wir ausserdem, wie schon früher (**291**), streng zwischen dem in Fig. 389 mit I bezeichneten (ausgezogenen) reinen Eisenwert μ und dem mit II bezeichneten (strichlierten) Mischwert μ_g des *ganzen* Kreislaufes *einschliesslich Luftstrecke* zu unterscheiden. Der Verlauf von $\mu = \frac{dB}{dH}$ in Fig. 389 für die „aufsteigende Kommutierungskurve" (**293**) und die Hystereseschleife bezieht sich auf ein hartes Material (ausgeglühter Klaviersaitendraht) und ist einerseits aus der Reinkurve G (ausgezogen), andererseits aus der mit $\gamma = 0{\cdot}05$ (**292**) gescherten Rohkurve G' (strichliert) abgeleitet.

Es soll weiter unten (**301**) gezeigt werden, wie physikalisch eine Vergleichbarkeit von Wechselstrompermeabilität $\tilde{\mu}$ und Gleichstrompermeabilität $\bar{\mu}$ möglich wird. Dass die Wechselstrompraxis mit jenen so erhaltenen μ-Kurven (Fig. 389) aber nicht arbeiten kann, sondern auch hier empirischer Mittelwerte für die Einführung einer Wechselstrompermeabilität ($\tilde{\mu}$) bedarf, ist einleuchtend. Ebenso naheliegend ist es, für den technischen (symmetri-

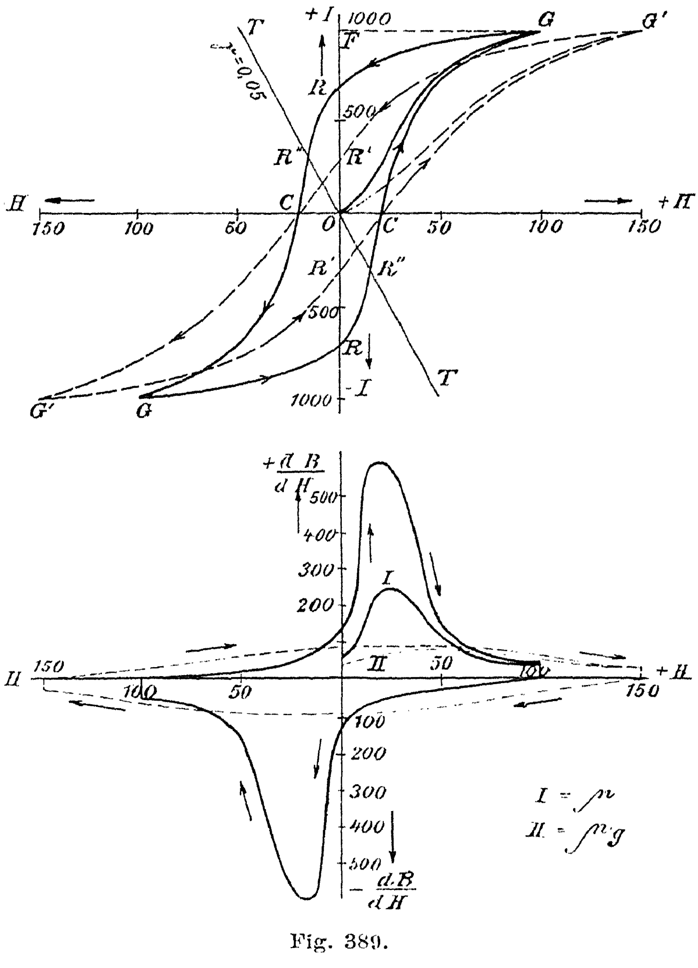


Fig. 389.

schen) Wechselstrom diesen Wert als Periodenmittelwert auf die Zeit zu beziehen und aus den gemessenen Effektivwerten von $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$ abzuleiten. Hieraus ergeben sich aber zwei verschiedene Auffassungen über den Begriff und die eigentliche Grösse von $\tilde{\mu}$, sowie über das Verhältnis ($\tilde{\mu} : \bar{\mu}$) der Wechselstrompermeabilität zur Gleichstrompermeabilität. Über die Zerlegung des gemessenen Wertes $\tilde{E}_g$ in die meist verhältnismässig kleine Komponente $\tilde{E}_R = \tilde{J} \cdot R$ und die überwiegende Komponente

$$10^8 \cdot \tilde{E}_\mu = \omega_e \tilde{N} \cdot w = \omega_e \cdot \tilde{B} \cdot q \cdot w = c'_e \cdot u \cdot B' \cdot q \cdot w$$ (vgl. hierzu **101**),

welche der Wechselfeldinduktion das Gleichgewicht hält und zur Bestimmung des Effektivwertes $\tilde{B}$, bezw. der praktisch wichtigeren Maximalinduktion B'

heranzuziehen ist, besteht keine Verschiedenheit der Auffassung. Nur ist zu beachten, dass auch hier bereits zwei verschiedene Werte von $\tilde{\mu}$, nämlich $\tilde{\mu} = \frac{\tilde{B}}{\tilde{H}}$ und $\tilde{\mu}' = \frac{\tilde{B}'}{\tilde{H}'}$ zu unterscheiden sind, von denen zwar wegen seiner Eindeutigkeit (vgl. **301**) der letztere physikalisch weitaus wichtiger ist, der erstere jedoch mangels genauer Kenntnis der Kurvenform von $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$, sowie ihrer Scheitelfaktoren (**107** bezw. H. I, 1 Seite XIV), häufig praktisch bevorzugt wird.

Aus der Formel für $\tilde{B}$ geht ohne weiteres hervor, dass die Gewinnung von $\tilde{B} = \frac{10^8 \cdot \tilde{E}_\mu}{\omega_e \cdot q \cdot w}$ auch bei hinreichender Kenntnis aller sonstigen Grössen nur insoweit zuverlässig ist, als der Wert $\omega_e = c_e \cdot u$, d. h. als bei bekannter sekundlicher Periodenzahl u der Formfaktor $c_e = f \cdot \sqrt{2}$ der Spannungswelle (**101**) bekannt ist. Ausserdem ist bei grösseren Werten von q, genauer bei grösserer Ungleichförmigkeit von $\tilde{B}$ im Querschnitt q zu beachten, dass diese Bestimmung gleichfalls nur den mittleren Querschnittwert $(\tilde{B})_m$ liefert (**291**). Nimmt man aber diese Punkte alle als ausreichend definiert und berücksichtigt an, so ergiebt sich bei dem Begriff von $\tilde{H}$ eine prinzipielle Verschiedenheit je nach der Behandlung der gemessenen Wechselstromstärke $\tilde{J}$, um aus diesem Rohwert den für $\tilde{H}$ gültigen Reinbetrag der Magnetisierungsstromstärke zu gewinnen. Hieraus folgt dann eine zahlenmässig schwerwiegende Verschiedenheit der $\tilde{\mu}$-Werte, die das Verhältnis der Effektivwerte $\tilde{B}$ und $\tilde{H}$ darstellen. Die nicht ausreichende Beachtung und Hervorhebung dieses Punktes, also die ungenügende Definition von $\tilde{\mu}$, wird aber nur in einigen Fällen eine Erklärung der sich vielfach widersprechenden Angaben in den Werten der Wechselstrompermeabilität gestatten, während andere noch ungeklärt bleiben (vgl. **301**).

Bei Benutzung der gemessenen (effektiven) Mittelwerte für $\tilde{J}$ und $\tilde{E}$ stellt die Wechselstromstärke $\tilde{J}$, welche eine Wickelung mit Eisenkern durchfliesst, den letzten, der Messung unmittelbar zugänglichen Wert dar. Diesen denken wir uns, wie früher (**149**) angeführt, in zwei Komponenten aufgelöst, welche im Polardiagramm rechtwinklig zu einander stehen: die zur Spannung $\tilde{E}_\mu$ senkrecht stehende Magnetisierungskomponente $\tilde{J}_\mu$ und die arbeitleistende Komponente $\tilde{J}_r$ in Richtung von $\tilde{E}_\mu$ (vgl. hierzu Fig. 96 in **149**, sowie Fig. 390). Bei Abwesenheit einer Sekundärspule mit merklicher elektrischer Leistung wird das Produkt $\tilde{E}_\mu \cdot \tilde{J}_r$ im Eisen in Wärme umgesetzt, und zwar teils als Ummagnetisierungsarbeit, teils als elektrische Wirbelstromarbeit. Hier entsteht nun die prinzipielle Frage, welche bisher eine unzweideutige experimentelle Lösung noch nicht erfahren hat und demzufolge auch noch keine einheitliche Auffassung, welche als allein richtig gelten kann. Wird die Komponente $\tilde{J}_r$, ähnlich wie die zunehmende primäre Arbeitskomponente für eine wachsende sekundäre Belastungsstromstärke, in der Weise gebunden, dass sie für die Magnetisierung überhaupt nicht in Frage kommt, oder verrichtet $\tilde{J}_r$ seine feldbildende Magnetisierungsfunktion noch nebenbei? Was denjenigen — gewöhnlich kleineren — Teil von $\tilde{J}_r$ anlangt, der auf die in der Phase entgegengesetzt gerichtete Wirbelstromkomponente entfällt, so ist wohl nur eine Entscheidung in der ersten Richtung angängig,

wenn man die Wirbelstrombahnen als parasitäre kurzgeschlossene Sekundärwicklungen ansieht; bei dem — gewöhnlich grössten — Teil von $\tilde{J}_r$, das ist der Hysteresekomponente J_h, ist aber die Auffassung je nach der Ummagnetisierungsvorstellung nach der ersten oder zweiten Richtung möglich. Der Auffassung entsprechend wird auch die Einsetzung von $\tilde{J}_\mu$ oder die von $\tilde{J}$ in die Gleichung für $\tilde{H}$ zu erfolgen haben. Offenbar müssen sich aber der Wert von $\tilde{H}$ und alle daraus abgeleiteten Werte, namentlich $\tilde{\mu}$ wesentlich verschieden ergeben, je nachdem man den Rohwert $\tilde{J}$, oder den mit Hilfe einer Leistungsmessung (Wattmetermessung) ermittelten Reinbetrag $\tilde{J}_\mu$ einsetzt, also $\tilde{H} = \frac{4\pi w}{10} \cdot \frac{\tilde{J}}{l}$ oder $= \frac{4\pi w}{10} \cdot \frac{\tilde{J}_\mu}{l} = \frac{4\pi w}{10} \cdot \frac{\tilde{J}}{l} \cdot \sin\varphi$ bildet.

Die Bevorzugung der letzteren Auffassung von meiner Seite gründet sich neben philosophischen Überlegungen teils auf Analogieschlüsse, unter Zugrundelegung anderer magnetischer Erscheinungen, teils auf die unten angeführten Beobachtungen von KLEMENČIČ. Die Überlegung, dass die reine Feldbildung vorübergehend eine Leistung benötigt, wenn dieselbe auch wieder an den Stromkreis zurückgeliefert wird (**157**), lässt es mir nicht angängig erscheinen, dass die Komponente $\tilde{J}_h$ gleichsam zweien Herrn dienen, d. h. neben der bei der Ummagnetisierung absorbierten Leistung auch noch feldbildend wirken kann. Nach den Hilfsvorstellungen ist zu erwarten, dass $\tilde{\mu}$ grösser sei als $\overline{\mu}$, insofern die rasche Ummagnetisierung der Moleküle denselben nach Art von Erschütterungen bezw. Erwärmungen eine grössere Beweglichkeit erteilen, jene beiden Zustandsbedingungen den Wert von μ sonach erhöhen müssten (**295** ff.). KLEMENČIČ (vgl. ETZ 1894, 716) untersuchte, neben der früher angeführten (**299**) Bestimmung von $\overline{\mu}$, auch die Permeabilität von Eisen- und Nickeldrähten mit sehr raschen elektrischen Schwingungen, indem er denselben raschen Wechselstrom $\tilde{J}$ durch einen unmagnetischen Messingdraht mit dem spezifischen elektrischen Widerstand ϱ_1 (Permeabilität $\mu_1 = 1$) und den parallel verlaufenden magnetischen Draht mit dem spezifischen Widerstand ϱ_2 schickte und aus dem Verhältnis ν der Wärmeentwickelungen bei Eisendraht und Messingdraht nach STEFAN und RALEIGH

$$\tilde{\mu} = \nu^2 \cdot \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$$

setzte und hiernach als mittlere Permeabilität $\tilde{\mu}$ die Werte fand:

	Eisen (weich)	Stahl (Klaviersaite) (weich)	Stahl (Klaviersaite) (hart)	Bessemerstahl (weich)	Bessemerstahl (hart)	Nickel
$\tilde{\mu}$ =	118	106	115	77	74	27

Ein Vergleich dieser Werte mit den in **299** angeführten Werten für μ deutet auf eine erhebliche Überlegenheit der mittleren Effektivwerte von $\tilde{\mu}$ gegenüber $\overline{\mu}$ unter $(\mu_c)_m$. Endlich bestimmen mich auch noch formelle oder pädagogische Rücksichten die $\tilde{H}_\mu$-Auffassung vorzuziehen. Die letztere gestattet eine verhältnismässig einfache Trennung des gemessenen $\tilde{J}$ in $\tilde{J}_\mu$ und $\tilde{J}_r$ bezw. $\tilde{J}_h$, wenn die Wirbelstromkomponente nicht gesondert behandelt wird (Fig. 390), unter Beibehaltung der Annahme, dass Feld ($\tilde{N}$) und Magnetisierungsstrom ($\tilde{J}_\mu$) gleichphasig und beide gegenüber der Umsetzungs-

spannung ($\tilde{E}_\mu$) um 90^0 versetzt sind, während die $\tilde{H}_b$-Auffassung gezwungen ist, diese einfache Festsetzung aufzugeben und, um sich den Erfahrungsthatsachen anzupassen, mit einem „hysteretischen Voreilungswinkel α" des Magnetisierungsstromes $\tilde{J}$ zu arbeiten (vgl. Fig. 390, sowie in **301**), der nach STEINMETZ durch

$$\sin \alpha = \frac{4 \mu \cdot h}{(B')^{0 \cdot 4}} \quad \frac{4 h . (B')^{1 \cdot 6}}{H' \cdot B'}$$

definiert wird, wenn h den STEINMETZschen Hysteresekoeffizienten des Materials bezeichnet (**302**). Über eine bequeme, graphische Ermittelung von α siehe ETZ 1901, 529.

In beiden Fällen darf aber nicht übersehen werden, dass bei der Formulierung äquivalente Sinuswellen zu Grunde liegen, also gleichsam praktische Integralwerte, welche auf den Aufbau aus den Differentialwerten keinen sicheren Rückschluss gestatten, solange nicht die aus der Eisensättigung folgende Verzerrung der Kurve des Magnetisierungsstromes, d. i. ihre Abweichung von der Sinuskurve, oder überhaupt von der Form der Spannungskurve $\tilde{E}_\mu$ berücksichtigt wird. Dies macht eine Klärung des Zusammenhanges der Kurvenformen unerlässlich. Ihre hierzu erforderliche Analyse oder auch Synthese, wenn es sich beim Konstrukteur um Vorausberechnungen handelt, kann mit Hilfe der Hystereseschleifen des verwendeten Materiales ausgeführt werden. Diese Ermittelung der Kurvenform für die Magnetisierungskomponente $\tilde{J}_\mu$ ist in physikalischer Beziehung um so notwendiger, als ein wirklich eindeutiges Verhältnis zwischen Wechselstrompermeabilität und Gleichstrompermeabilität nur durch

301. Permeabilität bei Wechselstrom. Synthese der Stromkurven.

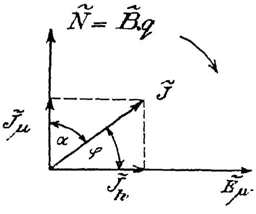


Fig. 390.

$\tilde{\mu}' : \bar{\mu}$ gegeben wird, wenn in $\tilde{\mu}' = \frac{\tilde{B}'}{\tilde{H}'}$ für $\tilde{H}' = \left(1 \cdot 257 \cdot \frac{w}{l}\right) \cdot i'$ der Maximalwert i' der Magnetisierungsstromstärke von gleicher Grösse wie $\bar{J}$ ist, und die erzielte maximale Wechselinduktion $\tilde{B}'$ mit $\bar{B}$ in Beziehung gesetzt wird.

Die hierzu erforderliche Ableitung der ideellen $\tilde{J}_\mu$-Kurve aus der unmittelbar beobachteten $\tilde{J}$-Kurve erfolgt nun am besten, wie zuerst von HOPKINSON angegeben wurde, aus der Hystereseschleife des magnetischen Kreislaufes als Umkehrung der folgenden aufbauenden (synthetischen) Betrachtung: Nehmen wir zunächst zur Vereinfachung an, dass die zugeführte Wechselspannung $\tilde{E}_g$ etwa Sinusform besitze, so wird auch die durch das Wechselfeld $\tilde{N} = \tilde{B} \cdot q$ aufgewogene Umsetzungsspannung $\tilde{E}_\mu = c_1 . \tilde{B}$ diese Form praktisch beibehalten, falls die abzuziehenden Komponenten (**106**) entweder klein sind, oder selbst wieder Sinusform besitzen. Der Sinusform von $\tilde{E}_\mu$ entspricht wegen Konstanz von c_1 auch die Form des Verlaufes der Wechselinduktion $\tilde{B}$ (vgl. Fig. 391). Liefert der magnetische Kreislauf für die auftretende Maximalinduktion B' die in Fig. 392 dargestellte Hystereseschleife mit der (strichliert angegebenen) ideellen, eindeutigen Magnetisierungskurve bei Abwesenheit von magnetischer Molekularreibung ($A = o$), so können wir die erforderliche Magnetisierungsstromkurve für die $\tilde{B}$-Kurve in Fig. 391

sofort aus Fig. 392 abgreifen, wenn wir in beiden Figuren für B denselben Massstab wählen. Es wird in beiden Figuren B' gleich gemacht und ausserdem, gemäss $\tilde{H} = c_2 \cdot \tilde{J}$, der konstante Faktor $c_2 = 1 \cdot 257 \cdot \frac{w}{l}$ gleich der Einheit gewählt, da es hier in erster Linie auf die Kurvenform ankommt. Die ideelle Magnetisierungsstromkurve $\tilde{J}_\mu$ wird alsdann erhalten, wenn wir zu einer genügenden Anzahl von Werten der $\tilde{B}$-Kurve in Fig. 391 die zugehörigen Abstände $a\,b = \tilde{H}$ aus Fig. 392 abgreifen und zur Konstruktion der $\tilde{J}_\mu$-Kurve in Fig. 391 benutzen. Die so für sich erhaltene (strichlierte) $\tilde{J}_\mu$-Kurve zeigt die charakteristische Spitzenform infolge der

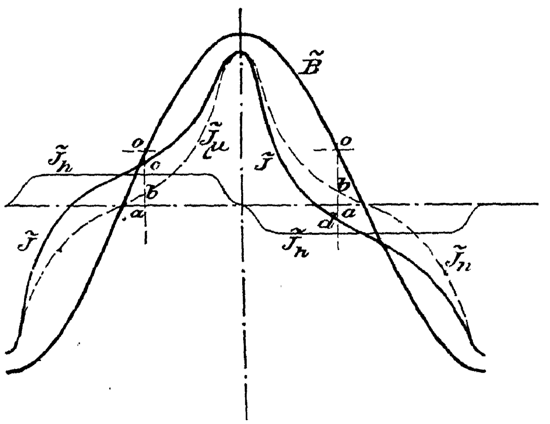


Fig. 391.

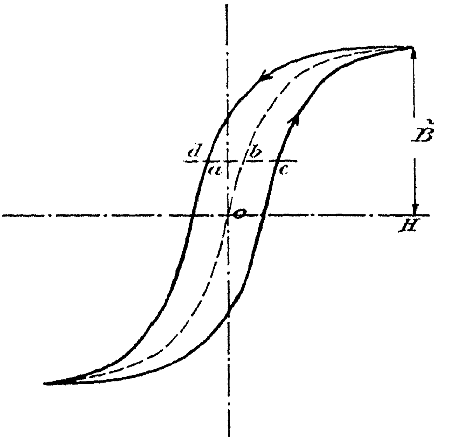


Fig. 392.

Verzerrung durch die magnetische Sättigungserscheinung, ist aber sowohl zur Abscissenachse a, als auch zur (hierzu senkrechten) Maximalwertachse symmetrisch.

Die wahre Stromkure $\tilde{J}$ unter Berücksichtigung der Hysterese ergiebt sich nach dem gleichen Verfahren, wenn man an Stelle der ideellen Magnetisierungskurve die Hystereseschleife treten lässt und deren (Abscissen-) Abstände von der Ordinatenachse, z. B. $a\,c$ bezw. $a\,d$, in Fig. 392 abgreift. Trägt man diese Abstände ($a\,c$ bezw. $a\,d = H$) in Fig. 391 als Ordinaten auf, und zwar die $a\,c$-Abstände links vom Maximalwert, die $a\,d$-Abstände rechts hiervon, ferner alle rechts von a liegenden H-Werte nach oben, alle links liegenden nach unten, so erhält man die wahre Stromkurve $\tilde{J}$ in Fig. 391; sie fällt im Maximum mit $\tilde{J}_\mu$ zusammen, ist aber nur noch zur Abscissenachse symmetrisch (**151**), hingegen nicht mehr zur Maximalwertachse.

Bildet man aus der Stromstärkedifferenz $b\,c$ bezw. $b\,d$, welche durch die Hysterese veranlasst wird und in Fig. 392 als Abscissen-, in Fig. 391 als Ordinatendifferenz auftritt, eine neue, zur Abscissenachse symmetrische Stromkurve, so liefert diese die arbeitleistende oder Hysteresekomponente $\tilde{J}_h$. Sonach stellen $\tilde{J}_\mu$ und $\tilde{J}_h$ die beiden Komponenten von der experimentell bestimmbaren Kurve $\tilde{J}$ dar. Letztere ermöglicht jetzt rück-

wärts die Ermittelung der ideellen Magnetisierungsstromkurve $\tilde{J}_\mu$, indem man von ihr die gleichfalls experimentell bestimmte und mit gleichgrossem Maximalwert B' gezeichnete Hystereseschleife (Fig. 392), genauer ihre Halbwerte $b\,d = b\,c$, geometrisch abzieht. Die $\tilde{J}_h$-Kurve ist für sich beiderseitig symmetrisch, wie die $\tilde{J}_\mu$-Kurve, gehört aber im Gegensatz zu dem Spitzencharakter der J_μ-Kurve zu den ausgesprochen flachen Kurven und bewirkt in Zusammensetzung mit der $\tilde{J}_\mu$-Kurve, dass die resultierende $\tilde{J}$-Kurve zwar bezüglich des Maximalwerts i' unverändert bleibt gegenüber B', aber hinsichtlich der Nullwerte eine erhebliche Phasenverschiebung erfährt. In Fig. 391 sind dies etwa 40 Grad, welche den „hysteretischen Voreilungswinkel α" bedingen (vgl. Fig. 390). Die weitere Verwickelung dieser Erscheinungen bei erheblicher Ausbildung der Wirbelströme, welche

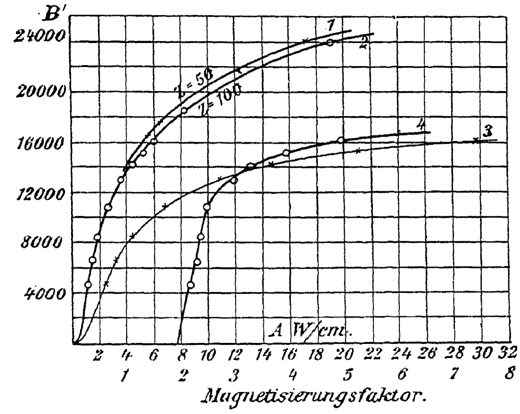


Fig. 393.

zwar technisch auf ein Mindestmass herabgedrückt zu werden pflegt, physikalisch aber grosses Interesse besitzt, soll später (**306**) behandelt werden. Hier sollen zunächst einige Erfahrungswerte der Wechselstrompermeabilität Platz finden.

Zunächst mögen die experimentell von Friese (in Übereinstimmung mit den vorausgehenden Überlegungen) ermittelten Werte angeführt sein.[1]) Sie wurden an einem Ring aus 60 gut voneinander isolierten Blechringen mit 0·497 mm mittlerer Dicke, 12·5 mm mittlerer Breite, und 21·2 cm mittleren Umfanges bezw. 20·95 „harmonischen" Umfanges (**291**), also mit einem Nettoeisenquerschnit $q = 3 \cdot 73$ cm^2 und -Volumen $V = 79 \cdot 25$ cm^3 mittels der Wattmetermethode (vgl. Bd. II) gewonnen. Die bei $z = 100$ oder 50 sekundlichen Magnetisierungsperioden (u) beobachteten und die aus den Beobachtungen, wie angegeben, abgeleiteten Werte für die Grenzen von B' zwischen 4700 und 24000 sind in der Tabelle aufgeführt. Ausserdem wurden sie graphisch als $B', \tilde{A}W_\mu$-Kurve, d. h. in der technisch wichtigen Zusammenstellung von Maximalinduktion B' und effektiven Magnetisierungs-Amperewindungen auf 1 cm Eisenweglänge ($\tilde{A}W_\mu$) in Fig. 393 auf-

[1]) Diese Werte sind einer im Jahre 1893 ausgeführten, aber bisher nicht veröffentlichten Arbeit von R. Friese entnommen, welche dem Verfasser zur Benutzung für das Handbuch freundlichst zur Verfügung gestellt wurde.

Versuche bei 100 Wechsel.

Laufende No. d. Versuches		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	Gesamtstrom $\tilde{J}$ (beobachtet)	0·30	0·38	0·47	0·63	0·79	0·95	1·08	1·22	1·60	3·66
II	Klemmenspannung $\tilde{E}_g$ (beobachtet)	4·37	6·07	7·77	9·97	11·90	12·97	13·94	14·74	16·99	21·86
III	Total aufgenommene Watt W (beobachtet)	0·97	1·66	2·50	3·67	4·88	5·63	6·32	6·96	8·42	15·17
IV	Kupferverlust $W_{cu} = \tilde{J}^2 \cdot r$	0·03	0·04	0·06	0·11	0·18	0·26	0·34	0·43	0·73	3·84
V	Eisenverlust $W_{fe} = W - W_{cu}$	0·94	1·62	2·44	3·56	4·70	5·37	5·98	6·53	7·69	11·13
VI	Eisenverlust auf 1 cm^3 $= \frac{W_{fe}}{V}$	0·012	0·021	0·031	0·045	0·058	0·068	0·076	0·083	0·097	0·143
VII	$\cos \varphi = \frac{W}{\tilde{J} \cdot \tilde{E}_g}$	0·74	0·73	0·69	0·59	0·52	0·46	0·42	0·39	0·31	0·19
VIII	φ	42° 20'	43° 10'	46° 20'	53° 50'	58° 40'	62° 40'	65° 10'	67° 0'	71° 50'	79° 0'
IX	Elektromotorische Gegenkraft $\tilde{E}_\mu$	4·30	5·96	7·67	9·86	11·80	12·85	13·81	14·6	16·87	21·68
X	Amplitude der Induktion $\tilde{B}'$	4 740	6 570	8 450	10 870	13 030	14 180	15 240	16 100	18 620	23 920
XI	Komponente $\tilde{J}_h = \frac{W_{fe}}{\tilde{E}_\mu}$	0·22	0·28	0·32	0·36	0·40	0·42	0·43	0·45	0·46	0·52
XII	Komponente $\tilde{J}_\mu = \sqrt{\tilde{J}^2 - \tilde{J}_h^2}$	0·21	0·26	0·35	0·52	0·68	0·85	1·00	1·14	1·56	3·63
XIII	Effektive magnetisierende Amperewindungen pro cm $= \frac{\tilde{J}_\mu \cdot w}{l}$	1·13	1·39	1·87	2·76	3·60	4·47	5·27	6·00	8·22	19·15
XIV	Gleichstrom-Amperewindungen für dieselben Werte von $\tilde{B}'$	2·49	3·21	4·45	6·82	10·90	14·7	21·0	29·7	—	—
XV	Magnetisierungsfaktor $= \frac{XIV}{XIII}$	2·20	2·31	2·37	2·47	3·03	3·29	3·98	4·95	—	—

getragen. Die Bezeichnung $\tilde{A}\tilde{W}_\mu$ soll also ausdrücken, dass die unter XII der Tabelle angeführten Stromwerte (nach Abzug von $\tilde{J}_h$) eingesetzt wurden. Fig. 393 enthält ausserdem noch als Kurve 1 die entsprechenden Versuchsresultate für $z = 50$ oder $u = 25$, ferner als Kurve 3 für z bezw. $u = o$ die Gleichstrom- oder $\overline{B}, \overline{AW}$-Kurve, sowie endlich als Kurve 4 die Verhältniswerte $\overline{AW} : \tilde{A}\tilde{W}_\mu$ für gleich hohe Maximalinduktionen. Diese Verhältniswerte sind in der Tabelle unter XV als effektive Magnetisierungsfaktoren aufgeführt.

Wie aus dem Früheren ersichtlich, giebt dieses Verhältnis aber für sich noch keinen Anhalt für das physikalisch eindeutige Verhältnis $\tilde{\mu}' : \overline{\mu}'$, d. h. für gleichgrosse Momentanwerte der Magnetisierungsstromstärken bei Wechsel- und Gleichstrom. Hierzu ist noch eine Ueberprüfung der Spannungskurven $\tilde{E}_g$ und $\tilde{E}_\mu$ bezw. von $\tilde{B}$ (**300**), sowie eine Ermittelung des Scheitelfaktors σ_i für J_μ erforderlich. Beides ist von Friese für den Wert $B' = 14\,000$ vorgenommen worden. Die Abweichung der $\tilde{E}_\mu$ bezw. $\tilde{B}$-Kurve von der sehr nahe sinusförmigen $\tilde{E}_g$-Kurve ergab sich hierbei so gering, dass sie ohne merkbaren Einfluss auf das Resultat blieb. Der Scheitelfaktor $\sigma_i = i'_\mu : \tilde{J}_\mu$ ergab sich zu $1 \cdot 76$, also zwar merklich grösser als $1 \cdot 41$ der Sinuskurve (siehe Seite XIV in H I, 1), aber doch weit kleiner als der etwa bei $3 \cdot 25$ liegende Magnetisierungsfaktor der Fig. 393, so dass man hiernach für $B' = 14\,000$ bei dem vorliegenden Eisenblech ein Verhältnis von $3 \cdot 25 : 1 \cdot 76 = 1 \cdot 85$ für die Wechselstrompermeabilität $\tilde{\mu}'$ zu der Gleichstrompermeabilität $\overline{\mu}$ anzunehmen hätte. Bei Berechnung der absoluten Werte von μ ist darauf zu achten, dass die Abscissenwerte der Fig. 393 mit $1 \cdot 257$ und ausserdem die Wechselstromkurven noch mit dem Scheitelfaktor von $\tilde{J}_\mu$ zu multiplizieren sind, so dass man für $B' = 14\,000$ etwa erhält $\overline{\mu} = \frac{14\,000}{13 \,.\, 1{\cdot}257} = \frac{14\,000}{16{\cdot}3} = 860$ und $\tilde{\mu}' = \frac{14\,000}{4 \,.\, 1{\cdot}257 \,.\, 1{\cdot}76} = \frac{14\,000}{8{\cdot}8} = 1590$.

Die Kurven in Fig. 393 lassen erkennen, dass bis etwa $B' = 12\,000$ kein wesentlicher Einfluss der Wechselzahl vorhanden ist, da die Kurven für $z = 100$ und $z = 50$ bis dahin praktisch zusammenfallen; die höheren Induktionen zeigen aber eine merkliche Abweichung und zwar dahin gehend, dass $\tilde{\mu}'$ von einer bestimmten Wechselzahl an, die ganz ungefähr bei 50 liegen dürfte, wieder abnimmt, wenigstens scheinbar. Die wahrscheinliche Erklärung ist wohl in dem entmagnetisierenden Einfluss der Wirbelströme zu suchen, welche bei wachsender Induktion B' einerseits, bei zunehmender Wechselzahl z andererseits sich immer stärker bemerkbar machen (vgl. **306**); von einem bestimmten Punkte ab wird er das Anwachsen der Permeabilität mit der Wechselzahl überwiegen, d. h. die resultierende B'-Kurve herabdrücken. Bemerkt sei noch, dass Friese für das Verhältnis der erforderlichen effektiven Wechselstromamperewindungen $\tilde{J} \cdot w$ zu den bereits ermittelten Gleichstromamperewindungen $\overline{J} \cdot w$ bis zu den Induktionen $B' = 12\,000$ folgende empirische Formel angiebt, welche allerdings weniger physikalisches als praktisches Interesse besitzt. Hiernach hätte der Konstrukteur bei einem mit Gleichstrom untersuchten Eisen für dieselbe maximale Wechselinduktion B' zu rechnen auf

$$\tilde{J} \cdot w = \frac{\overline{J} \cdot w}{a \cdot (B')^{0 \cdot 2}}.$$

Der Materialkoeffizient α wäre für Eisenblech von ganz ungefähr 0·5 mm Dicke und guter Qualität zu 0·4 zu setzen.

Zu wesentlich abweichenden Resultaten gelangt NIETHAMMER (vgl. 1898 WIED. Ann. 66, 29 oder El. Vorträge II, 415 bei ENKE 1901). Aus seinen Versuchsergebnissen zieht er die Schlussfolgerung: „Die Magnetisierungscharakteristik sowie die Permeabilitätskurve für Wechselstrom liegen wesentlich tiefer wie die entsprechenden magnetostatischen Kurven und zwar um so tiefer je grösser die Zykelzahl; die Form der verwendeten Spannungskurve scheint jedoch für diese Frage von unwesentlichem Einfluss zu sein.“ Seine Ergeb-

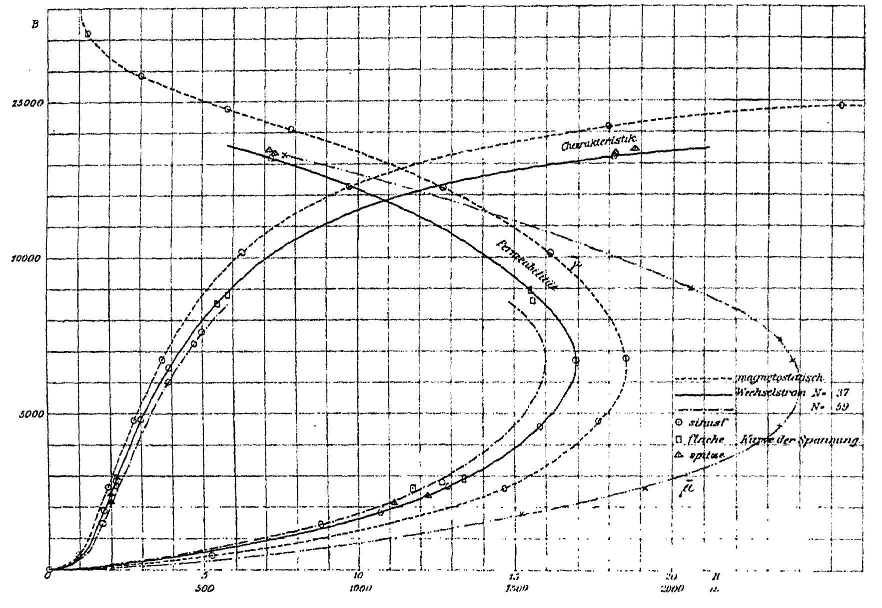


Fig. 394.

nisse der B, H-Kurven und der μ, B-Kurve für $u = 37$ und $u = 59$ sind in Fig. 394 wiedergegeben, wobei μ aus den Maximalwerten als $\mu' = \frac{B'}{H'}$ bestimmt wurde. Beigefügt wurde noch die $\tilde{\mu}$-Kurve, welche sich bei Einsetzung der effektiven $\tilde{A}W_\mu$ ergeben würde. Da die von NIETHAMMER erhaltenen $\tilde{\mu}'$-Werte sich nach der Beschreibung auch auf weiche Eisenbleche beziehen und dieselbe Methode der Bestimmung wie von FRIESE benutzt wurde, so ergiebt ein Vergleich dieser beiden Versuchsergebnisse einen noch aufzuklärenden Widerspruch.

302. Einteilung der Hysterese. Lineare Hysterese.

Wenden wir uns jetzt der Ummagnetisierungsarbeit selbst in ihren verschiedenen Erscheinungsformen zu, so haben wir nach unserem heutigen Wissensstande hauptsächlich zwei Arten derselben zu unterscheiden: die sogenannte lineare und die drehende (rotierende) Hysterese. Hierbei ist von weiteren (feineren) Unterscheidungen, wie Drehfeld-Hysterese, welche sich meist als Mischung jener beiden auffassen lassen, abgesehen. Unter linearer Hysterese versteht man hierbei die Ummagnetisierungsarbeit, welche von einem symmetrischen Wechselstrom zu leisten ist, der durch Erzeugung eines Wechselfeldes $\tilde{N}$ die Moleküle eines ruhenden Ferrikums, z. B. eines eisernen

Transformatorgestelles, gegenüber ihrer Umgebung nach entgegengesetzten Richtungen verschiebt (vgl. Fig. 360 in **285**). Diese gewöhnliche Art der Ummagnetisierungsarbeit, welche man wohl auch unter Hysterese kurzweg versteht, unterscheidet sich nach neueren Untersuchungen wesentlich von derjenigen, welche bei der Relativbewegung von Eisenmolekülen gegen ihre Umgebung zu leisten ist, wie sie in rotierenden Eisenkörpern, z. B. Ankern in einem feststehenden Felde $\overline{N}$ vorliegt, wobei $\overline{N}$ bestrebt ist, die magnetischen Achsen der Moleküle in einer bestimmten Richtung zu erhalten.

Natürlich gilt dies auch für einen ruhenden Anker und ein drehendes Gleichfeld (nicht Drehfeld), da es nur auf die Relativbewegung ankommt. Unter Anschluss an die früheren Hilfsvorstellungen (**285**) kann man sich nach Hiecke (vgl. E T Z 1902, 142) diesen Unterschied in der Verschiebungsleistung der Moleküle gegen ihre Umgebung bei Feldumkehrung *a* einerseits, bei Felddrehung *b* andererseits durch Fig. 395 verdeutlichen. Für die vier ausgezeichneten Zeitpunkte eines Magnetisierungszyklus stellen die Pfeile

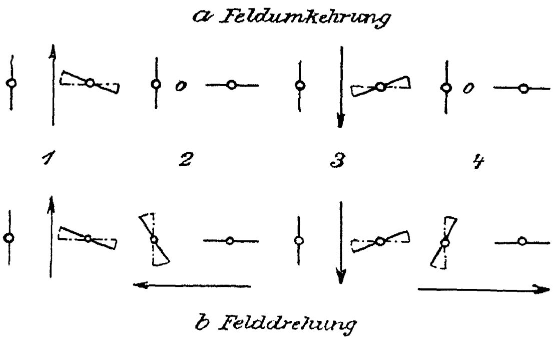


Fig. 395.

durch Grösse und Richtung die auf die Eisenmoleküle wirkenden Richtkräfte vor. Alle Moleküle sind hinsichtlich ihrer von vornherein (im unmagnetischen Zustand) gegebenen Achsenlagen in zwei äquivalente Gruppen bezw. Komponenten zerlegt gedacht, welche aufeinander senkrecht stehen. Diese Stellvertreter mit der gemeinschaftlichen Richtungssumme Null (**69**) sind rechts und links von jedem Pfeil, der bei $2a$ und $4a$ die Länge Null besitzt, angedeutet, ebenso die Richtung der Ablenkung aus ihrer (unmagnetischen) Neutrallage. Diese Darstellung lässt ohne weiteres erkennen, dass die Produktensumme aus Richtkraft und Ablenkung, welche bei demselben Material mit der Ummagnetisierungsarbeit aufs engste zusammenhängt (vgl. unten), bei *b* eine wesentlich andere ist als bei *a*, worauf bei der drehenden Hysterese (**305**) noch näher zurückzukommen ist.

Die lineare Hysterese wird, nach der in **285** entwickelten Hilfsvorstellung als Ummagnetisierungsarbeit, sowohl mit der Antriebskraft H, als mit der von ihr erzielten grössten Verschiebung $I' = \frac{B'_f}{4\pi}$ (**292**) zunehmen und allgemein durch das Integral $\int H \cdot dI$ über einen ganzen Magnetisierungszyklus gegeben sein. Die bei einer Hystereseschleife vorliegende Beziehung zwischen I und H lässt aber keine einfache Formulierung als mathematische Funktion zu, weshalb man zunächst zu einer empirischen Lösung des Integrals genötigt ist.

Wird ein sorgfältig entmagnetisiertes Eisen Magnetisierungszyklen unterworfen, und lässt man gleichzeitig H stetig anwachsen bis angenähert zur Sättigung (I_{max}) des Eisens, so erhält man nach Ewing (M. I. Fig. 49) die in Fig. 396 wiedergegebenen I, H-Kurven. Die Verbindung der Schleifenspitzen durch eine stetige Kurve liefert hierbei die „Kommutierungskurve" (**293**), während die strichlierte Halbierungslinie der grössten Schleife die ideelle Magnetisierungskurve bei Abwesenheit von magnetischer Molekularreibung darstellen würde (**301**, Fig. 392).

Die Flächeninhalte A der Hystereseschleifen stellen die Ummagnetisierungsarbeit in Erg $= 10^7 \cdot$ Wattsekunden (Joule) für einen Zyklus dar, wenn I und H, wie bei Fig. 396, in CGS-Einheiten gemessen werden. Diese von dem Maximalwert der Schleifen abhängige Arbeit A kann man entweder mit der Intensität der Magnetisierung I', oder mit der Induktion $B' = 4\pi I' + H'$ in Beziehung setzen, was, abgesehen von der Massstabänderung für nicht zu hohe Werte von I', praktisch auf dasselbe hinauskommt. Wird der Flächeninhalt der Einzelschleifen in Fig. 396 in Erg ermittelt, und werden diese Ummagnetisierungsarbeiten A abhängig von der erreichten Gesamtinduktion B graphisch dargestellt, so erhält man die A, B'-Kurve der Fig. 397. Diese A, B'-Kurve steigt gegen die B'-Achse konvex an, d. h. rascher als mit der ersten Potenz von B'. Andererseits lehrt ein Blick auf die Fig. 396, dass die Schleifenbreite oder die doppelte Koerzitivkraft (**285**) merklich langsamer wächst als I' bezw. B', was in Übereinstimmung mit der A, B'-Kurve in Fig. 397 ein langsameres Wachsen als mit der zweiten Potenz von B' anzeigt. Greift man 2 Werte der A, B'-Kurve heraus

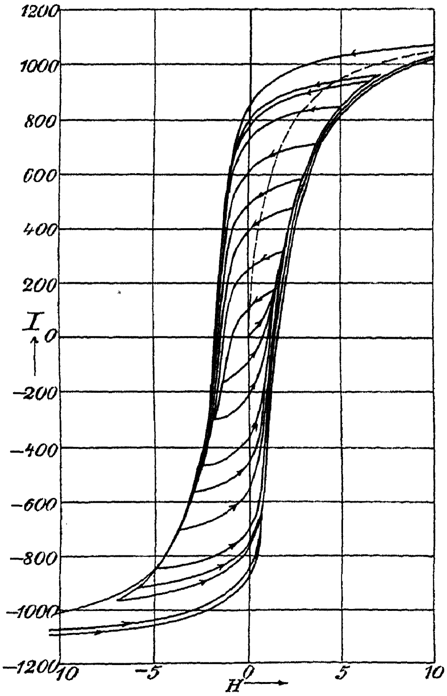


Fig. 396.

etwa $A_1 = 2200$ für $B'_1 = 6000$ und $A_2 = 6700$ für $B'_2 = 12000$ und setzt $\frac{A_2}{A_1} = \frac{67}{22} = 3 \cdot 04$ in Beziehung mit $\frac{B'_2}{B'_1} = \frac{12}{6} = 2$, so folgt aus der Gleichung

$$(A_2 : A_1) = (B'_2 : B'_1)^x \text{ d. i. } 3 \cdot 04 = 2^x$$

der Wert von $x = \log 3 \cdot 04 : \log 2 = 0 \cdot 4828 : 0 \cdot 301$ oder sehr nahe $= 1 \cdot 60$.

Die Thatsache, dass der Exponent der A, B'-Kurve angenähert konstant bleibt, ist zuerst Ch. Steinmetz aufgefallen (vgl. ETZ 1891, 62). Diese Gesetzmässigkeit wurde von ihm durch die Gleichung

$$A = h \cdot (B')^{1 \cdot 6}$$

ausgedrückt, wobei der Materialkoeffizient h (Hysteresekoeffizient) für den Fall des von Ewing untersuchten Drahtes (vgl. Fig. 397) den auf Erg bezogenen Wert $0 \cdot 002$ besass.

Eine weitere Verfolgung zeigte bei einer experimentellen Untersuchung der verschiedensten Ferrika (vgl. ETZ 1892, 43; 55; 136; 519 ff.), dass die obige Gleichung auch bei diesen angenähert zutrifft. Diese empirische Formel von STEINMETZ, welche für die Technik innerhalb nicht zu weiter Grenzen sehr brauchbar bleibt, ist etwas voreilig als Hysterese-Gesetz bezeichnet worden. Dass die letztere Bezeichnung vom physikalischen Standpunkt nicht zutreffend ist, haben aber genauere Prüfungen der Phys.-Techn. Reichanstalt gezeigt, teils auf Grund des Versuchsmaterials von STEINMETZ selbst, teils auf Grund erneuter Versuche. Vielmehr ergeben sich erhebliche Abweichungen von der obigen Formel, welche unter Umständen ein bis zu 40 % fehlerhaftes Ergebnis liefern können (vgl. EBELING und E. SCHMIDT ETZ 1897, 276).

Noch grössere Abweichungen, bei Hinzunahme sehr kleiner und sehr grosser magnetisierender Kräfte, glaubt MAURACH (vgl. ETZ 1902, 13) be-

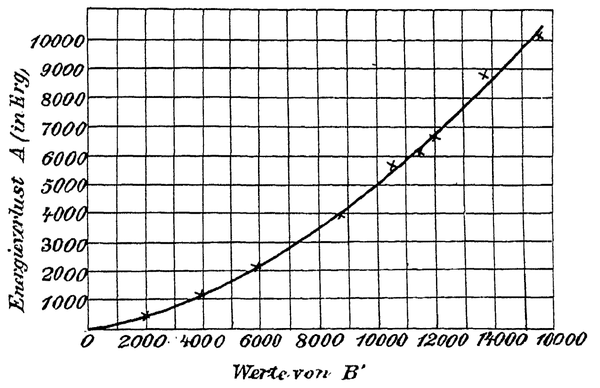


Fig. 397.

obachtet zu haben, der für den Exponenten x eine Änderung von 2·47 bis 1·22 mit allmählicher Abnahme von den kleineren zu den grösseren H-Werten findet, so dass $x = 1 \cdot 6$ nur für einen ziemlich beschränkten Bereich von B' gelten würde.

Dass die ursprüngliche Benutzung der Gesamtinduktion B' durch STEINMETZ überhaupt für weitere Grenzen, namentlich für höhere Werte von H', richtiger durch die Eiseninduktion $B'_f = 4\,\pi\, I'$ ersetzt wird, also die Hysteresformel richtiger

$$A = h \cdot (B'_f)^{1 \cdot 6} \text{ oder auch } h_I \cdot (I')^{1 \cdot 6}$$

zu lauten hätte, ging zuerst aus Versuchen von BAILY (siehe Fig. 404 in **305**) hervor; seither ist hierauf schon wiederholt (vgl. unter anderen ETZ 1902, 142) hingewiesen worden. Die durch Versuche bestätigte Thatsache, dass die Hysteresearbeit A, ebenso wie der Wert B_f bezw. I einem Sättigungswert zustrebt, im Gegensatz zur Gesamtinduktion B (**292**), steht auch in vollem Einklang mit den Hilfsvorstellungen (**285**).

Ob man nun die Benutzung einer empirischen A, B'- bezw. A, B'_f-Kurve bevorzugt, oder die analytische Formulierung von STEINMETZ mit Zugrundelegung eines Hysteresekoeffizienten h, der bei jedem Material konstant gedacht wird (über die ungefähren Werte der verschiedenen Materialien siehe in **307** ff.), **303.** Hysterese abhängig von Wechselzahl, Kurvenform etc.

ist nur eine Frage der Zweckmässigkeit, welche sich von Fall zu Fall ändern kann. Physikalisch wichtig sind hingegen die Änderungen der Ummagnetisierungsarbeit A abhängig von den zeitlichen und den Zustandsbedingungen. Als die wichtigsten Bedingungen dieser Art sollen hier die Zeitdauer und die Grösse der H-Sprünge bei einem Magnetisierungszyklus, sowie weiterhin die Temperatur und ähnliche Erschütterungseinflüsse betrachtet werden.

Die Abhängigkeit des A-Wertes von der sekundlichen Periodenzahl kann immer noch nicht als völlig eindeutig festgestellt gelten, da die Versuchsergebnisse sich zu widersprechen scheinen. Während Warburg & Hönig (1893) und Weihe (1897) auf Grund von Kalorimetermessungen bei höheren

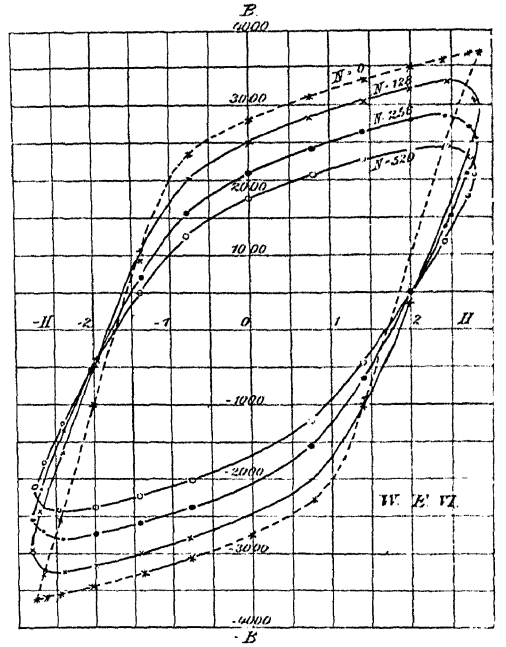


Fig. 398.

Periodenzahlen eine Verkleinerung der A_u-Werte auf 60 bis 80 $^0/_0$ von A_o, der statischen Hystereseschleife, finden, würde nach Untersuchungen von Steinmetz (**302**), Niethammer (**301**) und M. Wien (1898 Wied. Ann. 66, 859) eine Zunahme von A_u gegen A_o folgen. Schwierig ist eine Entscheidung besonders deshalb, weil die zuverlässige Ausscheidung der Wirbelstromverluste und, in noch höherem Grade, der entmagnetisierenden Wirbelstromeinflüsse (vgl. **306**), namentlich bei höheren Wechselzahlen, sehr erschwert, ja vielleicht vorläufig unmöglich ist. Allerdings scheint es, als ob die Zunahme von A_u gegenüber A_o besser gestützt ist und bei den erstgenannten Arbeiten nicht gleiche B'-Werte vorgelegen hätten, vielleicht auch sekundäre Einflüsse durch Erwärmung (vgl. **304**).

Niethammer fand bei allen Induktionen $A_u > A_o$ und zwar zwischen 15 und 26 $^0/_0$. Besonders eingehend ist der Einfluss der Periodenzahl (in Fig. 398, 399 mit N bezeichnet) auf den A-Wert zwischen den Grenzen $u = o$ und $u = 520$ von M. Wien (a. a. O.) untersucht worden. Bei niederen

Induktionen ($B < 4000$) ergaben sich für gleiche H'-Werte die Hystereseschleifen der Fig. 398.

Die Abnahme der B'-Werte und damit zusammenhängend auch die der auf gleiches H' bezogenen A-Werte schreibt man gewöhnlich nicht dem Einfluss von Wirbelströmen zu, sondern betrachtet sie als eine Erscheinung der „magnetischen Trägheit“, wohl auch als „viskose Hysterese“ bezeichnet. Hiernach würde also das Eisen schnellen Wechselfeldern nicht hinreichend rasch folgen können. Die Erscheinung wäre sonach der früher (**294**) als „magnetische Nachwirkung“ bezeichneten an die Seite zu stellen, welche zuerst (**283**) von Ewing und Raleigh beobachtet wurde.

Wählt man für verschiedene Periodenzahlen die B'-Werte gleich gross, so nimmt nach Wien der A-Wert mit u in dem aus Fig. 399 kennt-

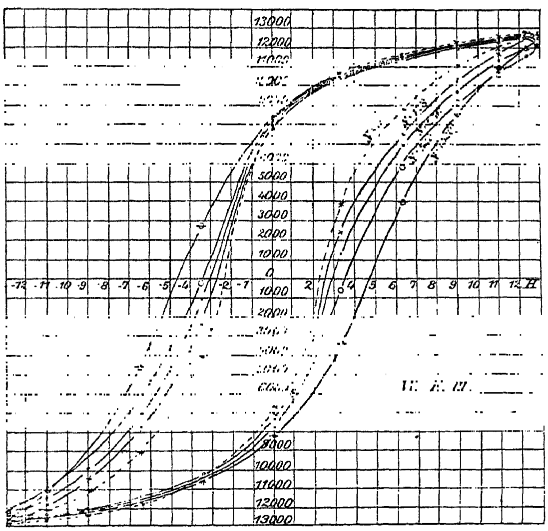


Fig. 399.

lichen Masse zu. Auch Krogh und Rikli (vgl. E T Z 1900, 1083) finden für $u = 10$ bis $u = 100$ eine ständige Zunahme von A_{10} bis A_{100}, z. B. für $B' = 15\,000$ von $A_{10} = 7000$ Erg ein Anwachsen bis auf $A_{100} = 8\,600$ Erg. Ebenso auch Benischke (vgl. E T Z 1901, 52).

Der Einfluss der Kurvenform von $\tilde{B}$ ist praktisch jedenfalls nur untergeordnet, da er von den meisten Beobachtern nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden konnte. Benischke (vgl. E T Z 1901, 52), welcher Untersuchungen mit extremen Formen von Spannungskurven anstellte, fand für gleiche B'-Werte die Hystereseverluste bei flacheren Kraftlinien- oder $\tilde{B}$-Kurven, also spitzeren Spannungskurven, grösser als für spitze $\tilde{B}$-Kurven und schliesst hieraus auf eine „magnetische Verzögerung“. Es ist nämlich nicht zu übersehen, dass infolge der Beziehung $e = -\frac{dN}{dt} = -q \cdot \frac{dB}{dt}$ nur für Sinuswellen die $\tilde{E}$- und $\tilde{B}$-Kurven einander in der Form gleichen, bei Abweichung von der Sinuskurve aber eine gewisse Umkehrung in dem Charakter der zusammengehörigen $\tilde{E}$- und $\tilde{B}$-Kurven eintritt, wie Fig. 400 erkennen lässt. Sie stellt die nach der obigen Gleichung zusammengehörigen Kurven dar und giebt

neben der flachen $\tilde{E}$-Kurve (IV) auch noch eine ihr verwandte, praktisch nicht seltene, zweigipfelige als III wieder, welche bei der Kraftlinien- oder $\tilde{B}$-Kurve als Wendepunktskurve mit noch ausgeprägterem Spitzencharakter erscheint.

BENISCHKE fand für gleiche Effektivwerte, aber abweichende Scheitelfaktoren ($\sigma_e = e' : \tilde{E}$ bezw. $\sigma_b = B' : \tilde{B}$) als zugehörige h-Werte für zwei verschiedene

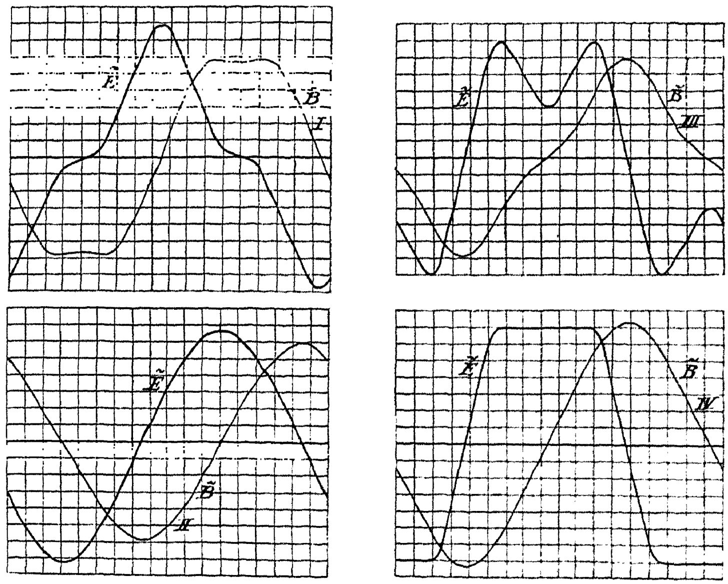


Fig. 400.

Versuchsanordnungen (Ring und Joch) folgende Zahlen, welche auf Grund der Gleichung $A = h \cdot (B')^{1 \cdot 6}$ auch für das Verhältnis der Hysteresewerte (A) gelten:

			h (Ring)	h (Joch)
Flache $\tilde{B}$-Kurve I	1·29	1·76	0·00 199	0·00 196
Sinuskurve II für $\tilde{B}$ und $\tilde{E}$	1·414	1·414	0·00 193	0·00 188
Spitze $\tilde{B}$-Kurve III . . .	1·63	1·36	0·00 186	0·00 175

Der Einfluss verschieden grosser Magnetisierungsstufen oder H-Sprünge auf den Wert von A ist von GUMLICH und E. SCHMIDT (vgl. ETZ 1900, 233) untersucht worden. Der Unterschied der Hystereseschleifen für gleich grosse B'-Werte, aber verschiedener Art der H-Änderung bei der Untersuchung ist aus Fig. 401 kenntlich. Die Verminderung der A-Flächen bei unstetiger Magnetisierung gegenüber der stetigen steigt mit Zunahme der Sprunggrösse, also mit Abnahme der Zahl der Sprünge und erreicht bei weichem Eisen schon für mittlere Sprünge die Grösse von 16 bis 20 %. Noch erheblicher ist die Abnahme der Koerzitivkraft, welche

von etwa 1·0 bei stetiger Magnetisierung bis auf etwa 0·6 bei direkter Unterbrechung und Kommutierung abnimmt. Die Unstetigkeit oder sprungweise Änderung des Magnetisierungsstromes wirkt also nach Art einer mechanischen Erschütterung (**294**). Bei h a r t e m Material (Koerzitivkraft etwa 27) ist der Einfluss der Unstetigkeit kaum nachweisbar; sie berührt also die verhältnismässig sehr viel grössere Molekularreibung nur unwesentlich.

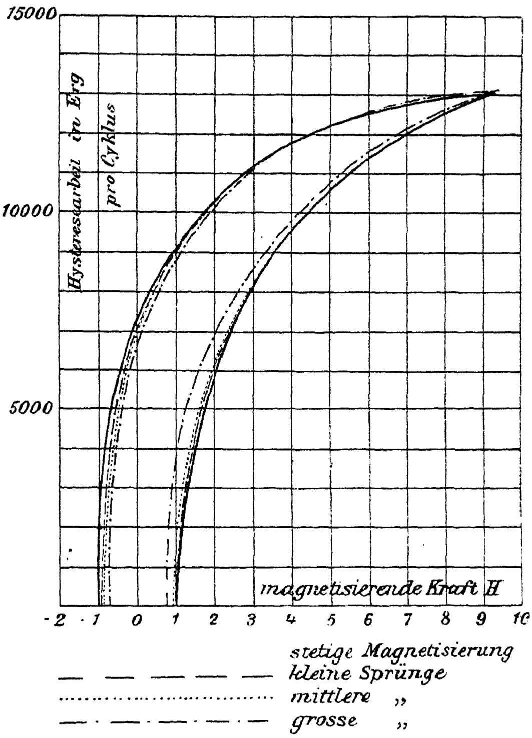


Fig. 401.

304. Hysterese abhängig von Temperatur und Erschütterungen.

Der Einfluss der Temperatur auf den Hysteresekoeffizient h oder den hiermit proportionalen A-Wert ist zwar praktisch von der allergrössten Wichtigkeit, hat aber wegen seines innigen Zusammenhanges mit dem ganzen thermischen Vorleben des Materiales, namentlich mit den Hüttenprozessen bei der Eisenblechherstellung, erst neuerdings von dieser Seite her eine befriedigende Aufklärung erhalten. Hierbei ergab sich auch eine Lösung des scheinbaren Widerspruches der folgenden Erfahrungsthatsachen: Einerseits soll der Hystereseverlust bei Erwärmung des Eisens eine V e r k l e i n e r u n g erfahren, wie die Untersuchungen von W. Kunz (vgl. unten oder ETZ 1892, 245) ergaben, und wie sie auch für engere Grenzen der Erwärmung die Fig. 402 nach Untersuchungen von Benischke (vgl. ETZ 1901, 55) erkennen lässt; andererseits soll die Erscheinung des „Alterns", oder auch der „Ermüdung" des Eisens, welche die Wechselstromtechniker wegen der Leerlauftransformatorverluste längere Zeit beunruhigte, eine erhebliche V e r m e h r u n g der Hystereseverluste ergeben und diese, nach Versuchen von Mordey und von Blathy, auf die betriebsmässige Erwärmung (baking) des Transformatoreisens zurückzuführen sein. Wegen ihrer hohen praktischen Wichtigkeit ist diese Frage nach der Abhängigkeit der h-Werte von der Höhe und der Dauer der Erwärmung bei verschiedenen Eisensorten durch Roget (vgl. ETZ 1899, 189; sowie El. 41, 182) untersucht worden. Die graphische Darstellung der beobachteten Hysterese z u n a h m e, welche unter 40° C. nicht bemerkbar war, für höhere Temperaturen in Fig. 403

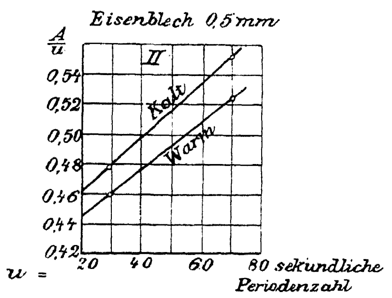


Fig. 402.

wiedergegeben ist, erfährt durch folgende von ihm aufgestellte Sätze (a. a. O.) seine Ergänzung:

1. hartes Material ändert sich weniger als angelassenes;
2. alle Änderungen verschwinden nach wiederholtem Anlassen;
3. die Änderungen treten ein, gleichviel ob die Erhitzung ohne oder mit Unterbrechungen stattfindet;
4. die Änderungen können aufgefasst werden als zwei sich überlagernde Erscheinungen; die eine bewirkt eine Vermehrung des Hystereseverlustes und überwiegt bei mässiger Temperatur, die andere wirkt wie ein unvollkommenes Anlassen und überwiegt bei hoher Temperatur;
5. die Neigung des Materials, bei mässiger Temperatur schlechter zu werden, verschwindet nicht durch langdauernde Erwärmung auf hohe Temperatur;
6. die Änderungen betreffen nur den unteren Teil der Magnetisierungskurve; bei annähernder magnetischer Sättigung sind sie nicht bemerkbar;
7. die Änderungen treten ein, gleichviel ob die Luft zu den Blechen Zutritt hat oder nicht.

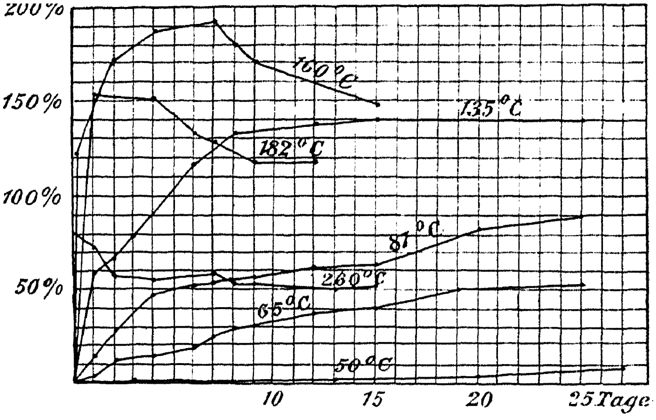


Fig. 403.

Eine tiefer liegende Erklärung der verschiedenen Wirkungsweisen von Temperaturerhöhungen scheint mir aber erst durch die Untersuchungen des Hütteningenieurs Mauermann (siehe ETZ 1901, 861) gefunden worden zu sein, welcher die Änderung von h während des normalen Glühprozesses der Weicheisenbleche verfolgte und bei diesen Blechen mit genau bekanntem thermischem Vorleben, von der Herstellung im Walzwerk an, die Beobachtungen über Ermüdungserscheinungen bei nachheriger mässiger Erwärmung, wie sie etwa im Transformator vorliegt, anschloss. In Übereinstimmung mit bereits früher in der Phys.-Techn. Reichsanstalt und wohl auch anderwärts in gleicher Richtung gemachten Beobachtungen, scheinen mir seine sorgfältigen Dauermessungen für die ganze Frage von so grundlegender Bedeutung, dass seine Ausführungen der Hauptsache nach im Wortlaut folgen mögen:

Bei den Versuchen wurde von dem rohen, unausgeglühten Blech, bestehend aus basischem Siemens-Martin-Flusseisen, so wie es von der Walze kommt, ausgegangen.

Da die Erfahrung gezeigt hatte, dass die Stärke der Bleche von grossem Einfluss auf die durch das Glühen erzeugten magnetischen Eigenschaften ist — dünne Bleche mit ca. 0·3 mm und weniger Stärke waren schwieriger zu glühen, als die dickeren — wurden die drei Blechsorten 0·7, 0·5 und 0·3 mm dem Glühversuch unterzogen. Von jeder der drei rohen Blechtafeln wurden eine grosse Anzahl Streifen 270 mm lang, 5 mm

breit, wie solche für den Köpsel-Apparat gebraucht werden, geschnitten, und daraus Blechbündel mit ca. 0·18 qcm Querschnitt formiert. Um die Einwirkung einer niedrigen und hohen Temperatur auf die einzelnen Blechstärken kennen zu lernen, wurden die Temperaturen 700 bis 750° C. und 950 bis 1000° C. angewandt und die Blechbündel diesen Hitzen verschiedene Zeitdauern ausgesetzt. Für jede Glühung wurde ein frisches, rohes Blechbündel benutzt, wobei immer die drei Dimensionen nebeneinander in der Röhre lagen, daher stets die gleiche Behandlung erfuhren.

Zur Feststellung der magnetischen Eigenschaften diente Dr. Köpsels Magnetisierungsapparat in der von Dr. Kath verbesserten Form, geliefert von Siemens & Halske. Nach Aufzeichnung der Hysteresisschleife wurde der Inhalt derselben mittelst Planimeter ausgemessen und hieraus die Steinmetzsche Konstante η [oder h] berechnet, welche als Massstab für die Hysteresis diente.

Tabelle A.

Glühversuch bei ca. 700 bis 750° C.

Glühdauer in Stunden	0·7 mm Blechstärke		0·5 mm Blechstärke		0·3 mm Blechstärke	
	η bezw. h	B_{max}	η bezw. h	B_{max}	η bezw. h	B_{max}
roh	0·00 529	13 650	0·00 571	12 350	0·00 596	13 200
$1^1/_4$	0·00 267	14 900	0·00 295	14 100	0 00 274	14 750
3	0·00 228	15 200	0·00 262	14 000	0·00 215	14 750
6	0·00 239	15 050	0·00 260	13 900	0·00 224	14 600
9	0·00 215	15 900	0·00 255	13 850	0·00 194	14 750
12	0·00 160	15 500	0·00 205	13 950	0·00 226	15 000
18	0·00 153	15 200	0·00 214	14 250	0·00 241	14 800
24	0·00 205	15 450	0·00 188	14 200	0·00 243	14 000
36	0·00 174	15 450	0·00 203	14 200	0·00 203	15 000
48	0·00 198	15 450	0·00 242	14 000	0·00 231	15 100

Als mittlere Werte der geglühten Proben ergeben sich:

0·7 mm Blechstärke: $h = 0{\cdot}00\,204$; $B_{max} = 15\,300$,
0·5 „ „ $h = 0{\cdot}00\,236$; $B_{max} = 14\,050$,
0·3 „ „ $h = 0{\cdot}00\,228$; $B_{max} = 14\,750$.

Tabelle B.

Glühversuch bei ca. 950 bis 1000° C.

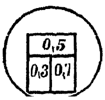
Glühdauer in Sekunden	0·7 mm Blechstärke		0·5 mm Blechstärke		0·3 mm Blechstärke	
	η bezw. h	B_{max}	η bezw. h	B_{max}	η bezw. h	B_{max}
roh	0·00 529	13 650	0·00 571	12 350	0·00 596	13 200
$1^1/_4$	0·00 214	15 750	0·00 308	14 250	0·00 257	15 200
3	0·00 237	16 050	0·00 314	14 800	0·00 301	14 800
6	0·00 192	16 050	0·00 250	15 000	0·00 297	14 500
9	0·00 207	16 500	0·00 272	15 550	0·00 295	15 500
12	0·00 182	16 250	0·00 243	15 250	0·00 304	14 750
18	0·00 169	16 300	0·00 242	15 500	0·00 243	15 150
24	0·00 197	16 200	0·00 256	15 750	0·00 262	15 450
36	0·00 188	16 100	0·00 442	15 100	0·00 474	14 600

Das Mittel aus den Werten der geglühten Proben ergiebt:

0·7 mm Blechstärke: $h = 0{\cdot}00\,198$; $B_{max} = 16\,150$,
0·5 „ „ $h = 0{\cdot}00\,291$; $B_{max} = 15\,150$,
0·3 „ „ . $h = 0{\cdot}00\,304$; $B_{max} = 15\,000$.

Die durch die Glühversuche erhaltenen Hysteresisziffern beweisen, in welch hohem Grade dieselben von der Höhe der angewandten Temperatur, der Glühdauer und der Blechstärke abhängig sind. Der Glühversuch 700 bis 750° C. zeigt, dass schon ein schwaches dreistündiges Glühen genügt, um die Walzsprödigkeit zu beseitigen und den Koeffizienten η auf eine zulässige Höhe zu bringen.

Zur Erreichung der günstigsten Konstante sind jedoch bei 0·7 mm 18 Std., bei 0·5 mm 24 Std. und bei 0·3 mm 9 Std. erforderlich, von da ab hatte ein längeres Glühen keinen verbessernden, sondern verschlechternden Einfluss auf die Bleche.



Dass das Blech 0·5 mm eine etwas längere Zeit im Vergleich zu den andern forderte, bevor es seinen Bestwert für h erreichte, mag daran gelegen haben, dass diese Dimension sich stets auf den beiden Proben 0·7 und 0·3 während des Glühens befand, daher nicht direkt auf der Röhre lag und so eine etwas schwächere Hitze empfing, wie aus beifolgender Skizze erklärlich ist.

Der Glühversuch 950 bis 1000° C. kennzeichnet den schädlichen Einfluss der hohen Temperatur, besonders auf Bleche mit unter 0·7 mm Dicke. Während der Mittelwert für 0·7 mm noch 0·00198 beträgt, also besser als bei ca. 700° C. ist, hat sich derselbe bei 0·5 mm von 0·00236 auf 0·00291 und bei 0·3 mm von 0.00228 auf 0.00304 verschlechtert. Merkwürdig ist, dass in keinem Falle, auch nicht bei kürzerem Einfluss der höheren Temperatur, die besten Ziffern der schwachen Glühung erreicht werden, was besonders bei 0·5 und 0·3 mm zu ersehen ist. Die bei letzteren Dimensionen nach 36stündiger Glühung eintretende rapide Verschlechterung weist auf einen gewissen Grenzzustand hin, bei welchem das Blech seinen günstigsten Wert erhält und von da ab sich immer mehr verschlechtert. Bei dickeren Blechen wird dieser Grenzzustand jedenfalls erst spätereintreten.

Bemerkenswert ist auch der Unterschied in den B_{max}, welche durchweg bei der schärferen Glühung grösser sind als bei der schwächeren.

Bei Aufzeichnung der Hysteresiskurven fielen diejenigen der bei 950 bis 1000° C. geglühten Proben durch ein abnorm dickes Knie auf.

Dass die Hysteresiskoeffizienten h nicht immer den erwarteten progressiven Verlauf nehmen, mag wohl zum Teil auf Materialverschiedenheit beruhen, welche wohl in jedem Blech vorkommt und zum Ausdruck kommt, je nachdem die zu untersuchende Probe demjenigen Blechteile entnommen wurde, welches der Mitte oder aber dem Rande des Ingots entstammt. Diese Differenz der magnetischen Eigenschaften zwischen Mitte und Rand des Ingots scheint auf Verschiedenheiten in der Dichtigkeit zu beruhen, wie es öfters durch spezifische Gewichtsbestimmungen nachgewiesen wurde.

Die so oft beobachtete Erscheinung, dass der Rand des Dynamobleches schlechter als die Mitte ist, wird wohl zumeist dem Umstande zuzuschreiben sein, dass dieser Teil eine Hitze empfing, die über den Grenzzustand hinausging, sei es durch zu hohe Temperatur, sei es durch zu grosse Glühdauer, denn es ist klar, dass beim Glühen der Bleche in der Kiste der Blechrand unbedingt mehr Hitze empfangen muss, als die Blechmitte, bevor letztere gut durchgeglüht ist.

Um den Einfluss eines schnelleren Abkühlens kennen zu lernen, wurden einige Versuche derart gemacht, dass von zwei in der Röhre gleichmässig behandelten Blechbündeln das eine in der Röhre ganz langsam erkalten gelassen wurde und das andere auf eine kalte Blechtafel geschüttet und an der Luft erkalten gelassen wurde. Nachstehende Resultate zeigen keine positive Verschlechterung an.

Behandlung	h bezw. η
Langsam erkaltet . . .	0·00 234
Schnell „ . . .	0·00 240
Langsam „ . . .	0·00 199
Schnell „ . . .	0·00 191
Langsam „ . . .	0·00 241
Schnell „ . . .	0·00 244
Langsam „ . . .	0·00 259
Schnell „ . . .	0·00 240

In innigem Zusammenhange mit der Höhe der angewandten Glühtemperatur steht auch die Erscheinung des Ermüdens bezw. des Alterns der Dynamobleche.

Um Aufschluss darüber zu erhalten, wurden einige Blechbündel aus den Tabellen A und B, welche beiderseits circa dieselbe Glühdauer erfahren hatten, durch kontinuierliches Erwärmen bei den konstanten Temperaturen ca. 77 und 56° C. ermüdet. Nach etwa einwöchentlichem Liegen in diesen Wärmen wurden dieselben untersucht und hierbei folgende interessanten Resultate ermittelt:

Ermüdung bei ca. 77° C.

Blechstärke mm	Art der Glühung		η bezw. h nach dem Glühen	Bei 77° C. ermüdet und untersucht	
	Stunden	bei Grad Cels.	lt. Tabelle A u. B	nach der 1. Woche	nach der 2. Woche
0·7	12	700—750	0·00 160	0·00 157	0·00 169
0·7	12	950—1000	0·00 169	0·00 181	0·00 245
0·5	18	700—750	0·00 214	0·00 225	0·00 219
0·5	18	950—1000	0·00 242	0·00 399	0·00 433
0·3	18	700—750	0·00 241	0·00 233	0·00 299
0·3	18	950—1000	0·00 243	0·00 377	0·00 416

Ermüdung bei ca. 56° C.

Blechstärke mm	Art der Glühung		η bezw. h nach dem Glühen	Nach einwöchentlicher Ermüdung bei ca. 56° C.
	Stunden	bei Grad Cels.	lt. Tabelle A u. B	
0·7	36	700—750	0·00 174	0·00 165
0·7	24	950—1000	0·00 197	0·00 304
0·5.	36	700—750	0·00 203	0·00 224
0·5	24	950—1000	0·00 256	0·00 487
0·3	36	700—750	0·00 203	0·00 211
0·3	24	950—1000	0·00 262	0·00 419

Die Resultate dieser Versuche beweisen zur Genüge die Ursache des Alterns der Dynamobleche, nämlich dass nur solche Bleche diese Eigenschaft besitzen, welche bei einer zu hohen Temperatur geglüht wurden. Diese schwach geglühten Blechbündel haben sich nur minimal verschlechtert, so dass man sagen kann, dass dieselben in ihrer magnetischen Eigenschaft stabil bleiben; weiter fortgesetzte Versuche bewiesen, dass nur ein Schwanken und keine ausgesprochene Verschlechterung des Koeffizienten h stattfindet.

Da selbst der sehr gute Wert für 0·7 mm $h = 0{\cdot}00\,169$, erhalten bei der Glühung 950 bis 1000° C., durch die andauernde Erwärmung verloren ging, ist auch bei dickeren Blechen eine Glühung bei niedrigerer Temperatur geboten. Man sieht also, dass ein Blech trotz günstigster Hysteresisziffer sich durch die im Dynamoanker bezw. Transformatorenkern auftretende Erwärmung gehörig verschlechtern kann.

Die vielfach beobachtete Verschlechterung scheint hiernach nicht der Temperaturerhöhung an sich zuzukommen, sondern in einer physikalisch-chemischen Beeinflussung des Materiales zu bestehen, welche gewöhnlich als „Strukturänderung“ oder „molekulare Umlagerung“ bezeichnet zu werden pflegt; ein in dieser Richtung stationär gewordenes Ferrikum erfährt hingegen bei Temperaturerhöhung in Übereinstimmung mit den Hilfsvorstellungen und den Beobachtungen über den μ-Wert (Fig. 402) eine Ver-

minderung des A-Wertes für gleiche B'-Werte. Diese Thatsache wurde als für alle Ferrika wie Eisen, Stahl, Nickel und Kobalt gültig bereits 1892 von W. KUNZ (vgl. ETZ 1892, 245) aufgefunden. Von Zimmertemperatur bis zu schwacher Rotglut (530° C.) nahm der Inhalt A der Hystereseschleife von 23 500 Erg auf 19 200 Erg ab und war bei Wiederabkühlung dauernd kleiner geworden, nämlich 21 600 Erg. Die entsprechenden Zahlen waren für glasharten Stahl: Abnahme von 89 700 Erg auf 42 900 und wieder zurück auf 65 000 Erg.

Bei massiven Eisen- oder Stahlproben fanden in Übereinstimmung hiermit GUMLICH und E. SCHMIDT (vgl. ETZ 1901, 691, sowie in **295**) meist nur beim ersten Ausglühen eine wesentliche Änderung aller magnetischen Eigenschaften, sowie auch von A_h, während die folgenden Glühungen nur geringe Schwankungen ohne ausgesprochene Verschlechterungen ergaben.

Ebenfalls in guter Übereinstimmung mit den Hilfsvorstellungen (**287**) befinden sich die Beobachtungen, dass Erschütterungen nicht nur die Permeabilität erhöhen, die Remanenz erniedrigen, unter Umständen bis zum Verschwinden, sondern dass sie auch, entsprechend der leichteren Richtfähigkeit der Eisenmoleküle, die Hysteresewerte vermindern durch Verkleinern der Koerzitivkraft C_m, also Verschmälerung der Schleifenbreite (siehe EWING §§ 85 und 182). Der Einfluss von Erschütterungen auf den Flächeninhalt der Hystereseschleife ist von STEINMETZ zum Ausgangspunkt einer energetischen Betrachtung über den Zusammenhang von magnetischer Molekularreibung und Hystereseschleife gemacht worden (vgl. ETZ 1892, 599), welche er in den Satz zusammenfasst: „Die Fläche der schleifenförmigen Kurve der Hysterese repräsentiert die durch molekulare magnetische Reibung verzehrte Energie dann, und nur dann, wenn während der magnetischen Variation weder Arbeit von irgend einer anderen Energiequelle auf den magnetischen Kreislauf ausgeübt worden, noch vom oder im magnetischen Kreislauf Arbeit geleistet worden ist." Diese Überlegung gilt aber nicht nur für Erschütterungen allein, sondern auch für alle Energiebeträge anderer Energieformen, welche gleichzeitig oder neben der elektromagnetischen Energieform auf ein untersuchtes Eisenstück übertragen d. h. von ihm absorbiert werden.

Unter Einteilung der Erschütterungen in „harte" und „weiche" ist deren Wirkung von FROMME (vgl. ETZ 1897, 513) untersucht worden.

305. Drehende Hysterese. Die drehende Hysterese wurde in ihrem Unterschied von der linearen bereits (**302**) gekennzeichnet. Denkt man sich das Gleichfeld, welches den Richtungsantrieb H liefert, gedreht, z. B. in Fig. 395 b entgegen dem Uhrzeigersinn, so würde die Wirkung dieses Antriebes, d. i. die Magnetisierungsintensität I, welche durch die gleichgerichtete Komponente beider Molekülgruppen oder ihrer Stellvertreter der Grösse nach dargestellt wird, ursächlich nachhinken (**285**). Bei gleichförmiger Drehgeschwindigkeit von H würde also H und I einen Winkelabstand ε besitzen. Die Grösse A_d der drehenden Hysterese wäre sonach durch

$$A_d = 4\pi I \cdot H \cdot \sin\,\varepsilon = B_f \cdot H \cdot \sin\,\varepsilon$$

gegeben. Nach GRAU und HIECKE (vgl. ETZ 1902, 142) steigt der Winkel ε von Null mit zunehmendem I zuerst rasch an, erreicht bei etwa $I = \frac{2}{\pi}\,I_{max}$

(in der Nähe des Permeabilitätsmaximums) einen Maximalwert, um hierauf wieder stetig abzunehmen.

Es verdient besonders hervorgehoben zu werden, dass der aus der Molekularvorstellung abgeleitete Verlauf der A_d-Kurve, der zuerst von Swinburne vorausgesagt wurde, thatsächlich durch die Erfahrung bestätigt worden ist, dass also bei stetig wachsendem B, im Gegensatz zur linearen Hysterese (vgl. Fig. 404), eine Wiederabnahme der A_d-Verluste nach Überschreitung eines Maximums eintritt. Die Annäherung der A_d-Kurve an Null für I_{max} wurde wiederum zuerst von Baily nachgewiesen, der Verlauf der A_d-Kurve angenähert durch Beattie und Clinker (vgl. Fig. 405) festgelegt. Vergleicht man die A_l-Kurve in Fig. 404 mit der A_d-Kurve in 405, beide für weiches Eisen geltend, so findet man ein angenähert gleiches Maximum für A mit etwa 12000 Erg, doch steigt die A_d-Kurve viel rascher an und fällt nach Erreichung ihres Maximums schon bei $B = 16000$ sehr steil gegen Null ab, so dass sie für $B = 24000$, wo A_l etwa seinen Maximalwert erreicht, weniger als 10 % ihres Maximalwertes besitzt. Bis zur Erreichung des Maximums besitzt A_d ganz ungefähr das Doppelte des Wertes von A_l für gleiches B'. Diese angenäherte Verdoppelung von A_d gegenüber A_l stimmt auch sehr gut mit der Molekularvorstellung überein und folgt aus der Fig. 395 eigentlich auf den ersten Blick bei Vergleich der Ablenkungswerte von a und b, wenn man bedenkt, dass die von den Molekülgruppen-Stellvertretern überstrichenen Flächen unter sonst gleichen Verhältnissen ein Mass für A abgeben.

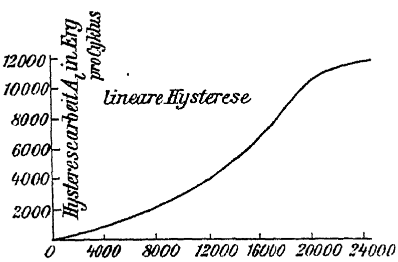


Fig. 404.

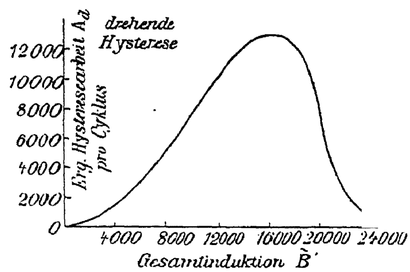


Fig. 405.

Dass die von Dina (vgl. E T Z 1902, 51) gefundenen Resultate Mischwerte von A_l mit verhältnismässig wenig A_d darstellen und daher für die drehende Hysterese nicht massgebend sein können, ist von Hiecke (a. a. O.) aufgezeigt worden. Hingegen ist von Schenkel (vgl. E T Z 1902, 929) mit Hilfe von bifilar gemessenen mechanischen Drehmomenten das Verhalten der A_d, B-Kurve durch eine von den bisherigen abweichende, aber recht sinnreiche und einwurfsfreie Versuchsanordnung nochmals für $B' = 6000$ bis 25000 nachgeprüft und im wesentlichen bestätigt worden. In Fig. 406 stellt Kurve I die mit den Drehmomenten direkt proportionalen Gesamtverluste $(A_d + A_w)$ und Kurve II die zu erwartenden Wirbelstromverluste A_w für sich abhängig von B' dar. Der Abstand zwischen I und II ergiebt also die reinen A_d-Werte ihrem Verlauf nach, wobei die ausgezogene Kurve I den wahrscheinlichen Verlauf, die beiderseitigen, strichlierten Kurven die äussersten Fehlergrenzen der Beobachtungen an-

geben. Wie man sieht, werden die Wirbelstromverluste bei den höheren Werten von B, trotz Benutzung von 0·35 mm Blechen für die cylindrische Eisenprobe (von 35 mm Durchmesser und 17·5 mm Höhe), doch recht beträchtlich und grösser als die A_{ll}-Werte.

306. Wirbelstrombildung und ihr Einfluss.

Die notwendige Folge des Induktionsgesetzes, dass jede von magnetischen Kraftlinien durchsetzte Strecke eines elektrischen Leiters der Sitz einer EMK wird, die ihrerseits nach Möglichkeit in den zusammenhängenden Leiterbahnen eine Ausgleichstromstärke hervorruft, erlangt wegen der hieraus sich ergebenden Rückwirkungen bei den magnetischen Wechselfeldern, sowohl physikalisch als technisch, eine besonders grosse Wichtigkeit. Einmal wegen des Umstandes, dass jene induzierte EMK eine dauernde Wechselspannung $\tilde{E}_w$ (Wirbelstromspannung) darstellt, der ein dauerndes Bestehen von parasitären Kurzschlussströmen in allen nicht zur Erzeugung der Hauptspannung dienenden Leiterelementen entspricht; ein zweites Mal wegen der hier besonders hervortretenden Energieverluste und der entmagnetisierenden Einflüsse jener „Wirbelströme". Die für sie übliche Bezeichnung drückt bereits aus, dass ein genaueres Verfolgen ihrer Bahnen und damit auch ihrer Wirkungen grosse, ja vorläufig oft unüberwindliche Schwierigkeiten bereitet. Diese erreichen bei den ferromagnetischen Wechselfelderscheinungen einen besonders hohen Grad, weil sich die Wirkungen der Wirbelströme im Ferrikum, sowohl was die Energieverluste, als auch was die „Schirmwirkung", d. i. ihre entmagnetisierende Rückwirkung anlangt, mit den vorausgehend behandelten Erscheinungen überlagern und deren Verfolgung für sich häufig stark erschweren, wenn nicht verhindern.

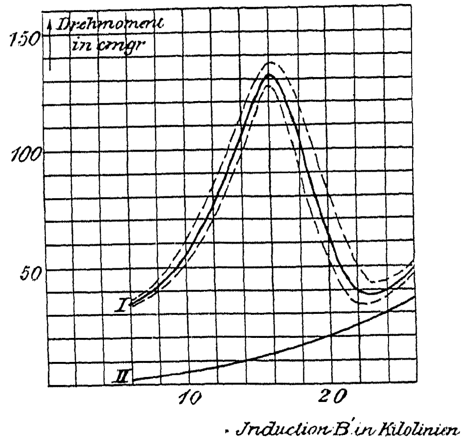


Fig. 406.

An Versuchen, die beiden Hauptwirkungen zu formulieren und dadurch ihre Abscheidung von den magnetischen Grunderscheinungen, namentlich der Hysterese, zu ermöglichen, hat es natürlich nicht gefehlt; von den Nebenwirkungen, wie sie sekundär durch Wärmewirkungen der Wirbelströme möglich sind, sei hier von vornherein abgesehen. Für viele praktisch wichtige Fälle ist dies wohl auch in ausreichender Weise gelungen, dennoch bleiben in physikalischer Hinsicht noch sehr viele Punkte untersuchungs- und klärungsbedürftig.

Die Wirkung der Wechselinduktion auf den Wechselstromträger selbst, mit einer Art gegenseitiger Abstossung der einzelnen Stromfäden in ihm, wurde als „Hautwirkung" an anderer Stelle (**177**) behandelt; ebenso auch die mechanischen Bewegungsantriebe zwischen dem Wechselstrom- bezw. Wechselfeldträger und anderen kurzgeschlossenen Leiterbahnen oder Kurzschlussstromträgern (**275**). Hier wäre sonach als Ergänzung noch die Wechselinduktionswirkung bei magnetischen Kurzschlussbahnen, namentlich Eisenblechen oder auch -drähten zu betrachten.

Will man zunächst über die Stärke $\tilde{J}_w$ der Wirbelströmung sich nach dem Ausgleichgesetz $\tilde{J}_w = \tilde{E}_w : \tilde{Z}_w$ (**153**) einen Anhalt verschaffen, so muss man die Wirbelspannung $\tilde{E}_w$, ebenso wie den Ausgleichwiderstand $\tilde{Z}_w$ formulieren können, was aber besten Falles nur in mittleren, oder besser äquivalenten Beträgen geschehen kann. Um Trugschlüsse, namentlich bei Eisenblechen als Wirbelstromträgern zu vermeiden, benutzt man für die Bildung von $\tilde{E}_w$ besser die Integralbetrachtung (**102**), nicht die Differentialbetrachtung. Hiernach legt man für $\tilde{E}_w$ die Differenz der auf der einen Blechseite eintretenden und der auf der anderen austretenden Kraftlinien zu Grunde oder, mit anderen Worten, das maximale Wechselfeld $\tilde{N}'_w = B'_w \cdot q_0$, welches geführt oder umschlossen wird von dem Blech — allgemeiner von irgend

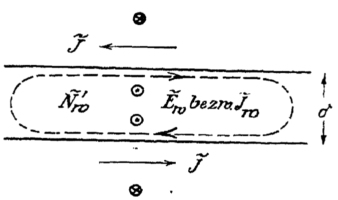


Fig. 407.

einer zusammenhängenden Metallmasse als Wirbelstromträger in ihrem zu den Kraftlinien senkrechten Querschnitt q_0. Hiernach wäre die effektive Umfangsspannung

$$\tilde{E}_{wo} = \omega_e \cdot u \cdot \tilde{N}_w = \omega_e \cdot u \cdot \tilde{B}_w \cdot q_o = \frac{\omega_e}{\sigma_b} \cdot u \cdot B'_w \cdot q_o,$$

wenn $\tilde{N}_w$ und $\tilde{B}_w$ gleichfalls die effektiven Mittelwerte des Wechselfeldes im Blech angeben, u die sekundliche Periodenzahl, ω_e die Polargeschwindigkeit der Spannung, σ_b den Scheitelfaktor der $\tilde{B}$-Kurve (**303**) und q_o den leitend zusammenhängenden Blechquerschnitt, gebildet aus Blechdicke δ (Fig 407) und Blechlänge l in Richtung des primären Wechselstromes $\tilde{J}$. Neben dieser Umfangsspannung werden aber in den nach innen anschliessenden Blechbahnen noch weitere $\tilde{E}_{wx}$ induziert, welche aus zwei Gründen stetig gegenüber $\tilde{E}_{wo}$ abnehmen: Das von ihnen umfasste Feld $\tilde{N}_{wx}$ ist nämlich geringer als $\tilde{N}_{wo}$, einmal wegen $q_x < q_o$, ein zweites Mal wegen $B_x < B_o$, da der Oberflächenstrom $\tilde{J}_{wo}$ dem Primärstrom $\tilde{J}$ entgegenwirkt und mit seiner Komponente, welche entgegengesetzt zu $\tilde{J}_u$ gerichtet ist, entmagnetisierend auf die inneren Teile des Blechquerschnittes wirkt. Hieraus folgt weiterhin, dass die von $\tilde{E}_{wx}$ erzeugten Stromfäden $\tilde{J}_{wx}$ nach innen zu, abgesehen von der Grösse, auch ihre Phasenverschiebung φ_x ändern müssen, so zwar, dass $\varphi_x < \varphi_o$, da die Reaktanz (ωL_x) aus den obigen Gründen gegenüber (ωL_o) rascher abnimmt als der Ohmsche Widerstand R_x der inneren Wirbelstrombahnen gegenüber R_o der Oberflächenbahn. Die Verhältnisse liegen also ähnlich wie früher (**177**) bei der Hautwirkung, und es ist sofort ersichtlich, dass die Formulierung eines Ausgleichwiderstandes $Z_w = \sqrt{R_w^2 + (\omega_i \cdot L_w)^2}$ der Wirbelstrombahnen noch grössere Schwierigkeiten bietet als die von $\tilde{E}_w$ wegen der Unsicherheit über die wirksame Selbstinduktion L_w der Wirbelstrombahnen.

Auch wenn man vereinfachende Annahmen macht, z. B. den Einfluss der Hysterese vernachlässigt und konstante mittlere Permeabilität $\tilde{\mu}$ annimmt, also $\tilde{L}_w = (L_1 \cdot \tilde{\mu})$ setzt, gestaltet sich die differentielle Behandlung im obigen Sinne noch mathematisch recht schwierig. Für Sinusform, mittleres konstantes $\tilde{\mu}$ und unter Vernachlässigung der Hysterese sind die Verhältnisse von J. J. THOMSON (vgl. Electrician 1892, 599 oder ETZ 1892, 391) berechnet und von EWING (a. a. O.) in ihren Hauptergebnissen für die Wechselstromtechnik ausgewertet worden. Setzt man hiernach als Zwischenmass $m = 2\pi \sqrt{\tilde{\mu} \cdot u \cdot k}$, wenn $\tilde{\mu}$ die mittlere Wechselstrompermeabilität, u die sekundliche Periodenzahl und k das spezifische Leitvermögen des Wirbelstromträgers bezeichnet, so findet J. J. THOMSON für das Verhältnis

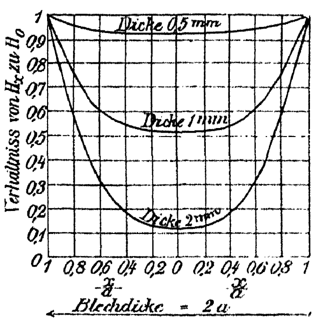


Fig. 408.

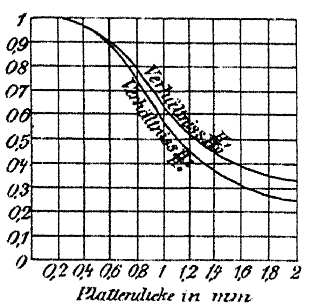


Fig. 409.

der magnetischen Richtkraft H_z, welche durch die entmagnetisierende Wirkung der Wirbelströme geschwächt ist, zu der ungeschwächten Kraft H_0 des Primärstromes an der Oberfläche:

$$H_z = H_0 \left(\frac{\varepsilon^{2mz} + \varepsilon^{-2mz} + 2\cos 2mz}{\varepsilon^{2ma} + \varepsilon^{-2ma} + 2\cos 2ma}\right)^{1/2} = H_0 \left(\frac{\cosh 2mz + \cos 2mz}{\cosh 2ma + \cos 2ma}\right)^{1/2},$$

wenn a die halbe Platten- bezw. Blechdicke bezeichnet, also $\delta = 2a$ und z von der Blechmitte aus gezählt wird, also für die Oberfläche $z = a$ wird.

Setzt man für weiches Eisen nach EWING $\tilde{\mu} = 2000$ und $k = 10^{-4}$ in CGS Einheiten (**211**), so ergiebt sich für $u = 100$ das Zwischenmass $m = 2\pi \sqrt{2 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}} = 28{\cdot}1$. Die hierbei auftretende Schirmwirkung der Wirbelströme, ausgedrückt durch die Verkleinerung von H_z gegenüber H_0 infolge entmagnetisierender Wirkung der $\tilde{J}_w$, ist graphisch in Fig. 408 für die 3 Blechdicken $0{\cdot}5$, $1{\cdot}0$ und $2{\cdot}0$ mm dargestellt. In der Blechmitte, d. i. $\frac{z}{a} = o$, ist H_z ein Minimum. Die Ausnutzung des Bleches, bezogen auf wirbelstromfreie (gleichmässige) Magnetisierung des Bleches mit der Induktion $\tilde{B}_0$ als Einheit, giebt für dieselben Verhältnisse abhängig von der Blechdicke etwa die in Fig. 409 dargestellte Kurve. Diese lässt für $u = 100$ erkennen, dass bis $\delta = 0{\cdot}25$ mm nur eine sehr geringe Reduktion des wirksamen Blechquerschnittes eintritt, dass diese aber bei Annäherung an 1 mm sehr stark wächst und sich asymptotisch dem Nullwert nähert, so zwar, dass bei Blechen mit $\delta > 2$ mm praktisch jederseits nur $0{\cdot}25$ mm

Blechdicke für die Magnetisierung voll in Betracht kommen. Die weiter innerhalb liegenden Schichten bleiben also magnetisch unwirksam und tragen nur zur Steigerung der Verluste an primärem Magnetisierungsstrom $\tilde{J}_u$ und an Wirbelstromleistung $W_w = \tilde{J}_w^2 \cdot R_w$ bei. Das Verhältnis der Wirbelstromverluste, welche nach J. J. THOMSON sich zu

$$W_w = H_0^{\,2} \cdot \frac{}{32\pi^2 \cdot k \cdot a} \left(\frac{\sin h\, 2ma - \sin 2ma}{\cos h\, 2ma - \cos 2ma}\right)$$

ergeben, zu den Hystereseverlusten ist für $u = 100$, $h = 0{\cdot}003$ und $(B')_m = 4000$ in Fig. 410 abhängig von der Blechdicke dargestellt. In dieser ist W_w als Kurve F, sowie W_h als Kurve H in Watt für 1 cm³ aufgetragen, so dass der Eisenverlust in Watt aus der Summe beider folgt und für 1 kg Blech durch Multiplikation mit 128 erhalten wird. Kurve M zeigt das Anwachsen der erforderlichen MMK, bezw. des primären $\tilde{J}_u$, um trotz der zunehmenden Schirmwirkung der Wirbelströme auf die inneren Schichten jedes Bleches dieselbe mittlere Maximalinduktion $(B')_m$, auf den ganzen Eisenquerschnitt bezogen, herbeizuführen.

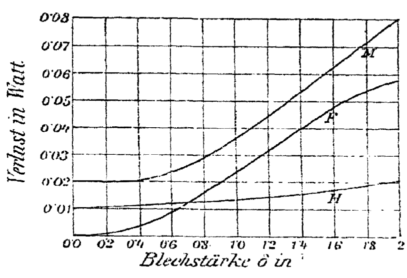


Fig. 410.

Die für die Wechselstrompraxis ausserordentlich wichtigen Wirbelstromeinflüsse haben dazu geführt, die Blechstärke nach Möglichkeit zu verkleinern und meist Blechdicken zwischen 0·35 bis 0·50 mm anzuwenden. Bei diesen wird, da ausserdem meist u nur den Wert 50 besitzt, die Ausbildung der Wirbelströme möglichst herabgedrückt, sodass einfachere Näherungsformeln zur Berechnung der Wirbelstromverluste ausreichen, welche die Wirbelstromfäden $d(\tilde{J})$ von verschiedener Stärke und Phase in den aufeinanderfolgenden Differentialschichten $d(\delta_z)$ des Bleches durch äquivalente Werte ersetzen. Die am häufigsten benutzte Gleichung, sowohl für die Berechnung, als auch für die Trennung der Wirbelstromverluste W_w von den Hystereseverlusten W_h, um letztere rein d. h. für sich zu erhalten, lautet:

$$\frac{W_1}{u} = h \cdot (B')^{1{\cdot}6} + \beta \cdot (B')^2 \cdot u.$$

Hierin bezeichnet W_1 die gesamten Eisenverluste in der Volumeneinheit von 1 cm³, h den Hysteresekoeffizienten, sowie β einen Wirbelstromkoeffizienten, der in erster Linie von der Blechdicke δ, allgemeiner, von der Form der Wirbelstrombahnen, sowie von dem elektrischen Leitvermögen k_w des Materiales abhängt. Werden h und β als konstant betrachtet, so stellt der auf einen Magnetisierungscyklus ($u = 1$) bezogene Eisenverlust $\frac{W_1}{u} = A_h + A_w$ die Summe aus Hysteresefläche und Wirbelstromfläche dar und liefert für dasselbe B', abhängig von u als Abscisse aufgetragen, eine Grade, da man für konstant gehaltenes B' setzen kann

$$\left(\frac{W_1}{u}\right) = a + b \cdot u$$

Werden also bei demselben B' die Eisenverluste in Watt für einen ausreichend grossen Bereich von u durch Messung ermittelt, auf $\left(\frac{W_1}{u}\right)$ umgerechnet und graphisch aufgetragen, wie Fig. 411 andeutet, so liefert der durch Extrapolation für $u = o$ erhaltene Ordinatenabschnitt a die reinen Hystereseverluste, während sich $b = \left[\left(\frac{W_1}{u}\right) - a\right] : u$ als Tangente aus der Neigung der erhaltenen Graden ergiebt und, bei Division durch $(B')^2$, den

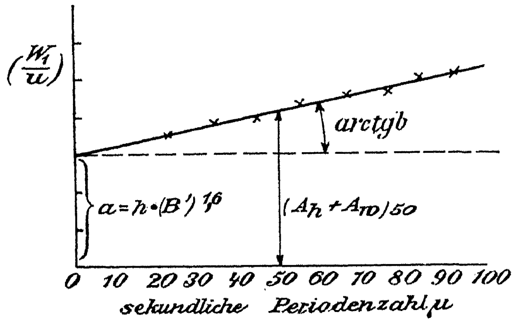


Fig. 411.

Wirbelstromkoeffizienten β liefert; ebenso liefert a durch Division mit $(B')^{1 \cdot 6}$ den Hysteresekoeffizienten h. Nach STEINMETZ (vgl. W. E. §§ 89 und 90) wäre, auf Watt bezogen, für β theoretisch zu setzen

für Blech: $\beta = 16 \cdot 45 \cdot k \cdot \delta^2 \cdot 10^{-10}$; bei Eisen also etwa $16 \cdot 45 \cdot \delta^2 \cdot 10^{-14}$
für Draht: $\beta = 6 \cdot 17 \cdot k \cdot \delta^2 \cdot 10^{-10}$; bei Eisen also etwa $6 \cdot 17 \cdot \delta^2 \cdot 10^{-14}$,

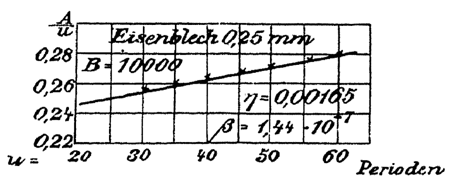


Fig. 412.

wenn δ die Blechstärke bezw. den Durchmesser der Eisendrähte in mm bezeichnet. Neben diesen Formeln sind noch eine grosse Zahl anderer (empirischer) Formeln für praktische Zwecke aufgestellt worden, welche in ihrer Mannigfaltigkeit jedoch nur beweisen, dass ihr Geltungsbereich, wenn überhaupt vorhanden, schon praktisch auf einen nur engen Bereich der Wechselzahlen, Blechdicken, Kurvenformen u. s. f. beschränkt ist, dass ihr physikalischer Wert sich aber noch mehr der Null nähert.

Dass diese vereinfachenden empirischen Formeln nur mit Vorsicht zu gebrauchen sind, weil weder h, noch weniger aber β eigentlich konstante Koeffizienten sind, geht aus den Versuchsergebnissen von BENISCHKE (siehe ETZ 1901, 55) hervor. Nur bei Blechen von sehr geringer Stärke, also sehr beschränktem Querschnitt der Wirbelstrombahnen oder bei verhältnismässig hohen Werten von R_w gegenüber (ωL_w) (vgl. oben), ist die $\left(\frac{W_1}{u}\right)$-

Kurve hinreichend einer Graden angenähert (siehe Fig. 412 für 0·25 mm Blech), während bei höheren Blechstärken die Kurvenkrümmung immer stärker wird (siehe Fig. 413). Die graphisch ermittelten β-Werte wachsen mit δ rasch an, nämlich von 1·44 bei 0·25 mm Blech bis auf 16·2 bei 1 mm Blech, und zwar mit der Grössenordnung 10^{-7} für die CGS-Einheit $\left(\frac{Erg}{Sek}\right)$ und mit 10^{-14} für die technische Einheit (Watt); h variiert ebenfalls mit δ, wenn auch in viel engeren Grenzen (vgl. Fig. 410). Dass β mit zunehmender Eisentemperatur erheblich abnimmt, ist bei der Grösse von α_k (vgl. **211**) auf Grund der obenstehenden Formel erklärlich. Aus den Graden der Fig. 402 in **304** folgt für 0·5 mm Blech $\beta_{18} = 4{\cdot}89 \cdot 10^{-7}$ und für β_{43} etwa $4{\cdot}34 \cdot 10^{-7}$.

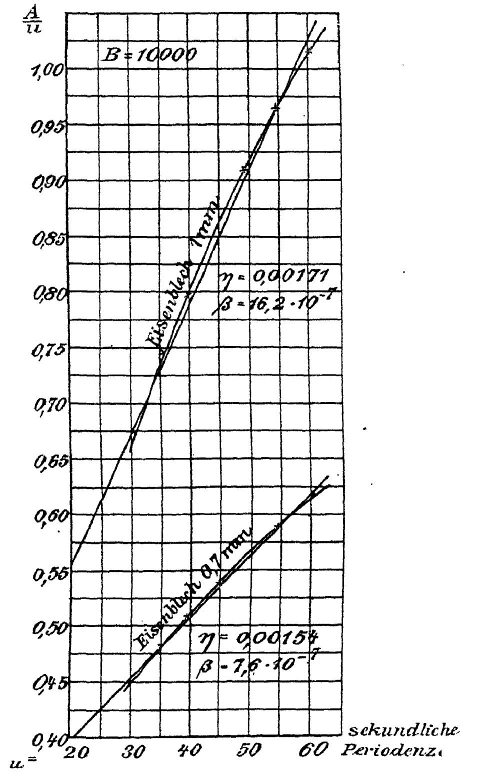


Fig. 413.

Vergleicht man diese Versuchswerte mit dem von STEINMETZ angegebenen Zahlenfaktor 16·45 und bildet die Quotienten $\beta : \delta^2$, so erhält man für $\delta = 0{\cdot}25$ den Wert 23; für $\delta = 0{\cdot}7$ aber 15·5, während für $\delta = 1{\cdot}0$ bleibt 16·2 und für $\delta = 0{\cdot}5$ sich je nach der Temperatur ergiebt 19·5 bezw. 17·4.

BENISCHKE giebt für β, unter Berücksichtigung der Kurvenform durch σ_e (**303**) und der Temperatur t in C⁰, die empirische Formel an:

$$\beta = 15 \cdot 2\ \delta^2 \cdot \sigma_e \cdot (1 - a\,t).$$

Nicht unerwähnt möge bleiben, dass TOWNSEND auf Grund von Versuchen zu der Ansicht gelangt ist, dass die Wirbelstromverluste praktisch überhaupt nicht mit $(B')^2$, sondern auch nur etwa mit der Potenz 1·6 zunehmen, also nach der Gleichung:

$$\left(\frac{W_1}{u}\right) = (B')^{1 \cdot 6}\,(h + \beta \cdot u).$$

E. WILSON untersuchte (1901) die Schirmwirkung der äusseren Eisenschichten auf die inneren abhängig von B'_0 und von der Periodenzahl. Nach seinen Versuchen erreicht die Schirmwirkung etwa bei $B'_0 = 5000$ ein Maximum, um alsdann abzunehmen und bei $B'_0 = 20000$ sich wiederum der Null anzunähern. An Eisendrähten von 1 mm Stärke findet er für die zentrale (B'_c) und für die mittlere $(B')_m$ Maximalinduktion in Prozenten der Oberflächeninduktion (B'_0) folgende Werte

$u = 50$	$B_0' =$	1 000	5 000	10 000	15 000
	$(B_c' : B_0') =$	95 %	84 %	88 %	96 %
	$(B')_m : B_0' =$	93 %	80 %	81 %	89 %

$u = 150$	B_0'	$= 1000$	5000	10000	15000
	$B_e' : B_0'$	$= 86\,\%$	54 %	72 %	92 %
	$(B')_m : B_0'$	$= 80\,\%$	65 %	67 %	76 %
$u = 600$	B_0'	$= 1000$	5000	13000	18000
	$B_e' : B_0'$	$= 50\,\%$	10 %	10 %	70 %
	$(B')_m : B_0'$	$= 65\,\%$	53 %	58 %	79 %

Diese Versuchszahlen weisen auf eine starke Abhängigkeit der Wirbelstromfäden d ($\tilde{J}_w$) in Stärke und Phase von den Werten B'_0 und u hin, deren Abweichung von der Theorie nach J. J. THOMSON in erster Linie wohl auf die Hystereseeinflüsse zurückzuführen ist. Gleichzeitig erklären sie die stark

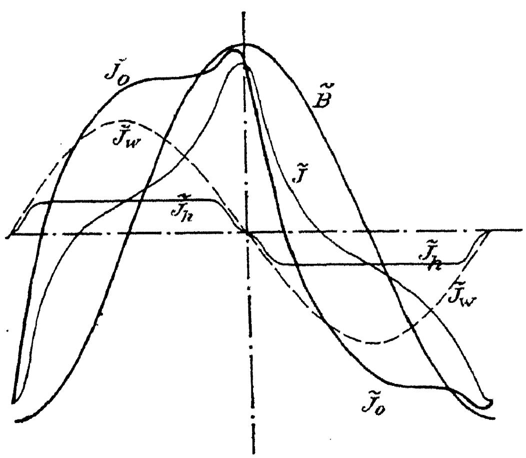


Fig. 414.

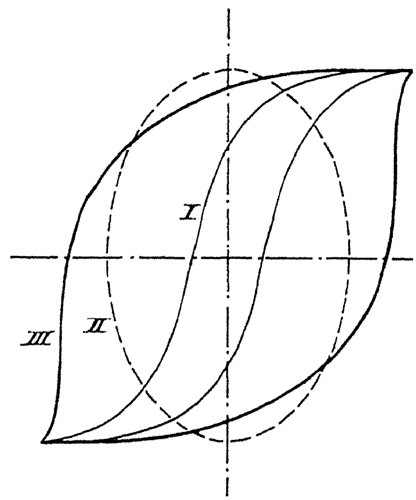


Fig. 415.

beschränkte Gültigkeit der empirischen Wirbelstromformeln, welche fast durchweg von der Annahme ausgehen, dass die Phasenverschiebung von $\tilde{J}_w$ gegenüber $\tilde{E}_w$ vernachlässigbar klein ist, also $\tilde{J}_w$ ähnlich wie $\tilde{J}_h$ eine Arbeitskomponente darstellt und daher praktisch auch nur durch eine Vergrösserung der Arbeitskomponente des Primärstromes $\tilde{J}$ kompensiert zu werden braucht, aber nicht durch eine Vergrösserung des $\tilde{J}_u$-Wertes.

Tritt man dieser Auffassung bei, so würde der Einfluss der Wirbelstrombildung auf den Verlauf der primären Stromkurve $\tilde{J}_o$ aus Fig. 414 kenntlich sein, wenn man zum Zwecke besseren Hervortretens eine sehr starke Wirbelstrombildung $\tilde{J}_w$ von sinoidalem Verlauf annimmt. In Fig. 391 bezw. 414 wäre also zur $\tilde{J}$-Kurve, welche $\tilde{J}_u$ und $\tilde{J}_h$ deckt, noch $\tilde{J}_w$ zu addieren, woraus die $\tilde{J}_o$-Kurve des Primärstromes sich ergeben würde, die eine starke Vergrösserung des sogenannten hysteretischen Voreilungswinkels zur Folge hätte, d. i. der Phasenverschiebung einer mit $\tilde{J}_o$ gleichwertigen Sinuskurve gegenüber der $\tilde{B}$-Kurve. Konstruiert man, unter Umkehrung des in **301** angegebenen Verfahrens zur Ermittelung der $\tilde{J}_h$-Kurve aus der Hystereseschleife, hier aus $\tilde{J}_w$ die gleichwertige Wirbelstromschleife, so erhält man die Ellipse II in Fig. 415. Wird diese mit der Hystereseschleife I,

welche der $\tilde{J}$-Kurve in Fig. 414 entspricht und aus $\tilde{J}_\mu$ und $\tilde{J}_h$ gebildet ist, zusammengesetzt, so erhält man die Schleifenkurve III, welche alle Eisenkomponenten umfasst, und deren starke Rundung gegenüber der reinen Hystereseschleife I den Wirbelströmen zuzuschreiben ist.

Diese Auffassung kann aber nach meiner Meinung nicht der Wirklichkeit entsprechen, am allerwenigsten bei einer so starken Ausbildung der $\tilde{J}_w$-Komponente, wie sie in Fig. 414 angenommen ist.

Ist $\tilde{J}_w$ klein gegenüber $\tilde{J}_h$, vielleicht bis zu 10 % des letzteren Betrages, liegen also sehr dünne Bleche oder, allgemeiner, liegt sehr gut unterteiltes Eisen vor, so wird die Vernachlässigung der mittleren Phasenverschiebung von $\tilde{J}_w$ gegenüber $\tilde{E}_w$ in erster Annäherung vielleicht praktisch zulässig sein. Keinesfalls aber bei stärkerem Anwachsen von $\tilde{J}_w$. Hier wird die entmagnetisierende Komponente von $\tilde{J}_w$ immer stärker in den Vordergrund treten und eine direkte Vergrösserung der $\tilde{J}_\mu$-Komponente zu ihrer Kompensation benötigen, wodurch die $\tilde{J}_0$-Kurve in Fig. 414 mehr den Spitzencharakter der $\tilde{J}$-Kurve beibehält, und ihr gemessener Effektivwert ($\tilde{J}_0$) grössere Phasenverschiebung gegenüber der gemessenen Spannung $\tilde{E}_g$ aufweist. Hierfür spricht auch folgende Versuchsreihe (Niethammer, Magnetismus, Seite 472) an eisengeschlossenen Transformatoren von gleichen Dimensionen, aber verschiedenen Blechdicken zwischen 0·5 und 20 mm bei $u = 50$:

$\frac{\tilde{N}}{q} = (B')_m$	Blechstärken δ in mm	Aufgewendete $AW = \tilde{J}_0 \cdot w$	Wattverlust $\tilde{W} = \tilde{W}_h + \tilde{W}_w$	$\cos\varphi = \tilde{W} : \tilde{E}_g \cdot \tilde{J}_0$
4 000	0·5	97	30	0·58
	2	177	57	0·57
	5	340	145	0·75
	20	1260	640	0·73
11 000	0·5	225	152	0·48
	2	445	390	0·63
	5	1 100	1 150	0·74
	20	5 400	4 800	0·64

Die Zunahme von $\cos\varphi$ mit darauffolgender Abnahme deutet dahin, dass bei bestimmter Periodenzahl bis zu einer gewissen Blechstärke die $\tilde{J}_h$- und $\tilde{J}_{wr}$-Komponenten anfänglich stärker wachsen als die entmagnetisierende $\tilde{J}_{w\mu}$-Komponente (vgl. Fig. 390 in **300**); dass letztere aber bei noch weiterem Anwachsen des Produktes $\delta \cdot u$ an Gewicht gegenüber $(\tilde{J}_h + \tilde{J}_{wr})$ gewinnt.

Die Schwierigkeit einer einwurfsfreien Abtrennung der Wirbelstromverluste von den Hystereseverlusten hat auch zur Folge gehabt, dass die technisch wichtigen Eisennormalien des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, aufgestellt von der sogenannten Hysteresekommission (vgl. ETZ 1901, 766), von einer solchen Trennung ganz absehen und die gesamten Eisenverluste $(\tilde{W}_h + \tilde{W}_w)$ zu Grunde legen, wobei zur kurzen Charakte-

risierung eines Bleches bezw. Drahtes die „Verlustziffer“ dient. Diese giebt die in 1 kg Blech bei $B' = 10000$ und $u = 50$ gemessenen Eisenverluste $(\tilde{W}_h + \tilde{W}_w)$ in Watt an (siehe hierzu in **309**).

C. Die ferromagnetischen Materialien.

307. Einteilung und allgemeine Zahlenangaben. Im vorausgegangenen Abschnitt sind die allgemeinen magnetischen Erscheinungen und Eigenschaften behandelt und hierbei naturgemäss bereits Unterscheidungen zwischen den Hauptklassen der Ferrika gemacht worden. Auch die Abhängigkeit von den physikalischen Zustandsbedingungen wurde schon näher berücksichtigt. In erster Linie pflegen wir aber die Materialien nach ihrer chemischen Zusammensetzung zu unterscheiden und zu benennen, doch besitzt, wie schon früher (**120**, **210**) erwähnt, die Namengebung auf chemisch-materieller Grundlage in physikalischer, hier im besonderen in magnetischer Hinsicht einen oft nur sehr ungefähren Charakterisierungswert, der nicht selten sogar irreleiten kann.

Immerhin bleibt aber diese Grundlage der Bezeichnungsweise für die gröbste Orientierung noch die beste, nur darf nötigenfalls der engere Grad der Charakterisierung nicht verabsäumt werden. In magnetischer Richtung pflegt dies in ungefährer Weise durch die Zusätze weich und hart, in genauerer Weise durch Angabe folgender charakteristischer Hauptwerte des Materials zu geschehen: erreichbare Maximalintensität I_{max} oder, zwecks besserer Vergleichung, eine nur angenähert maximale, aber praktisch noch bequem erreichbare Induktion, wie B_{100}, d. h. Wert von B für $H = 100$ CGS-Einheiten; ferner Remanenzwert R_0 (**285**); Koerzitivkraft C_0; angenähert maximale Hysteresearbeit A_{max} (in der Litteratur häufig durch E bezeichnet, d. i. Angabe des Schleifeninhaltes eines maximalen Magnetisierungscyklus in CGS-Einheiten oder Erg[1]); ausserdem führt man auch wohl $\overline{\mu}_{max}$ an, doch wird man von nun an wohl oft vorziehen, diesen Wert nach Gumlich und E. Schmidt (vgl. ETZ 1901, 696) aus R_0 und C_0 zu rechnen zu etwa $0{\cdot}5 \cdot \left(\frac{R_0}{C_0}\right)$, wodurch diese Grössen charakteristischer erscheinen. Völlige Charakterisierung des Materiales kann zwar nur durch den Verlauf der im vorhergehenden Abschnitt behandelten Kurven erfolgen, doch werden die soeben angeführten magnetischen Grundgrössen in ihren Zahlenwerten in den meisten praktischen Fällen zu einer hinreichenden Orientierung bereits genügen. Auf Grund der Untersuchungen von Strouhal und Barus (**219**) fügt man auch wohl das spezifische elektrische Leitvermögen des Materiales hinzu, als ungefähres Mass für den sonst schwer zahlenmässig bestimmbaren Härtegrad.

Die Zerlegung der Eisen- und Stahlsorten in zwei Hauptgruppen: die magnetisch weichen und die magnetisch harten Materialien, geht aber nicht von dem früher (**288**) erwähnten Föppl schen Sinn dieser Bezeichnungen

[1]) Es darf nicht unerwähnt bleiben, dass die Phys.-Techn. Reichsanstalt neuerdings von einer Anführung des Steinmetzschen Hysteresekoeffizienten h wegen der mehrfach nachgewiesenen grossen Abweichungen (**302**) vielfach absieht und die Angabe von C_0 und A_{max} vorzieht.

aus. Magnetisch weich soll hier vielmehr soviel heissen, wie den Magnetismus leicht annehmend und verlierend, umfasst also Materialien wie Walzeisen, Schmiedeeisen, ferner gegossene Materialien wie Flusseisen, Stahlguss (Dynamostahl, oder wie die wenig charakteristischen Benennungen lauten), welche verhältnismässig hohe Permeabilität, aber kleine Koerzitivkraft besitzen. Magnetisch hart bezeichnet im Gegensatz ein schweres Annehmen und Verlieren des Magnetismus und bezieht sich in erster Linie auf gehärtete Stahlsorten mit verhältnismässig kleinen Permeabilitäten ($\overline{\mu}$ hart mit Werten von 100 bis 300 etwa 10mal kleiner als $\overline{\mu}$ weich). Dass auch hier die Scheidegrenze natürlich willkürlich gezogen ist, und dass alle Arten Übergänge möglich sind, zeigt Fig. 416, welche für mittlere Materialtypen eine halbe Hystereseschleife im gleichen Massstab darstellt und z. B. erkennen lässt, dass Gusseisen eher zu den harten als zu den weichen zu rechnen ist, ebenso

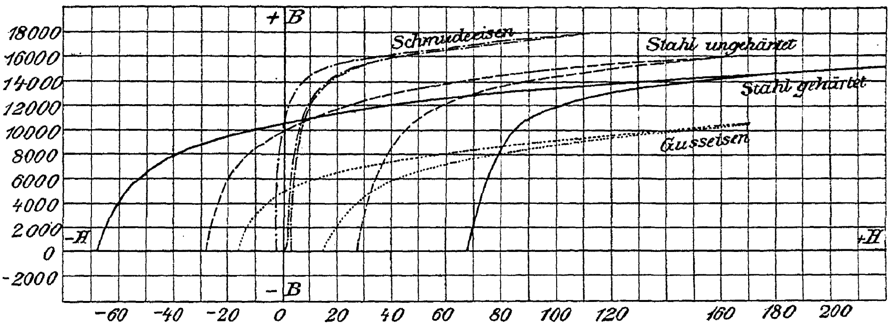


Fig. 416.

wie ungehärteter Stahl. Die Schleifen beziehen sich auf geschlossene Eisenwege (287).

Für die Technik werden namentlich die äussersten Materialien von Wichtigkeit sein, und zwar möglichst weiche für den Aufbau von Dynamos, Transformatoren und dergleichen, möglichst harte für viele Zwecke des Instrumentenbaues und der Elektrizitätszähler. Unter den weichen wird naturgemäss für die Wechselstromtechnik der Nachdruck auf geringen Werten der Hystereseschleife (A_h) liegen, wenn möglich in Verbindung mit möglichst kleinen A_w-Werten, d. h. Verkleinerung der elektrischen Leitfähigkeit k des Materials; für die Magnetgestelle wird hingegen rasches und weitgehendes Ansteigen der I, H-Kurve in erster Linie wichtig sein. Meist fällt kleines A_h mit grossem $\overline{\mu}$ zusammen, wenn auch Variationen in den Zusammenstellungen vorkommen; gewöhnlich geht aber auch der spezifische elektrische Widerstand $\varrho = \frac{1}{k}$ mit A_h parallel, doch sind im einzelnen erhebliche Abweichungen möglich, z. B. bei No. 15 der folgenden in der Reichsanstalt untersuchten Materialien (vgl. ETZ 1901, 691 ff.), oder bei den in **309** angeführten Eisenlegierungen. Von 46 genauer untersuchten weichen Eisenproben der neueren Hüttentechnik ergaben sich, unter gesonderter Behandlung von No. 15, folgende Mittelwerte (vgl. a. a. O. Seite 694):

Tabelle I.

Mittelwerte **weicher** Eisensorten der neueren Hüttentechnik.

Mittel aus Nummer	Maximaler Hystereseverlust A_h in Erg	Spez. Widerstand ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$	Remanenz R_0 in CGS	Koerzitivkraft C_0 in CGS	$\overline{\mu}_{max}$
1—10	10 060	0·147	8 360	1·10	4 120
11—21	12 850	0·158	8 900	1·53	3 030
22—36	17 190	0·164	9 360	2·09	2 190
37—46	24 380	0·190	10 740	3·43	1 506
15	12 300	0·426	12 250	1·45	3 780

Sieht man also von dem Ausnahmematerial No. 15 mit abweichender chemischer Zusammensetzung ab, so ist ein deutlicher Gang der Mittelwertzahlen erkennbar, wenn alle 46 Materialien nach der Grösse A_h geordnet werden. Die Zusammensetzung von No. 15 wurde wegen ihrer praktischen Bedeutung für Wechselstrombleche geheimgehalten, offenbar ist sie aber einem der später (**309**) näher behandelten Aluminium- oder Silicium-Eisen nahe verwandt. Von diesen mit der Jochmethode bestimmten Zahlenwerten neuerer Eisensorten mögen noch wegen des technischen Interesses die vollständigeren Grenzwerte jeder Gruppe nebst dem Ausnahmematerial No. 15, sowie auch magnetisch harter Materialien, wiederum nach A_h geordnet, angeführt sein.

Tabelle II.

Grenzwerte von Eisenproben gleicher Benennung.

No.	Erzeugungsart	$\overline{H}_{max}$ in CGS	B_{max} in CGS	$\overline{B}_r$ $\overline{H}=$ 00)	R_0	Koe kra C	$\overline{\mu}_{max}$ beobachte	$\overline{\mu}_{max}$ $=0·5\ \overline{R_0}$	H tereseverlu A_h in Erg ir B_{max}	Spe le m
1	Walzeisen	129	18 190	17 700	10 300	0·60	8 350	8 580	4 900	0·113
2	Gegossenes	129	17 700	17 200	7 500	0·95	4 070	3 950	9 400	0·154
13	Weicheisen	128	17 920	17 450	8 200	1·35	3 490	3 040	12 100	0·161
14	Schmiedeeisen	145	18 370	17 650	9 000	1·65	2 850	2 730	12 300	0·148
15	Gegossenes Weicheisen	129	18 380	18 000	12 250	1·45	3 780	4 220	12 300	0·426
31		127	18 110	17 660	11 800	2·22	2 480	2 660	18 200	0·146
46		129	17 270	16 750	9 550	4·33	1 100	1 100	30 200	0·196
47	Gusseisen	137	9 890	9 000	4 440	9·35	230	(252)	28 300	0·897
50		151	10 250	9 150	4 640	12·9	216	(198)	35 300	0·975
51	Stahl	234	16 220	13 900	11 700	52·6	195	(173)		0·325
54	gehärtet	238	13 370	9 500	8 880	69·7				0·422

Als Abschluss dieser allgemeinen Orientierung über die magnetischen Grössen der ferromagnetischen Hauptmaterialien sei noch die Zusammenstellung der ungefähren I, H-Kurven für Eisen, Kobalt, Nickel in Fig. 417

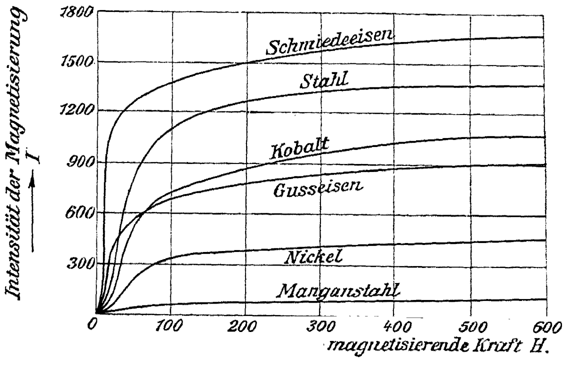


Fig. 417.

gegeben, unter Hinzufügung derjenigen des nahezu unmagnetischen Manganstahls (siehe **310**).

Neben der chemischen Zusammensetzung besitzt das physikalisch-technische Vorleben des Materiales auf sein magnetisches Verhalten einen besonders grossen Einfluss, wie schon wiederholt betont wurde. Dieser Einfluss ist bis in die neuere Zeit, gegenüber dem der chemischen Zusammensetzung, bei Eisen- und Stahlsorten entschieden unterschätzt worden. Um Verwirrung zu vermeiden ist es daher nötig, diese zwei Einflussarten auseinander zu halten und nach Möglichkeit getrennt zu betrachten. Bei Betrachtung der chemischen Einflüsse sind also die physikalischen so weit als zulässig konstant zu halten, d. h. in chemischer Richtung nur Materialien mit angenähert gleicher physikalischer Vorbehandlung zu vergleichen, und umgekehrt z. B. den Einfluss des Ausglühens nur an demselben oder einem chemisch gleichartigen Material zu verfolgen. Wenden wir uns unter Beachtung dieses Umstandes zunächst dem Einfluss zu, welchen die chemische Verschiedenheit der Materialien auf ihr ferromagnetisches Verhalten ausübt, so sind die Veröffentlichungen über magnetisch und chemisch genau untersuchtes Material, welche etwas zuverlässigere Schlüsse gestatten, sehr beschränkt. In erster Linie stehen immer noch die eingehenden Untersuchungen und Schlüsse eines englischen Forschers, PARSHALL (1896 Proc. of Civ. Eng., 126 „Magnetic Data of Iron and Steel;“ vgl. auch „Magnetische Untersuchungen“ von E. SCHMIDT behandelt in „Zeitschrift für Elektrochemie“ 1899 Nr. 44).

308. Einfluss der chemischen Zusammensetzung auf Permeabilität und Hysterese.

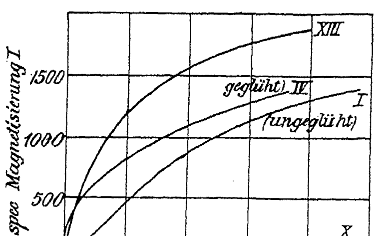


Fig. 418.

Die Reihenfolge der Betrachtung sei: nahezu reines Eisen, weiche Eisensorten mit den üblichen Beimengungen oder Verunreinigungen, Gusseisen, Eisenlegierungen mit absichtlicher Beimengung anderer Metalle bezw.

Elemente in wachsenden Prozentgehalten. Hieran möge sich dann als Übergang zu den Dauermagneten der Einfluss des Härtens, sowie namentlich das Verhalten gehärteter Stahlsorten anschliessen.

Reines Eisen in Form galvanischer Niederschläge ist von Leick (vgl. ETZ 1896, 606) untersucht worden. Für ungeglühten Nieder-

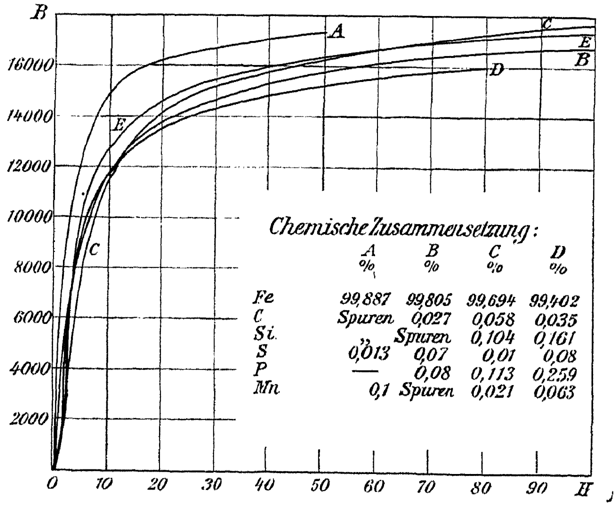


Fig. 419.

schlag fand er die Kurve I der Fig. 418, für geglühten die Kurve IV, während von den noch beigefügten Kurven X die I, H-Kurve von galvanisch niedergeschlagenem Nickel darstellen soll (vgl. jedoch **310**) und XIII diejenige eines Eisennickelniederschlages mit $4{\cdot}7\,{}^0/_0$ Nickel (vgl. **309**).

Für ein hüttenmässig hergestelltes, schwer schmelzbares und nahezu reines Eisen ist die chemische Zusammensetzung, sowie die B, H-Kurve,

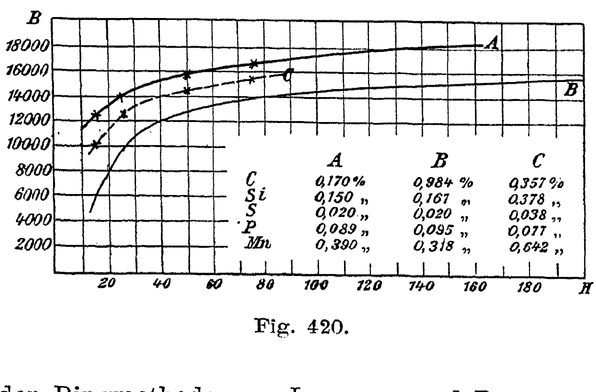


Fig. 420.

ballistisch mit der Ringmethode von Lyndall und Pocklington (1892 Proc. of R. S. of London 52, 228) aufgenommen, in Fig. 419 unter A dargestellt und zum Vergleich weitere (reine) B, H-Kurven nach den Untersuchungen von Parshall (vgl. oben) nebst Analysen beigefügt. Hierbei bezeichnet E die Kurve aus den Mittelwerten von 10 verschiedenen Sorten weichen Schmiedeeisens, während die kohlenstoffarmen Sorten, nämlich schwedisches Eisen B, sowie die Schmiedeeisen C und D den Einfluss der angegebenen

Verunreinigungen zeigen und ihre Verschlechterung in erster Linie durch den wachsenden Prozentgehalt an Phosphor erfahren; *B* namentlich auch durch den kleinen Betrag an graphitisch ausgeschiedenem Kohlenstoff.

Dass auch bei Stahlguss, welcher gewöhnlich nur gebundenen Kohlenstoff enthält, eine magnetische Verschlechterung bei wachsendem Prozentgehalt an *C* eintritt, zeigen die Kurven *A* und *B* der Fig 420, deren Analysen erhebliche Abweichungen nur im Kohlenstoffgehalt ergeben. Eine stärkere Verunreinigung durch Silicium und Mangan wirkt gleichfalls nachteilig, wenn auch weniger als der Kohlenstoffgehalt. Dies zeigen folgende Mittelwerte aus je 10 Stahlgussproben nach Parshall:

Stahlguss-Mittelwerte

C	P	Si	Mn	S	Fe (Rest)	B_{15}	B_{25}	B_{50}	B_{75}
0·230	0·066	0·167	0·482	0·042	99 020	12 500	14 100	15 800	16 700
0·357	0·077	0·378	0·642	0·038	98 508	10 100	12 400	14 500	15 500

Die Auftragung ergiebt, dass die Mittelwerte der oberen Reihe sehr nahe mit der *B, H*-Kurve der *A*-Marke in Fig. 420 zusammenfallen, während die Mittelwerte der unteren Reihe die merklich tiefer liegende Kurve *C* (Fig. 420) liefern, die aber doch wesentlich besser ist als die Kurve der Eisenmarke *B*. Auf Grund seiner Prüfung zahlreicher Stahlgussproben giebt Parshall als obere Grenze der fremden Beimischungen für einen magnetisch noch brauchbaren Stahlguss an: 0·25 % Kohlenstoff; 0·20 % Silicium; 0·05 % Schwefel; 0·08 % Phosphor; 0·50 % Mangan.

So wichtig für Weicheisensorten, wegen ihrer Verwendung in der Wechselstromtechnik, die Einwirkung der chemischen Zusammensetzung auf die Hystereseverluste (neben dem Einfluss auf die *B, H*-Kurve) ist, so erschwert ist hier eine eindeutige Lösung wegen des ausserordentlich grossen Einflusses, den der stets vorgenommene Glühprozess der Weicheisenbleche ausübt (**304**). Nach den Untersuchungen von Parshall hätte Silicium, Mangan und Schwefel innerhalb der obigen Grenzen keine wesentliche Vergrösserung von A_h durch Verbreiterung der Hystereseschleife zur Folge; um so mehr aber Phosphorgehalt und zwar in noch höherem Masse als Kohlenstoffgehalt. Die Mittelwerte aus je 6 guten und je 6 schlechten Transformatorblechen ergeben sich wie folgt:

Mittelwerte	C	P	Si	Mn	S	A_h für $B' = 8000$
von 6 guten Blechen:	0·082	0·064	0·005	0·236	0·033	3 100 Erg für 1 cm³
von 6 schlechten Blechen:	0·113	0·079	0·008	0·375	0·037	8 100 Erg für 1 cm³

Nach dem Vorstehenden ist es einleuchtend, dass „Gusseisen“ mit seinem hohen Kohlenstoffgehalt magnetisch sehr viel schlechter ist als Weicheisen. Es ist jedoch bei allen Eisensorten streng zwischen „gebundenem Kohlenstoff“, der auch bei Gusseisen nur etwa 0·2 bis 0·8 % beträgt, und dem graphitisch ausgeschiedenen, bei Gusseisen meist über 2 bis 4 %, zu unterscheiden. Nach Parshall wäre eine Variation des Prozentgehaltes an Graphit weit weniger von Einfluss auf die hier praktisch allein in Frage kommende $\overline{B},\overline{H}$-Kurve als der mit dem Eisen chemisch gebundene Kohlenstoff. Die Verbesserung der

B, H-Kurve mit Abnahme des letzteren geht deutlich aus Fig. 421 hervor, deren Kurven A, B und C sich auf gewöhnliches Gusseisen, D und E auf sogenanntes schmiedbares Gusseisen der unten folgenden Zusammensetzung beziehen. Durch teilweise Entkohlung „schmiedbar" gemachtes Gusseisen zeigt also eine erhebliche Erhöhung der Permeabilität, die aber nach PARSHALL zum grösseren Teil der physikalischen Strukturänderung und nur zum kleineren der chemischen zuzuschreiben ist.

Gehalt an Elementen in %:		C (gebunden)	Graphit	Si	S	P	Mn
Schmiedbares Gusseisen	D:	0·500	2·119	0·578	0·080	0·303	0·164
	E:	0·830	2·201	0·930	0·050	0·039	0·116

309. Eisenlegierungen. Wenden wir uns jetzt den Eisenlegierungen bezw. -verbindungen zu, denen absichtlich merkliche Prozentgehalte anderer Metalle bezw. Elemente beigefügt werden, so kommen von den letzteren namentlich Aluminium, Silicium,

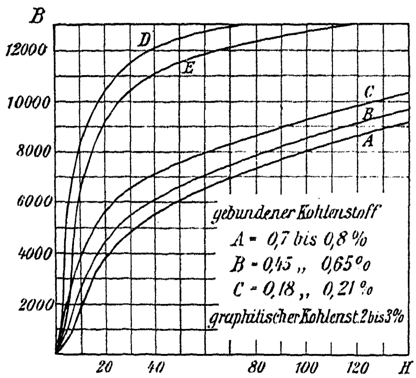


Fig. 421.

Mangan und Nickel in Betracht. Ihrem geringen Kohlenstoffgehalt nach wären alle diese Eisensorten den Weicheisen bezw. Stahlgüssen zuzurechnen.

Die ersten Versuche, durch Zusätze von Aluminium den Stahlguss leichter schmelzbar und gleichzeitig auch magnetisch besser zu machen, lieferten ein als „Aluminium-Stahl" oder auch „Mitis-Eisen" bekanntes Material, das auch PARSHALL in 12 Proben chemisch und magnetisch untersuchte, deren Mittelwertergebnisse folgende waren.

Mittelwert aus 12 „Mitis-Eisen":

C	P	Si	Mn	S	Al	Fe (Rest)	B_{15}	B_{25}	B_{50}	B_{75}
0·180	0·093	0·080	0·196	0·045	0·113	99·293	12 900	14 290	15 800	16 490

Die Auftragung der B, H-Werte liefert eine Kurve, die der Kurve der A-Marke in Fig. 420 ausserordentlich naheliegt.

Die hier prozentual noch sehr kleinen Aluminiumzusätze ermutigten dazu, auch Versuche mit höheren Zusätzen zu machen. Die an Flusseisen mit Aluminiumzusätzen bis zu 5·5 % von BARRETT, BROWN und HADFIELD ausgeführten Untersuchungen (vgl. E T Z 1902, 198) sind durch E. GUMLICH (siehe E T Z 1902, 101) besser zugänglich gemacht worden, und die in Tabelle III

Tabelle III.

Aluminiumeisen und Siliciumeisen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Marke	Chemische Zusammensetzung in %			Elektrischer Widerstandskoeffiz. ϱ in $\Omega \cdot \left(\frac{mm^2}{m}\right)$		Magnetische Eigenschaften								
	Al	C	Si	nicht angelassen	angelassen	B für $H = 45$	R_b	R_0	C_0	μ für $H = 8$	μ_{max}	A_{max} Erg in 1 cm^3	h	W_h Watt in 1 kg Blech
I	**0,75**	0,17	0,10	0,248	0,220	16 500	8 000	11 000	2,00	1 517	2 700	11 620	0,0021	3,38
II	**2,25**	0,24	0,18	0,463	0,390	16 500	7 620	11 300	1,87	1 620	2 950	10 960	0,00195	3,14
III	**5,50**	0,22	0,20	0,781	0,700	13 410	3 480	4 500	1,43	1 095	1 550	6 825	0,0017	2,74
IV	—	0,03	0,14	0,111	0,109	17 480	7 120	10 600	1,66	1 560	3 100	11 090	0,0018	2,90
V	—	0,028	**0,07**	0,105	0,102	16 750	—	9 400	[1,66 ?]	—	2 800	10 100	0,00175	2,82
VI	—	0,20	**2,5**	0,471	0,421	16 640	4 080	ca. 8 000	0,90	1 680	—	—	—	—
VII	—	0,26	**5,5**	0,688	0,652	16 480	3 540	6 900	0,85	1 680	4 000	6 500	0,00115	1,85

zusammengestellten charakteristischen Zahlenwerte verdienen von seiten der Wechselstromtechnik, im Hinblick auf die Werte von ϱ und die Wirbelstromverluste (**306**), die grösste Beachtung. Zum Vergleich ist ausser dem Aluminiumeisen I, II und III in der Querreihe IV ein gewöhnliches Weicheisen, etwa nach Art der früher (**307**) besprochenen, angeführt. Obwohl die B, H-Kurve durch wachsenden Al-Zusatz erheblich herabgedrückt wird, wie die Werte der Vertikalreihe 7 erkennen lassen, und dementsprechend auch die Permeabilität nach Reihe 11 und 12, so nehmen doch in noch höherem Masse die magnetischen Reibungsgrössen ab, wie die Vertikalreihen 8, 9, 10, 13, 14, 15 zeigen. Von diesen giebt 8 die nach der Magnetometermethode direkt beobachteten Werte der Remanenz R_b an den Versuchsstäben; 9 die durch Scherung erhaltenen Werte R_o, Reihe 10 die Koerzitivkraft C_o und 13 die Werte A_{max} der grössten Hystereseschleife in CGS-Einheiten, während behufs besseren Vergleiches unter 14 die Hysteresekoeffizienten h nach der Formel von STEINMETZ (**302**) berechnet sind, und unter 15 noch die Hystereseverlustziffer W_h (ohne Wirbelströme) für $u = 50$, $B' = 10000$ und 1 kg = 128 cm³ in Watt hinzugefügt ist, erhalten durch Multiplikation des Wertes h mit $1608 = 50 \cdot 10000^{1 \cdot 6} \cdot 128 \cdot 10^{-7}$. Die Werte unter 12 wurden nach der Formel $\overline{\mu}_{max} = 0 \cdot 49 \cdot \frac{R_o}{C_o}$ berechnet (vgl. **307**).

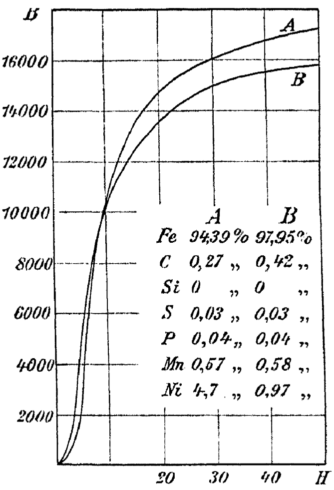


Fig. 422.

Am meisten Beachtung verdient aber Reihe 5 oder 6, welche zeigt, dass neben der Verkleinerung von h oder W_h eine Steigerung des spezifischen elektrischen Widerstandes ϱ bis auf mehr als das 6fache möglich ist, was naturgemäss eine starke Herabdrückung der Wirbelstromverluste W_w einschliesst, bezw. die Benutzung stärkerer Bleche gestattet (**306**). Interesse verdient noch die starke Verkleinerung des Temperaturkoeffizienten der hochprozentigen Aluminiumlegierung α_ϱ auf etwa 0·063 %, d. h. auf etwa ⅛ des α_ϱ von gewöhnlichem Eisen (**211**).

Das von den Aluminiumlegierungen I bis III Gesagte gilt in noch höherem Masse von den Eisensorten V bis VII mit grösseren Siliciumzusätzen. Hier ist die Herabdrückung der B, H-Kurven weit geringer und die Vorteile hinsichtlich Verkleinerung der magnetischen Reibungswerte noch grösser, wie besonders Vertikalreihe 9, 12, 13 und 14 von VII erkennen lassen. Diese Siliciumlegierungen würden sonach praktisch noch grössere Beachtung verdienen.

Wenn nun ausserdem die Erfahrung lehrt, dass ein wachsender Nickelzusatz die B, H-Kurve der Nickeleisenlegierungen wesentlich verbessert, wie Fig. 422 für die Marke A und B nebst zugehörigen Analysen beweist, in Übereinstimmung mit Kurve XIII der Fig. 418, so erscheint der früher angenommene Satz: Je reiner das Eisen, desto besser in magnetischer Beziehung, doch nicht mehr zutreffend, wenigstens nicht vom Wechselstromstandpunkt; und die Möglichkeit einer weiteren magnetischen Verbesserung durch Legierung verschiedener Metalle ist nicht von der Hand zu weisen.

310. Verhalten von Nickelstahl.

Wie rasch aber mit wachsendem Prozentgehalt der Beimischung die magnetischen Eigenschaften wechseln, wobei auch Legierungen mit höchst merkwürdigem Verhalten auftreten können, zeigen gerade die sogenannten **Nickelstahle**. Solche Nickeleisenlegierungen wurden bereits 1890 von

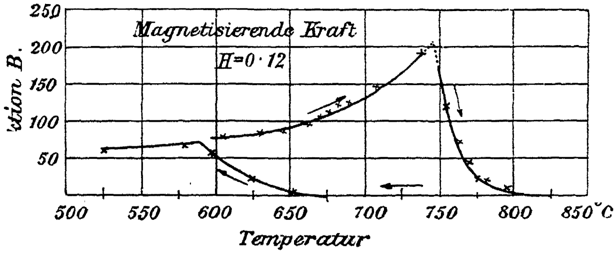


Fig. 423.

J. Hopkinson (Proc. R. S. of London, oder auch Ewing M. I, § **119** ff.) untersucht. Bereits bei einer Legierung, welche dem Material A in Fig. 422 in seiner chemischen Zusammensetzung sehr nahesteht, zeigte sich eine merk-

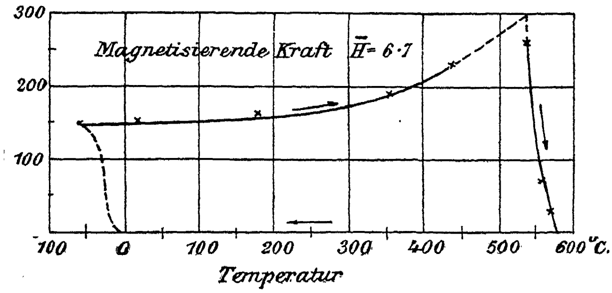


Fig. 424.

würdige Erscheinung, die man als eine Art Wärmehysterese ansprechen kann. Bei steigender Erwärmung (t) nahm nämlich die magnetische Induktion bei $\bar{H} = 0{\cdot}12$ dauernd bis gegen 740° C. zu, wie die obere B, t-Kurve

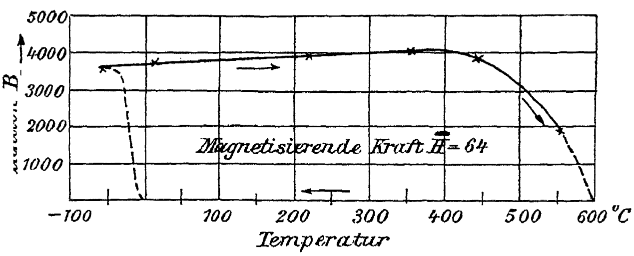


Fig. 425.

der Fig. 423 andeutet, fiel hierauf rasch ab, um in der Gegend von 820° C. den Wert Null zu erreichen, der aber bei Wiederabkühlung bis gegen 650° C. bestehen blieb und alsdann erst wieder in die aufsteigende B, t-Kurve einmündete. Noch auffallender war aber diese Eigentümlichkeit bei einem Nickelstahl mit 25 % Nickel, insofern dieser, bei gewöhnlicher Temperatur magnetisiert, völlig unmagnetisch blieb, bei Abkühlung auf etwas

unter 0° C. ziemlich stark magnetisch wurde, und beim nunmehrigen Wiedererwärmen ein stetiges Ansteigen seiner B, t-Kurve nach Fig. 424 bei $\overline{H} = 6{\cdot}7$, bezw. nach Fig. 425 bei $\overline{H} = 64$ zeigte, um bei etwa $t = 600^0$ C. wieder praktisch unmagnetisch ($\mu = 1{\cdot}4$) zu werden, und diese Eigenschaft auch bei völliger Abkühlung auf Zimmertemperatur beizubehalten.

Gleichzeitig mit dem Übergang aus der unmagnetischen in die magnetische Modifikation nahe unter 0° C. nimmt der spezifische elektrische Leitungswiderstand ϱ sprungweise um etwa 30 % seines Wertes ab; auch die Festigkeit und die elastischen Eigenschaften weisen bei den beiden Modifikationen erhebliche Unterschiede auf. Bei weiter wachsendem Nickelgehalt wird diese Fähigkeit, zwei ganz verschiedene physikalische Zustände anzunehmen, wieder geringer, d. h. auf ein immer kleineres Temperaturgebiet beschränkt, die B, t-Schleife also immer schmäler.

Überwiegt das Nickel in der Legierung, so ist ebensowenig wie bei reinem Nickel eine merkbare magnetische Thermohysterese nachweisbar; hingegen zeigt das reine Nickel nach anderer Richtung ein von Eisen stark

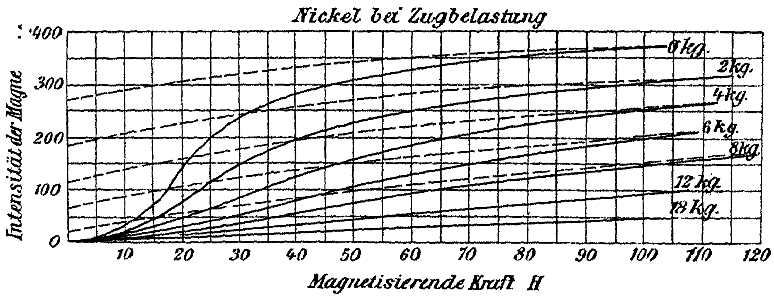


Fig. 426.

abweichendes, ja entgegengesetztes Verhalten, insofern die VILLARIsche Wirkung (**296**) in Fortfall kommt, richtiger sich umkehrt.

Nickel ändert seine magnetische Permeabilität unter der Einwirkung elastischer Kräfte in viel höherem Grade als Eisen, jedoch nach Untersuchungen EWINGs (M. I. § 121 ff.) bei Zugbeanspruchung nach den I, H-Kurven der Fig. 426 abnehmend, bei Druckbelastung nach den I, H-Kurven der linken Seite von Fig. 427, bezw. den μ, B-Kurven der rechten Seite von Fig. 427 mit der spezifischen Belastung zunehmend. In Fig. 426 sind noch die absteigenden I, H-Kurven strichliert beigefügt, deren Schnitte mit der Ordinatenachse also die Remanenzwerte liefern.

Die Eigenschaft des Nickels, als Legierungsmetall das Eisen bei kleinen Prozentsätzen magnetisch wenig zu beeinflussen, eher zu verbessern, bei weiterer prozentualer Zunahme an einer Stelle (25 %) aber nahezu unmagnetisch zu machen, wenigstens bei gewöhnlicher Temperatur, besitzt in ähnlicher Weise das Mangan, wenn auch ohne den beim Nickel beobachteten Doppelzustand infolge Thermohysterese. Der sogenannte HADFIELDsche Manganstahl, der nach BARRETT etwa 12·25 % Mangan und an sonstigen Beimengungen 0·80 % C, 0·15 % Si, 0·10 % P, 0·02 % S, also 86·68 % Eisen enthält, ist nahezu unmagnetisch, da seine Permeabilität $\overline{\mu}$ nur wenig über 1 beträgt, nämlich nach HOPKINSON 1·27 bei $H = 244$ und nach EWING und LOW 1·45 zwischen $H = 1000$ bis 5000. Auch hier tritt bei weiterer

Erhöhung des Mangangehaltes wieder ein starkes Anwachsen der Permeabilität ein, so dass nach Wiedemann (vgl. III, 781) Legierungen aus 10·8 % Fe, 54·5 % Mn, 25·3 % Al, 2·3 % C (die zu 100 fehlenden 8 %?), oder aus 14·8 % Fe, 75·4 % Mn, 3 % Al und 5·6 % C wieder so stark magnetisch sind, dass sie dem Eisen wenig nachstehen.

Nach Ostermann und Lacroix (vgl. Zeitschrift für Elektrochemie 1899, Heft 44) besitzt auch Chrom einen entmagnetisierenden Einfluss auf Nickel, insofern eine Legierung mit mehr als 10 % Chrom bereits ganz unmagnetisch ist. Eine nichtmagnetische Chromnickellegierung aus 80 % Nickel, 15 % Chrom, 4 % Platin, 0·6 % Blei, 0·2 % Zinn und 0·2 % Zink soll einen stahlartigen Charakter besitzen, was Elastizität und Bearbeitungsfähigkeit anlangt.

Das Verhalten ferromagnetischer Amalgame wurde von Nagaoka (vgl. ETZ 1896, 694) untersucht. Sie wurden ziemlich stark magnetisch, sowie, bei stark verdünnten Amalgamen, mit einer sehr stark von der Temperatur abhängigen Hysterese behaftet gefunden. Schon früher hatte Steinmetz bei

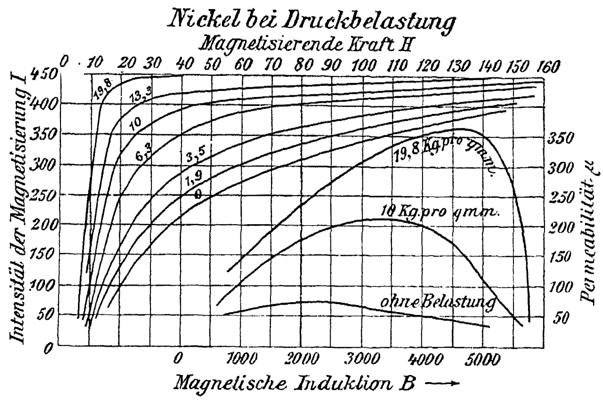


Fig. 427.

seinen zahlreichen experimentellen Prüfungen ferromagnetischer Materialien (vgl. ETZ 1892, sowie **302**) auch die magnetischen Charakteristiken und Hystereseschleifen bisher weniger untersuchter Materialien festgestellt, so z. B. von einem 11 % Eisenamalgam, von porösem Eisen, von Magnetit und von Gusskobalt (a. a. O. Seite 563 bis 566), ferner heterogener Materialien, wie gewundene Drähte, Eisenspähne (Seite 587 bis 591), worauf hier nur verwiesen sei. Alle diese verschiedenen Arten der Formgebung und räumlichen Materialverteilung in magnetisch mehr oder weniger indifferenten Mitteln führen aber bereits aus dem Gebiet des chemischen Einflusses immer mehr heraus und zum physikalischen hinüber.

Der Einfluss der physikalischen Momente auf die magnetischen Eigenschaften sei jetzt noch etwas näher betrachtet, soweit die Aufeinanderfolge und die Raschheit der Temperaturwechsel ins Spiel kommen. Das als Ausglühen bezw. Anlassen oder Härten bezeichnete Verfahren übt bei allen Eisensorten, namentlich aber bei den Stahlen einen grossen Einfluss auf den nachfolgenden magnetischen Zustand aus. **311.** Ausglühen und Härten bei Stahlsorten. Temperatureinfluss.

Die grosse Wichtigkeit des Ausglühens, dessen Wirkung schon früher (**295**, **304**) behandelt wurde, beruht für alle in der Wechselstromtechnik

verwendeten Weicheisensorten weniger auf der kleinen Erhöhung von B_{max}, als vielmehr auf der starken Verkleinerung der magnetischen Reibungsgrössen bis auf etwa die Hälfte, wie die Werte der 3 letzten Vertikalreihen der folgenden Zusammenstellung zeigen, wobei die Symbole die Bedeutung wie früher (Tabelle II in **407**) haben:

Material	Zustand	H_{max}	B_{max}	B_{100}	C_0	A_{max}	
Stahlguss, schwedischer	ungeglüht	135	17 900	17 300	2·5	18 200	0·0029
	geglüht	126	18 080	17 600	1·0	9 750	0·0015
deutscher	ungeglüht	130	17 780	17 240	2·3	21 000	0·0033
	geglüht	162	18 430	17 440	1·2	11 200	0·0017

Der Einfluss der Glühtemperatur und der Art des Abkühlens wurde bereits früher (**304**) eingehend besprochen, soweit weiche Eisenbleche in Frage kommen.

Die schon lange bekannte Erfahrungsthatsache, dass die Eisensorten mit einem Gehalt von etwa 0·5 bis 2 % gebundenem Kohlenstoff, welche gewöhnlich unter die Bezeichnung Stahl fallen, beim Anlassen (Erhitzen) auf Rotglut mit nachfolgendem raschem Abkühlen in Flüssigkeit (Abschrecken) sowohl in ihren elastischen als in ihren magnetischen Eigenschaften eine Sonderstellung einnehmen, insofern sie sich durch grosse Härte und Koerzitivkraft auszeichnen, hat aber erst neuerdings eine weitergehende Klärung des Einflusses der Härtungstemperatur erfahren. Holborn (siehe Z. f. I. 1891, 113ff.) fasst die Ergebnisse seiner Untersuchungen „Über das Härten von Stahlmagneten“ in folgende Sätze zusammen:

Der permanente und induzierte Magnetismus eines gehärteten Stahlstabes hängt von dessen Härtungstemperatur ab. Der Unterschied in den Magnetismen von Stäben, die bei verschieden hoher Temperatur gehärtet sind, nimmt unter sonst gleichen Umständen mit dem Kohlenstoffgehalt der betreffenden Stahlart zu. Die Magnete, welche bei einer solchen Temperatur gehärtet sind, dass sie das Maximum an permanentem Magnetismus annehmen, sind den bei höherer Temperatur gehärteten Magneten keineswegs unterlegen, was die Permanenz ihres Magnetismus gegenüber Erschütterungen und Temperaturänderungen anbetrifft. Da schon geringe Unterschiede in der Härtungstemperatur einen grossen Einfluss auf den permanenten Magnetismus ausüben, so ist bei der Anfertigung von kräftigen permanenten Magneten besonders die Härtungstemperatur richtig zu wählen. Der beste Magnetstahl liefert nur mässig starke Magnete, wenn er nicht bei der richtigen Temperatur gehärtet ist.

Bei den meisten Stahlsorten, welche zur Herstellung permanenter Magnete dienen sollen, wählt man die Härtungstemperatur am besten um 800° C., da alsdann die zur Erstarrung gebrachte Mischung aus α- und β-Eisen (**295**) am günstigsten für die Erzielung hoher Koerzitivkräfte zu liegen scheint. Durch den Härtungsvorgang kann alsdann eine Steigerung der Koerzitivkraft von etwa 20 bis 50 CGS-Einheiten bei ungehärtetem Stahl (vgl. Fig. 416), bis auf 60 bis 85 bei gehärtetem erzielt werden (vgl. Tabelle IV). Allerdings hat man bei den gehärteten Stahlsorten bezw. Dauermagneten noch zwischen einem labileren, grössten Wert von C_0 und einem stabileren zu unterscheiden, wie er nach dem „künstlichen Altern“ verbleibt. Letzteres

wird durch kräftige Erschütterungen, etwa Rotieren in Kugelmühlen, sowie mehrfache Temperaturzyklen in Form von Erwärmen in siedendem Wasserdampf mit zwischenliegender Abkühlung, bewerkstelligt, um den Sicherheitsfaktor gegen Entmagnetisierung (287) auf einen hinreichend hohen Wert zu bringen.

Bei der Beeinflussung der magnetischen Reibungsgrössen durch Zusätze zum Eisen ist sowohl auf den Kohlenstoffgehalt zu achten, als auch auf den Gehalt an anderen Elementen, worunter namentlich Wolfram (*W*) und Molybdän (*Mo*) den endgültigen Wert von C_0 sehr zu erhöhen vermögen. Um dies kenntlich zu machen, seien die neueren Ergebnisse der Untersuchungen von Frau S. Curie (vgl. 1898, L'éclair. électr., 15, 471 ff.) in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Tabelle IV.

Magnetische Eigenschaften gehärteter Stahle für Dauermagnete.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bezeichnung	Kohlenstoffgehalt in %	Besondere Zusätze in %	Härtungstemperatur in ° C.	C_0 in CGS	$I_R = \frac{B_R}{4\pi}$	Remanente Intensität für geschlossen. Kreis	I_{500}	A_{max} in Erg
Böhlerscher Kohlenstoffstahl, weich	0,70		800	49	420			
do. halbhart	0,96		800	56	420			
do. extra zäh u. hart	0,99		800	55	410			
do. extra halb hart	1,17		800	63	460			
Kohlenstoffstahl von Unieux	0,75		770	51	410			
	0,83		770	56	440			
	0,96		770	58	430	640	1175	165000
	1,40		750	61	—			
	1,61		750	46	—			
Kupferstahl von Châtillon & Commentry	0,87	Cu = 3,9	730	66	490			
Wolframstahl von Assailly	0,76	W = 2,7	850	66	510	800	1240	260000
	1,10	W = 2,7	830	68	500			
Wolframstahl v. Châtillon & Commentry	1,02	W = 2,7	800	69	540			
Steirischer Wolframstahl von Böhler, Spezialstahl, sehr hart	1,10	W = 2,9	850	74	530			
Boreas, nicht gehärtet	1,96	W = 7,7	—	45	350			
Boreas, gehärtet	1,96	W = 7,7	800	85	370			
Stahl von Allevard	0,59	W = 5,5	770	72	560	850	1240	280000
Molybdänstahl von Châtillon & Commentry	0,51	Mo = 3,5	850	60	530			
	1,24	Mo = 4,0	800	85	530			
	1,72	Mo = 3,9	800	78	560			

Die Remanenzintensität $I_R = B_R : 4\pi$ in der Vertikalreihe 6 bezieht sich auf die bei der Untersuchung benutzte Stabform von 20 cm Länge bei 1 cm²

Querschnitt und ist in einzelnen Fällen unter 7 durch Scherung auf den geschlossenen Eisenkreis (vgl. Fig. 371 in **292**) umgerechnet.

Ältere Untersuchungen von J. HOPKINSON (vgl. **295**, sowie EWING, § 112 ff.) lassen den Einfluss der Temperatur auf die B,H-Kurve von Stahlsorten und Nickel aus der Darstellung in Fig. 428 ff. erkennen. Hierbei wird das Verhalten eines weichen WHITWORTH-Stahls von 0·126 % Kohlenstoff aus Fig. 428 bei kleinen, aus Fig. 429 bei höheren magnetisierenden

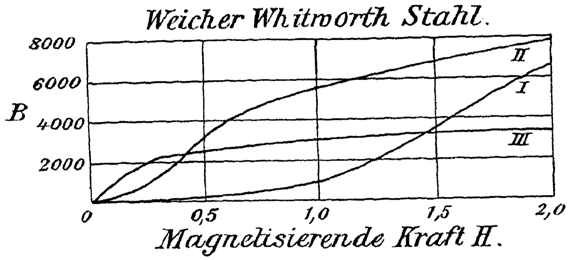


Fig. 428.

Kräften kenntlich. Sie lassen die Verminderung der magnetischen Reibung der Ruhe (**295**, **287**) mit wachsender Temperatur, nämlich 12° C. bei I, 620° C. bei II, 715° C. bei III, deutlich hervortreten, ebenso die Verkleinerung der μ-Werte bei höheren Werten von H.

Das ähnliche Verhalten eines gehärteten WHITWORTH-Stahles mit 0·96 % C zeigt Fig. 430 für 9° C. bei I, 522° C. bei II und 678° C. bei III,

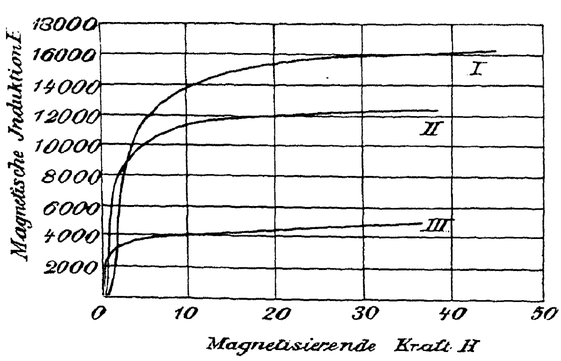


Fig. 429.

während Fig. 431 für diesen die μ, t-Kurve bei konstantem $\overline{H} = 1·5$ CGS (vgl. hierzu **295**) darstellt und die „kritische Temperatur" bei etwa 685° C. ergiebt; doch lässt auch hier der Härtungsvorgang ein Herabdrücken aller B, H-Kurven deutlich erkennen.

Den Einfluss der Temperatur auf Nickel zeigt Fig. 432, die sich auf einen Ring mit 95 % Ni, 1·5 % Cu und etwa je 1 % Fe, Ko und C bezieht und, abgesehen von den kleineren B-Werten und der tieferen, etwa bei 310° C. liegenden „kritischen Temperatur", ein dem Stahl analoges Verhalten der B, H-Kurven erkennen lässt.

Die Untersuchungen über das Verhalten von Dauermagneten, über ihr permanentes Moment (*PM*) abhängig von der Form, von Erschütterungseinflüssen u. s. w. sind ausserordentlich zahlreich, namentlich aus den früheren **312.** Dauermagnete: Konstanz und Temperaturkoeffizient.

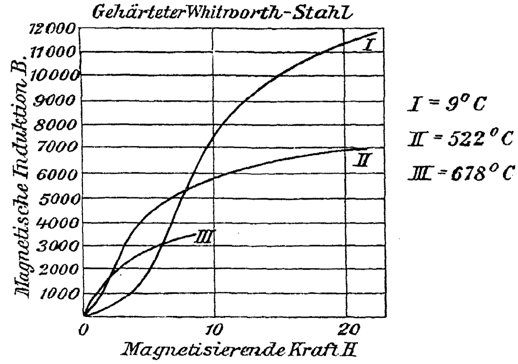


Fig. 430.

Jahren (**282**), in welchen die Dauermagnete als Grundlage der magnetischen Theorie eine ungleich grössere Rolle spielten, als man ihnen nach unserem

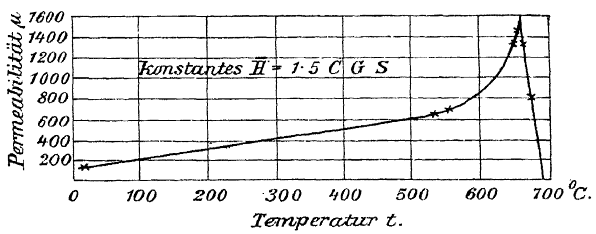


Fig. 431.

heutigen Wissensstande zuschreiben kann. Zur Ergänzung des Vorstehenden möge aber hier nur noch auf einige neuere Untersuchungen eingegangen

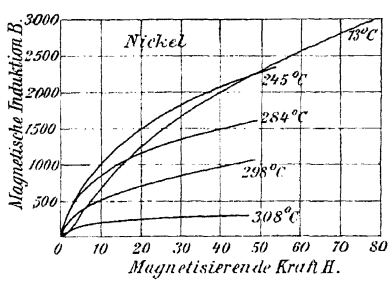


Fig. 432.

sein, während bezüglich der älteren namentlich auf WIEDEMANN III, 653 ff., sowie auf die Zusammenstellung des Materials über Dauermagnete in S. THOMPSON, Der Elektromagnet, Kap. XIV verwiesen sei. Auch auf dem

Gebiet der Dauermagnete haben die meisten der älteren Beobachtungen durch die Betrachtung von dem umfassenderen Standpunkt der magnetischen Kreislaufvorstellungen einen Zusammenschluss und eine gemeinschaftliche Erklärung gefunden (**279**, **284** ff.).

Der Einfluss der Form der Magnete, sowie ihrer Behandlung auf den „Sicherheitsfaktor der Magnetisierung", welcher für die technische Verwendung in Instrumenten und Zählern die wichtigste Eigenschaft der Dauermagnete charakterisiert, steht in voller Übereinstimmung mit den früher (**287**) entwickelten Hilfsvorstellungen. Für die Herstellung der Dauermagnete ist auf die Wichtigkeit, ja, im Gegensatz zu der früher bei ihr oft beliebten, geheimnisvoll-empirischen Behandlung, auf die alleinige Massgabe dieser Überlegungen wohl zuerst von Du Bois und T. Jones (vgl. E T Z 1896, 546) hingewiesen worden.

Wird durch jenen „Sicherheitsfaktor" auch der Zustand eines Dauermagneten gegen wesentliche Änderungen, namentlich Schwächungen des B_R-Wertes am besten charakterisiert, so bestehen doch noch eine Reihe anderer Ursachen für geringere Schwankungen in dem magnetischen Zustand, sei es, dass dieser durch das Kraftlinienfeld $N_R = B_R \cdot q$, oder auch durch das permanente Moment (*PM*) gemessen wird. Diese Ursachen scheinen einmal in einer Art sehr langsamer magnetischer Nachwirkung, welche man sich nach Art der elastischen Nachwirkung in Form von allmählichen molekularen Umlagerungen vorstellen könnte, zu bestehen, ein zweites Mal in einer umkehrbaren Änderung mit der Temperatur, d. h. in einem Temperaturkoeffizienten des Dauermagneten.

Die erstgenannte Erscheinung findet sich in den Beobachtungen von Klemenčič (vgl. E T Z 1901, 302) über den Gegensatz von zeitlicher und Erschütterungskonstanz bei Dauermagneten. Seine „Prüfung von Magnetstahlsorten" ergab nämlich, dass Magnete, welche sich bei Erschütterungen als besonders gut erweisen, bei ruhiger Lagerung durch längere Zeit die geringste Konstanz des Momentes erwarten lassen. So zeigte z. B. ein Magnet, der nach Erschütterungen unter allen untersuchten Magneten die geringste Abnahme aufwies, bei ruhigem 8 Monate langem Lagern die grösste Abnahme (8·7 %) seines Momentes. Als Folgerung würde hieraus der nur einseitige Erfolg des „künstlichen Alterns" durch starke Erschütterungen sich ergeben, oder auch, mit anderen Worten, die trotz der Erschütterungen sich ergebende Unersetzbarkeit eines gewissen natürlichen Alters mit teilweiser, allmählicher Umordnung des beim Härten erstarrten Molekulargefüges.

Nach Klemenčič wäre anzunehmen, dass bei ruhiger Lagerung Magnete mit kleiner Koerzitivkraft sich als konstanter erweisen, also jene „viskosen" Erscheinungen im geringeren Grad aufweisen, als solche mit grosser.

Nach Untersuchungen von Strouhal und Barus (vgl. E T Z 1901, 558) scheint der Verlauf jener viskosen Erscheinungen durch mehrmaliges, mehrstündiges Kochen und Wiederabkühlen stark beschleunigt werden zu können; sie empfehlen daher zur Herstellung möglichst konstanter Dauermagnete folgendes Verfahren: Man mache die Magnete glashart, bringe sie dann 20 bis 30 Stunden lang in Dampf von 100° C., magnetisiere sie dann so vollständig wie möglich und erwärme sie wiederum 5 oder mehr Stunden in Dampf. Derartige Magnete werden dann so konstant sein, wie sie nur überhaupt gemacht werden können.

Was die Schwankungen mit der Temperatur anlangt, d. h. den magnetischen Temperaturkoeffizienten von Dauermagneten, welche durch das obige Verfahren der wiederholten Erwärmung und Abkühlung bereits von dem labilen Magnetismus befreit sind und keine dauernden Verluste bei zyklischen Temperaturänderungen mehr erleiden (**295**), so liegt darüber wenig zuverlässiges Material von allgemeinerer Bedeutung vor. Nach Untersuchungen von H. Frank (vgl. ETZ 1900, 629), welche übrigens die obigen Angaben von Strouhal und Barus bestätigten, nimmt der Temperaturkoeffizient mit steigender Intensität des Glühens vor dem Härten, bezw. mit steigendem Härtegrad der Magnete stetig ab, ebenso mit dem Verhältnis von Länge zu Querschnitt. Eine Hystereseerscheinung, ähnlich den bei Nickelstählen beobachteten (**410**), ist bei zyklischen Temperaturänderungen an gewöhnlichen Stahlmagneten nicht nachweisbar.

Was die absoluten Werte anlangt, so liegen einige neuere Messungen der Reichsanstalt (vgl. Thätigkeitsbericht von 1891 in Z. f. I. 1902, 145) vor: „An 6 für Elektrizitätszähler bestimmten Hufeisenmagneten wurde mittels einer Induktionsspule, die man von einem Anschlag aus über den einen Pol herabfallen liess, die Anzahl der zwischen den Polen verlaufenden Kraftlinien am Anfang und am Ende von 2·5 Monaten gemessen, während deren die Magnete ruhig lagerten; die hierbei ermittelte Abnahme der Stärke lag zwischen 0·2 % und 0·5 %. Bei einem der Magnete wurde auch der Temperaturkoeffizient für das Intervall von 0° bis 60° ermittelt; derselbe ergab sich zu etwa 0·020 % (auf 1° C.)." Da der Dauermagnetismus bei wachsender Temperatur im allgemeinen, d. h. bei Stahlstäben, welche nur in einer bestimmten Richtung magnetisiert wurden, abnimmt, so würde sich also innerhalb kleiner Temperaturänderungen die Gleichung ergeben

$$\mathfrak{M}_{t_2} = \mathfrak{M}_{t_1} \, [1 - 0{\cdot}0002 \, (t_2 - t_1)],$$

wenn t_2 die höhere, t_1 die tiefere Temperatur bezeichnet.

Ältere Beobachtungen über den Einfluss der Temperatur auf das „permanente magnetische Moment" siehe Wied III, 1150 ff.

Namenregister.

N. B. Die Zahlen beziehen sich auf die Artikelnummer (am inneren Seitenkopf) und n i c h t auf die Seite. Die Nummern 140—278 beziehen sich auf die elektrischen Ausgleichvorgänge, 279—312 auf die ferromagnetischen Erscheinungen und hiervon 279—283 auf die geschichtliche Entwicklung, 284—288 auf die magnetischen Hilfsvorstellungen.

Sachregister.

N. B. Die Zahlen beziehen sich auf die Artikelnummer (am inneren Seitenkopf) und nicht auf die Seite. Die Nummern 140—278 beziehen sich auf die elektrischen Ausgleichvorgänge, 279—312 auf die ferromagnetischen Erscheinungen und hiervon 279—283 auf die geschichtliche Entwickelung, 284—288 auf die magnetischen Hülfsvorstellungen.

Die Theorie

des

Elektromagnetismus

von

Dr. H. Ebert,

ord. Professor der Physik an der K. technischen Hochschule zu München.

Mit 17 Abbildungen.

Handbuch der Elektrotechnik

Erster Band, Dritte Abteilung.

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1900.

Druck von Fischer & Wittig in Leipzig.

Vorwort.

In dem „Handbuche der Elektrotechnik“, von dem die vorliegende kurze Bearbeitung der elektrischen Theorien einen Teil bildet, sollte eine gedrängte Skizze der augenblicklich herrschenden theoretischen Vorstellungen über das Wesen der elektrischen Erscheinungen nicht fehlen. Ich kam der ehrenvollen Aufforderung des Herausgebers des gesamten Handbuches, des Herrn Professors Dr. K. Heinke sowie des Herrn Verlegers, dieselbe zu übernehmen, gern nach, da ich mich mit diesen Theorien eingehend beschäftigt hatte, und auch ihre Darstellung oft von mir versucht worden war. Im gegenwärtigen Falle musste bei derselben der spezielle Zweck, dem sie zu dienen hat, besonders im Auge behalten werden. Umfangreiche Werke über das theoretische Gesamtgebiet der Physik sowie des hier allein in Betracht kommenden Einzelabschnittes fehlen in neuerer Zeit nicht mehr; darunter sind einige von grossem Werte. Allein weder der Studierende der Elektrotechnik, noch viel weniger aber die in der elektrotechnischen Praxis Stehenden haben heute bei dem ungeheueren Umfange des eigenen Arbeitsgebietes mehr die Zeit, um so tief in die Nachbargebiete der Physik, Mathematik und theoretischen Physik einzudringen, dass sie selbst den für sie wichtigen Kern theoretischer Erkenntnis aus diesen Werken herauszuschälen vermögen. Dass eine gewisse Vertrautheit auch mit den theoretischen Grundlagen der Elektrizitätslehre selbst für den reinen Praktiker von Wichtigkeit ist, darüber kann kein Zweifel bestehen. Erleben wir es doch fortwährend, dass Erfahrungsthatsachen von scheinbar rein theoretischem Werte plötzlich eine ungeahnte Bedeutung in der Praxis erlangen; ich erinnere nur an die Verwendung der Strahlen elektrischer Kraft in der Funkentelegraphie. Es kam daher darauf an, von den allbekannten experimentellen Grundthatsachen ausgehend auf möglichst einfache und direkte Weise mit Vermeidung eines grösseren mathematischen Apparates und ohne Voraussetzung umfangreicherer

Vorkenntnisse den Leser soweit zu führen, dass er einen Einblick in das theoretische Lehrgebäude erhält, d. h. dahin gelangt, die Originalarbeiten verstehen und die gewonnenen Formeln anwenden zu können. Als eigentliches Ziel muss dabei die Ableitung und Erläuterung jener sechs partiellen Differentialgleichungen bezeichnet werden, welche den eigentlichen Kern der sog. MAXWELLschen Theorie in der HERTZschen Form ausmachen. Um die Bedeutung derselben auch jenen zu vermitteln, welche sich noch nicht mit derartigen Gleichungen beschäftigt haben, und um die Voraussetzungen und Hilfsvorstellungen, welche dieser Theorie zu Grunde liegen, möglichst klar hervortreten zu lassen, bin ich in den beiden einführenden Kapiteln sehr langsam vorangegangen und habe die Elemente mit grösserer Breite behandelt, als vielleicht für die meisten Leser notwendig gewesen wäre. Erst dann folgt das die eigentliche MAXWELLsche Theorie behandelnde III. Kapitel. Ich habe die Hauptgleichungen sowohl in Vektoren- wie in Koordinatendarstellung gegeben. Ich verkenne nicht den hohen Wert der ersteren; da jedoch das direkte Rechnen mit den Vektorengrössen in Deutschland noch nicht allgemeine Verbreitung gewonnen hat, bin ich zur Auflösung der Vektorengleichungen in Gleichungssysteme für die Komponenten übergegangen, zumal sich die einschlägigen Originalarbeiten vorwiegend dieser Darstellungsweise bedienen.

Gerade bei theoretischen Vorlesungen habe ich oft von den Lippen der Zuhörer die Worte abgelesen: „Wozu kann man das gebrauchen?“ Um zu zeigen, was man mit den Gleichungen der MAXWELLschen Theorie anfangen kann und welch enorme Fruchtbarkeit ihnen innewohnt, ist an einem Beispiele die Verwendbarkeit derselben für speziellere Probleme erläutert worden. Bei der Wahl desselben konnte kein Zweifel herrschen: die Lehre von den periodisch von Ort zu Ort und Zeitmoment zu Moment sich ändernden elektromagnetischen Feldzuständen ist in dem Kapitel IV eingehender behandelt worden, weil dieselben als Strahlen elektrischer Kraft ein besonderes experimentelles wie praktisches Interesse beanspruchen und die ganze moderne elektromagnetische Lichttheorie oder kurz die Elektrooptik von hier ihren Ausgangspunkt nimmt.

Meist schliesst damit die Darstellung der elektrischen Theorien ab. Doch haben uns die beiden grossen Meister HERMANN VON HELMHOLTZ und HEINRICH HERTZ Gedankenreihen wie ein wissenschaftliches Testament hinterlassen, welche schon jetzt als wichtige Weiterführungen der MAXWELLschen Ideenkreise gelten können, die aber vor allem für spätere Entwickelungen fruchtbare Keime in sich enthalten. Dies sind die Untersuchungen über die sogenannten „cyklischen Bewegungen“. Was von ihnen für uns in Betracht

kommt, tritt in den Originalarbeiten nur ziemlich versteckt auf, die vollkommene Theorie der cyklischen Bewegungen ist wohl überhaupt noch kaum als abgeschlossen zu bezeichnen. Hier habe ich mich damit begnügt, an Beispielen die Grundbegriffe zu erläutern und darzuthun, wie es der Cykeltheorie möglich wird, die elektromagnetischen und Induktionsphänomene durch Methoden theoretisch zu beherrschen, die der reinen Mechanik entnommen sind.

Wie in der ganzen Darstellung, so glaubte ich besonders im letzten Kapitel Vollständigkeit und mathematische Strenge gegenüber der Anschaulichkeit und Einfachheit zurücktreten lassen zu dürfen.

Beim Lesen der Korrektur hat mich Herr Dr. K. Fischer in München in dankenswerter Weise unterstützt.

München, Juli 1900.

Der Verfasser.

Inhalt.

Verzeichnis der Bezeichnungen.

(Die in Klammern beigefügten Zahlen geben die Seiten an, auf denen die Bezeichnungen eingeführt werden.)

Die Maxwellsche Theorie (erstes bis drittes Kapitel).

V = Potential, Spannung, elektromotorische Kraft, EMK (4).

q, Q = Elektrizitätsmenge (4).

c, C = Kapazität (4).

A = Abstand der Platten eines Plattenkondensators (6).

$\mathfrak{E}$ = Spannungs- oder Potentialgradient [EMK pro Längeneinheit] (6).

$\mathfrak{d}$ = Dielektrisches Moment eines einzelnen Elementes (10).

$\mathfrak{D}$ = Dielektrisches Moment pro Volumeneinheit (10).

ε = Dielektrizitätskonstante (11).

$\mathfrak{H}$ = Magnetische Feldintensität (12).

$\mathfrak{B}$ = Magnetische Induktion (13).

μ = Magnetische Permeabilität (13).

t = Zeit (14).

i = Stromstärke [des Verschiebungsstromes (14), des Leitungsstromes (15), des Gesamtstromes (16)].

I = Stromdichte (15).

ω = Flächenelement (Querschnitt) (14).

λ = Leitfähigkeit [spezifische] (15).

f = bewegende Kraft (18).

r = Entfernung (18).

dl = Kurvenelement (21).

x, y, z = Kartesische Raumkoordinaten (27).

X, Y, Z = Komponenten der elektrischen Kraft $\mathfrak{E}$ (27).

L, M, N = Komponenten der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ (27).

Elektromagnetische Lichttheorie (viertes Kapitel).

∇^2 = Operator (35).

J und K = Hilfsgrössen (35).

$\boldsymbol{E}$ = elektrischer Schwingungsvektor (38).

$\boldsymbol{M}$ = magnetischer Schwingungsvektor (38).

V = Fortpflanzungsgeschwindigkeit (39)

λ = Wellenlänge (41).

T = Schwingungsdauer (41).

i = Incidenzwinkel (47).

b = Brechungswinkel (47).

n = Brechungsindex (47).

Cykeltheorie (fünftes Kapitel).

$\mathfrak{p}$ = cyklische Koordinate (61).

$\mathfrak{q}$, $\mathfrak{Q}$ = cyklische Geschwindigkeit oder Intensität (62).

m = Masse (63).

T = Trägheitsmoment (63).

$\mathfrak{L}$ = cyklische Energie (63).

$\mathfrak{s}$, $\mathfrak{S}$ = cyklisches Moment (64).

$\mathfrak{A}$ = Arbeit bei Steigerung der cyklischen Intensität (65).

$\mathfrak{P}$ = cyklische Kräfte (67).

p = langsam veränderliche Parameter (68).

v = Geschwindigkeit (68).

L = Koeffizient der Selbstinduktion (70).

n, N = umschlossene Kraftlinienzahl (70).

e = elektromotorische Kraft der Induktion (70).

A = Energieinhalt des einfachen Stromfeldes [bei der Stromstärke J] (71).

L_1, L_2, L_3 = Selbstinduktionskoeffizienten (74 und 76).

M_{12}, M_{13}, M_{23} = Wechselseitige Induktionskoeffizienten (74 und 76).

K u. $\boldsymbol{K}$ = Feldenergien (74 und 76).

Einleitung.[1])

Auf keinem Gebiete der theoretischen Naturerkenntnis hat sich seit dem Geburtsjahre der Elektrotechnik ein so durchgreifender Umschwung vollzogen, als auf demjenigen der Grundanschauungen über das Wesen der elektrischen, magnetischen — und wie wir heute hinzufügen müssen — optischen Erscheinungen. Dabei hat man sich dem Ziele einer einheitlichen Erklärung der genannten grossen Naturagentien in dem letzten Jahrzehnt weit mehr genähert, als man gewöhnlich annimmt.

Wer heute einen Abriss der elektrischen Theorien zu geben sich anschickt, braucht zeitlich nicht weit zurück zu greifen, denn durch die entscheidenden Experimente von HEINRICH HERTZ in den achtziger Jahren ist der sogenannten MAXWELLschen Theorie ein hervorragender Einfluss auf alle gegenwärtigen theoretischen Erörterungen in unserem Gebiete gesichert worden. Dieselbe wurde anfangs der sechziger Jahre von JAMES CLERK MAXWELL schrittweise und nach verschiedenen Richtungen hin mit wechselndem Glücke entwickelt. Sie fusste auf den Errungenschaften des grössten experimentellen Genies, auf den Untersuchungen von MICHAEL FARADAY.

Dieser hatte, ohne die Formelsprache der Mathematik heranzuziehen, ein ganz neues Begriffssystem in die Elektrizitätslehre eingeführt.

Wesentlich unterscheidend von allen vorhergehenden und gleichzeitigen Vorstellungskreisen war bei FARADAY die Elimination jeder „unvermittelten Fernewirkung“ aus der Theorie. Nach ihm konnte sich eine Wirkung nur dann an einem anderen Orte geltend machen, wenn sie von Stelle zu Stelle weitergegeben, von Teilchen zu Teilchen von ihrem Ursprungsorte nach einer anderen Stelle des Raumes hin vermittelt worden war.

Die Theorien „der unvermittelten Fernewirkung“, historisch freilich von grosser Bedeutung und durch die Autorität eines Newton scheinbar gestützt, müssen uns heute als die weniger natürlichen erscheinen.

Die Vorstellung, dass alle Wirkungen durch „Nahewirkungen“ vermittelt werden, liess FARADAY die Eigenschaften der „Zwischenmittel“ selbst suchen und finden.

1) Vergleiche auch den „Historischen Überblick“ in den Abschnitten I und II dieses Bandes.

Namentlich waren es die von ihm studierten magnetischen und dielektrischen Polarisationen, welche das Fundament für jene Entwickelungen abgaben, mit denen MAXWELL seine Untersuchungen anhebt.

Der von FARADAY eingeführte, heute in fast allen Teilen der Elektrotechnik in den Vordergrund tretende Begriff der Kraftlinien war der herrschende in dem neuen System geworden.

Um aus FARADAYS eigenartigen Vorstellungen neue Konsequenzen ziehen zu können, war es indessen zweckmässig, dieselben in mathematische Symbole einzukleiden.

Es war MAXWELL, welcher FARADAYS Kraftliniensprache in die seiner Zeit geläufigere Formelsprache übersetzte; er suchte aber ausserdem FARADAYS Anschauungen auch in Einklang zu bringen mit den herrschenden Theorien der Fernewirkung.

Infolge davon enthält die eigentliche MAXWELLsche Theorie Begriffe, die sie unbegründeter Weise als schwierig erscheinen lassen. Von diesen „rudimentären“ Begriffen z. B. von den Vektorpotentialen dieselbe wieder befreit zu haben, ist das bleibende Verdienst von H. HERTZ auf theoretischem Gebiete; er erhielt Gleichungssysteme von ausserordentlicher Klarheit und Symmetrie. Darin werden wir ihm heute freilich nicht mehr beipflichten, dass er meinte, die konsequente Ableitung dieser Gleichungen aus den Grundthatsachen sei unmöglich; man müsse die Gleichungen einfach als gegeben betrachten, und ihre Richtigkeit dadurch an der Erfahrung erproben, dass man ihre Konsequenzen entwickelt und zusieht, wie sich diese den Einzelthatsachen gegenüber verhalten. Es lässt sich zeigen, dass, wenn man die fundamentalen Felderscheinungen der elektromagnetischen Stromwirkung einerseits und der Induktionswirkungen andererseits im FARADAY-MAXWELLschen Sinne auffasst und direkt in Rechnungszeichen einkleidet, man ganz naturgemäss und ohne weitere Hypothesen zu den Hauptgleichungen der MAXWELLschen Theorie in der HERTZschen Form geführt wird. Dieser Weg soll in der folgenden Darstellung eingeschlagen werden.

Es ist das Kennzeichen jeder fruchtbringenden und weittragenden Theorie, dass sie auch Erscheinungen voraussehen lässt, welche bei ihrer Ableitung noch nicht mit berücksichtigt waren. In hervorragender Weise hat die MAXWELLsche Theorie diese Probe bestanden. Sie liess erkennen, dass sich Störungen des elektromagnetischen Gleichgewichtes nach geometrisch analogen Gesetzen verbreiten mussten, wie die Lichtschwingungen und zwar mit derselben, also endlichen Geschwindigkeit wie diese. Gerade diese Konsequenz der Theorie wurde durch die HERTZschen Versuche auf das Glänzendste bestätigt, und die hieraus sich entwickelnde „Elektrooptik“ oder „elektromagnetische Lichttheorie“ bildet ein so wichtiges Glied unserer modernen elektrischen Theorien, dass sie selbst in einem so kurzen Abrisse derselben, wie er hier geboten werden soll, nicht fehlen darf.

Man begegnet vielfach der Anschauung, dass mit der MAXWELLschen Theorie und der Systematik, die ihr H. HERTZ und COHN, sowie HEAVISIDE, deren Namen hier nicht zu vergessen sind, gegeben haben, die Entwickelung auf dem Gebiete der weiterführenden elektrischen Theorien abgeschlossen sei. Dies ist indessen nicht der Fall. Wir dürfen heute sagen, dass wir wesentlich weiter und tiefer, wenigstens in das Wesen der elektromagnetischen Felderscheinungen eingedrungen sind, freilich auf Wegen, die schon von MAXWELL selbst angebahnt wurden. Dies geschah durch die Arbeiten von

H. von Helmholtz, H. Hertz u. A. über die Natur der sogenannten cyklischen Bewegungen.

Helmholtz ging zunächst von einer Frage von grosser Allgemeinheit und höchst subtilem Charakter aus. Er fragte, wie er selbst angiebt, nach der Form einer bei allen dynamischen Erscheinungen überaus wichtigen Grösse, der Potentialfunktion, wie sie der Maxwellschen Theorie entsprechen würde; dadurch wurde er auf die grosse Analogie aufmerksam, welche kreisel- oder wirbelartig in sich zurücklaufende Bewegungsformen, „cyklische Bewegungen" in ihren Gesetzen mit gewissen elektromagnetischen Erscheinungen darbieten. Wirbelbewegungen hatten schon in einigen Vorstellungsreihen Maxwells eine grosse Rolle gespielt; er dachte sich längs der Magnetkraftlinien als Achsen die Teilchen eines in magnetischer Polarisationsspannung befindlichen Mediums wirbeln und gab auf Grund dieser Vorstellung eine mechanische Interpretation der ponderomotorischen Bewegungsantriebe, welche Magnete und Ströme aufeinander ausüben. Aber erst Helmholtz unterwarf die cyklischen Bewegungen einer systematischen Untersuchung, freilich zunächst mehr mit Rücksicht auf thermodynamische Analogien, als mit Rücksicht auf elektrodynamische Wechselwirkungen.

Die Grundbeziehungen zwischen elektromagnetischen Erscheinungen einerseits und den Induktionswirkungen andererseits, zeigen im Lenzschen Gesetze eine eigentümliche Reciprozität, in sofern der durch irgend eine Ursache geweckte Induktionsstrom so verläuft, dass er elektrodynamisch zurückwirkend, die erzeugende Erscheinung rückgängig zu machen sucht; es ist dies bekanntlich eine Folge des Energiegesetzes. Wir müssen Arbeit leisten, um den Strom zu erzeugen, darum muss sich der induzierte Strom gegen die Wirkung der erzeugenden Vorgänge, z. B. Bewegung von Magneten, stemmen. Gerade jene Reciprozitätseigenschaften bilden aber eine Haupteigentümlichkeit jener cyklischen Bewegungsformen, und wir können aus diesen und anderen Gründen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf ihre direkte oder indirekte Beteiligung bei den elektrisch-magnetischen Erscheinungen schliessen. In dem nachgelassenen Werke von H. Hertz: „Prinzipien der Mechanik" finden sich weitere wichtige Andeutungen über diesen Zusammenhang. Eine Reihe von Beobachtungen, die im Anfange des fünften Kapitels kurz besprochen werden sollen, deuten in der That darauf hin, dass wir es in einem Magnetfelde mit Vorgängen zu thun haben, die mit Drehungen um Achsen zu vergleichen sind (achsialer Charakter der Magnetkraftlinien).

Um ein Bild des gegenwärtigen Standes unserer theoretischen Erkenntnis auf dem hier behandelten Gebiete zu geben, mussten daher diese Untersuchungen über die Symmetrieeigenschaften magnetisch polarisierter Feldmedien und der cyklischen Bewegungen wenigstens gestreift werden. Wenn dieselben Licht auf die Vorgänge in dem Magnetfelde eines Stromes zu werfen versprechen, so sind wir gegenwärtig in ein Stadium der Entwickelung eingetreten, in welchem auch den Vorgängen in der Leiterbahn selbst, also dem Wesen der metallischen Leitung und damit dem Wesen der Elektrizität überhaupt, wieder eine erhöhte Aufmerksamkeit zugewendet wird. Da hier indessen ein Abschluss zur Zeit noch nicht erreicht ist, glauben wir von einer Darstellung der einschlägigen Arbeiten Abstand nehmen zu sollen.

Erstes Kapitel.

Die dielektrischen Eigenschaften.

§ 1. Das Dielektricum.

Verbindet man den einen, etwa den positiven Pol einer Batterie B Fig. 1, deren anderen Pol man zur Erde abgeleitet hat, mit einer isoliert aufgestellten Metallplatte A_1, so ladet sich diese bis zu einem Potentiale $+V$, welches der freien Polspannung oder elektromotorischen Kraft (EMK) der Batterie entspricht.

Bei dieser Ladung wird auf der Platte eine Elektrizitätsmenge $+q$ angesammelt, welche auf der Platte verbleibt, wenn man die Batterie abschaltet. Man kann ihre Quantität leicht messen, indem man etwa die Platte A_1 durch ein ballistisches Galvanometer von hinreichender Empfindlichkeit hindurch wiederum zur Erde entlädt. Erhöht man die Zellenzahl der Batterie, und damit die Ladespannung V, so steigt der Betrag der Elektrizitätsmenge q ebenfalls und zwar proportional mit V. Der Proportionalitätsfaktor c hat für eine bestimmte Plattengrösse einen ganz bestimmten Wert, so dass für dieselbe Platte immer

$$q = c\,V \quad \text{oder} \quad c = \frac{V}{q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist. Die Grösse c ist bekanntlich die elektrische Fassungskraft oder Capazität der Platte.

Stellt man der Platte A_1 eine gleichgrosse zweite, zur Erde abgeleitete A_2 parallel gegenüber, Fig. 1, so vermag man auf A_1 bei derselben Ladespannung V eine grössere Elektrizitätsmenge Q anzuhäufen, man hat einen Ansammlungsapparat oder einen elektrischen Kondensator hergestellt; auch hier wächst Q mit V proportional:

$$Q = C\,V \text{ oder } C = \frac{Q}{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

der Proportionalitätsfaktor C ist die Kapazität des Kondensators; A_2 ladet sich durch sogenannte Influenz negativ.

Es war nun eines der wichtigsten experimentellen Resultate FARADAYS, gezeigt zu haben, dass mit den eben gemachten Aussagen die Vorgänge an einem Kondensator noch nicht vollkommen beschrieben sind, sondern dass auf die Quantität Q, welche bei gegebener Spannung V der ladenden Elektrizitätsquelle auf A_1 angehäuft werden kann, noch das Zwischenmittel zwischen A_1 und A_2 einen sehr wesentlichen Einfluss ausübt, dass also die Kapazität C noch von der Natur dieses Mittels abhängt. Ersetzt man z. B. die Luftschicht zwischen A_1 und A_2 durch eine gleichdicke Ebonitschicht, so wächst bei demselben V das Q und damit die Kapazität C auf das dreifache, bei Anwendung einer Glasplatte etwa auf das fünffache; setzt man den Kondensator in ein grosses Gefäss, welches mit Wasser gefüllt ist, das bei

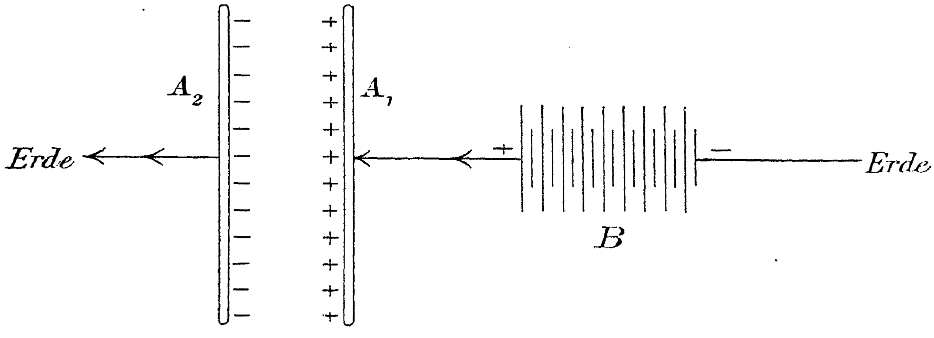


Fig. 1.

völliger Reinheit nicht leitet, sondern die Platten hinreichend gut isoliert, so steigt C auf das 81-fache, in einem Alkoholbade auf das 27-fache, in Terpentinöl verdoppelt sich C. Ja selbst Gase verhalten sich untereinander und gegenüber dem Vakuum, verschieden; C ist unter sonst gleichen Umständen bei Luft 1,000181, bei Wasserstoff 1,000264, bei Kohlensäure 1,000985 mal so gross, als wenn der die Platten A_1 A_2 umgebende Raum so weit wie irgend möglich evakuiert ist.

FARADAY nannte das zwischen die elektrisch geladenen leitenden Platten einzuschiebende isolierende Zwischenmittel das „Dielektricum" und wir können daher sagen: Die Eigenschaften des Dielektricums sind wesentlich mitbestimmend für die Kapazität eines Kondensators.

§ 2. Die Linien der dielektrischen Spannung und die Niveauflächen.

Um sich eine Vorstellung von den Vorgängen in einem Dielektricum beim Laden seiner leitend gedachten Grenzschichten bilden zu können, studierte FARADAY mit grossem Eifer die Linien, längs deren sich die elektrischen Kräfte von Stelle zu Stelle verfolgen lassen. Bei den magnetischen Wechselwirkungen werden solche Linien sehr bequem mittels Eisenfeilicht veranschaulicht; die Eisenteilchen schliessen sich zu den bekannten Linien, den sogenannten Kraftlinien zusammen, längs deren die Wirkung von Teilchen zu Teilchen weitergegeben wird. Auch elektrische Kraftlinien lassen sich leicht herstellen, wenn man z. B. Korkfeilicht in eine Mischung von Öl

und Petroleum einbettet und auf dieses Dielektricum die Ladungen zweier Platten A_1 A_2 wie bei der Figur 1 einwirken lässt. Die Teilchen ordnen sich dann zu Linien an, welche von einer zur anderen Platte hinübergehen etwa wie es Fig. 2 darstellt. Es ist bekannt, dass sich zwei solche positiv und negativ geladene Leiter gegenseitig anziehen. FARADAY verlegte den eigentlichen Sitz auch dieser Wirkung in das Zwischenmittel, das sogenannte „Feld“, von dem er annahm, dass dieses längs der Kraftlinien eine Zugspannung erfahre; die Platten würden dann durch diesen Zug aufeinander zugezogen, als wären sie durch elastisch gespannte, den Kraftlinien entlang laufende Gummifäden miteinander verbunden. Die genannten Linien stellen also Linien der dielektrischen Spannung dar. Man könnte sie auch „Influenzlinien“ nennen, weil sie die durch Influenz geladenen Platten miteinander verbinden; für Influenz braucht man vielfach die in England mehr übliche Bezeichnung „Induktion“ für den hier betrachteten Vorgang und spricht daher von „Induktionslinien“, die das dielektrisch polarisierte Medium durchziehen.

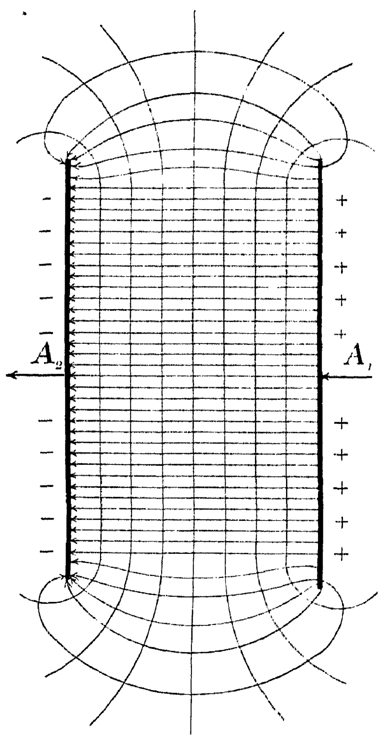


Fig. 2.

Diese Annahme von Spannungen in dem Dielektricum eines geladenen Kondensators, also eines die kleinsten Teilchen ergreifenden Zwangszustandes, welcher die Zugwirkung von Teilchen zu Teilchen vermittelt, wurde erst viel später durch das Experiment bestätigt. Nicht nur ergaben sich wohl zu messende Volumenänderungen des Feldmediums, sondern dieses erwies sich auch als optisch doppelbrechend, wie es bei mechanischen Druck- und Zugwirkungen selbst bei völlig homogenen Materialien eintritt, oder bei Spannungen infolge ungleichförmiger Abkühlung z. B. in Gläsern. Dies ist ein deutliches Zeichen, dass die die dielektrischen Spannungen vermittelnde Nahewirkung in der That die kleinsten Teilchen ergreift.

Man sieht, wie zwischen den einander parallelen Platten eines Kondensators, wie in Fig. 1 und 2, die Spannungen in der Mitte der Platten längs gerader Linien weitergegeben werden, welche senkrecht zu den Plattenebenen stehen. Hier ist das „Spannungsfeld homogen“. Gegen die Plattenränder zu verlaufen die Spannungslinien in immer weiteren Bögen von einer Platte zur anderen, hier wird das Feld inhomogen. Ist V wie oben die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Platten, ist A der Plattenabstand in cm, so ist die Beanspruchung des Dielektricums auf der Längeneinheit einer Spannungslinie offenbar V/A. Diese Grösse, welche man den Spannungsabfall pro Längeneinheit, oder den Spannungs- oder Potentialgradienten nennt, wollen wir mit $\mathfrak{E}$ bezeichnen, sodass

$$\mathfrak{E} = \frac{V}{A} \tag{3}$$

ist, und $\mathfrak{E}$ die Spannung oder „EMK pro Längeneinheit“ darstellt.

Die Grösse 𝔈 hat ausser ihrem Zahlenwert noch eine gewisse durch den Verlauf der Spannungslinie bestimmte Richtung und einen gewissen Richtungssinn. Dem Sprachgebrauch entsprechend, dass man der positiv geladenen Platte A_1 ein höheres Potential oder eine höhere Spannung zuschreibt, als der negativen, die in unserem Falle (vergl. Fig. 1) auf dem Potentialniveau 0, weil zur Erde abgeleitet, sich befindet, rechnet man die Spannungsgefälle von der positiven zur negativen Platte hin und erteilt dementsprechend den Spannungslinien selbst den Richtungssinn von + nach —, was in Fig. 2 durch die kleinen Pfeile angedeutet werden soll. Solche Grössen, die durch ihre Masszahl, Richtung und einen Richtungssinn bestimmt sind, wie wir sie noch mehrfach antreffen werden, nennt man Vektoren; 𝔈 ist also der Vektor der elektrischen Spannung, oder elektrischen Kraft (EMK).

Um einen völligen Überblick über die Beanspruchung des Dielektricums zu erhalten, schneidet man die Spannungs- oder Kraftlinien zweckmässig durch Flächen ab, die überall senkrecht zu diesen Linien stehen. Man nennt sie „Niveauflächen“, weil die Niveaus freier Flüssigkeitsoberflächen sich, wie die Hydrostatik lehrt, immer senkrecht zu der wirkenden Kraft in jedem Punkte einstellen. Ihren Abstand wählt man am besten so, dass sie auf den Spannungslinien Stücke abschneiden, welche dem Spannungsgradienten 𝔈 entsprechen. In diesem Sinne sind sie in Fig. 2 in das schematische Bild der Spannungsverteilung in dem Dielektricum eines geladenen Plattencondensators A_1 A_2 eingezeichnet. Die Plattenoberflächen bilden selbst Niveauflächen, die Kraftlinien endigen überall senkrecht an ihnen. Die dielektrische Zwangsspannung wirkt der Batteriespannung entgegen; Gleichgewicht findet erst statt, wenn beide Spannungen einander gleich sind.

§ 3. Faradays Kraftröhren und Maxwells elektrische Zellen.

Nach den neueren Anschauungen ist die eigentliche Wirkung der Ladung eines Kondensators in der Spannung des dielektrischen Zwischenmittels zu suchen. Auf Platte A_1 ist danach nicht eine gewisse Quantität Q positiven Fluidums, auf A_1 eine entsprechende Menge negativen Fluidums aufgehäuft, sondern beide Platten unterscheiden sich wesentlich nur dadurch, dass von A_1 Spannungslinien ausgehen, in A_2 aber solche einmünden.

Denken wir uns einen röhrenförmigen Raum ganz von Kraftlinien ummäntelt, so erhält man das, was Faraday eine „Kraftröhre“ nannte. Schneidet der Querschnitt einer solchen Röhre ein Plattenstück aus, welches die Einheit der Ladung trägt, so nennt man sie eine „Einheitsröhre“; von einer positiv geladenen Platte gehen dann ebensoviele aus, als die Ladung Q der Platte elektrostatische Einheiten beträgt. Wir wollen uns vorstellen, die in Fig. 2 zur Darstellung gebrachten Spannungslinien seien die Schnittlinien der Wände solcher Einheitsröhren mit der Zeichenebene. Schneidet man die Kraftröhren durch die Niveauflächen senkrecht ab, so wird das ganze Feld in Zellen zerlegt, deren Umgrenzungen mit den Spannungszuständen in dem Dielektricum aufs engste zusammen hängen. Es sind dies die Maxwellschen Zellen, welche Fig. 2 im Längsschnitt veranschaulicht.

§ 4. Die dielektrische Polarisation.

Weder FARADAY noch MAXWELL geben uns an, wie sie sich den dielektrischen Spannungszustand im Einzelnen vorgestellt haben. Letzterer drückt sich äusserst vorsichtig darüber aus, worin die Zustände innerhalb einer Zelle in einem gespannten Dielektricum sich von jenen unterscheiden, die das Feldmedium annimmt, wenn es wieder entspannt wird. Hier besteht also eine offenbare Lücke in der Theorie, die erst durch weitere Untersuchungen aus-

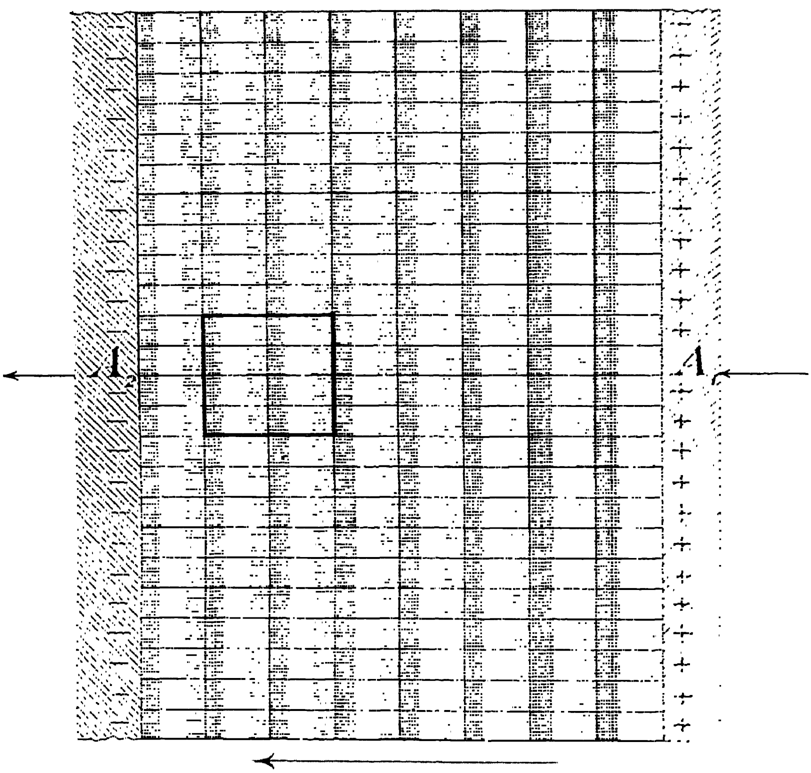


Fig. 3.

gefüllt werden kann. Um die Vorstellungen aber schon jetzt weiter zu fixieren und um ihnen namentlich eine quantitative Seite abzugewinnen, möge ein Bild eingeführt werden, das wir MAXWELL verdanken, welches uns wenigstens vorläufig eine Idee davon zu geben vermag, wie man sich die Zustände innerhalb der dielektrischen Zelle etwa denken kann.

Wir denken uns aus dem Dielektricum Fig. 2 ein Stück herausgeschnitten und zwar dort, wo das Feld homogen ist, also aus der Mitte, wo die Kraftröhren Cylinder und die Niveauflächen Ebenen sind. Fig. 3 stelle dieses Stück in vergrössertem Massstabe dar. MAXWELL nimmt nun an, dass sich ein Leiter von einem Dielektricum wesentlich nur dadurch unterscheidet, dass sich die Elektrizität in ersterem unter der Wirkung einer elektrischen Kraft $\mathfrak{E}$ beliebige Strecken weit verschiebt, dass sie in ihm zu „fliessen“ beginnt, dass

sich dagegen in einem Nichtleiter oder Dielektricum die überall in gleicher Menge vorhandenen Elektrizitäten nur im Inneren der kleinsten Teile „verschieben“ können. Wirkt also in einem Dielektricum, wie dem in Fig. 3 gezeichneten, eine Spannung $\mathfrak{E}$, von rechts nach links (vergl. S. 6) so wird in jedem Raumteile die + Elektrizität im Sinne dieser Kraft nach links verschoben, die — Elektrizität dagegen gegen das Spannungsgefälle herangezogen, also ebenso wie ein daselbst befindlicher + oder — geladener kleiner Körper bewegt. An der rechten Wand einer jeden Zelle, welche eine bestimmte Anzahl Teilchen umfasst, wird nur $-e$, an der linken nur $+e$ vorhanden sein, was in Fig. 3 durch die Schraffierung angedeutet werden soll. Jedes Teilchen, und damit jede Zelle, wird elektrisch an den beiden Enden „polar verschieden“, es wird „polarisiert“, wie man sich ausdrückt. Dies ist das von Maxwell eingeführte Bild der „dielektrischen Polarisation“.

Wir lernen hier eine neue Vektorgrösse kennen, die der Polarisation; denn es ist augenscheinlich, dass auch diese Polarität eine bestimmte Richtung hat, die bei den Medien, wie wir sie hier betrachten, mit der Richtung der polarisierenden elektrischen Kraft $\mathfrak{E}$ zusammenfällt. Ein Mass für ihre Grösse leiten wir erst später in § 6 ab. Hier machen wir nur noch auf die grosse Analogie mit der sogenannten magnetischen Polarisation aufmerksam. Denn schon seit längerem führt man den Zustand eines magnetisierten Stahlstückes auf präformierte im Inneren desselben vorhandene kleine „Molekularmagnete“ also magnetisch polarisierte Teilchen zurück, welche durch eine von aussen wirkende magnetisierende Kraft gerichtet werden. Der ganze Stab setzt sich dann aus lauter einzelnen, an beiden Enden polar verschieden gearteten Bausteinen zusammen, sein Material ist „magnetisch polarisiert“.

§ 5. Das Moment der dielektrischen Polarisation.

Nachdem wir die Vorstellung der dielektrischen Polarisation fest gelegt haben, gehen wir daran, ein Mass für dieselben aufzustellen. Dies gelingt für das einzelne polarisierte Teilchen sehr leicht, wenn wir an die Analogie mit der magnetischen Polarität anknüpfen. Stellt Fig. 4 ein polarisiertes Teilchen dar, so wird sich dieses den Kräften eines homogenen elektrischen Feldes (S. 6) gegenüber gerade so verhalten wie ein kleiner Stabmagnet etwa in dem homogenen Felde der erdmagnetischen Kraft. Versucht man ein solches Teilchen um eine durch seine Mitte gehende Achse zu drehen, so werden an beiden Enden Kräfte auftreten, die das Teilchen zurückzudrehen suchen (Kräftepaar, Koppel). Wie beim Magneten: Hebelarm mal Polstärke für das Drehmoment massgebend ist, so hier Hebelarm mal elektrischer Ladung. Wir können den Hebelarm gleich der halben Länge a der Zelle setzen. Ist dann

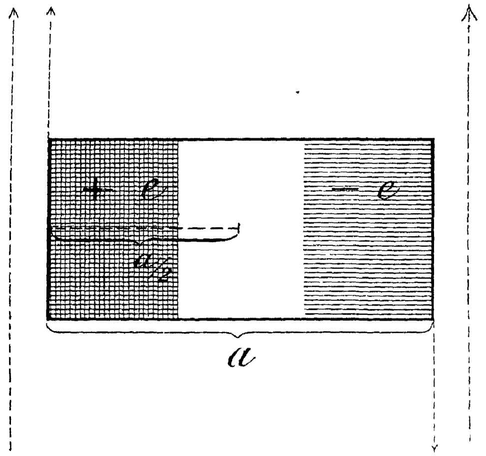


Fig. 4.

bei der Polarisierung die Elektrizitätsmenge $-e$ an das eine, die Menge $+e$ an das andere Ende derselben verschoben worden, so ist das Drehmoment der einen Hälfte proportional mit $-e\frac{a}{2}$, das der anderen mit $+e\frac{a}{2}$. Beide Drehwirkungen unterstützen sich; man nennt das für das gesamte Drehmoment massgebende Produkt

$$\mathfrak{d} = 2\left(e\frac{a}{2}\right) = e a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

das **Moment** des polarisierten Elementes; dieses ist also das Produkt einer Elektrizitätsmenge multipliziert mit einer Länge.

Das Moment der dielektrischen Polarisation ist also: einseitig verschobene Elektrizitätsmenge mal Verschiebungsgrösse, wie das Moment eines magnetisch polarisierten Teilchens Polstärke mal Polabstand ist.

§ 6. Das dielektrische Moment pro Volumeneinheit.

Der Polarisationszustand eines einzelnen Elementes eines Dielektricums ist unserer Beobachtung und Messung nicht direkt zugänglich. Schneiden wir aber aus dem dielektrisch polarisierten Medium ein würfelförmiges Stück von der Grösse der Volumeneinheit parallel zu den Kraftröhren und den Niveauflächen aus, wie es in Fig. 3 an einer Stelle durch schärfere Hervorhebung der Kontur angedeutet ist, so ist klar, dass wir die Polarisation um so höher einschätzen müssen, je mehr Elektrizität im Ganzen innerhalb dieses Raumes einseitig verschoben ist und je weiter sie getrennt ist, mit anderen Worten je mehr Teilchen in der Volumeneinheit enthalten sind und je grösser deren einzelne Momente sind. Ohne daher den Zustand jeder einzelnen Zelle zu kennen, vermögen wir doch zu sagen: Die Summe der in der Volumeneinheit enthaltenen einzelnen dielektrischen Momente wird in allen Fällen ein direktes Mass dafür abgeben können, wie tief das Medium durchpolarisiert ist, sie wird ein Mass der elektrischen Beanspruchung, des Zwangszustandes abgeben, in dem sich das Feldmedium befindet. Dieses „dielektrische Moment pro Volumeneinheit“ wollen wir mit $\mathfrak{D}$ bezeichnen, so dass wir definieren:

$$\mathfrak{D} = \text{Summe}\ (\mathfrak{d}) = \text{Summe}\ (e\,a)\ \text{pro Volumeneinheit} \quad . \quad . \quad (5)$$

Diese Grösse $\mathfrak{D}$ ist wieder eine Vektorgrösse, da ihr ebenso wie dem $\mathfrak{d}$ (§ 5) Grösse, Richtung und Richtungssinn zukommt.

Da in jeder Einheitsröhre (§ 3) sich die positive Elektrizitätsmenge $+1$ am Ende und damit in jedem Querschnitt an der der Kraftrichtung entsprechenden Zellenseite befindet, da ferner im homogenen Felde die Abstände a der aufeinander folgenden Zellenwände einander gleich sind, so kann man diese Grössen a bei Berechnung von $\mathfrak{D}$ für den Kubikzentimeter heraussetzen und erhält für: $\mathfrak{D} = a\,.$ Summe (e) Volumen, d. h. $\mathfrak{D} =$ der gegen die Flächeneinheit (der Niveaufläche) verschobenen Elektrizitätsmenge. Dies giebt eine bestimmtere Vorstellung für die Grösse $\mathfrak{D}$.

§ 7. Beziehung zum Spannungsgradienten.

Das Vorhandensein einer Spannung $\mathfrak{E}$ pro Längeneinheit ist die Ursache für das Auftreten der dielektrischen Polarisation und damit eines von 0 verschiedenen Wertes des Momentes $\mathfrak{D}$; ist $\mathfrak{E} = 0$, so wird auch $\mathfrak{D} = 0$; wächst die Feldspannung $\mathfrak{E}$, so wächst auch die Polarisation $\mathfrak{D}$. Die einfachste Annahme, die wir bezüglich des Zusammenhanges beider Grössen machen können, ist die, dass wir sie einander proportional setzen. Die Erfahrung hat bis jetzt in allen Fällen diese Annahme direkter Proportionalität bestätigt. Der Proportionalitätsfaktor, der beide Grössen mit einander verbindet, wird also als eine Konstante in Bezug auf $\mathfrak{E}$ anzusehen sein. Über seine Bezeichnung herrscht leider keine völlige Einigkeit. MAXWELL bezeichnet den Faktor mit $K/4\pi$, HERTZ mit ε; wir werden sehen, dass das Beibehalten des Divisors 4π formale Vorteile bietet und wollen daher für den genannten Faktor die Bezeichnung $\varepsilon/4\pi$ einführen. Wir setzen daher

$$\mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \mathfrak{E} \,. \tag{6}$$

Dies ist die sogenannte „Polarisationsgleichung“. Wir weisen nochmals darauf hin, dass sich $\mathfrak{D}$ auf die Volumeneinheit bezieht und $\mathfrak{D}$ also die in der Richtung der Kraft durch die Einheit des Querschnittes und gegen die Niveaufläche verschobene Elektrizitätsmenge bezeichnet. $\mathfrak{E}$ bezieht sich auf die Längeneinheit (§ 2) und hat die Richtung der elektromotorischen Kraft.

§ 8. Die Dielektrizitätskonstante.

Es erübrigt noch einige Worte über den Proportionalitätsfaktor $\varepsilon/4\pi$ zu sagen. Er bezeichnet augenscheinlich das Verhältnis geweckter Polarisation zu der elektromotorischen Kraft, welche diese in dem Dielektricum hervorruft; er stellt geradezu das Moment pro Einheit des Spannungsgradienten dar. Insofern giebt er ein Mass für die Polarisierbarkeit des betreffenden Materiales. Man nennt ihn daher die „Dielektrizitätskonstante“ oder „Dielektrisierungszahl“ des Feldmediums. Wie schon erwähnt, ist er unabhängig von dem Werte des elektrischen Kraftvektors $\mathfrak{E}$; so stark man Isolatoren auch schon auf dielektrische Polarisierbarkeit in Anspruch genommen hat, immer hat sich derselbe Quotient aus dielektrischem Moment und spannender Kraft ergeben, solange man natürlich nicht die dielektrische Festigkeitsgrenze überschreitet.

Hieraus folgt ein einfaches Verfahren, wie man Dielektrizitätskonstanten oder D. C., wie man kurz schreibt, bestimmen kann. Setzt man in der Formel (6) $\mathfrak{E} = 1$, so ist $\varepsilon/4\pi$ nach obigem die auf die Einheit der Niveaufläche verschobene Elektrizitätsmenge bei der Einheit des Spannungsabfalles. Die Oberflächen der Endplatten eines Kondensators Fig. 2 sind aber selbst solche Niveauflächen. Laden wir also die eine Platte A_1 immer zum selben Potential V, leiten wir die andere A_2 zur Erde ab, so dass zwischen beiden immer der gleiche Spannungsabfall zustande kommt, so wird sich an jeder Platte um so mehr Elektrizität anhäufen lassen, je grösser $\mathfrak{D}$, d. h. je grösser $\varepsilon/4\pi$

und damit ε selbst ist. Finden wir also, z. B. wie es in § 1 erwähnt wurde, dass unter gleichen Umständen die Kapazität C desselben Plattenkondensators sich verfünffacht hat, wenn wir seine Luftschicht durch eine eben so dicke Glasschicht ersetzen, so können wir daraus schliessen, dass die Polarisierbarkeit des Glases, d. h. seine D. C. 5 mal so gross ist, als diejenige der Luft. Die Kapazität C eines Plattenkondensators ist also der D. C. des isolierenden Zwischenmittels direkt proportional. Wir setzen die D. C. des möglichst vollkommenen Vakuums willkürlich gleich 1 und beziehen die D. C. aller anderen Substanzen auf diese. Es hat sich keine Substanz mit kleinerer D. C. gefunden. Nach § 1 ist die D. C. der Luft sehr nahe gleich 1.

In dem Abschnitte über die Dimensionen der elektrischen und magnetischen Grössen (vergl. Bd. II) wird gezeigt, dass dim ε im elektrostatischen Masse gleich 0, ε eine reine Zahl ist. Im elektromagnetischen Systeme, was wir hinfort immer zu Grunde gelegt denken wollen, hat ε die Dimension eines reciproken Geschwindigkeitsquadrates:

$$\dim \varepsilon = 1 \,/\, (cm \,/\, sec)^2 \tag{7}$$

z. B. ist für Luft in diesem Masssystem:

$$1 \,/\, (3 \cdot 10^{10})^2 \, \frac{cm^2}{sec^2}.$$

§ 9. Analogie mit der magnetischen Permeabilität.

Eine Beziehung wie die Formel (6) kommt auch im Gebiete der magnetischen Erscheinungen vor, und die Betrachtungen des § 6 lassen bereits erkennen, dass bei der magnetischen Polarisation ganz Analoges gelten muss, wie für die dielektrische Polarisierbarkeit. Wird in ein homogenes Feld von

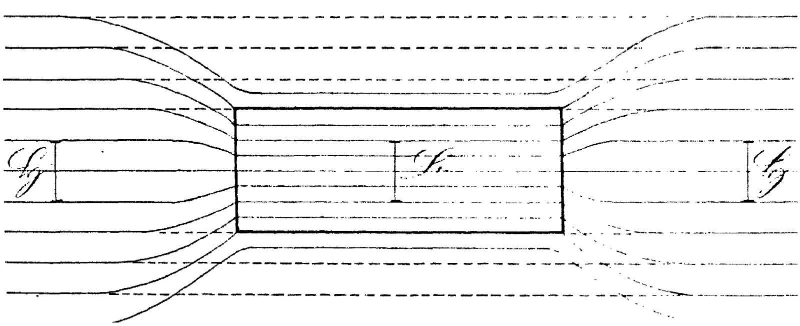


Fig. 5.

der Stärke $\mathfrak{H}$ (Fig. 5), in dem also $\mathfrak{H}$ Kraftlinien durch die Einheit des Querschnittes senkrecht hindurch gehen, ein beliebiger Körper, z. B. ein Stück weichen Eisens hineingebracht, so werden die Molekularmagnete gerichtet und eine polare Struktur, wie sie Fig. 3 darstellt, wird im Inneren erzeugt. Zu dem Kraftlinienstrome des äusseren Feldes gesellen sich die inneren Kraftlinienströme hinzu, welche von den einzelnen Molekularmagneten ausgehen und die Teilchen zu molekularen Magnetlinien verketten. Die Kraft-

linienzahl ist im Innern also grösser, etwa gleich $\mathfrak{B}$ und zwar um so grösser, je vollkommener das Medium unter der Wirkung der Feldkraft polarisierbar ist. Hier wird also die Polarisierbarkeit durch das Verhältnis der Kraftlinienzahlen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ gemessen. Setzen wir $\mathfrak{B} / \mathfrak{H} = \mu$, also:

$$\mathfrak{B} = \mu \, \mathfrak{H} \tag{8}$$

so erhalten wir einen Ausdruck der ganz der Formel (6) in § 7 analog ist. Man nennt μ die „Magnetisierungszahl“ oder die „magnetische Permeabilität“. $\mathfrak{B}$ ist die sogenannte „magnetische Induktion“.

Beide Grössen, $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$, sind Vektoren in dem S. 7 angegebenen Sinne. $\mathfrak{H}$ ist die Feldstärke. Befindet sich in dem Felde von der Stärke $\mathfrak{H}$ ein Pol von der Polstärke m, so wird auf diesen die bewegende Kraft $\mathfrak{H}\, m$ ausgeübt. Hat das Medium die Permeabilität μ, so ist diese Kraft nach (8) gleich $\mu \, \mathfrak{H} \, m$.

Wir setzen auch hier den Wert der Konstanten im Vakuum gleich 1. Dann ist auch sehr nahe für Luft $\mu = 1$ und überhaupt ist μ fast für alle elektrischen Nichtleiter gleich 1; erheblich grössere Werte ergeben sich nur für die starkmagnetischen Körper: Eisen, Mangan, Nickel, Kobalt. Die Dimension von μ ist im elektromagnetischen Masssystem 0, d. h. μ ist hier eine reine Zahl.

So gross die sich in den Formeln (6) und (8) aussprechende Analogie zwischen elektrischer und magnetischer Polarisierbarkeit auch ist, so sind doch bezüglich der Konstanten ε und μ ausser ihrer verschiedenen Dimensionierung noch wichtige Unterschiede vorhanden; ε ist nach § 8 von der Kraft $\mathfrak{E}$ in weiten Grenzen unabhängig, μ dagegen ist verschieden, wenn wir der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ verschiedene Werte erteilen. Während also die Proportionalität von $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{E}$ genau zutrifft und Formel (6) vollkommen richtig ist, ist $\mathfrak{B}$ nicht genau dem $\mathfrak{H}$ proportional, die Formel (8) ist nur als erste Annäherung zu betrachten; sie gilt nur für schwache Kräfte. Bei unseren ferneren Betrachtungen können wir immer annehmen, dass die wirkenden Magnetkräfte klein sind, dass folglich Formel (8) Anwendung finden darf.

Ein anderer Unterschied liegt darin, dass wir nur Substanzen kennen, für die $\varepsilon > 1$ ist, während ausser solchen Materialien, für welche $\mu > 1$ ist, den „paramagnetischen“, auch solche vorkommen, für welche $\mu < 1$ ist, die sogenannten „diamagnetischen“, wie das Wismuth, die also eine kleinere magnetische Polarisierbarkeit besitzen als das beste Vakuum.

§ 10. Zeitliche Änderung der dielektrischen Polarisation: die dielektrische Verschiebung.

Waren die vorhergehenden Betrachtungen mehr vorbereitender Art und wohl meist bereits geläufig, so kommen wir jetzt zu einer Vorstellung, welche für die Maxwellschen Betrachtungen charakteristisch ist. Denkt man sich die Spannung auf den Kondensatorplatten Fig. 3 nachlassend, also entweder den Kondensator teilweise oder vollkommen in Entladung begriffen, oder das Dielektricum im Innern der Spannung nachgebend, so entspannen sich die einzelnen Teile, der Polarisationszustand in jeder einzelnen Zelle geht zurück. In dieser zeitlichen Änderung des Polarisationszustandes besteht dasjenige,

was MAXWELL im speziellen die „dielektrische Verschiebung“ das „displacement“ nennt. Ein Mass dafür ist augenscheinlich die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit des dielektrischen Momentes an jeder Stelle. Geht das gesamte Moment $\mathfrak{D}$ in der Volumeneinheit in dem Zeitelemente dt um den kleinen Betrag $d\mathfrak{D}$ zurück, so ist die „Gesamtverschiebung“ in der Zeit von t bis $t + dt$ offenbar $d\mathfrak{D}$. Steigt die Polarisation, so gilt dasselbe; $d\mathfrak{D}$ ist dann nicht eine Verminderung, sondern ein Zuwachs an dielektrischem Momente.

§ II. Verschiebungsströme.

Betrachten wir den Vorgang während der Spannung oder Entspannung eines Dielektricums, also die „Verschiebung“ mit Rücksicht auf die Ausführungen des § 6 genauer, so erkennen wir, dass ein „Transport von Elektrizität“ in dem MAXWELLschem Bilde gesprochen (§ 4) damit verbunden sein muss. Besteht die Polarisation des Mediums in einer Trennung von $+e$ und $-e$ innerhalb jeder einzelnen Zelle, so müssen beim Entspannen die vorher geschiedenen Elektrizitäten wieder zusammenlaufen. In Fig. 3 würde z. B. durch jeden eine Zellenschicht halbierenden Querschnitt beim Spannen der Überschuss $+e$ nach links, $-e$ nach rechts, beim Entspannen $+e$ nach rechts, $-e$ nach links hindurchfliessen müssen. Den Transport von Elektrizität nennen wir aber einen Strom, dem wir diejenige Richtung zusprechen, in welcher die $+e$ wandert. Wir kommen so zu der Vorstellung, dass mit der „Verschiebung“ in dem oben angegebenen Sinne das Auftreten eines elektrischen Stromes bedingt ist, zwar nicht eines Stromes wie bei den Leitern, sondern ein System von Elementarströmen, deren jeder auf das Innere eines Teilchens beschränkt bleibt. Diese Ströme nennt MAXWELL die „Verschiebungsströme“. Da $\mathfrak{D}$ die gegen die Einheit der Querschnittsfläche vorgeschobene positive Elektrizitätsmenge darstellt, muss $d\mathfrak{D}/dt$ die auf die Zeiteinheit umgerechnete Elektrizitätsmenge sein, welche bei der Verschiebung durch die Einheit des Querschnittes eines Einheitsröhrenbündels (§ 3) hindurchfliesst. Eine solche Grösse nennen wir aber gewöhnlich die Strömungsstärke oder besser „Stromdichte“, weil sie sich auf die Einheit des Stromquerschnittes bezieht. Durch eine Röhre vom Querschnitte ω wird nur der ωte Teil fliessen; diesen wollen wir mit i bezeichnen, so dass wir für die Stärke des Verschiebungsstromes erhalten:

$$i_{versch.} = \omega \frac{d\mathfrak{D}}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Nehmen wir an, dass die dielektrischen Eigenschaften durch den Vorgang der Spannung und Entspannung selbst keinerlei Veränderungen erfahren, was mit Rücksicht darauf, dass ε eine Konstante in Bezug auf $\mathfrak{E}$ ist, erlaubt ist, setzen wir also ε auch in Bezug auf die Zeit t als konstant voraus, so folgt aus (9) mit Rücksicht auf (6)

$$i_{versch.} = \omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d\mathfrak{E}}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

Dies ist die Gleichung des MAXWELLschen Verschiebungsstromes.

§ 12. Magnetische Wirkungen dielektrischer Verschiebungsströme.

Rowland, Röntgen u. A. haben experimentell festgestellt, dass sich eine elektrostatische Ladung, wenn sie rasch bewegt wird, ganz wie ein galvanischer Strom verhält, insbesondere, dass sie die von Oersted entdeckte magnetische Eigenschaft mit diesem teilt, d. h. rings um ihre Bahn herum magnetische Kraftlinien ausbildet. Es war daher von vorn herein zu vermuten, dass auch die bei den Maxwellschen Verschiebungsströmen bewegten Elektrizitätsmengen in ihrer Umgebung magnetische Wirkungen äussern würden. Dass dies thatsächlich der Fall ist, hat H. Hertz durch direkte Versuche erwiesen. Dadurch war die Gemeinsamkeit einer der wesentlichsten Eigenschaften, die wir an einem elektrischen Strome bemerken, auch für die Verschiebungsströme nachgewiesen worden.

§ 13. Leitungsströme.

Die Berechtigung, von „Verschiebungsströmen" bei Dielektricis mit zeitlich wechselndem Polarisationszustand zu sprechen, tritt aber noch klarer hervor, wenn wir uns an die grosse Analogie in den Definitionsgleichungen, vergl. Formel (10) mit den gewöhnlichen galvanischen Strömen, den „Leitungsströmen" erinnern. Gleicht sich durch einen Leiter hindurch eine elektrische Spannung $\mathfrak{E}$ aus, derart, dass durch die Einheit des Querschnittes in der Zeiteinheit die positive Elektrizitätsmenge I im Sinne von + nach — hindurchgetrieben wird, so sagen wir: es fliesse ein Strom von der Stromdichte I in dem Leiter. Durch den Teilquerschnitt ω fliesst dann bei homogener Verteilung der Stromlinien die Menge ωI. Diese Quantität nennt man die „Stromstärke" des Leitungsstromes. Nach dem Ohmschen Gesetze ist I dem Spannungsabfalle $\mathfrak{E}$ proportional, welcher längs der Längeneinheit des Leiters etwa auf Kosten chemischer Energie trotz des fortwährenden Ausgleiches durch den Strom dauernd erhalten wird. Der Proportionalitätsfaktor ist die Leitfähigkeit λ des Materiales. Denn Ohm fand für den Elektrizitätstransport I in Leitern das Gesetz bestätigt

$$I_{leit.} = \lambda \mathfrak{E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Da sich I auf die Einheit des Querschnittes (cm^2), $\mathfrak{E}$ auf die Längeneinheit (cm) bezieht, so ist λ die Leitfähigkeit eines Würfels von 1 cm^3 der parallel vier seiner Kanten vom Strome durchflossen wird, oder die „spezifische Leitfähigkeit"; der reciproke Wert von λ ist der „spezifische Leitungswiderstand des Materiales."

Für den Leitungsstrom besteht also die Beziehung

$$i_{leit.} = \omega \lambda \mathfrak{E} \qquad (12)$$

Vergleicht man diese Gleichung des Leitungsstromes mit der Gleichung (10) des Verschiebungsstromes, so fällt auf, dass in letzterer die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit der elektrischen Kraft, hier aber diese selbst eingeht. Dieses ist der wichtigste formale Unterschied zwischen den Ausgleichsgesetzen elektrischer Spannungen in Nichtleitern und in Leitern.

Laden wir einen Kondensator Fig. 1, so setzt also der Verschiebungsstrom gewissermassen den in der Zuleitung zirkulierenden Leitungsstrom fort; das Stromphänomen erleidet nach der Maxwellschen Auffassung, also nur scheinbar eine Unterbrechung an der Stelle, wo die Metallplatten an das Dielektricum grenzen, in der Maxwellschen Theorie giebt es keine ungeschlossenen Ströme, die Verschiebungsströme überbrücken die Nichtleiter, an denen die Leitungsströme enden.

§ 14. Maxwells Superpositionsprincip und die Gleichung des Gesamtstromes.

Sollen die folgenden Betrachtungen möglichst allgemein sein, so müssen wir den Feldmedien sowohl dielektrische und magnetische Polarisierbarkeit, wie auch eine gewisse Leitfähigkeit λ zuschreiben. Denn es giebt kein Dielektricum, welches genügend gespannt, vollkommen isolierte, es zeigt immer etwas „Lecksein“ (leakage), es wird immer einen Spannungsausgleich auch in Form eines Leitungsstromes, wenn auch nur eines sehr schwachen zulassen. Maxwell macht nun die Annahme, dass wenn in einem Medium von bestimmter D. C. ε und der Leitfähigkeit λ beide Ausgleichsarten möglich sind, auch beide wirklich eintreten, und zwar so, dass sich die Strömungen beider einfach addieren. Im allgemeinen sind ja beide gleichsinnig gerichtet, wie ein Blick auf die Fig. 3 zeigt, wo die Pfeile die Stromrichtung angeben. Der elektrische Gesamtstrom i wird also erhalten durch einfache Superposition des Verschiebungs- und des Leitungsstromes, oder es ist im allgemeinen immer nach (10) und (12):

$$i = \omega \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d\mathfrak{E}}{dt} + \omega \lambda \mathfrak{E}$$

oder

$$i = \omega \left(\lambda \mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d\mathfrak{E}}{dt}\right) \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

Dies ist die Gleichung des Gesamtstromes in der Maxwellschen Theorie. Wir wollen den hier gefundenen Wert von i immer dort einführen, wo die Stromstärke vorkommt; denn dann werden unsere Gleichungen sowohl für Leiter, wie für Nichtleiter, wie endlich auch für Isolatoren mit Lecksein gelten. Ist z. B. von den Beziehungen zwischen Stromstärke und den magnetischen Kräften die Rede, denen wir uns jetzt zuwenden wollen, so werden wir berechtigt sein, auch hier den Wert für i aus Formel (13) einzusetzen, da nach § 12 auch den Verschiebungsströmen elektromagnetische Wirkungen zukommen.

Für reine Leiter ist $\varepsilon = 0$ und (13) reduziert sich auf (12), für reine Nichtleiter ist $\lambda = 0$ und (13) nimmt die einfachere Gestalt (10) an.

Zweites Kapitel.

Die elektromagnetischen Felderscheinungen und die Induktionswirkungen.

§ 15. Das Gesetz von Biot und Savart.

Das Stromphänomen ist durch die Angabe, dass es in einem Transport von Elektrizität bestehe, noch nicht vollkommen beschrieben; ein wesentlicher Teil der Gesamterscheinung spielt sich garnicht innerhalb, sondern ausserhalb der eigentlichen Leiterbahn ab, wie man am besten sieht, wenn man Eisenfeilicht auf ein Blatt Papier streut, welches ein stromdurchflossener Draht senkrecht durchsetzt. Die Teilchen ordnen sich zu Ringen zusammen, welche den Leiter konzentrisch umgeben. Der Strom ist Träger eines den Leiter begleitenden konachsialen Magnetkraftfeldes. Um die Verteilung der Feldstärke $\mathfrak{H}$ in diesem zu ermitteln, machen wir einen Magnetstab *M* Fig. 6 so um den vertikal gestellten, geradlinigen stromdurchflossenen Leiter *S* beweglich, dass er sich nur wie ein einarmiger Hebel in der Horizontalebene um diesen drehen kann. Man legt ihn etwa in den Holzstab *B B* ein, so dass seine magnetische Achse *sn* gerade gegen die Mitte von *S* gerichtet ist, balanciert ihn durch das Laufgewicht *C* aus und hängt die ganze in der Mitte durchbohrte Vorrichtung so an zwei Fäden F_1 F_2 auf, dass sie sich frei um *S*, wenn auch nicht ganz um 360° herum drehen kann. Wenn dann ein Strom von der Intensität *i* von oben nach unten durch *S* geschickt wird, so erfährt der Nordpol *n* des Stabes *M* einen Bewegungsimpuls im Sinne des Uhrzeigers (von oben gesehen, vergl. die Fig. 7) der Südpol *s* einen, welcher der Bewegung des Uhrzeigers entgegen gerichtet ist, wie eine in die Nähe gebrachte kleine Magnetnadel leicht erkennen lässt. Trotzdem bewegt sich der ganze Stab *M* weder in dem einen noch in dem anderen Sinne. Das zeigt, dass das Drehmoment, welches auf den in der Entfernung r_1 befindlichen Nordpol *n* wirkt, entgegengesetzt aber gleich demjenigen ist, welches auf den in der Entfernung r_2 gelegenen Südpol *s* wirkt. Bezeichnen wir die entsprechenden Kräfte, welche in der Richtung der Tangenten der durch *n*

beziehungsweise s gehenden Kraftlinienringe wirken, mit f_1 und f_2, so muss da Gleichgewicht an dem gleicharmigen Hebel besteht,

$$r_1 f_1 = r_2 f_2 \text{ oder}$$

$$f_1 : f_2 = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2} \text{ sein.}$$

Da bei einem regelrecht magnetisierten Stahlstabe M die Polstärke an beiden Enden die gleiche, nur von verschiedenem Vorzeichen ist, so können wir von den bewegenden Kräften $f_1\, f_2$ nach S. 13 direkt auf die Feldstärken

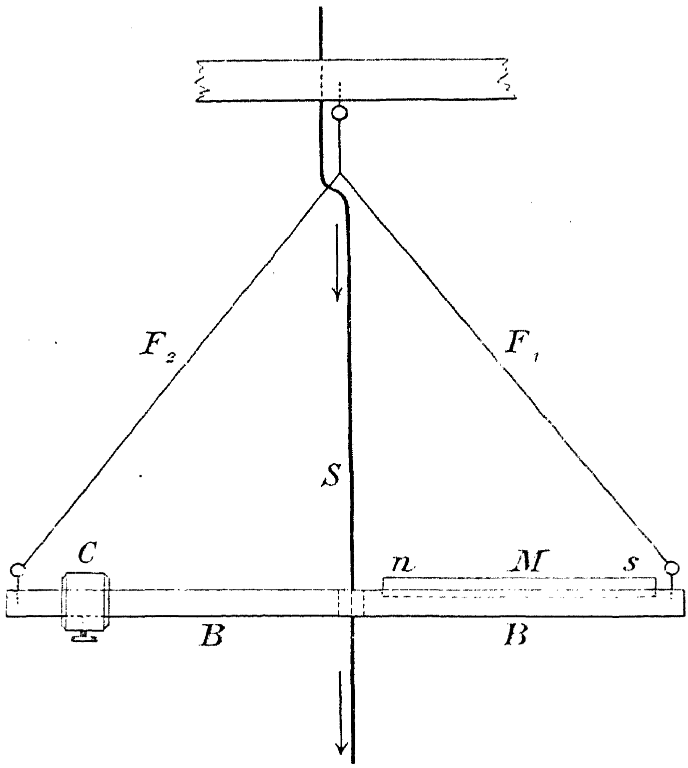


Fig. 6.

$\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{H}_2$ schliessen, wie sie in den Entfernungen r_1 beziehungsweise r_2 vom Strome S zur Ausbildung gelangen müssen; es ist

$$\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2 \qquad \frac{1}{\ },$$

d. h. die Feldstärke $\mathfrak{H}$ nimmt in dem einen geradlinigen (unendlich lang zu denkenden) Stromträger konachsial begleitenden Magnetfelde umgekehrt proportional der einfachen Potenz der Entfernung r ab. Würden wir direkt neben den Draht S einen zweiten legen, der von einem ebenso starken Strome im gleichen Sinne durchflossen wird, so würden sich an jeder Stelle des Kraftfeldes doppelt so viele Kraftlinien vorfinden, die Feldstärke $\mathfrak{H}$ würde also den doppelten Betrag annehmen; dieselbe ist also im

allgemeinen der Stromstärke i direkt, der Entfernung r umgekehrt proportional. Bezeichnet also k eine Konstante, so können wir setzen

$$\mathfrak{H} = k \frac{i}{r} \text{[1]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Wir können es so einrichten, dass k dimensionslos, d. h. eine reine Zahl wird. Wir brauchen dazu nur die Stromstärke durch das Produkt einer Feldstärke multipliziert mit einer Länge messen (denn nach 14 ist $r\,\mathfrak{H} = k\,i$). Thun wir dies, so befinden wir uns in dem elektromagnetischen Masssystem,

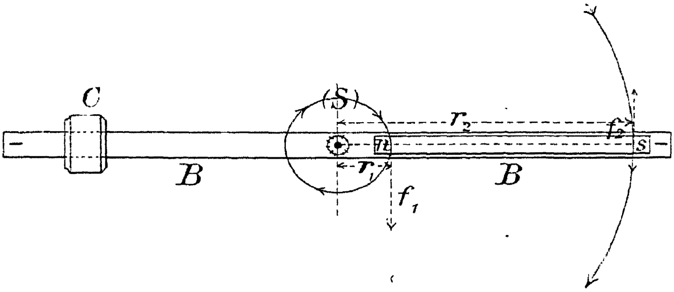


Fig. 7.

welches wir in der That zu Grunde legen wollten. Um mit dem üblich gewordenen Strommasse einer elektromagnetischen Einheit, die bekanntlich 10 praktische Einheiten, 10 Ampères umfasst) in Einklang zu kommen, setzen wir für k den Zahlenwert 2 ein (vergl. die Anmerkung 1), so dass das Wirkungsgesetz die Form

$$\mathfrak{H} = 2 \frac{i}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

annimmt. Hat das den Stromträger umgebende Medium nicht die Permeabilität 1, wie hier zunächst vorausgesetzt wurde, sondern die Permeabilität μ, so ist nach S. 13

$$\mathfrak{H} = 2\mu \frac{i}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15')$$

---

1) Die obige Form des Biot-Savartschen Gesetzes weicht etwas von der Form ab, in die man es sonst vielfach einkleidet. Gewöhnlich löst man die Wirkung des langen, geradlinig gestreckten Stromleiters in die Wirkungen seiner einzelnen Längenelemente ds Fig. 8 auf. Dann muss man aus perspektivischen Gründen eine Winkelbeziehung mit in das Gesetz aufnehmen und erhält als Wirkung des vom Strome i durchflossenen Elementes ds auf den in der Entfernung ϱ befindlichen Einheitspol $+1$ die Form

$$\frac{i \cdot ds}{\varrho^2} \sin \alpha,$$

wo α den Winkel zwischen der Stromrichtung und ϱ an der Stelle ds bezeichnet. Hier tritt das umgekehrte Quadrat der Entfernung in dem Wirkungsgesetze auf, wodurch eine grosse Analogie mit anderen Fernewirkungsgesetzen hergestellt wird. Es ist aber leicht zu zeigen, dass beide Formen, unsere (14) und die hier gegebene identisch sind. Wir brauchen nur die Elementarwirkungen längs eines unendlich langen Leitungsdrahtes aufzusummieren, um die gesamte Wirkung auf den in der senkrechten Entfernung r befindlichen Einheitspol, oder die daselbst hervorgebrachte Feldstärke $\mathfrak{H}$ zu erhalten. Führen wir den Winkel φ ein, der α offenbar zu 90^0 ergänzt (Fig. 8), so können wir $\sin \alpha$ durch $\cos \varphi$ ersetzen. In dem kleinen Dreieck oben können wir die gestrichelte Seite als gerad-

§ 16. Kettenförmige Verschlingung von Strombahn und Kraftlinien.

In jedem Querschnitt umschlingen in sich zurücklaufende Magnetkraftlinien die Strombahn. Jeder Strom ist aber nach § 13 in dem MAXWELLschen Anschauungskreise ein geschlossener. Es sind also die Magnetkraftlinien und die Strömungslinien mit einander wie die Glieder einer Kette verschlungen. An diesem Verhalten wird nichts geändert, wenn wir in die Oberfläche oder sogar in das Innere des Leiters eindringen. Auch hier machen sich magnetische Wirkungen geltend. Wir können daher mit MAXWELL die bisherigen Vorstellungen wesentlich dahin erweitern, dass wir den ganzen Raum von elektrischen Strömungslinien, von Verschiebungs- und Leitungsströmen beliebig erfüllt denken. Folgen wir dann durch die in sich zurücklaufenden Strömungslinien hindurch den Bewegungsimpulsen, welche ein an die aufeinanderfolgenden Stellen gebrachter schwacher Nordpol erfahren würde, so werden wir wieder eine geschlossene Kraftlinie durchwandern, von der wir sicher sein können, dass sie mit den von ihr umfassten Strömungslinien kettenförmig verschlungen ist. Sowohl die Gesamtströmung i wie die Feldkraft $\mathfrak{H}$ sind Vektoren. Wir haben ein „Vektorenfeld“ vor uns, und die kettenförmige Umschlingung einer Vektorgattung i durch die andere $\mathfrak{H}$ bildet eine für die elektromagnetischen Feldzustände höchst charakteristische Erscheinung.

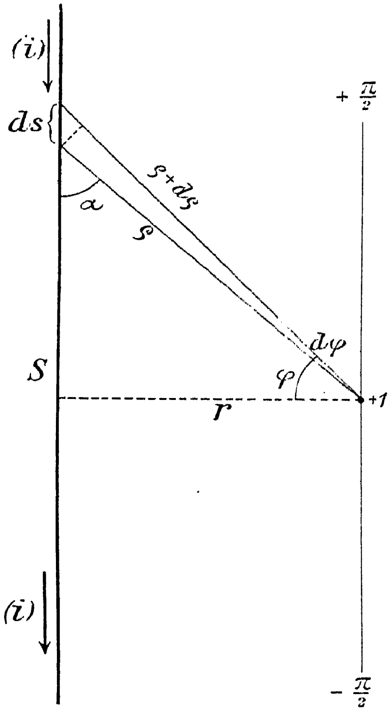


Fig. 8.

---

linig ansehen; ihre Länge ist $\varrho \cdot d\varphi$. Da dieser Bogen auf den Radien ϱ und $\varrho + d\varrho$ senkrecht steht, so ist das kleine Dreieck rechtwinklig und die gestrichelte Kathede offenbar gleich $ds \cdot \cos\varphi$. Ersetzen wir dies in der Elementarformel durch $\varrho \cdot d\varphi$, so erhalten wir

$$\frac{i}{\varrho}\, d\varphi.$$

Es ist aber $\varrho = r \,/\, \cos\varphi$, also die Wirkung des einzelnen Elementes ds:

$$\frac{i}{r} \cos\varphi \cdot d\varphi.$$

Um die Wirkung aller Elemente zu erhalten, müssen wir die Einzelwirkungen aller der Beträge summieren, welche in dem Winkelraum von $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ bis zu $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ enthalten sind. Bei der Summierung beteiligt sich i/r als konstanter Faktor und die genannte Summe (Integral) von $\cos\varphi \cdot d\varphi$ ist $\sin\varphi$, welches für die erwähnten Grenzen $1 - (-1)$ oder 2 ergiebt. Es ist also

$$\mathfrak{H} = 2\,\frac{i}{r}.$$

§ 17. Das Linienintegral der magnetischen Kraft.

Legen wir durch das von elektrischen Strömungen kontinuierlich erfüllte Vektorenfeld, vergl. § 16, irgend eine beliebige in sich geschlossene, eine Anzahl Strömungslinien kettenförmig umschlingende Kurve, so hat in jedem Längenelemente dl die Feldkraft $\mathfrak{H}$ einen bestimmten Wert. Projizieren wir den Vektor $\mathfrak{H}$ in die Richtung von dl, die mit der Tangentenrichtung der Kurve übereinstimmt (vergl. Fig. 9), so ist der Betrag der Projektion $\mathfrak{H} \cdot dl \cos(\mathfrak{H}, dl)$ eine für die betreffende Kurvenstelle charakteristische Grösse. Bilden wir diese Projektionen für alle Kurvenelemente und addieren wir sämtliche Beträge, so erhalten wir eine Summe ($\mathfrak{H} \cos(\mathfrak{H}, dl)\, dl$), welche die Art der Verschlingung näher bezeichnet. Für einen gestreckten vom Strome i durchflossenen Leiter und eine ihn in einer Querschnittsebene konzentrisch umschlingende Kreislinie ist die bezeichnete Summe leicht auszuwerten. Hat der Kreis den Radius r, so ist nach (15) $\mathfrak{H}$ an jeder Stelle gleich $2\,i\,/\,r$. Das Kurvenelement dl fällt überall in die Richtung von $\mathfrak{H}$, es ist also $\cos(\mathfrak{H}, dl) = 1$ und jene Summe ist $2\,i/r \cdot 2\pi r$ oder $4\pi i$; die Entfernung r, in der wir die Strombahn umschlingen, fällt also aus der Rechnung heraus. Man erkennt aber weiter unmittelbar, dass auch die Gestalt der Kurve selbst gleichgültig ist. Ist dl irgend wie gegen die Strömungslinie geneigt, so kommt erstens nur die in die senkrechte Querschnittsebene fallende Komponente dl' in Betracht. In dem Masse wie diese länger als der Bogen einer entsprechenden Kreislinie ist, vergl. Fig. 9, ist aber die in sie fallende Komponente von $\mathfrak{H}$ kleiner; also wird bei der Aufsummierung gerade nur ein Betrag resultieren wie er der Aufsummierung längs einer Kreislinie entspricht, nämlich $4\pi i$. Auch wenn die Leiterbahn nicht mehr die Gestalt einer langen geraden Linie besitzt, gilt das Gesagte. Wird ein System von Strömungslinien von der Gesamtintensität i von einer Kurve kettenförmig umschlungen, so ist die Summe aller Einzelbeträge $\mathfrak{H}\, dl \cdot \cos(\mathfrak{H}, dl)$ gleich $4\pi i$.

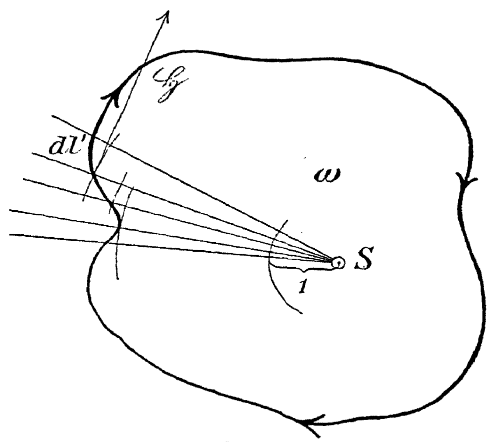


Fig 9.

Man nennt solche Summen wie die hier betrachtete: Linienintegrale. Wir wollen sie durch $\int$ bezeichnen.

Fassen wir die Fläche ω ins Auge Fig. 9, welche die von uns betrachtete Kurve als einfache und alleinige Kontur besitzt, so ist klar, dass durch die Fläche ω die gesamte Strömung i restlos hindurchgehen muss, wie auch sonst die Fläche ω im einzelnen gestaltet sein mag. Man sagt auch, das Linienintegral sei um die Fläche ω herumerstreckt und bezeichnet dies durch den Index ω, so dass das obige Ergebnis geschrieben werden kann:

$$\int_\omega \mathfrak{H} \cos(\mathfrak{H}, dl) \cdot dl = 4\pi i \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Der Sinn der Aufsummierung ist durch die Richtung bestimmt, in welcher die Magnetkraftlinien den Strom umschliessen; dies geschieht bekanntlich im Uhrzeigersinne, wenn wir dem Strome entlang blicken. Diesen Zusammenhang einer Richtungsgrösse (Strom) und einer Umkreisungsrichtung (Kraftlinien) wollen wir durch ein +-Zeichen des Linienintegrales kennzeichnen.

§ 18. Die elektromagnetische Hauptgleichung.

Jede Strömung i setzt sich in der MAXWELLschen Theorie aus Verschiebungs- und Leitungsströmung zusammen; für sie gilt die Formel (13). Setzen wir diesen Wert in die Gleichung (16) ein, so erhalten wir eine Gleichung, welche den allgemeinsten Ausdruck für die Art und Weise darstellt, wie die Linien elektrischer Strömungen mit den Magnetkraftlinien in einem elektromagnetischen Felde verknüpft sind; diese erste Hauptgleichung der MAXWELLschen Theorie lautet also:

$$4\,\pi\,\omega\left(\lambda\,\mathfrak{E} + \frac{\varepsilon}{4\,\pi}\,\frac{d\mathfrak{E}}{d\,t}\right) = \int_{\omega}\mathfrak{H}\cdot\cos\,(\mathfrak{H},\,dl)\cdot dl \quad .\;.\quad (I)$$

Diese Gleichung ist ein zusammenfassender Ausdruck für eine Reihe von experimentell wohlbegründeten Erfahrungsthatsachen; sie enthält keine anderen Hypothesen, als sie die Grundanschauungen an sich enthalten und gilt ganz allgemein.

§ 19. Das allgemeine Induktionsgesetz.

Es giebt in dem Gebiete elektromagnetischer Wechselwirkung noch ein anderes Beispiel kettenförmiger Verschlingung in dem Sinne des § 16. Wenn wir um ein Bündel magnetischer Kraftlinien, wie es etwa dem Polende eines Stabmagneten entströmt, eine Drahtschleife herumlegen, so wird in dieser zunächst kein Strom induziert, so lange die Zahl der umschlossenen Kraftlinien dieselbe bleibt, ebensowenig wie etwa durch eine ruhende Elektrizitätsmenge ein Magnetkraftfeld erzeugt wird. Ändern wir aber die Kraftlinienzahl innerhalb der Leiterschleife, indem wir etwa den Magnetstab nähern oder entfernen oder die Ebene der Schleife drehen, so macht sich längs jeden Längenelementes eine elektromotorische Kraft geltend. Ist die Schleife ungeschlossen, so addieren sich alle diese einzelnen elektromotorischen Kräfte zu einer freien elektrischen Spannung, die sich an den Enden derselben äussert; ist sie aber metallisch geschlossen, so gleicht sich die Spannung in Form eines galvanischen Stromes durch den Leiter hindurch aus. Es liegt nun nahe anzunehmen, dass sich immer längs einer durch ein Magnetfeld irgend wie gelegten geschlossenen Kurve solche elektromotorische Kräfte ausbilden, wenn sich die Zahl der umschlossenen Kraftlinien vermehrt, oder vermindert, wenn diese Kräfte auch nicht wie bei der geschlossenen Leiterschleife zur Entstehung eines elektrischen Stromes Veranlassung geben können. In dem FARADAY-MAXWELLschen Ideenkreise ist zeitliche Änderung der durch eine beliebige Fläche hindurchgehenden Anzahl magnetischer Kraftlinien immer äquivalent mit einer elektromotorischen Kraft längs der Begrenzung dieser Fläche.

Dass es auch bei der sogenannten „Elektroinduktion" lediglich auf das Schneiden der Kraftlinien ankommt, bedarf kaum der Erwähnung. Wenn wir durch Nähern oder Entfernen, Verstärken oder Schwächen, Schliessen oder Öffnen eines Stromes in einer primären, induzierenden Spule einen Strom in einer sekundären induzieren, so wird in jeder Windung der Sekundärspule eine elektromotorische Kraft lediglich nach Massgabe der pro Zeiteinheit an ihr geschnittenen Kraftlinienzahl geweckt.

§ 20. Die Hauptgleichung der Induktionswirkungen.

Wir brauchen das im vorigen Paragraph angedeutete allgemeine Induktionsgesetz lediglich in algebraische Symbole einzukleiden, um sogleich den zweiten Grundpfeiler der gesamten Maxwellschen Theorie vor uns zu haben. Um von vornherein möglichst allgemein zu sein, denken wir uns den Induktionsvorgang nicht in Luft, sondern in einem Medium von der magnetischen Permeabilität μ vor sich gehend. Wird in diesem eine Kurve durch die Kraftlinien hindurchgelegt, welche die vollständige und alleinige Umgrenzung der kleinen ebenen Fläche ω ist, so gehen durch diese $\omega\,\mathfrak{B} = \omega\,\mu\,\mathfrak{H}$ (vergl. 8) Kraftlinien im Ganzen hindurch, wenn das Feld innerhalb ω homogen ist, $\mathfrak{H}$ die daselbst herrschende Feldintensität bezeichnet, und ω senkrecht zur Kraftlinienrichtung liegt. Ändert sich dann die gesamte Kraftlinienzahl in der kleinen Zeit dt um die Zahl $d(\omega\mathfrak{B})$, so ist die auf die Zeiteinheit umgerechnete Zahl von Kraftlinien, welche die Kontur von ω schneidet, gleich $d(\omega\mathfrak{B})/dt$. Dieses Schneiden weckt in jedem Längenelemente dl der Kurve eine elektromotorische Kraft, welche in die Tangentenrichtung von dl fällt. In der Richtung des Kurvenelementes dl selbst wirkt also nur eine Komponente. Wir hatten oben § 2 für den Vektor einer elektromotorischen Kraft die Bezeichnung $\mathfrak{E}$ eingeführt; dabei war $\mathfrak{E}$ die auf die Längeneinheit berechnete elektrische Spannung. Die auf das Kurvenelement dl entfallende elektrische Kraft- oder Spannungsgrösse ist also $\mathfrak{E} \cdot \cos(\mathfrak{H}, dl) \cdot dl$.

Die längs der ganzen Kurve induzierte, gesamte Spannung oder elektromotorische Kraft erhalten wir, wenn wir alle diese Einzelbeträge addieren. Dies führt aber auf einen Ausdruck, wie wir ihn schon in § 17 mit Bezug auf den magnetischen Kraftvektor $\mathfrak{H}$ behandelten; wir nannten ihn das Linienintegral, gebildet für die Kontur der Fläche ω und haben ihn ganz analog wie früher zu schreiben

$$\int_\omega \mathfrak{E} \cdot \cos(\mathfrak{E}, dl) \cdot dl.$$

Messen wir alles in elektromagnetischem Masse, so können wir den Wert der induzierenden Ursache $d(\omega\,\mathfrak{B})/dt$ unmittelbar gleich der durch das Integral ausgedrückten Induktionswirkung setzen.[1]) Nur eines ist noch zu berücksichtigen: Blicken wir in der Richtung der Kraftlinien gegen das Flächenstück ω, so wird erfahrungsgemäss bei Vermehrung der Kraftlinien [$d(\omega\,\mathfrak{B})/dt$ positiv] nicht eine elektromotorische Kraft im Uhrzeigersinne, sondern eine inverse, der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzte induziert.

[1]) Man überzeugt sich leicht, dass die gleich zu setzenden Ausdrücke in der That gleich dimensioniert sind.

Nun hatten wir aber früher § 17 ein Linienintegral, welches eine Wirkung im Uhrzeigersinne (gesehen in der Richtung des erzeugenden Vektors, dort des Stromes) aufsummierte, positiv in Rechnung gesetzt, wir müssen die einem positiven $d\,(\omega\,\mathfrak{B})\,/\,dt$ entsprechende Grösse, also mit einem negativen Vorzeichen einführen, sodass wir erhalten:

$$d\,(\omega\,\mathfrak{B})\,/\,dt = -\int_{\omega} \mathfrak{E} \cdot \cos\,(\mathfrak{E},\, dl) \cdot dl.$$

Wir wollen noch annehmen, dass die Grösse der kleinen Fläche sich mit der Zeit nicht ändere, ebenso dass das durch μ näher bezeichnete magnetische Verhalten des Mediums keine Änderung mit der Zeit erfahre, dass also sowohl ω wie μ von der Zeit t unabhängig sind. Dann können wir schreiben:

$$\omega\,\mu\,\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = -\int_{\omega} \mathfrak{E} \cdot \cos\,(\mathfrak{E},\, dl)\,.\,dl\,. \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{II})$$

eine Gleichung, welche die zweite Hauptgleichung des Maxwellschen Systems darstellt.

Drittes Kapitel.

Die Maxwell-Hertzschen Gleichungen in Vektoren- und in Koordinatendarstellung.

§ 21. Die Fundamentalgleichungen der Maxwellschen Theorie.

Wir haben im vorhergehenden Kapitel zwei Gleichungen abgeleitet, I und II, welche den eigentlichen Kern der MAXWELLschen Theorie enthalten. Sie werden dadurch gewonnen, dass Erfahrungsthatsachen, welche zunächst nur an endlich begrenzten Leitungsbahnen beobachtet worden sind, durch naheliegende Analogieschlüsse auf das ganze Medium, das „Feld", übertragen werden, welches in kontinuierlicher Erfüllung als Schauplatz elektromagnetischer Wechselwirkung gedacht ist. Dass die Gleichungen I und II in der MAXWELLschen Theorie „Feldgleichungen" geworden sind, verleiht ihnen hier ihre besondere Bedeutung. Wir können sie folgendermassen schreiben:

$$\text{I}') \quad \varepsilon \frac{d\mathfrak{E}}{dt} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \mathfrak{H} \cdot \cos(\mathfrak{H}, dl) \cdot dl - 4\pi\lambda\mathfrak{E}.$$

$$\text{II}) \quad \mu \frac{d\mathfrak{H}}{dt} = -\frac{1}{\omega} \int_{\omega} \mathfrak{E} \cdot \cos(\mathfrak{E}, dl) \cdot dl.$$

Dann tritt die ganz analoge Bauart beider Gleichungen besonders für Nichtleiter, für welche $\lambda = 0$ ist, hervor. Links steht in beiden Fällen die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit einer Vektorgrösse, entweder der elektrischen oder der magnetischen Feldkraft in dem ins Auge gefassten Feldpunkte, jede noch multipliziert mit einer für das Feldmedium charakteristischen Konstanten ε oder μ. Diese zeitliche Änderung in einem Punkte ist nun den Gleichungen zufolge gleich gesetzt einer Grösse rechts, welche nur von dem Zustand rings um den betrachteten Punkt bestimmt ist. Dass dasjenige, was in der Zeitfolge an einem Punkte des Feldes nacheinander sich abspielt durch Zustände, wie sie im betrachteten Zeitmoment in der unmittelbaren räumlichen Nachbarschaft bestehen, bestimmt ist, muss als

der präziseste Ausdruck einer konsequent durchgeführten „Nahewirkungstheorie“ angesehen werden. Nicht durch entfernte, unvermittelt wirkende Kraftzentren ist dasjenige, was sich an einem Punkte zeitlich abspielt, bestimmt, sondern durch die Feldzustände in der Nachbarschaft. Die reine MAXWELLsche Theorie ist eine strenge Nahewirkungstheorie und unsere Gleichungen I′ und II sind Ausdrücke für solche Nahewirkungen.

§ 22. Schwellungen und Quirle.

Wie jede Theorie, so hat auch die MAXWELLsche ihre besonderen Kunstausdrücke, welche die für sie charakteristischen Begriffsformen kurz zu bezeichnen gestatten. In der englischen Sprache sind sie schon seit langem Gemeingut des wissenschaftlichen Sprachschatzes geworden; im Deutschen hat man meist die englischen Ausdrücke verwendet; die Einführung der entsprechenden deutschen Bezeichnung ist erst neueren Datums; um sie hat sich besonders WIECHERT verdient gemacht.

Betrachten wir zunächst die Ausdrücke links: Da wir sie $d(\varepsilon\mathfrak{E})/dt$ bezw. $d(\mu\mathfrak{H})/dt$ nach der getroffenen Voraussetzung §§ 11 und 20 schreiben können, und $\varepsilon\mathfrak{E}$ die dielektrische, $\mu\mathfrak{H}$ die magnetische Polarisation misst, so bedeutet ein positives $d(\varepsilon\mathfrak{E})/dt$ und $d(\mu\mathfrak{H})/dt$ ein Anwachsen des Polarisationszustandes berechnet nach dem Zuwachs pro Zeiteinheit. Dieses Anwachsen bezeichnet man nicht unzweckmässig als eine „Schwellung“ und nennt daher kurz die in unseren Fundamentalgleichungen links stehenden Ausdrücke die „Vektorenschwellungen“.

Rechts stehen in beiden Fällen Linienintegrale, welche sich auf Zustände rings um die Gegend herum, wo die Schwellung stattfindet, beziehen. Im Englischen nennt man sie den „curl“ des magnetischen, bezw. elektrischen Kraftvektors; dies ist zu deutsch „Locke“ oder (wohl auch ethymologisch verwandt) „Quirl“. Wir wollen diese letztere Bezeichnung für die Linienintegrale beibehalten.

Dann sagen die Fundamentalgleichungen der MAXWELLschen Theorie für Nichtleiter kurz aus:

Die Schwellung der elektrischen Kraft ist gleich dem Quirle der magnetischen; die Schwellung der magnetischen ist gleich dem negativ genommenen Quirle der elektrischen Kraft.

Für Leiter tritt rechts noch das Glied $-4\pi\lambda\mathfrak{E}$ hinzu, denn nicht nur dadurch, dass ein magnetischer Kraftlinienstrang sich ausbildet, wird in dem von ihm kettenförmig umschlungenen Gebiete des Dielektricums Verschiebung erzeugt[1]), sondern auch dadurch, dass eine elektromotorische Kraft $\mathfrak{E}$ zu wirken beginnt, nur wirkt der entstehende dielektrische Zwangszustand der erzeugenden Spannung, etwa derjenigen einer Akkumulatorenbatterie entgegen; so ist das —-Zeichen in Formel (I′) aufzufassen.

1) Dies ist eine sehr merkwürdige Konsequenz der MAXWELLschen Theorie, deren experimentelle Verifikation seither noch nicht gelungen ist.

§ 23. Auflösung der Vektoren und Quirle in rechtwinklige Komponenten.

Wir könnten alle weiteren Betrachtungen direkt an die Vektorengleichungen I' und II des § 21 anknüpfen. Indessen ist das Rechnen mit diesen Richtungsgrössen in Deutschland im allgemeinen noch nicht so geläufig wie in England. Wir sind mehr Koordinatendarstellung gewöhnt, d. h. jeder Vektor wird durch drei rechtwinklige Komponenten vertreten, und die Vektorengleichung selbst in drei Gleichungen, jede für je eine entsprechende Komponente aufgelöst. Da auch die hierher gehörigen klassischen deutschen Originalarbeiten von Helmholtz, Hertz und Boltzmann sich dieser Koordinatendarstellung ausschliesslich bedienen, so wollen auch wir jene Zerlegung vornehmen, wenn dadurch natürlich auch nichts an Einfachheit gewonnen wird; an Stelle der Gleichungen treten Gleichungssysteme.

Wir legen ein rechtwinkliges Koordinatensystem der x, y, z zugrunde und zwar ein sogenanntes rechts- oder weinwendiges (so genannt, weil es dem Rankungssinne der Weinrebe entspricht), bei welchem beim Hinblicken in der Richtung der $+X$, die $+Y$ in die $+Z$ durch eine Rechtsdrehung, d. h. eine Uhrzeigerdrehung übergeführt wird, vergl. Fig. 10[1]). Dann brauchen wir, um die Auflösung zu bewerkstelligen, unsere Gleichungen I' und II nur je dreimal auf den besonderen Fall eines ebenen kleinen Flächenelementes ω anzuwenden, welches je einer der Koordinatenachsen parallel ist. Zweckmässig wählt man das Element in der Form eines kleinen Rechteckes mit zu den Koordinatenachsen parallelen Seiten von den Längen dy, dz, oder dz, dx oder dx, dy. Dann kommen für die Schwellung nur die zu diesen Elementen senkrechten, also die x-, y-, oder z-Komponenten der Kräfte in Betracht, für die Quirle die in die Ebenen derselben fallenden anderen Komponenten.

§ 24. Die Schwellungskomponenten.

Die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ zerlegen wir mit Hertz in die drei Komponenten X, Y, Z, die magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ in die Komponenten L, M, N. Dann sind die Schwellungen für die in § 23 genannten Einzelfälle offenbar:

$$\varepsilon\, dX / dt,\quad \varepsilon\, dY / dt,\quad \varepsilon\, dZ / dt;\quad \mu\, dL / dt,\quad \mu\, dM / dt,\quad \mu\, dN / dt.$$

§ 25. Linienintegrale in Koordinatendarstellung.

Die Linienintegrale nehmen in allen den im § 23 genannten Spezialfällen durchweg eine äusserst einfache, aber höchst charakteristische, leicht herzustellende Form an. Betrachten wir zunächst den der x-Komponente der elektrischen Schwellung $\varepsilon\, dX / dt$ gleichzusetzenden Quirl, also das Linienintegral der magnetischen Kraft, dieses um eine kleine der yz-Ebene parallel gelegene kleine Fläche herum aufsummiert. Wir wollen annehmen, der Punkt,

1) H. Hertz verwendet ein links- oder hopfenwendiges System, woraus bei ihm die umgekehrten Vorzeichen resultieren.

auf welchen sich unsere Aufmerksamkeit im Felde richtet (der „Aufpunkt“ nach BOLTZMANN), sei der Punkt x, y, z. Wir begrenzen um diesen Punkt als Mittelpunkt herum in einer zur yz-Ebene parallelen Ebene, die zur Zeichnungsebene der Fig. 10 gewählt ist, das Flächenelement $\omega = dy \cdot dz$. Dann kommen zur Berechnung des Quirles nur die magnetischen Komponenten M, parallel der y-Richtung, und N, parallel der z-Richtung in Betracht. Die Werte M und N gelten aber nur für den Punkt x, y, z, selbst. Die Seiten unserer Fläche, für welche wir die Werte $\mathfrak{H} \cos(\mathfrak{H}, dl) \cdot dl$ entsprechend der Definition § 17 zu berechnen haben, sind aber diesem Punkte benachbart. Wir können leicht die Werte, wie sie für diese Seiten gelten, aus den für die Stelle x, y, z geltenden nach einfachen Regeln der Differentialrechnung

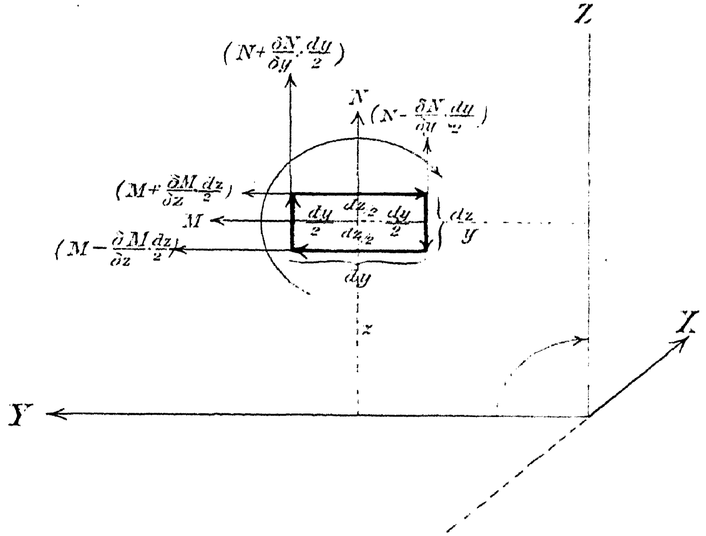


Fig. 10.

berechnen: Schreiten wir vom Punkte (y, z) in unserer Ebene (also ohne Änderung des x, x konstant) in der z-Richtung in die Höhe, so ist die Geschwindigkeit mit der sich pro Wegeinheit die Grösse M ändert: $\partial M / \partial z$. Die obere Seite unseres Flächenelementes treffen wir, wenn wir uns um die Strecke $dz / 2$ erheben; hier herrscht also nicht mehr der Wert M für die y-Komponente der magnetischen Kraft, sondern der Wert

$$\left(M + \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2}\right),$$

wie in die Figur eingetragen ist, und zwar fällt diese Komponente mit der oberen Seite selbst zusammen ($\cos(\mathfrak{H}, dl)$ ist also hier $= 1$). Beim Übergang von der Mitte auf die untere Seite hat sich M im entgegengesetzten Sinne geändert, wir müssen die hier herrschende y-Komponente der Kraft also durch

$$\left(M - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2}\right)$$

bezeichnen. Eine z-Komponente fällt in diese Seiten ebensowenig, wie eine x-Komponente (für beide ist $\cos(\mathfrak{H}, dl) = 0$), da der Winkel selbst 90^0 beträgt.

Für die Seiten rechts und links kommen nur z-Komponenten, also Ausdrücke in N in Betracht. Die Änderung hat beim Übergang von der Mitte auf die Seiten im Sinne der y stattgefunden, also treten Ableitungen nach dieser Grösse auf; die Werte der Ausdrücke selbst lauten offenbar:

$$\left(N + \frac{\partial N}{dy} \cdot \frac{dy}{2}\right) \qquad \left(N - \frac{\partial N}{\partial y} \cdot \frac{dy}{2}\right).$$

Gehen wir jetzt ans Aufsummieren! Wir haben für jedes Stück unserer Umgrenzungskurve zu bilden das Produkt aus: magnetischer Feldkraft, wie wir sie eben berechnet haben, mal dem cos des Winkels, welchen diese mit der Richtung des betreffenden Stückes bildet (in allen Fällen gleich 1), mal der Länge des betreffenden Stückes. Diese Produkte haben wir aufzusummieren, indem wir um die Fläche $\omega = dy \cdot dz$ uhrzeigersinnig herum gehen § 17. Führt dabei die Umkreisungsrichtung im Sinne der Koordinaten, so sind die Wegelemente dy, dz positiv, führt sie diesem entgegen, so sind sie negativ zu rechnen, da im ersten Falle der Richtungscosinus zwischen Wegelement und Kraftkomponente gleich $+1$, im zweiten gleich -1 ist (vergl. die Fig. 10). Die Aufsummierung giebt also, wenn wir bei der unteren Seite anfangen:

$$+\left(M - \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2}\right) \cdot dy$$

$$+\left(N + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot \frac{dy}{2}\right) \cdot dz$$

$$-\left(M + \frac{\partial M}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2}\right) \cdot dy$$

$$-\left(N - \frac{\partial N}{\partial y} \cdot \frac{dy}{2}\right) \cdot dz$$

Multiplizieren wir hier aus, so heben sich die Glieder mit den nicht differenzierten Grössen alle weg, und als Wert des Linienintegrales bleibt nur noch der einfache Ausdruck

$$\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right) dy \cdot dz \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

übrig, wo $dy\, dz = \omega$ das umschrittene Flächenelement ist.

§ 26. Die Quirlkomponenten; cyklische Vertauschung.

Der Ausdruck (17), den wir für das der x-Komponente der elektrischen Schwellung entsprechende Linienintegral erhalten haben, ist sehr charakteristisch gebaut; wir haben es mit der x-Komponente zu thun; es beginnt die z-Komponente N der magnetischen Kraft; sie ist nach y abgeleitet; davon abgezogen ist die y-Komponente M der Kraft, diese aber nach z differenziert.

Es hindert nichts, diese in Klammer geschlossene Grösse als **Quirlkomponente** anzusprechen, und zwar als x-Komponente des magnetischen Quirles. Die anderen Quirlkomponenten würde man erhalten, wenn man die Betrachtungen des § 25 für die y- oder die z-Komponente der Schwellung durchführen würde. Einfacher aber noch erhält man sie, wenn man die Reihenfolge beachtet, in der die allein in Betracht kommenden Grössen, schon in dem Ausdrucke (17) vorkommen. Schreibt man die Koordinaten x, y, z an drei gleich weit voneinander entfernte Punkte eines Kreises Fig. 11 (innerster Kreis), daneben in konzentrischen Kreisen die drei magnetischen darauffolgend die elektrischen Komponenten, so wird man in Formel (17) von der Schwellungskomponente $\varepsilon\, dX / dt$ nach N und y für das erste Glied $\partial N / \partial y$ geführt; das zweite wird durch Vertauschung $\partial M / \partial z$ erhalten. Der zurück-

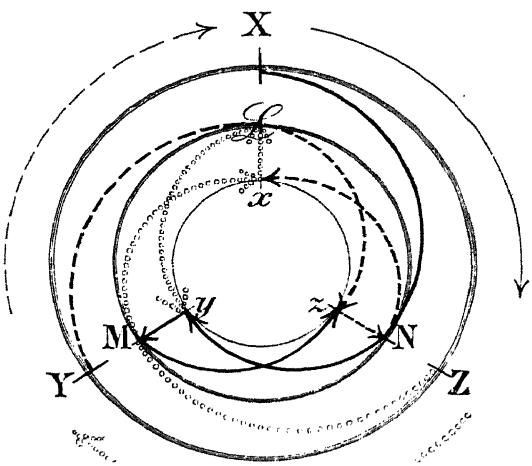


Fig. 11.

gelegte Weg ist in Fig. 11 ausgezogen bezeichnet. Für die y-Komponente $\varepsilon\, dY / dt$ würde man erhalten als entsprechende Quirlkomponente:

$$(\partial L / \partial z - \partial N / \partial x)\, dz\, dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

(gestrichelter Weg).

Für die z-Komponente endlich:

$$(\partial M / \partial x - \partial L / \partial y)\, dx\, dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

(vergl. den durch kleine Ringe bezeichneten Weg).

Wir erhalten so aus einem Quirlausdrucke (17) die beiden anderen durch einfache sogenannte cyklische Vertauschung.

Ganz ebenso wie wir die Quirlkomponenten für die magnetische Kraft erhalten haben, müssen die bei der Auflösung der Gleichung II für die elektrische zu verwendenden erhalten werden. Wir brauchen nur für die magnetischen, die elektrischen Kraftkomponenten zu schreiben und erhalten die drei Quirle:

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) dy\, dz, \left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) dz\, dx, \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) dx\, dy. \qquad (20)$$

§ 27. Das erste Maxwell-Hertzsche Gleichungssystem.

Setzen wir die in den vorigen Paragraphen erhaltenen Ausdrücke nach Massgabe der Gleichung I′ zusammen, so erhält man drei Gleichungen für die drei elektrischen Komponenten, welche den allgemeinsten Ausdruck für die elektromagnetischen Vorgänge darstellen. Da ω in den drei Fällen immer gleich dem Flächenelemente ist, welches als Faktor in der betreffenden Quirlkomponente auftritt, so hebt es sich überall heraus und wir erhalten: aus I′ mit Benutzung der Ausdrücke 17, 18 und 19:

$$\left\{\begin{aligned} \varepsilon \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} - 4\pi\lambda X \\ \varepsilon \frac{dY}{dt} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} - 4\pi\lambda Y \\ \varepsilon \frac{dZ}{dt} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} - 4\pi\lambda Z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (A)$$

Dieses Gleichungssystem gilt für ein Medium, welches sowohl dielektrisch polarisierbar wie elektrisch leitend ist.

Für ein nichtleitendes Medium, für welches $\lambda = 0$ ist, gelten die Gleichungen:

$$\left\{\begin{aligned} \varepsilon \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \\ \varepsilon \frac{dY}{dt} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \\ \varepsilon \frac{dZ}{dt} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (B)$$

Für das Normalmedium endlich, für welches sowohl $\varepsilon = 1$ wie $\mu = 1$ angenommen wurde und welches für uns durch das Vakuum oder den von Materie möglichst freien Raum (etwa den gewöhnlich als leer vorausgesetzten intrastellaren Raum, oder wohl auch den sogenannten Äther) repräsentiert wird, vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \\ \frac{dY}{dt} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{dZ}{dt} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (C)$$

Wie man sieht, sind alle diese Gleichungen als besondere Fälle in der allgemeinen Vektorengleichung I′ § 21 S. 25 enthalten.

§ 28. Das zweite Maxwell-Hertzsche Gleichungssystem.

Zerlegt man in ähnlicher Weise die Gleichung II des § 21, indem man für die Quirlkomponenten die Ausdrücke (20) § 26 S. 31 verwendet, so erhält man ein Gleichungssystem, welches den allgemeinsten Ausdruck für alle Induktionsphänomene darstellt:

$$\left\{\begin{aligned} \mu\frac{dL}{dt} &= -\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) \\ \mu\frac{dM}{dt} &= -\left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) \\ \mu\frac{dN}{dt} &= -\left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (D)$$

Dieses Gleichungssystem gilt ebenso für Leiter wie für Nichtleiter; für das Normalmedium besitzt es die Gestalt:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= -\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) \\ \frac{dM}{dt} &= -\left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) \\ \frac{dN}{dt} &= -\left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (E)$$

Dieses sind die Komponentengleichungen der allgemeinen Vektorengleichung II.

§ 29. Bedeutung der Maxwellschen Theorie.

Die Gleichungen A bis E umfassen dasjenige, was man die „Maxwellsche Theorie“ nennt. Diese Theorie besteht demnach aus zwei Systemen von je drei partiellen Differentialgleichungen (A) und (D). Diese bilden den allgemeinsten Ausdruck für alle bisher bekannt gewordenen Phänomene auf magnetischem und elektrischem Gebiete für ruhende, nach allen Seiten hin gleichbeschaffene, sogenannte isotrope Feldmedien. In der That vermag man alle besonderen Gleichungen der Lehre vom Magnetismus und der Elektrizität ohne weitere Annahmen aus diesen sechs Gleichungen herzuleiten, wie H. Hertz zuerst gezeigt hat. Vor allem folgen auch die elektrostatischen Erscheinungen und das Coulombsche Gesetz aus ihnen, was vielleicht nicht so ohne weiteres erwartet wird, da sie, wie wir sahen, lediglich die Nahewirkungen zum Ausdruck bringen, das Coulombsche Gesetz aber ein ausgesprochenes Fernewirkungsgesetz ist.

Viertes Kapitel.

Die Elektrooptik oder elektromagnetische Lichttheorie.

§ 30. Strahlen elektrischer Kraft und die elektromagnetische Lichttheorie.

Keine von den vielen Konsequenzen der MAXWELLschen Theorie wurde für die Weiterentwickelung der Erkenntnis des eigentlichen Wesens der elektrischen und magnetischen Phänomene in der Folgezeit so bedeutungsvoll, wie jene, welche sich auf die räumliche Verbreitung zeitlicher Änderungen im elektrischen Zustand geladener Systeme bezog. Hier liess die Theorie voraussehen, dass sich Störungen im elektrischen Gleichgewichte mit endlicher Geschwindigkeit in dem umgebenden Medium von Stelle zu Stelle verbreiten mussten. Auch die Geschwindigkeit der Ausbreitung war berechenbar, da sie in einfacher Weise durch die Feldkonstanten μ und ε bestimmt war, Grössen die durch anderweitige Messungen in absolutem Masse bekannt waren. Es ergab sich das überraschende Resultat, dass diese Geschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit sein müsse, und dieses Ergebnis der Theorie wurde der Angelpunkt einer ganz neuen Lehre: der elektromagnetischen Lichttheorie. Die Gleichungen liessen auch erkennen, dass, wenn es gelänge, genügend rasch aufeinanderfolgende periodische Änderungen des elektromagnetischen Gleichgewichtszustandes zu erregen, diese Erregungen sich wellenartig ausbreiten und geometrisch ganz ähnliche Ausbreitungsgesetze zeigen mussten, wie die Lichtwellen, dass sie wie diese reflektiert und gebrochen werden mussten.

Wollen wir also an einem speziellen Beispiele erläutern, wie man die von uns abgeleiteten Gleichungen (A) bis (E) zur Diskussion bestimmter Probleme verwenden könne, so erscheint keines angemessener als gerade dieses Beispiel der elektrischen Wellen.

Bekanntlich gelang es HERTZ die durch die Theorie geforderten Bedingungen in genial einfacher Weise zu realisieren. Versuche von FEDDERSEN hatten gezeigt, dass geladene elektrische Kondensatoren sich unter gewissen Umständen durch die ihre Belege verbindende Funkenstrecke

oscillatorisch entladen. Hertz setzte die Dauer dieser Oscillationen ausserordentlich dadurch herab, dass er die Kapazität der geladenen Systeme, sowie die Selbstinduction der Ausgleichsbahn möglichst verringerte und erhielt dadurch elektrische Schwingungen von solcher Raschheit, dass die von ihnen in dem umgebenden Medium (in den meisten Fällen der Luft) erregten elektrischen Wellen in den Räumen des Laboratoriums der direkten Prüfung zugänglich wurden. Noch viel kleinere Wellen erhält man durch eine zuerst von Righi eingeführte Anordnung des Wellenerregers, bei der der Kondensator nur noch aus einem Kugelpaare A, B (Fig. 12) besteht, welches von einem Paare kleinerer Hilfskugeln a, b aus von einer Elektrizitätsquelle mit genügend hoher Spannung (Induktorium oder Influenzmaschine) geladen wird; der („aktive") Funke springt zwischen A und B am besten in Öl oder Petroleum über. Hierdurch erhält man elektromagnetische Wellen von der Grössenordnung des Kugelumfanges; mit so kurzwelligen Strahlen elektrischer Kraft kann man wie mit Lichtstrahlen experimentieren. Das Operieren mit denselben gestaltet sich besonders dann einfach, wenn man als Reagens auf diese Strahlen ihre überaus empfindliche Wirkung auf Lockerkontakte benutzt, welche überbrückt, d. h. in ihrem Widerstande enorm herabgesetzt werden (Kohärer, Frittröhre).

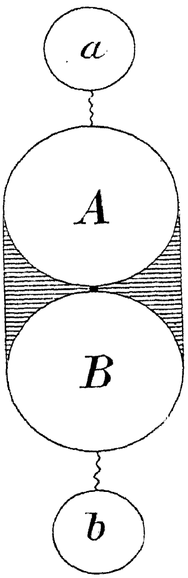


Fig. 12.

Wir wollen die periodisch mit Ort und Zeit variierenden Zustände dielektrischer und magnetischer Polarisation in der Umgebung eines Erregers etwa von der Form der Fig. 12 in einem nichtleitenden Medium näher untersuchen.

§ 31. Die Gleichungen des isotropen nichtleitenden Feldmediums.

Wir nehmen das Medium als nichtleitend an, $\lambda = 0$; dann verbreiten sich die Schwingungen nach allen Seiten hin mit ungeschwächter Gesamtenergie; Leitung des Mediums führt auf eine Absorption und damit eine Dämpfung der ausgesandten Schwingungen und eine Umwandlung ihrer Energie in eine andere Energieform, in Wärme. Unser Feldmedium ist also durch die beiden Konstanten ε und μ vollkommen definiert. Wir erinnern daran, dass die Dielektrizitätskonstante ε in dem von uns zu Grunde gelegten elektromagnetischen Massysteme die Dimension $1 / (cm / sec)^2$, d. h. eines reciproken Geschwindigkeitsquadrates hat, dagegen μ dimensionslos ist.

In diesem Medium werden die zeitlichen Änderungen der Feldvektoren nach § 27 und 28 durch die folgenden Gleichungen beschrieben:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \\ \varepsilon \frac{dY}{dt} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \\ \varepsilon \frac{dZ}{dt} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \end{aligned}\right\} (B) \qquad \left.\begin{aligned} \mu \frac{dL}{dt} &= -\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) \\ \mu \frac{dM}{dt} &= -\left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) \\ \mu \frac{dN}{dt} &= -\left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} (D)$$

§ 32. Die Gleichungssysteme der Elektrooptik.

Aus den beiden Gleichungssystemen des vorigen Paragraphen erhalten wir unmittelbar zwei neue Gleichungssysteme von grosser Bedeutung, wenn wir jede Gleichung derselben nach t differenzieren. Rechter Hand kann dann die Reihenfolge der Differentiationen, der partiellen, darauf derjenigen nach t unbedenklich vertauscht werden, da sich nirgends eine Unstetigkeit vorfindet. Für die Zeitdifferentiationen der rechts stehenden Ausdrücke kann man aber weiter aus dem korrespondierenden Systeme die entsprechenden Werte einsetzen und erhält dadurch z. B. für die erste Gleichung des Systems (B):

$$\mu\varepsilon \frac{d^2X}{dt^2} \quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}\right),$$

wenn man mit μ nach links herübermultipliziert und dem — Zeichen vor den einzusetzenden Klammerwerten in der Klammer selbst Rechnung trägt. Führen wir die angedeuteten Differentiationen aus und addieren und subtrahieren wir sogleich wieder den Ergänzungsterm $+\partial^2 X / \partial x^2$ und $-\partial^2 X / \partial x^2$, wodurch offenbar nichts geändert wird, so ergiebt sich beim Ordnen der Glieder:

$$\mu\varepsilon \frac{d^2X}{dt^2} = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right).$$

Behandeln wir in gleicher Weise die anderen der sechs Gleichungen *(B)* und *(E)*, so bemerken wir leicht, dass in allen ähnliche Summen zweiter Ableitungen je einer der sechs Vektorgrössen wie hier für X auftreten, und dass allen Gleichungen auch solche Summen der ersten Ableitungen der drei zusammengehörigen Vektorkomponenten gemeinsam sind, wie sie hier in der Klammer stehen. Wir führen für dieselben daher zweckmässig besondere Bezeichnungen ein und wählen für die erstgenannte Summe das auch in der Potentialtheorie üblich gewordene Zeichen ∇^2, so dass

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} = \nabla^2 X \text{ u. s. w.}$$

zu schreiben ist. Ferner setzen wir:

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = J \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = K.$$

Dann schreiben sich die gefundenen Gleichungen einfach wie folgt:

$$\left\{\begin{array}{l} \mu\varepsilon \frac{d^2X}{dt^2} = \nabla^2 X - \frac{\partial J}{\partial x} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2Y}{dt^2} = \nabla^2 Y - \frac{\partial J}{\partial y} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2Z}{dt^2} = \nabla^2 Z - \frac{\partial J}{\partial z} \end{array}\right\} (F) \qquad \left\{\begin{array}{l} \mu\varepsilon \frac{d^2L}{dt^2} = \nabla^2 L - \frac{\partial K}{\partial x} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2M}{dt^2} = \nabla^2 M - \frac{\partial K}{\partial y} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2N}{dt^2} = \nabla^2 N - \frac{\partial K}{\partial z} \end{array}\right\} (G)$$

Der einfache und gesetzmässige Bau dieser Gleichungen fällt sofort auf; und doch können wir sie noch weiter vereinfachen, wenn wir uns daran erinnern, dass es uns im vorliegenden Abschnitte ja nur um die mit der Zeit periodisch vor sich gehenden Zustandsänderungen im elektromagnetischen Felde zu thun ist. Differenziert man die Gleichungen (B) und (D) nach x, y, z und addiert die dadurch erhaltenen Gleichungen jeden Systems, so findet man:

$$\mu \varepsilon \frac{d^2 J}{d t^2} = 0, \qquad \mu \varepsilon \frac{d^2 K}{d t^2} = 0.$$

J und K können also nur linear von der Zeit abhängen. Auf die Schwingungszustände im Felde haben sie keinen Einfluss, so dass wir die Gleichungen (F) und (G) einfacher so schreiben können:

$$\left\{\begin{aligned} \mu \varepsilon \frac{d^2 X}{d t^2} &= \nabla^2 X \\ \mu \varepsilon \frac{d^2 Y}{d t^2} &= \nabla^2 Y \\ \mu \varepsilon \frac{d^2 Z}{d t^2} &= \nabla^2 Z \end{aligned}\right\} \quad (H) \qquad \left\{\begin{aligned} \mu \varepsilon \frac{d^2 L}{d t^2} &= \nabla^2 L \\ \mu \varepsilon \frac{d^2 M}{d t^2} &= \nabla^2 M \\ \mu \varepsilon \frac{d^2 N}{d t^2} &= \nabla^2 N \end{aligned}\right. \quad (J)$$

Diese Gleichungen haben vollkommen die Form derjenigen, von denen die Optik, auch die elastische Optik, ausgeht. In der letzteren werden sie durch Betrachtungen über die elastischen Eigenschaften des sogenannten Lichtäthers hergeleitet. In der MAXWELLschen Theorie werden sie aus rein elektromagnetischen Betrachtungen erhalten. Dass man aber durch diese auf die Gleichungssysteme der Optik geführt wird, zeigt schon jetzt, dass alle spezielleren, aus ihnen folgenden Konsequenzen, also z. B. alle Verbreitungsgesetze der durch sie beschriebenen periodischen Zustandsänderungen genau denjenigen gleichen müssen, wie sie die theoretische Optik, auf anderer Grundlage zwar fussend, schon seit FRESNEL eingehend studiert hatte.

§ 33. Strahlen elektrischer Kraft.

Die Gleichungen der Elektrooptik in der Allgemeinheit weiter zu verfolgen, wie wir sie seither behandelt haben, wo wir keinerlei speziellere Bedingungen einführten, würde hier zu weit führen. Wir begnügen uns einen speziellen, auch praktisch in der „Funkentelegraphie" wichtig gewordenen Einzelfall als typisches Beispiel weiter zu diskutieren. Wir denken uns den Erreger (Fig. 12) weit weg von dem Orte, an dem wir die von ihm erregten Vorgänge näher ins Auge fassen, und diesen Ort selbst in der $+z$-Richtung in Bezug auf den Erreger, der im Anfangspunkte der Koordinaten liegen möge, befindlich. Beschränken wir dann unsere Betrachtungen auf einen engen Raum, wie er etwa von einem Kohärer in Anspruch genommen wird, so können wir annehmen, dass wenn wir uns von unserer z-Achse nur wenig nach rechts oder links, nach unten oder oben entfernen, wir im Wesentlichen dieselben Zustände wie an dem betreffenden Punkte der z-Achse selbst antreffen, mit anderen Worten, dass die Zustände wohl von z und der Zeit t abhängen, nicht aber mehr von x und y. In der Sprache der Optik würde

das heissen: Wir sind sehr weit von der Lichtquelle entfernt und haben aus der ganzen Wellenfläche nur ein kleines Stück ausgeblendet; wir haben einen sogenannten parallelen Lichtstrahl vor uns; unter „Strahlrichtung" versteht man dabei ganz allgemein die Fortpflanzungsrichtung der erregten Bewegung. In ihm sind auch die Zustände in ein und demselben Querschnitte als analog anzunehmen. Diese vereinfachende Annahme, dass wir es nicht nur mit der ganzen Wellenfläche, sondern nur noch mit einem „Strahle elektrischer Kraft" zu thun haben, hat auf unsere Gleichungen (*B*), (*D*), (*H*) und (*J*), den Einfluss, dass alle Glieder, welche Ableitungen nach x oder y enthalten, zu Null werden. Dadurch erhält man die neuen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon \frac{dX}{dt} &= -\frac{\partial M}{\partial z} \\ \varepsilon \frac{dY}{dt} &= +\frac{\partial L}{\partial z} \\ \varepsilon \frac{dZ}{dt} &= 0 \end{aligned}\right\} (K) \qquad \left.\begin{aligned} \mu \frac{dL}{dt} &= +\frac{\partial Y}{\partial z} \\ \mu \frac{dM}{dt} &= -\frac{\partial X}{\partial z} \\ \mu \frac{dN}{dt} &= 0 \end{aligned}\right\} (L)$$

$$\left.\begin{aligned} \mu\varepsilon \frac{d^2X}{dt^2} &= \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2Y}{dt^2} &= \frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2Z}{dt^2} &= 0 \end{aligned}\right\} (M) \qquad \left.\begin{aligned} \mu\varepsilon \frac{d^2L}{dt^2} &= \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2M}{dt^2} &= \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2N}{dt^2} &= 0 \end{aligned}\right\} (N)$$

In den letzten Gleichungen eines jeden Systems tritt die 0 auf, weil wir *J* und *K* gleich 0 setzen können (vergl. den § 32).

Diese Gleichungen nennt man die „Strahlgleichungen".

§ 34. Transversalität der elektromagnetischen Strahlung.

Wir lesen eine wichtige Folgerung sogleich aus den Strahlgleichungen heraus: da sowohl $\varepsilon \frac{dZ}{dt}$ wie $\mu \frac{dN}{dt}$ 0 ist, und weder ε noch $\mu = 0$ ist, so können die in die Strahlrichtung fallenden Komponenten der Kräfte *Z* oder *N*, höchstens von der Zeit unabhängige Konstanten sein, d. h. in diese Richtung fällt gar kein Anteil des periodischen Vorganges; derselbe spielt sich ganz in Ebenen ab, welche der xy-Ebene parallel, also zur Strahlrichtung senkrecht stehen. Solche Schwingungsvorgänge nennen wir „transversale": die elektromagnetische Strahlung ist transversaler Natur, wie es für die Lichtstrahlung der Fall ist.

Wir können also auch die dritten Gleichungen in allen vier Systemen (*K*) bis (*N*) hinfort weglassen.

§ 35. Elektrischer und magnetischer Schwingungsvektor.

Die vereinfachten Strahlgleichungen geben für jede zur z-Achse senkrechte Ebene für jeden Zeitmoment einen bestimmten Wert für X und Y, ebenso wie für L und M. Über die Lage der beiden Koordinaten-Richtungen des x und y haben wir noch nichts Näheres vorausgesetzt. Wir wollen die x-Richtung jetzt mit der Richtung des elektrischen Vektors zusammenfallen lassen, also als x-Richtung etwa die Verbindungsgerade der vier Kugelmittelpunkte unseres Erregers (Fig. 12) gelten lassen. Dann stellt X den gesamten elektrischen Vektor ganz allein vor, Y ist $= 0$. Bringen wir diese rein geometrische Festsetzung in unseren Gleichungen zur Anwendung, so lehren uns diese sofort eine sehr wichtige neue physikalische Thatsache kennen: Aus $\mu\, dL \,/\, dt = \partial Y \,/\, \partial z$ folgt, wenn Y, also auch $\partial Y \,/\, \partial z = 0$ ist, dass sich auch L nicht an dem periodischen Vorgange beteiligt, denn $dL \,/\, dt$ ist selbst 0, also L eine Konstante in Bezug auf t. Nur M ist ein Schwingungsvektor, wenn X eine periodische mit t veränderliche Grösse darstellt. M ist aber die y-Komponente der magnetischen Kraft. Wir erfahren jetzt also, dass in unserem Schwingungszuge nur diese magnetische Komponente pulsiert. Die y-Richtung steht senkrecht zur x-Richtung, in welcher der elektrische Vektor pulsiert. Es giebt in unserem Strahle also zwei gesonderte Schwingungsvektoren und wenn wir ihre periodische Änderung mit z betrachten, also auch zwei Wellen: eine elektrische Schwingung und eine magnetische; beide erfolgen in Ebenen, die senkrecht zueinander stehen.

Diese Erkenntnis ist für die grosse Allgemeinheit der elektromagnetischen Lichttheorie von Bedeutung. Bei den Versuchen, die Lichterscheinungen aus elastischen Eigenschaften des die Schwingungen vermittelnden Mediums herzuleiten, war man auf eine Unbestimmtheit gestossen; zwei Lichttheorien waren möglich, die lange Zeit sich gegnerisch gegenüberstanden: die Fresnelsche Theorie einerseits, die Fr. Neumann-, Mac-Cullagh-Kirchhoffsche Theorie andererseits. Nach der einen erfolgten die Lichtschwingungen senkrecht zu der sogenannten Polarisationsebene, nach der anderen in dieser, also senkrecht zu der Schwingungsebene der anderen Theorie. Die elektromagnetische Lichttheorie lässt somit erkennen, dass in der That beide Wege zum Ziele führen mussten; das, was wir Licht nennen, enthält eben zugleich zwei gegen einander senkrecht erfolgende transversale Schwingungsvorgänge, einen elektrischen und einen magnetischen. In den meisten Fällen ist das, was wir als Licht empfinden, wohl hauptsächlich durch den elektrischen Strahlanteil bedingt.

Wir wollen den in die x-Richtung fallenden elektrischen Schwingungsvektor mit E bezeichnen, den in die y-Richtung fallenden magnetischen Vektor mit M. Dann schreiben sich die Strahlgleichungen einfach:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon \frac{dE}{dt} &= -\frac{\partial M}{\partial z} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2E}{dt^2} &= \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \end{aligned}\right\} (O) \qquad \left.\begin{aligned} \mu \frac{dM}{dt} &= -\frac{\partial E}{\partial z} \\ \mu\varepsilon \frac{d^2M}{dt^2} &= \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \end{aligned}\right\} (P)$$

§ 36. Integration der Strahlgleichungen.

Betrachten wir zunächst die zweiten Gleichungen der beiden Systeme (O) und (P). Differential-Gleichungen von dieser Form spielen in der theoretischen Physik eine grosse Rolle. Durch sie wird sowohl E als auch M als Funktion von z und t bestimmt. Es lässt sich nachweisen, dass diese beiden Variablen nur in der Verbindung $(z - Vt)$ in diesen Funktionen vorkommen, wo V eine noch näher zu bestimmende Konstante ist. Denn sind etwa φ und ψ zwei ganz beliebige Funktionen dieses Argumentes und setzen wir

$$E = \varphi\,(z - V\,t) \qquad\qquad M = \psi\,(z - Vt) \qquad\qquad (21)$$

so erhalten wir durch Differenzieren, wenn wir mit φ', ψ', φ'', ψ'', erste bezw. zweite Ableitungen der Funktionen φ und ψ nach dem Argumente $(z - Vt)$ selbst bezeichnen,

$$\frac{dE}{dt} = - V\varphi'\,(z - Vt) \qquad\qquad \frac{dM}{dt} = - V\psi'\,(z - Vt)$$

$$\frac{d^2E}{dt^2} = V^2\,\varphi''\,(z - Vt) \qquad\qquad \frac{d^2M}{dt^2} = V^2\psi''\,(z - Vt)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \varphi'\,(z - Vt) \qquad\qquad \frac{\partial M}{\partial z} \quad \psi'\,(z - Vt)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \varphi''\,(z - Vt) \qquad\qquad \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = \psi''\,(z - Vt)$$

Setzen wir diese Werte in unsere Differentialgleichungen ein, so erhalten wir

$$\mu\,\varepsilon\,V^2\varphi''\,(z - Vt) = \varphi''\,(z - Vt) \quad | \quad \mu\,\varepsilon\,V^2\psi''\,(z - Vt) = \psi''\,(z - Vt)$$

Gleichungen, aus denen sich sowohl φ'' wie ψ'' heraushebt. Die Funktionen φ und ψ sind also zunächst noch ganz willkürlich, die in (21) für E und M angenommenen Werte befriedigen in der That die Differentialgleichungen, sie sind also Integrale derselben, wenn nur die Konstante V so gewählt wird, dass $\mu\,\varepsilon\,V^2 = 1$ oder

$$V = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

ist.

§ 37. Endlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Funktionen des Ortes z und der Zeit t, wie die durch die Gleichungen (21) definierten, deuten durch ihre Form darauf hin, dass die durch sie dargestellten Erscheinungen w e l l e n a r t i g, periodisch mit dem Orte sich in gleicher Weise reproduzierend, fortschreiten. Denn verlegen wir einmal den Anfangspunkt der Koordinatenzählung, der bisher im Wellenerreger gedacht war, in irgend einen Punkt der z-Richtung; dann mögen zur Zeit $t = 0$ im Orte $z = 0$ die Funktionen φ und ψ die speziellen Werte $\varphi_0 = \varphi(0)$ und $\psi_0 = \psi(0)$ haben. Wir begegnen diesem selben Zustande zu einer späteren Zeit t_1 an

einem weiter von dem Erreger entfernten Punkte und zwar an einem Orte z_1, für den $z_1 - Vt_1$ wieder gleich 0 ist; denn dann nehmen ja eben unserer Voraussetzung zufolge die Funktionen φ und ψ die speziellen Werte φ_0 und ψ_0 wieder an. Wir werden denselben Werten ein drittes, viertes u. s. f. mal begegnen, zu späteren Zeiten zwar, aber auch an weiter entfernten Orten. Nun war die Wahl unseres Anfangspunktes ganz beliebig. Das Gleiche gilt also für jeden Wert von φ und ψ: die Einzelwerte von E und M reproduzieren sich immer wieder, wenn $z - Vt$ denselben Wert annimmt; die 0-Werte, wachsenden Werte, Maximalwerte, ebenso die abnehmenden- und Minimalwerte wiederholen sich wie die Excursionen einer Wellenbewegung. Wir können demnach den durch die Gleichungen (21) beschriebenen Vorgang selbst als eine Wellenerscheinung auffassen, die mit der Geschwindigkeit V fortschreitet. Denn da Vt einem Wege (der sogenannten Wellenlänge) entsprechen muss, so kann der in t multiplizierte Faktor V nur eine Geschwindigkeit sein. Sonst würden die von einander zu subtrahierenden Grössen z und Vt ja auch nicht gleichdimensioniert sein.

Wir haben also gefunden, dass die periodische, wellenartig fortschreitende elektromagnetische Erregung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$V = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (22)$$

hat. Da keine der beiden Feldkonstanten μ und ε für irgend eine der uns bekannten Substanzen den Wert 0 annimmt, so kann V nie unendlich gross werden: *Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen und magnetischen Wellen ist jedenfalls eine endliche.* Da μ eine reine Zahl, die Dimension von ε aber nach S. 34 die eines reziproken Geschwindigkeitsquadrates ist, so ist V in unserer Formel (22) in der That richtig dimensioniert und wir erhalten den wichtigen Satz: Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen ist umgekehrt proportional der Wurzel aus der Magnetisierungszahl und der Dielektrizitätskonstanten des vermittelnden Mediums.

§ 38. Elektromagnetische Wellen.

Der Begriff der elektromagnetischen Welle, auf den wir durch die Diskussion unserer Integralgleichungen (21) gelangt sind, ist nicht so einfach zu erfassen. Wir sind von den Wasser- oder Seilwellen her gewöhnt, die Wellen durch eine Aufeinanderfolge von grösser und kleiner werdenden Excursionen dargestellt zu sehen. An solche endliche Verschiebungen haben wir indessen hier nicht zu denken. Vielmehr sind es Zustände, elektrische und magnetische Polarisationen, welche an demselben Orte mit der Zeit bald stärker bald schwächer ausgebildet sind, und die bei regelmässigem, ungeschwächten Gange des Erregers in zunehmender und abnehmender Intensität in demselben Augenblicke über die verschiedenen Orte des Strahles verteilt sind. Immerhin können wir auch hier wie beim Schalle, bei dem Verdünnungen und Verdichtungen aufeinander folgen, von einer Welle sprechen, und als Wellenlänge λ diejenige Wegstrecke definieren, um welche bei demselben Zeitwerte t identische Polarisationszustände von einander entfernt sind. Ist also zur

Zeit $t = 0$ etwa am Orte $z = 0$ ein bestimmter Zustand herrschend, so findet sich der gleiche Zustand bei $z = \lambda$ zu einer späteren Zeit, T wollen wir sie nennen, wieder, für welche den Betrachtungen des vorigen Paragraphen zu Folge

$$\lambda - VT = 0 \text{ oder } \lambda = VT \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

ist. T ist also die Zeit, in der sich die Zustandsänderungen um die Wellenlänge fortgepflanzt haben, es ist die sogenannte Schwingungsdauer, zugleich die Zeit, innerhalb deren sich am selben Orte alle überhaupt nur vorkommenden Zustandsänderungen einmal vollkommen abgespielt haben, also die Periodendauer unserer elektrischen Schwingung. Aus (23) folgt noch

$$V = \lambda \,/\, T \qquad (24)$$

Messen wir also die Wellenlänge des erregten Strahles, etwa mit Hilfe eines Resonators, wie es HERTZ that, und haben wir T, die Schwingungsdauer des erregenden Systems berechnet, was bei bekannter Kapazität und Selbstinduktion mit genügender Genauigkeit möglich ist, so können wir V bestimmen. Das war der Weg, den HERTZ einschlug.

Für Luft ist

$$\mu = 1, \ \varepsilon = 1 \Big/ \left(3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{sec}\right)^2$$

so dass sich

$$V = 3 \cdot 10^{10} \, cm / sec$$

ergiebt, ein Wert, den HERTZ zwar nicht sofort fand, der aber bei Wiederholungen seiner Versuche immer genauer erreicht wurde.

§ 39. Die Wellengleichungen.

Führen wir in das Argument $(z - Vt)$ der Funktionen φ und ψ (21) die Wellenlänge λ und Schwingungsdauer T ein, so können wir dafür

$$\left(z - \frac{\lambda}{T} t\right) \text{ oder } \lambda \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

oder endlich

$$\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

oder

$$2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

setzen, da eine vor der Klammer stehende Konstante wie das Differenzieren (S. 39) zeigt, ganz herausfallen würde, also beliebig gewählt werden kann. Den Gleichungen (O) und (P) wird nun vollkommen genügt, wenn man setzt

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \cos \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) 2\pi \qquad (25)$$

Dies ist die sogenannte Wellengleichung, wie sie in der theoretischen Optik schon seit langem an die Spitze aller Betrachtungen gestellt wird. Hierbei ist $\mathfrak{E}_0$ offenbar der grösste oder kleinste Wert, den $\mathfrak{E}$ überhaupt in den extremsten Fällen erreichen kann, die sogenannte Amplitude der Schwingungen. Es ist ferner:

$$\varepsilon\, d\mathfrak{E}\,/\,dt = +\,\varepsilon\,\mathfrak{E}_0\,\frac{2\pi}{T}\sin\left(\frac{z}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)2\pi.$$

Dies ist nach der ersten Gleichung (0) gleich der partiellen Ableitung von $\mathfrak{M}$ nach z mit umgekehrtem Vorzeichen. Um $\mathfrak{M}$ selbst zu erhalten, ist dieser Ausdruck bei konstant zu betrachtendem t in Bezug auf z zu integrieren, wodurch sich ergiebt

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0\cos\left(\frac{z}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)2\pi\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

wenn man in $\mathfrak{M}_0$ die vor die Kreisfunktion tretenden Konstanten zusammenfasst; $\mathfrak{M}_0$ ist die Amplitude der magnetischen Schwingung. Zur Zeit $t = 0$ und am Orte $z = 0$ hat sowohl $\mathfrak{E}$ wie $\mathfrak{M}$ einen Maximalwert $\mathfrak{E}_0$ bezw. $\mathfrak{M}_0$ angenommen. Wenn

$$\left(\frac{z}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)2\pi = \frac{\pi}{2}$$

geworden ist, gehen beide Schwingungsvektoren durch ihren Nullwert hindurch u. s. f. Man sieht, dass beide Wellen, die elektrische und die magnetische Welle, ohne Phasenverschiebung in den beiden zu einander senkrechten Schwingungsebenen durch den Raum voranschreiten. Zu beachten ist, dass dies wie unsere ganzen Betrachtungen, nur genügend weit vom Erreger entfernt gilt und für die fortschreitenden Wellen erhalten wurde, nicht aber für stehende elektrische Wellen, wie sie etwa durch Reflexion an einer senkrecht zur Strahlrichtung stehenden Wand erhalten werden können (vergl. § 43).

§ 40. Elektrische Resonanz (Syntonismus); Polarisationszustand der elektromagnetischen Wellen.

Bringen wir einen Metallstab, der in der Mitte zerschnitten ist und hier etwa zwischen abgerundeten Enden eine kleine Luftstrecke enthält, in einen Strahl elektromagnetischer Kraft von hinreichender Energie senkrecht zur Strahlrichtung, so können wir den Stab zu so lebhaftem elektrischen Mitschwingen erregen, dass in der Luftstrecke ein Funkenspiel einsetzt.[1] Dies gelingt aber nur, wenn der Stab eine gewisse Länge hat; er muss auf die ankommenden Schwingungen „abgestimmt" sein. Die geeignetste Stablänge beträgt etwas mehr als die halbe Wellenlänge der ankommenden

[1] Besser noch ist die Luftstrecke nach einer kleinen GEISSLER-Röhre hin zu verbinden, welche zwei einander sehr nahe stehende Elektroden enthält, zwischen denen sich bei richtigem Gasdrucke eine sehr leicht ansprechende Lichterscheinung zeigt (ZEHNDER), oder aber die Luftstrecke durch ein feines Thermoelement aus gekreuzten Konstanten — Eisendrähten zu überbrücken (KLEMENČIČ).

Schwingungen. Man sagt dann der leitende Stab befinde sich in Resonanz mit dem erregten Wellensysteme, oder nach OL. LODGE, in „Syntonismus"; als „elektrotonisch" (tonus-Spannung) war schon von FARADAY der Zustand längs eines Leiters, der sich in einem Magnetfelde befindet, bezeichnet worden, weil bei einer relativen Verschiebung von Kraftlinien und Leiter gegeneinander, das zu einem Schneiden der ersteren führt, jederzeit elektrische Spannung erzeugt wird. Wir müssen die Länge unseres Metallstabes also so regulieren, (etwa durch aufgesetzte, über dem kürzer zugeschnittenen Stabe verschiebbare Stücke von Metallrohr), dass er syntonisch in Bezug auf das ankommende Wellensystem wird.

Aber auch dann, wenn vollkommener Syntonismus erreicht ist, können wir bemerken, dass der Stab nicht in allen Lagen „anspricht," sondern dass Funken im allgemeinen nur in der Luftstrecke auftreten, wenn der Stab der Achse des Erregers, im Falle der Fig. 12 der gemeinsamen Zentrale der Erregerkugeln, angenähert parallel ist. Da das Wellensystem aus der plötzlichen Auslösung der auf dem Erreger vorhandenen Spannungen hervorgeht, so ist ohne weiteres klar, dass der elektrische Schwingungsvektor des in den Raum hinauseilenden Wellenzuges dieser Erregerachse ebenfalls parallel ist. Wir können also sagen, der syntonische Stab schwingt nur mit, wenn er in der Richtung der elektrischen Polarisationsschwingung gehalten wird; drehen wir ihn in einer zur Strahlrichtung senkrechten Ebene um 90^0, so spricht er nicht an; seine Querdimensionen, die er jetzt der elektrischen Schwingung darbietet, sind zu klein, als dass Mitschwingen eintreten könnte, erst bei einer Drehung um 180^0 setzt das Funkenspiel aufs neue ein, bei 270^0 ergiebt sich ein abermaliges Versagen, und erst bei voller Umdrehung um 360^0 haben wir wieder Mitschwingen. Der elektromagnetische Wellenzug enthält also eine gewisse Seitlichkeit; in der Optik bezeichnen wir ein solches Verhalten als „Polarisation;" der elektromagnetische Strahl ist also polarisiert und zwar geradlinig polarisiert. Er ist es von vorn herein durch die Art seiner Erregung, wie schon angedeutet wurde, während ein Lichtstrahl aus einer Lichtquelle als nicht polarisierter Strahl hervorgeht und zu einem geradlinig polarisiertem erst dadurch wird, dass wir etwa mittels eines Nikols, alle anderen Schwingungen als die gewünschten, absondern. Das elektrische Analogon des Nikols ist also ein Gitter aus parallelen syntonischen Stäben. Stellen wir dieses vor einen Empfänger, etwa eine in einem rings geschlossenen Blechkasten aufgestellte Frittröhre, § 30 und schliessen dessen vordere Öffnung durch das Gitter ab, während die Stäbe der Erregerachse parallel sind, so fangen wir alle Strahlungsenergie ab, die Stäbe schwingen mit und senden ihrerseits neue Wellen derselben Periode aus; dies geschieht aber nur nach vorn, es tritt Reflexion ein, wie wir im folgenden Paragraphen sehen werden, das Gitter lässt in dieser Lage nichts durch. Drehen wir es aber um 90^0, so vermögen die Stäbe nicht zu syntonieren, die Strahlungsenergie geht durch, und der mit der Frittröhre ausgestattete Empfängerapparat spricht an.

§ 41. Reflexion elektromagnetischer Wellen.

Dass ein geeignet abgestimmter schwingungsfähiger Körper, von einem Wellenzuge getroffen ins Mitschwingen gerät und nun seinerseits wieder Erreger eines selbständigen Wellensystemes wird, dieses Prinzip spielte schon in

der älteren Wellenlehre des Lichtes eine grosse Rolle; es heisst dort das HUYGENSsche Prinzip. Aus ihm ergeben sich die Gesetze der geometrischen Optik ohne weiteres. Es komme (Fig. 13) von rechts oben her ein Wellenzug, dessen Quelle sehr weit entfernt gedacht ist, so dass die einzelnen, äquidistanten Strahlen s_1 bis s_7 als unter sich parallel, und die Wellenoberfläche $w w$ als eben angesehen werden kann. Dieser Wellenzug treffe auf eine Ebene $r r$, in welcher erregungsfähige Elemente e_1 bis e_7, also etwa syntonische Stäbe oder Metallblechstreifen angeordnet sind. Von dem Momente an, wo e_1 von der Welle $w w$ erreicht wird, schwingt dieses Element mit und sendet seinerseits eine sich kugelförmig verbreitende Welle aus. In der Zeit, in welcher die einfallende Welle den Weg $s_7 e_7$ zurückgelegt hat, ist die von e_1 erregte Welle um den gleichen Betrag vorangeeilt, die von e_1 ausgehende Erregung findet sich also auf einer mit dem Radius $s_7 e_7$ um e_1 geschlagenen Kugelfläche k_1. Das Element e_2 wird um so viel später erregt, als e_6 früher getroffen wird als e_7. Be-

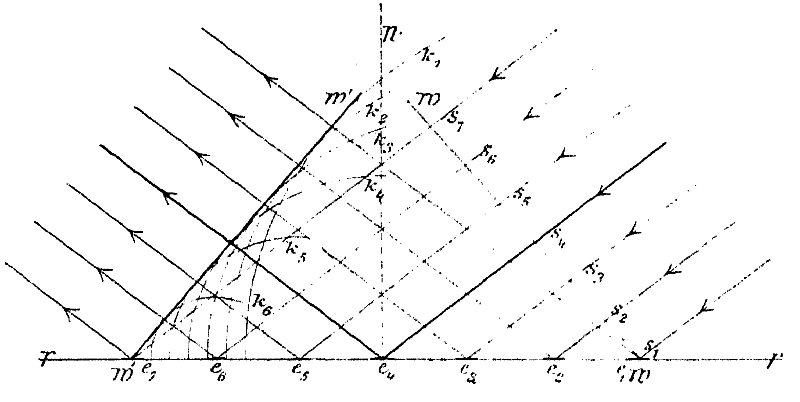


Fig. 13.

schreiben wir also um e_2 mit dem Radius $s_6 e_6$ eine Kugelfläche k_2, so findet sich auf dieser die von e_2 ausgehende Elementarerregung in dem Zeitmomente vor, in welchem die ganze Welle $w w$ bis an die Ebene $r r$ herangelangt ist u. s. w. Die Kugelflächen k_1 bis k_7 enthalten die Erregung in dem Augenblicke, wo auch e_7 erregt wird und die Kugelwelle k_7, zunächst noch auf Punkt e_7 beschränkt, ausgebildet wird. Überall haben wir Elementarerregungen, die verschwindend klein sind, nur in der alle Kugeloberflächen gleichzeitig berührenden Ebene $w' w'$, verstärken sich, namentlich, wenn wir uns die Zahl der Elemente ins Unbegrenzte vermehrt denken, die Wirkungen so, dass eine neue Welle von merklichem Energieinhalte entsteht, welche in der Richtung der Pfeile nach links oben weiter schreitet. Der Syntonismus hat zu Reflexion in dasselbe Medium zurück geführt; aus der Figur, in der alles in Bezug auf die Flächennormale symmetrisch ist, lesen wir unmittelbar das Reflexionsgesetz ab: die reflektierten Strahlen bilden mit dem Einfallslote dieselben Winkel wie die einfallenden; der reflektierte Strahl, Einfallslot und einfallender Strahl liegen in einer Ebene.

Das Reflexionsgesetz haben durch eine der Figur 13 analoge Anordnung ASCHKINASS und GARBASSO für die elektromagnetische Strahlung direkt geprüft. Sie klebten auf eine grosse Holztafel, die an sich für diese Strahlung

durchlässig ist, Systeme paralleler schmaler Stanniolstreifen von solcher Länge, dass sie mit dem Erreger syntonisch waren. Diese Tafel stellten sie unter einem bestimmten Winkel in den Strahl und unter gleichem Winkel gegen die Normale den geeignet vor direkter Beeinflussung geschützten Empfänger. Hatten dann die Streifen eine solche Lage, dass Mitschwingen eintrat, so wurde der einfallende Strahl kräftig reflektiert; wurde dagegen die Tafel in ihrer eigenen Ebene, also ohne dass der Winkel gegen den Erreger oder Empfänger geändert wurde, gedreht, so dass das Mitschwingen unterblieb, (vergl. den vorigen Paragraphen), so fiel auch die Reflexionserscheinung aus; das Streifensystem reflektierte die Strahlung nicht mehr, sondern liess sie durchgehen.

Dass mit den Lichtstrahlen ein ähnlicher Versuch möglich sein müsse, wird durch einen Versuch von Rubens und Nichols sehr wahrscheinlich, der diesen Forschern mit den nahe verwandten Wärmestrahlen gelang. Durch wiederholte Reflexion an Flussspathflächen stellten sie sich ein ziemlich homogenes Bündel von Wärmestrahlen mit einer verhältnismässig grossen Wellenlänge her. Dieses liessen sie auf eine mit einem Silberüberzug bedeckte ebene Fläche fallen, in den mittels der Teilmaschine äusserst feine Fugen geritzt waren, welche feine Silberstreifchen abteilten von einer Länge, die etwa der halben Wellenlänge der benutzten Wärmestrahlen entsprachen. Die Wärmestrahlen waren durch die mehrfachen Reflexionen polarisiert. Stellte man die Streifenplatte so gegen den ankommenden Strahl, dass die Streifen in die Richtung der elektrischen Komponente der Schwingungen fielen, so trat Reflexion ein; dieselbe war viel schwächer als die Streifenplatte um 90^0 gedreht wurde. Dieser Versuch ist zugleich ein direkter Beweis, dass in den Wärme- und damit in den Lichtstrahlen ein periodischer Vorgang enthalten ist, der einen Metallstreifen zum Syntonismus zu erregen vermag, der also unzweifelhaft von der Natur einer elektrischen Schwingung ist.

Lassen wir einen elektromagnetischen Strahl auf eine Metallwand fallen, so werden in dieser natürlich Schwingungen erregt; denn wir können uns dieselbe ja aus lauter einzelnen Streifen von geeigneter Länge zusammengesetzt denken. Aus diesem Grunde reflektiert eine solche Metallwand und lässt keine Schwingungen durch. Daher konnte Hertz die Strahlen bedeutend verstärken, als er die nach allen Seiten hin sich verbreitenden Wellen zum Teil an einem parabolisch gekrümmten Metallhohlspiegel reflektierte und dadurch in dieselbe Richtung wie die direkt ausgehenden Strahlen brachte. Unseren Ausführungen zu Folge ist dazu nur die Aufstellung schwingungsfähiger Stäbe nötig. In der That erhielt Zehnder durch solche Hohl g i t t e r fast ebenso kräftige Spiegelwirkungen wie mit vollen Spiegeln.

§ 42. Brechung elektromagnetischer Wellen; der elektrische Brechungsexponent.

In § 41 Fig. 13, haben wir nur die Welle ins Auge gefasst, welche in das Medium, aus dem die Strahlung kommt, zurückgeht und nahmen an, dass hinter der reflektierenden Ebene rr dasselbe Medium sich befinde wie vor derselben. Jetzt wollen wir den allgemeineren Fall betrachten, dass die Ebene bb Fig. 14, welche die mitschwingenden Elemente e_1 bis e_7 enthält,

die Trennungsfläche zweier Medien I und II sei, welche verschiedene Werte der Feldkonstanten aufweisen, etwa (μ_1, ε_1) und (μ_2, ε_2).

Dann muss nach Formel (22) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit V der Wellen in den beiden Medien eine verschiedene sein. Wir wollen annehmen, das V_1 grösser als V_2 sei, dass also etwa in der Zeit, in der die Welle ww in dem Medium I den Weg $s_7\, e_7$ zurücklegt, dieselbe Welle im Medium II nur den kürzeren Weg $t_7 e_7$ zurücklegen würde.

Wird das Element e_1 getroffen, so geht von ihm eine Welle in das Medium I zurück, welche ebenso rasch wie die einfallende Welle ww fortschreitet; sie führt zur Reflexion; wir haben sie schon in § 41 betrachtet und lassen sie hier unberücksichtigt. Die Erregung pflanzt sich aber auch

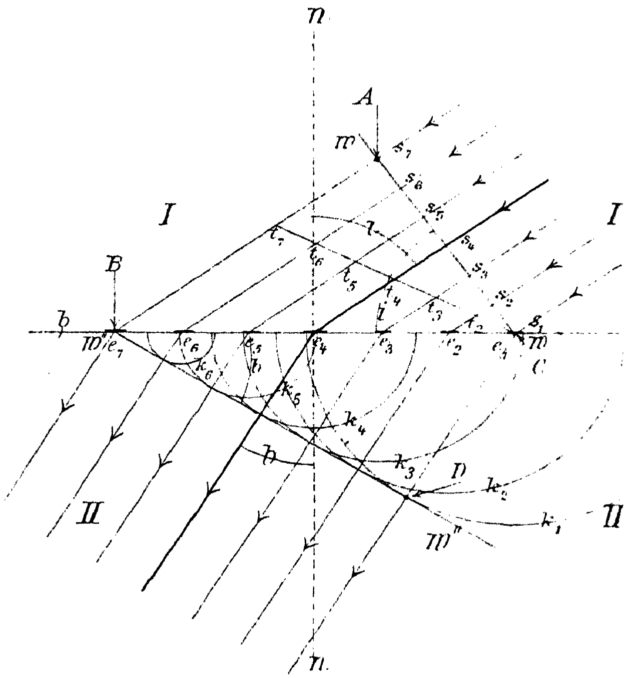


Fig. 14.

in das nach unten angrenzende Medium II fort, hier aber nur mit geringerer Geschwindigkeit weiterschreitend. Wir haben also um e_1 eine zweite Kugelwelle im II. Medium zu legen und zwar offenbar mit der Länge $t_7 e_7$ als Radius.

Das Element e_2 wird später erregt. In der von uns betrachteten Zeit pflanzt sich die Erregung von e_2 aus in das zweite Medium hinein um eine Strecke fort, welche im gleichen Verhältnisse kleiner als $s_6 e_6$ ist, als $t_7 e_7$ kleiner als $s_7\, e_7$ war. Beschreiben wir also um e_2 eine Kugel mit $t_6 e_6$ als Radius, so bezeichnet sie den Ort der Elementarerregungen zur Zeit, in der e_7 eben von der Wellenbewegung ergriffen wird. Ähnliches gilt für die zwischen e_2 und e_7 liegenden Elemente. Die gemeinsame Tangentialebene $w''\, w''$ wird die neue Wellenebene in dem Medium II sein. Dieselbe hat gegenüber $w\, w$ eine Frontänderung, die auf ihr senkrecht stehende Strahlrichtung eine „B r e c h u n g“ erfahren. Bezeichnet man den Einfallswinkel

mit i (zugleich der Neigungswinkel der einfallenden Wellenfläche gegen die brechende Fläche), den Brechungswinkel mit b (zugleich der Neigungswinkel der gebrochenen Wellenfläche gegen die brechende Fläche), so ergiebt sich aus Fig. 14 unmittelbar

$$\sin i = \frac{AB}{BC}, \quad \sin b = \frac{CD}{BC},$$

Dividieren wir beides durcheinander, so folgt:

$$\frac{\sin i}{\sin b} \quad \frac{AB}{CD}.$$

Nun war aber $CD = t_7\, e_7$ gemacht worden. Das Verhältnis $AB = s_7\, e_7$ dividiert durch $t_7\, e_7$ war das Verhältnis der Wege, welche die Wellenbewegung in den beiden Medien I und II in derselben Zeit zurücklegen sollte, also das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten V_1 / V_2, so dass wir erhalten:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{\mu_2\, \varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_1\, \varepsilon_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Das Verhältnis der sinus ist also von dem Einfallswinkel selbst unabhängig, es ist eine Konstante, welche wie Gleichung (27) zeigt, nur von den magnetischen und elektrischen Eigenschaften der aneinander grenzenden Medien abhängt, Dies ist das B r e c h u n g s g e s e t z in der elektromagnetischen Lichttheorie. Man nennt die Konstante $\sqrt{\mu_2\, \varepsilon_2} / \sqrt{\mu_1\, \varepsilon_2}$ den B r e c h u n g s i n d e x und bezeichnet ihn mit $n_{I\,II}$:

$$\frac{\sin i}{\sin b} = n_{I\,II} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

wo

$$n_{I\,II} = \frac{\sqrt{\mu_2\, \varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_1\, \varepsilon_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

ist. Gewöhnlich ist das erste Medium Luft, dessen μ und ε so wenig von der Einheit abweichen, dass man sie gleich 1 setzen kann. Bezeichnen wir den auf Luft bezogenen Brechungsindex mit n ohne Index, so ist

$$\frac{\sin i}{\sin b} = n \qquad (28')$$

$$n = \sqrt{\mu\, \varepsilon} \qquad (29')$$

wo $\mu\, \varepsilon$ sich auf das zweite Medium beziehen. Alle Substanzen, die in der Optik eine grössere Rolle spielen, sind so schwach magnetisch, dass ihre Permeabilität μ unmerklich wenig von der Einheit abweicht. Beachten wir dieses, so erhalten wir die wichtige Beziehung:

$$n = \sqrt{\varepsilon} \qquad (30)$$

D e r o p t i s c h e B r e c h u n g s i n d e x i s t g l e i c h d e r W u r z e l a u s d e r D i e l e k t r i z i t ä t s k o n s t a n t e. Diese Relation hatte MAXWELL schon sehr frühe aus seiner Theorie abgeleitet. Sie ist oft exprimentell geprüft worden, bestätigt sich aber nur bei den Gasen genau. Da unsere Formeln

keine Beziehung zur Wellenlänge enthalten, tragen sie auch den sogenannten Dispersionserscheinungen nicht Rechnung. Da aber bei jeder Brechung die Lichtarten verschiedener Wellenlänge, Farbe, eine verschiedene Ablenkung erfahren, können die Formeln (28—30) nur angenäherte Giltigkeit haben. Hier musste die MAXWELLsche Theorie erweitert werden. Solche Erweiterungen, die dann auch die Erscheinungen der Dispersion und selektiven Absorption elektromagnetisch zu erklären gestatten, sind u. A. von GOLDHAMMER-EBERT und H. VON HELMHOLTZ gegeben worden.

§ 43. Stehende elektrische Wellen.

Bewegt sich ein elektromagnetischer Schwingungszug senkrecht gegen eine Metallwand (Fig. 15), so werden in derselben Schwingungen erzeugt § 41, welche in den Raum zurück treten und den ankommenden Wellen entgegen laufen. Hierdurch werden, wie in einem an einem Ende befestigten Seile, sogenannte „Stehende Schwingungen“ mit Knoten und Bäuchen erzeugt. Wo die Knoten der elektrischen Polarisationsspannung entstehen müssen, ist leicht anzugeben. In dem leitenden Materiale der Wand, wird sich jede Spannung sogleich in Form eines Stromes ausgleichen. Wir haben in der Wand lebhafte Strömung aber keine Spannung. Hier liegt also ein Knoten der elektrischen Kraft; denn diese ist hier dauernd gleich Null. Der Knoten würde genau in der vordersten Schicht der Metallwand liegen, wenn diese absolut gut leitend wäre. Da dieses nicht der Fall ist, liegt der Knotenpunkt in Wirklichkeit etwas hinter der Wand. Anders ist es jedoch mit der magnetischen Welle. Die in der Wand in Richtung des elektrischen Vektors vor sich gehende Strömung erzeugt in ihrer Nähe eine starke magnetische Kraft, die eine zu ihr senkrechte Richtung hat. So liegt an der Wand selbst ein Bauch magnetischer Kraft. Es ergiebt sich hieraus das eigentümliche durch Fig. 15 veranschaulichte Resultat, dass in der stehenden Welle die in senkrecht zu einander liegenden Ebenen pulsierenden Einzelwellen eine Phasenverschiebung von einer viertel Wellenlänge gegen einander aufweisen: wo sich ein Knoten elektrischer Kraft findet, liegt ein Bauch der magnetischen Schwingung und umgekehrt. Hierin unterscheiden sich die stehenden elektromagnetischen Wellen sehr wesentlich von den fortschreitenden, in denen eine solche Phasendifferenz nicht vorhanden ist (wenigstens in grösserer Entfernung vom Erreger nicht mehr).

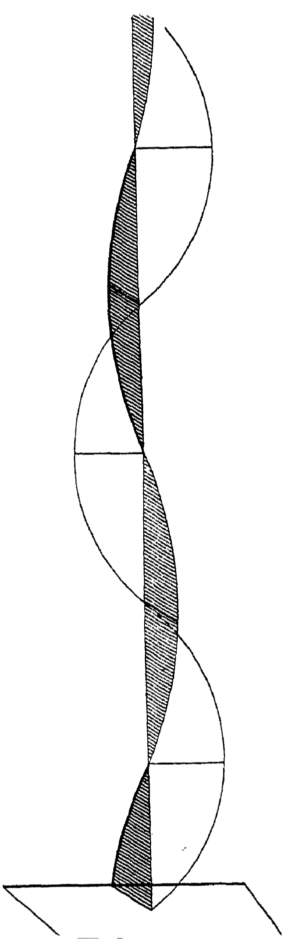


Fig. 15.

Fünftes Kapitel.

Der achsiale Charakter der Magnetkraftlinien und die Helmholtzschen Cykelbewegungen in ihrer Bedeutung für die elektrische Theorie.

§ 44. Die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes und daraus zu ziehende Folgerungen.

Eine der glänzendsten Entdeckungen MICHAEL FARADAYS war die Auffindung der durch magnetische Kräfte bewirkten Drehung der Schwingungsebene geradlinig polarisierten Lichtes. Steckt man in das Innere einer von einem kräftigen Strome durchflossenen Magnetisierungsspule von grosser Windungszahl einen durchsichtigen Körper, etwa eine Säule aus schwerem Flintglase, so geht in dem Inneren dieses Körpers ein Vorgang vor sich, der ihn zu einem „optisch aktiven", d. h. einen die Polarisationsebene des Lichtes drehenden Körper umwandelt. Lässt man intensives Licht einer bestimmten Wellenlänge, etwa gelbes Natriumlicht, durch ein Nikolsches Prisma und dann auf die Glassäule fallen, so geht es durch diese ohne magnetische Einwirkung bis auf eine kleine Schwächung infolge der Absorption, im übrigen aber unverändert hindurch. Bringen wir also an das andere Ende der Spule ein zweites, analysierendes Nikol, so vermögen wir das einfarbige Licht vollkommen auszulöschen, wenn wir die Hauptschnitte der beiden Nikols kreuzen. In dem Momente aber, wo wir den Magnetisierungsstrom erregen, verhält sich die Glassäule nicht mehr wie ein gewöhnlicher Körper, das Gesichtsfeld hellt sich auf und wir müssen, um wieder Dunkelheit herzustellen, das analysierende Nikol um einen bestimmten Betrag drehen. Dass wir überhaupt das Licht mit dem Analysator wieder vollkommen auslöschen können, zeigt uns, dass das geradlinig polarisierte Licht auch beim Durchgang durch das Magnetfeld geradlinig geblieben ist. Aber die Lage der Polarisationsebene und damit der Schwingungsebene ist bei dem heraustretenden Lichte gegen

diejenige beim Eintritt gedreht worden. Dabei ist die Grösse der erfolgten Winkeldrehung proportional der Länge des vom Lichte in dem elektromagnetisch drehenden Körper zurückgelegten Weges und der Stärke des Feldes, sowie abhängig von der Wellenlänge des Lichtes. Bei diamagnetischen Substanzen stimmt der Sinn, in welchen die Drehung erfolgt mit dem Sinne überein, in welchem der Magnetisierungsstrom die Spule durchfliesst (positive Drehung). Bei einigen ferromagnetischen Substanzen, wie z. B. Lösungen von Eisenperchlorid, ist die Drehung dem Stromsinne entgegengesetzt.

Alle Substanzen zeigen in genügender Schichtdicke und bei hinreichend grosser Feldstärke dieses Phänomen der elektromagnetischen Drehung, auch Gase und Dämpfe, wie KUNDT und RÖNTGEN gezeigt haben.

Viele Substanzen erweisen sich bekanntlich auch unter gewöhnlichen Verhältnissen und schon ohne magnetische Einwirkung als optisch aktiv, so z. B. Quarz, Terpentinöl, Zuckerlösungen. Zwischen den beiden Phänomenen der „natürlichen" Drehung der Polarisationsebene und der „elektromagnetischen" besteht aber ein tiefgreifender, prinzipieller Unterschied. Schickt man einen polarisierten Lichtstrahl durch eine etwa in einer Röhre mit parallelen Endplatten eingeschlossene Zuckerlösung einmal in dem einen, dann nach Umbauen des optischen Teiles der Apparatanordnung in dem anderen Sinne, so erfolgt die Drehung in Bezug auf die Umgebung in den beiden Fällen im entgegengesetzten Sinne. Würde man also in das natürlich drehende Medium einen geradlinig polarisierenden Lichtstrahl hineinschicken, ihn dann aber an der Hinterfläche desselben wieder durch das Medium zurückreflektieren, so würde der Effekt dieses doppelten Weges die Drehung Null sein, da die beim Hingang erreichte Drehung beim Rückgang gerade wieder aufgehoben wird. Anders beim elektromagnetischen Phänomen: Lässt man den Körper mit seiner Magnetisierungsspule stehen, schickt aber den Lichtstrahl einmal im einen, dann im entgegengesetzten Sinne hindurch, so wird die Polarisationsebene *beidemal* im Sinne des Stromes gedreht. Lässt man hier also an der Rückwand reflektieren, so wird die Polarisationsebene beim Zurückgange immer in dem gleichen Sinne weiter gedreht, der Strahl langt also mit einer doppelt so grossen Drehung behaftet an der Eintrittsfläche wieder an. Dies zeigt, dass *in dem von magnetischen Kraftlinien durchzogenen Medium eine Ursache zur Drehung der Polarisationsebene vorhanden sein muss, die eindeutig mit der Richtung der Kraftlinien selbst verknüpft ist.*

In der That: kommutieren wir den Strom und damit die Kraftlinienrichtung, so kehrt sich auch der Sinn der elektromagnetischen Drehung um. —

Zur Erklärung dieses Phänomens denkt man sich das einfallende geradlinig polarisierte Licht in zwei Kreisschwingungen von derselben Periode zerlegt[1]), denen verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in der drehenden Substanz zukommen. Nach dem Austritte aus derselben setzen sie sich wieder zu geradlinig polarisiertem Lichte zusammen, aber mit veränderter Richtung der Schwingungs- und damit der Polarisationsebene.

Es zeigt sich, dass für Strahlen, welche im Spektrum in der Nähe ausgesprochener Absorptionsmaxima einer Substanz liegen, der Brechungsexponent

---

1) Vergl. w. u. § 49 S. 58, Formeln 32.

und damit die Lichtgeschwindigkeit in der betreffenden Substanz abnorme Werte annimmt (anomale Dispersion). Es liess sich daher erwarten, dass für solche Strahlen auch die Drehung der Polarisationsebene Anomalien aufweisen werde. Eine Natrium enthaltende Flamme absorbiert z. B. nach dem KIRCHHOFFschen Satze die gelben Strahlen ihrer eigenen Wellenlänge auch besonders stark. Dementsprechend fand RIGHI im Verfolge der weiter unten in § 49 näher beschriebenen, von ZEEMAN entdeckten Erscheinung an einer in ein starkes Magnetfeld gebrachten Natriumflamme das folgende eigentümliche Verhalten, welches zunächst mit dem ZEEMANschen Phänomene selbst in nähere Beziehung gebracht wurde, aber wohl eher als ein Beispiel anomaler elektromagnetischer Rotationsdispersion anzusehen ist:

Die längsdurchbohrten Polschuhe eines kleinen Elektromagneten, wie er zur Demonstration der elektromagnetischen Drehung der Polarisation verwendet wird, seien an beiden Enden mit NICOLschen Prismen versehen, die sich um eine zur Kraftlinienrichtung parallele Linie als Achse drehen lassen. Vor das eine, polarisierende Nikol setzt man eine helle, weisse Lichtquelle, Glühlampe oder besser noch eine kleine Bogenlampe. Zwischen die Polschuhe des Elektromagneten bringt man eine mit Kochsalz intensiv gelb gefärbte Bunsenflamme. Blickt man durch das analysierende Nikol bei gekreuzter Stellung beider Prismen, so wird das Licht der weissen Lichtquelle ganz ausgelöscht; im Gesichtsfeld erscheint nur das gelbe Licht der Natriumflamme. Sowie man aber den Magnetisierungsstrom erregt, blitzt ein gelber Lichtschimmer auf, der die Begrenzung des vorderen Nikol zeigt. Liegen auf diesem Staubpartikelchen, so werden diese plötzlich sichtbar. Ein Verwechseln mit dem Lichte der Bunsenflamme ist trotz der Gleichheit der Farbennuancen nicht möglich, da das durch beide Nikols gehende Licht viel glänzender ist, als das der gefärbten Flamme. Wir haben hier das Ergebnis einer ausserordentlich grossen (anomalen) Rotationsdispersion der durch die Natriumflamme gehenden gelben Strahlen der weissen Lichtquelle vor uns. —

Scharfsinnige Folgerungen zog zunächst SIR WILLIAM THOMSON, dann aber in eingehender Weise MAXWELL aus den erstgenannten Thatsachen, welche zu der Vorstellung hindrängten, dass längs der Kraftlinien in der That in den kleinsten Teilchen des Feldmediums etwas vor sich gehen müsse, was mit einer Rotation um diese Linien als Drehungsachsen äquivalent ist. Durch eine sehr allgemeine Analyse des ganzen Vorganges mit Hilfe der LAGRANGEschen Grundgleichungen der Dynamik kam MAXWELL zu der Erkenntnis, dass neben den periodischen Zustandsänderungen von bestimmtem Richtungssinne (vektoriellen Charakter), die wir als Licht bezeichnen, in dem elektromagnetisch drehenden Medium *noch eine Geschwindigkeit* vorhanden ist, die von der von uns als Licht aufgefassten Erscheinung nicht hervorgebracht werden kann. Weiter aber konnte er aus seinen Formeln ableiten, dass diese Geschwindigkeit nur einer *Winkelgeschwindigkeit* einer um die Kraftlinienrichtung vor sich gehenden *Rotation* angehören könne.

Wir kommen hier in der tieferen Erkenntnis des eigentlichen Wesens der elektromagnetischen Erscheinungen offenbar einen wesentlichen Schritt vorwärts. Blicken wir auf die im ersten Kapitel auseinandergesetzten *Grundlagen* der neueren elektrischen Theorien hin, so wird uns in diesen zunächst nichts näheres über die Natur jener Zwangs- oder Polarisations-

zustände angegeben, welche ein Hauptcharakteristicum der MAXWELLschen Theorie bilden. Wir erfahren nur, dass jene Zustände durch ein mit Richtung, Richtungssinn und Grösse begabtes mathematisches Symbol, also eine Vektorgrösse, darstellbar sind, und dies reicht zunächst auch hin. Will man aber einen tieferen Einblick in den mechanischen Zusammenhang dieser Zustände gewinnen, so muss man neue Erfahrungsthatsachen heranziehen. Eine der wichtigsten haben wir hier vorangestellt. Sie lehrt uns den „achsialen Charakter der Magnetkraftlinien" kennen, sie weist uns darauf hin, dass wir zunächst den Zwangszustand in einem von magnetischer Polarisation ergriffenen Feldmedium in Verbindung mit elementaren Drehbewegungen um die Spannungslinien als Achsen zu bringen haben.

MAXWELL zeigt weiter, dass diese Drehungen nur von den kleinsten Teilchen, den Molekülen, nicht von endlichen Teilen des Mediums ausgeführt werden können; so tritt bei ihm zuerst die Vorstellung: „magnetischer molekularer Wirbel" auf und spielt in allen seinen Betrachtungen, die tiefer gehen als die in den ersten vier Kapiteln unserer Darstellung skizzierten, eine hervorragende Rolle.

Im Anschluss an das hier behandelte Problem zeigt er, dass man auf Grund dieser Vorstellung der Molekularwirbel in der That zu Formeln gelangt, wie sie deduktiv von VERDET aus sehr sorgfältigen Messungen über die elektromagnetische Drehung, namentlich an Schwefelkohlenstoff und Kreosot empirisch gewonnen worden waren.

§ 45. Die magnetischen Molekularwirbel der Maxwellschen Theorie.

Aber auch bei dem Versuche seine Theorie auf rein mechanischen Betrachtungen aufzubauen, war MAXWELL auf die Vorstellung solcher elementarer Dreh-, Wirbel-, oder wie wir sogleich sagen wollen, cyklischer Bewegungen geführt worden. In der merkwürdigen und interessanten Schrift: „Über physikalische Kraftlinien" vom Jahre 1861, die neuerdings in OSTWALDS Klassikern der exakten Wissenschaften (Nr. 102) in einer trefflichen Bearbeitung von L. BOLTZMANN herausgegeben worden ist, gelingt es ihm direkt aus der Annahme, dass längs der Kraftlinien Drehbewegungen vor sich gehen mit Hilfe der bei diesen Drehungen hervorgerufenen Zentrifugalkräfte alle Erscheinungen ponderomotorischer Wechselwirkung zwischen Magneten, sowie Strömen, also die gesamten Gleichungssysteme des Magnetismus und des Elektromagnetismus herzuleiten. Drehen sich die auf einer Kraftlinie aufgereihten Teilchen um diese als Achse, so müssen sie sich infolge von Abplattungen zu verkürzen suchen; wenn der kontinuierliche Zusammenhalt der Teilchen nicht aufhören soll, muss ein Verkürzungszug längs der ganzen Kraftlinie in dem Medium sich geltend machen. Infolge der zentrifugalen Ausbauchung quer dazu muss ein Querdruck der benachbarten Molekülreihen stattfinden. Hier haben wir die schon von FARADAY postulierte Zugspannung längs, den Querdruck quer zu den Kraftlinien, welche ungleichnamige durch Kraftlinien verbundene Magnetpole nicht etwa vermöge unvermittelt in die Ferne wirkender Fluida, sondern durch eine in dem Medium von Teilchen zu Teilchen vermittelte Nahewirkung, eben jene Zugspannungen gegeneinander zieht. Kehrt man gleichnamige Pole gegeneinander, so weichen die

Kraftlinien vor einander zurück, der Querdruck im Feldmedium schiebt auch die „pondera“, d. h. die trägen Massen der Magnetstäbe, von denen die Spannungen ausgehen, zurück.

Maxwell setzt die Drehgeschwindigkeiten den magnetischen Kräften proportional. Dieses könnte überraschend erscheinen; wir wissen ja, dass die mechanische Zentrifugalkraft proportional mit dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit wächst. Dass aber jene Proportionalität zwischen Winkelgeschwindigkeit und magnetischer Kraft bestehen muss, erkennt man sehr leicht aus dem Betrage der Energie in beiden Fällen. Die (kinetische) Energie eines sich um eine Achse drehenden Körpers ist dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit proportional (vergl. weiter unten § 52, wo $\mathfrak{q}$ diese Geschwindigkeit repräsentiert). Die magnetische Energie wird durch das Produkt von magnetischer Kraft $\mathfrak{H}$ und magnetischer Induktion gemessen; sie ist pro Volumeneinheit des magnetischen Körpers gleich $\frac{1}{8\pi}\,\mathfrak{H}\mathfrak{B}$ oder $\frac{\mu}{8\pi}\,\mathfrak{H}^2$ (siehe den Abschnitt über „Magnetismus“); diese magnetische Energie ist also dem Quadrate der magnetischen Kraft proportional. Wollen wir beide, Drehgeschwindigkeit und diese Kraft, miteinander parallelisieren, so müssen wir Proportionalität zwischen ihnen annehmen.

§ 46. Berechnung der Grösse der Molekularwirbel.

Es ist zu betonen, dass wir in der Annahme jener elementaren Drehbewegungen im Magnetfelde mehr als etwa ein blosses mechanisches Bild vor uns haben. In § 44 wurde gezeigt, wie die Erscheinung der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene mit notwendiger Konsequenz auf diese Vorstellung hinführt.

Dieselbe hat sich in allen Fällen, wo sie zur Anwendung gebracht wurde, seither vollkommen bewährt. Dass wir in den Maxwellschen magnetischen Wirbeln wirklich physikalische Objekte vor uns haben, geht am besten daraus hervor, dass man ihre Grösse berechnen kann. Leo Graetz hat diese Berechnung ausgeführt, wobei er sich auf die von Verdet, Kundt und Röntgen bestimmten Zahlen stützte. Er fand zunächst für die relativen Werte der Halbmesser der Molekularwirbel, wenn man denjenigen für Wasser gleich 1 setzt, für

Schwefelkohlenstoff	2,23
Salpetersäure	0,60
Schweres Flintglas	3,20
Kreosot	0,77
Wasserstoff	0,00057
Sauerstoff	0,00047
Kohlenoxyd	0,00100.

Auch für Metalle hat man die Grösse des elektromagnetischen Drehungsvermögens bestimmt. Kundt fand dasselbe für die starkmagnetischen Substanzen Eisen, Nickel und Kobalt ausserordentlich gross; so ist sie für Eisen etwa 35 000 mal so gross als bei Glas und etwa 140 000 mal so gross als für Wasser. Schon hieraus ist zu schliessen, dass der Halbmesser der Wirbel

für diese Substanzen ausserordentlich gross ist. Setzt man ihn für Wasser wiederum gleich 1, so ist er für

Eisen	3000
Nickel	1510
Kobalt	3400.

Die hervorragenden magnetischen Eigenschaften der drei genannten Metalle verglichen mit denjenigen der erstgenannten Körper sind also hiernach durch eine relativ sehr grosse Ausdehnung der Molekularwirbel bedingt.

Aber nicht nur die relative Grösse, sondern auch der absolute Betrag des Wirbelhalbmessers lässt sich wenigstens der Grössenordnung nach berechnen; GRAETZ findet ihn für

Wasser ca. $3{,}1 \cdot 10^{-12}$ cm
Eisen ca. $0{,}95 \cdot 10^{-8}$ cm.

Diese Zahlen stellen eine obere Grenze der genannten Grösse dar. Erinnert sei daran, dass die kinetische Gastheorie den Radius der sogenannten Wirkungssphäre eines Moleküles von der Grössenordnung 10^{-8} cm ergiebt, sodass die genannten Zahlen sehr gut mit denjenigen der Gastheorie verträglich sind.

47. Das Hallsche Phänomen.

Führt man einer rechteckigen dünnen Metallplatte (Fig. 16) bei A an der Mitte der einen Seite einen Strom zu, den man bei B an der Mitte der gegenüberliegenden Seite wieder abnimmt, so verteilen sich die Stromlinien in der Platte etwa so wie es die ausgezogenen Linien in der Figur anzeigen; an den Längsseiten verlaufen die Stromlinien in der Mitte der Platte den Plattenkanten vollkommen parallel. Bei A ist das Potential höher als bei B. Die Linien gleichen Potentiales verlaufen überall senkrecht zu den Stromlinien, also etwa so wie es die punktierten Linien in der Figur zeigen. Sie haben denselben Verlauf wie die Magnetkraftlinien, welche die gesamten Stromfäden umschliessen. Nach dem Vorgange von E. VON LOMMEL kann man sie bei genügend starkem Strome durch Aufstreuen von Eisenfeilicht in der gewöhnlichen Weise sichtbar machen. Man erkennt, dass sie in der Mitte der Platte in der That senkrecht zu den Längsseiten derselben verlaufen. Legt man daher an die Mitten der gegenüberliegenden Längsseiten, also bei a und b eine Zweigleitung, welche ein empfindliches Galvanometer enthält, an, so erhält man keinen Strom, weil man sich in a und b an Plattenpunkten gleichen elektrischen Potentiales befindet. Bringt man die Metallplatte aber so in ein starkes homogenes Magnetfeld, dass die Kraftlinien senkrecht zur Plattenfläche stehen und schliesst man nun den Galvanometerzweig, so zeigt das Galvanometer einen dauernden Strom an, der aus der Platte von dem Hauptstrome abgezweigt wird. Man schliesst erst den Hauptstrom, dann die Zweigleitung, damit man in der Galvanometerleitung nicht einen Induktionsstrom erhält. Durch die magnetische Kraft müssen also die äquipotentiellen Linien gedreht worden sein, so dass a auf einer Linie

höheren, *b* auf einer solchen niedrigeren Potentiales oder umgekehrt zu liegen kommt. Kehrt man den Hauptstrom um, so kehrt sich auch der Zweigstrom, d. h. der Sinn der Drehung der Strom- und Potentiallinien in der Platte bei gleichem Kraftliniensinne um. Der Grad der Drehung wächst mit der Hauptstromstärke und der Feldstärke, variiert aber bei verschiedenen Metallen; auch der Drehungssinn weist Unterschiede auf, so zeigt Tellur eine sehr starke Drehung im Sinne der MAXWELLschen Molekularwirbel (§ 45), Wismuth eine Drehung im entgegengesetzten Sinne. Wie diese zu erklären ist, steht zur Zeit noch offen; dass aber überhaupt Kraftlinien, die senkrecht zu dem System der Stromlinien stehen, so dass in Bezug auf die Kraftlinienrichtung ringsherum alles symmetrisch ist, eine einseitige Drehung hervorzubringen vermögen, zeigt, dass in den Kraftlinien ein Vorgang

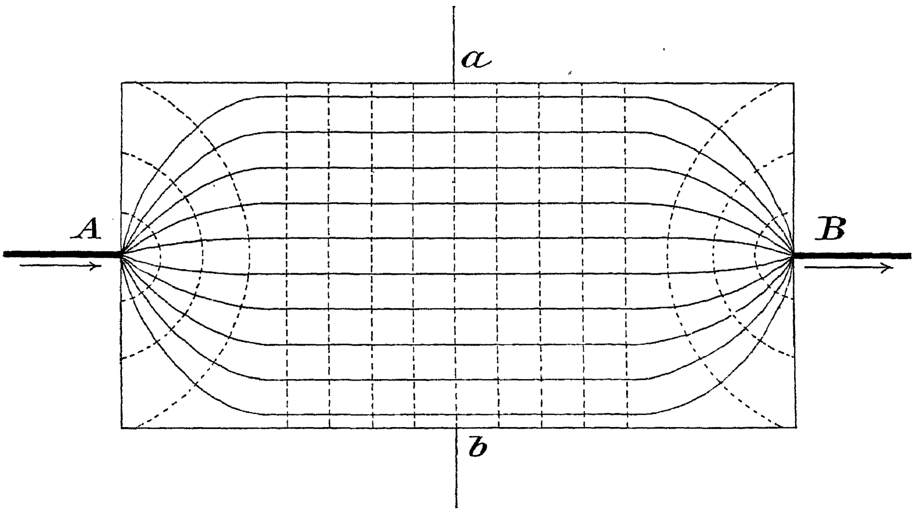


Fig. 16.

sich abspielen muss, der notwendig selbst schon von der Art einer Drehung ist.

Denn, bestände der Kraftlinienprozess aus einer reinen Translation, etwa einem Fliessen von einem gewissen Etwas der Kraftlinie entlang, so müsste es für dieses Etwas, was die Platte senkrecht etwa von vorn nach rückwärts durchfliesst, ganz gleichgiltig sein, ob der Hauptstrom von rechts oder von links kommt. Da der Einfluss der Kraftliniendurchdringung aber wechselt, wenn der Strom statt von *A* nach *B*, von *B* nach *A* fliesst, so muss die Kraftlinie ihren Richtungscharakter durch etwas erhalten, was sich in einer Ebene senkrecht zu ihrer Erstreckungsrichtung abspielt und daselbst einen bestimmten Drehsinn hat. Am einfachsten denken wir uns diesen Vorgang eben direkt als eine Drehung um die Kraftlinie als Achse selbst. In ähnlicher Weise schliessend hat 1894 FR. KOLACEK aus der Existenz des HALLschen Phänomens allein den „achsialen Charakter der Magnetkraftlinien" dargethan. Eine Drehung hat eine Grösse (Winkelgeschwindigkeit), Richtung (Achsenrichtung) und einen Sinn (Drehsinn bei bestimmter Achsenrichtung vergl. S. 22), sie ist also ein Vektor im Sinne von S. 7; in der Mechanik setzt man in der That Drehungen wie Strecken nach der Regel

des Parallelogrammes der Richtungsgrössen zusammen. Eine Geschwindigkeit oder Strömung ist auch eine Vektorgrösse. Wir sehen hier aber, dass die magnetische Feldkraft den speziellen Charakter eines Drehungsvektors besitzt, mit den nur diesem eigentümlichen Symmetrieeigenschaften. (Vergl. den folgenden Paragraphen.)

§ 48. Betrachtungen über die Symmetrieeigenschaften eines magnetisch polarisierten Mediums.

In sehr bemerkenswerter Weise werden die in den vorhergehenden Paragraphen gezogenen Schlüsse über den achsialen Charakter der Magnetkraftlinien durch Betrachtungen gestützt, welche zunächst einem ganz anderen Gebiete entnommen sind, nämlich der Krystallographie. Der Mineraloge vermag bekanntlich die Natur eines krystallisierten Mediums vollkommen aus den Symmetrieeigenschaften desselben festzustellen, selbst wenn er gar keine Krystallflächen sieht, selbst dann also, wenn sich der krystallisierte Körper allseitig bis ins Unendliche erstrecken würde. Aus dem Vorhandensein einer oder zweier Hauptbezugsrichtungen, welche sich für die physikalischen Eigenschaften des Mediums als massgebend erweisen, schliesst er auf die Ein- oder Zweiachsigkeit. Aus dem Vorhandensein optischen Drehungsvermögens schliesst er auf ganz bestimmte Symmetrieeigenschaften u. s. w. Dieses Prinzip wendet Curie auf die im elektrischen oder magnetischen Spannungs-, d. h. Polarisationszustande befindlichen Medien an.

Die Symmetrie der Ursachen muss sich in der Symmetrie der erzeugten Wirkungen und umgekehrt wiederfinden. Nun denke man sich eine ebene Leiterschleife von einem Strome in einem bestimmten Richtungssinne durchflossen. Die Kraftlinien, die durch die Schleife von einer Seite nach der anderen hindurchgehen, gehören untrennbar zu der Stromschleife; ändert sich der Stromsinn in dieser, so kehrt sich das gesamte Kraftlinienbündel ebenfalls um. Welche Symmetrieeigenschaften beherrschen nun dieses ganze Gebilde? Um dies zu ermitteln, wendet Curie ein dem Krystallographen geläufiges Vorstellungsmittel an: Man denke sich durch die ebene horizontal ausgebreitete Leiterschleife eine beiderseitig spiegelnde ebene Fläche gelegt. Dann wird der Teil des Kraftlinienbündels, welcher oberhalb liegt, in den Unterraum hineingespiegelt; denn jedem wirklichen Punkte vor dem Spiegel entspricht ein virtueller Punkt, welcher ebenso weit hinter der Spiegelfläche liegt, wie der reelle Punkt vor ihm. Von der unteren spiegelnden Fläche wird aber gewissermassen der ganze untere Teil des Kraftlinienbündels in den oberen Raum geworfen. Durch einen solchen Spiegelungsprozess kann man sich also den ganzen von Objekten, hier von Kraftlinienpunkten erfüllten dreidimensionalen Raum in sich selbst abgebildet denken.

Setzt man so an Stelle des wirklichen Gebildes sein räumliches Spiegelbild, so kann man fragen: Was ändert sich bei dieser Spiegelung? Die Stromschleife liegt in der Spiegelebene selbst. Der in ihr zirkulierende Strom hat also auch im Raum des Spiegelbildes den gleichen Umkreisungssinn. Ginge in den Kraftlinien etwas vor, welches bei gegebenem Strome von oben nach unten flösse, so würde sich bei der Spiegelung diese Richtung umkehren in eine von unten nach oben. Nun ist zwar der angedeutete

Spiegelungsprozess nur ein gedachter. Aber es kann doch offenbar die Ursache, der Strom in der Leiterschleife, nicht ungeändert bleiben, während die von ihm wachgerufene Wirkung, das Kraftlinienbündel, seine Richtung selbst bei einem nur gedachten Prozesse ändert. Also, so schliesst Curie, hat das, was in den Kraftlinien vor sich geht und ihnen einen bestimmten mit der Stromrichtung eindeutig verknüpften Richtungssinn giebt, nicht die Symmetrieeigenschaften eines Fliessens, einer Translation.

Wir wollen die in den §§ 45—47 entwickelten Vorstellungen an diesem Spiegelungskriterium erproben: Findet um die Kraftlinie als Achse eine Drehung in einem bestimmten Sinne, etwa demjenigen, in welchem der Strom die Schleife durchfliesst, statt, so wird bei einer Spiegelung ein sich drehendes Teilchen zu einem Teilchen im Gegenraume. Dabei kehrt sich der Drehsinn aber nicht um. Halte ich meine Uhr vor den Spiegel, so erscheint mir, der ich vor dem Spiegel stehe und nach dem Zifferblatte der gespiegelten Uhr sehe, zwar rechts und links vertauscht, und folglich scheint die Uhr verkehrt herum zu laufen, merke ich aber etwa durch einen Pfeil den Drehsinn des Zeigers auf dem Spiegelglase an, so erkenne ich leicht, dass im Raume und ebenso in Bezug auf die Pfeilrichtung in der Spiegelebene der Drehsinn der Uhr und ihres Spiegelbildes genau übereinstimmt. Ein aus Drehungen zusammengesetztes Kraftlinienbündel verträgt also den Spiegelungsprozess wie der erzeugende Strom selbst, es hat die gleichen Symmetrieeigenschaften wie dieser.

Von allen Beweisen für den achsialen Charakter der Magnetkraftlinien scheint mir dieser am schlagendsten zu sein; denn er zeigt, dass wir in logische Widersprüche verfallen müssen, wenn wir die magnetischen Kraftlinien als Strömungen, Translationen, Verschiebungsvektoren auffassen, es sind „Drehvektoren“.

§ 49. Das Zeemansche Phänomen.

Es scheint, dass Faraday ein Phänomen schon geahnt hat, dessen wirkliche Entdeckung in neuester Zeit mit Recht grosses Aufsehen gemacht hat: eine Beeinflussung der Lichtemission leuchtender Teilchen durch magnetische Kräfte. Faraday hat in seinen letzten Jahren nach diesem Einflusse eifrig gesucht, doch reichten seine Hilfsmittel zur Erkennung desselben nicht aus. Derselbe wurde erst durch Zeeman konstatiert. Bei dem Zeemanschen Versuch wird eine homogene Lichtquelle, etwa eine mit Quecksilber gefüllte erhitzte Geissler-Röhre, welche vorwiegend das Licht der hellsten grünen Spektrallinie dieses Dampfes aussendet, zwischen die Polschuhe des Magneten gesetzt und das Licht der Quelle mit einem Spektralapparate von grosser Dispersion (vorzüglich eignet sich hier das von Michelson eingeführte sogenannte Treppengitter) analysiert. Die grüne Quecksilberlinie ist eine äusserst schmale scharfe Linie. Erregt man den Magneten, so wird sie zunächst breit und verwaschen, dann löst sie sich in drei, fünf, ja noch mehr einzelne feine Linien auf, ein höchst überraschendes und prächtiges Phänomen. Unterbricht man den Magnetisierungsstrom, so schrumpft auch die Linie auf ihre anfängliche Schmalheit zusammen. Zur Erklärung dieser Erscheinung setzen wir folgendes voraus: Wir müssen uns die in einer Flamme leuchtenden Dampfteilchen in sehr lebhaften schwingenden periodischen Bewegungen

begriffen vorstellen. Alle solche Schwingungsbewegungen im Raume kann man sich in Bewegungen von bestimmter Periode in elliptischen Bahnen zerlegt denken. Jede elliptische Schwingung kann aber als äquivalent mit zwei Kreisschwingungen oder zirkularen Bewegungen von derselben Periode angesehen werden.

Wählt man z. B. die Ebene der Schwingung als x, y-Ebene eines rechtwinklichen Koordinatensystems, so stellen die gleichzeitig bestehenden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x &= a \sin \alpha \\ y &= b \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (31)$$

bekanntlich eine Ellipse dar, wenn a und b von einander verschieden sind, und setzen wir $\alpha = 2\pi n t + \vartheta$, n die Schwingungszahl, t die Zeit, ϑ die Phase, so haben wir das analytische Bild einer elliptischen Bewegung von der Periode $T = 1 / n$ vor uns. Nun kann man aber die beiden Gleichungen auch schreiben:

$$x = \frac{a + b}{2} \sin \alpha + \frac{a - b}{2} \sin \alpha$$

$$y = \frac{a + b}{2} \cos \alpha - \frac{a - b}{2} \cos \alpha$$

und setzt man

$$\frac{a + b}{2} = R \qquad \frac{a - b}{2} = r,$$

so hat man die ursprüngliche Bewegung in die zwei Kreisbewegungen:

$$\left.\begin{aligned} x' &= R \sin \alpha \\ y' &= R \cos \alpha \end{aligned}\right\} (32') \qquad \left.\begin{aligned} x'' &= r \sin \alpha \\ y'' &= - r \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (32'')$$

zerlegt, welche von gleicher Periode und Phase, aber entgegengesetztem Drehsinn sind, wie das negative Vorzeichen von y'' anzeigt.

Jedes leuchtende Teilchen von der Masse m müssen wir uns ferner mit einer gewissen Ladung, der Jonenladung, behaftet denken; denn es scheint, als ob bei allen Leuchtprozessen eine elektrische Dissoziation die wichtigste Rolle spielt. Versetzen wir ein solches schwingendes elektrisch geladenes Partikelchen in ein starkes Magnetfeld, so werden die Magnetkräfte seine Bewegungen beeinflussen; denn eine bewegte elektrische Ladung verhält sich wie ein elektrischer Strom (vergl. § 12). Von den zwei zirkularen Schwingungen, in welche wir die Schwingung des Jons im allgemeinen auflösen können, wird die eine durch die magnetische Kraft acceleriert; die Schwingungszahl n steigt, die andere wird retardiert, n wird verkleinert. Ziehen wir also das aus dem Magnetfeld kommende Licht des Quecksilberdampfes in ein Spektrum aus, so muss eine ursprünglich einfache Linie jetzt von Nachbarlinien begleitet sein, denen eine etwas höhere und eine etwas niedrigere Schwingungszahl zukommt; beide Begleiter müssen polarisiert und zwar entgegengesetzt polarisiert sein, und auch dies vermochte Zeeman nachzuweisen. Wie schon das oben angeführte Verhalten der grünen Quecksilberlinie zeigt, ist das Phänomen in Wirklichkeit komplizierter,

als hier angedeutet wurde. Nach der Diskussion von DRUDE scheint es aber wahrscheinlich zu sein, dass das ZEEMAN-Phänomen dem HALLschen Phänomen insofern verwandt ist, als es wie dieses auf den achsialen Charakter der Zustände im Magnetfelde hinweist.

§ 50. Begriff der cyklischen Bewegung bei Helmholtz.

Nach den vorhergehenden Ausführungen haben wir uns ein Magnetfeld von zahllosen in sich zurückgehenden wirbel- oder kreiselähnlichen Drehbewegungen erfüllt zu denken. Dabei sind diese Elementarbewegungen nicht völlig unabhängig von einander; wir müssen sie uns in gewisser Weise miteinander „gekuppelt" denken. Denn sie stellen ja durch ihre Drehgeschwindigkeit die magnetische Feldstärke dar (§ 45); diese Geschwindigkeiten müssen demnach in einem homogenen Feldmedium der Anordnung der Intensität folgen. In dem Kraftfelde eines linearen sehr langen Stromes z. B. sind die Magnetkraftlinien in konzentrischen Ringen angeordnet und die Feldstärke nimmt umgekehrt proportional der Entfernung ab; eine gleiche räumliche Anordnung müssen wir auch für die Achsen der sich drehenden Elemente annehmen und die Drehgeschwindigkeit auf jeder Ringlinie muss umgekehrt proportional mit der Entfernung vom Feldträger abnehmen. Wir können uns leicht einen Mechanismus vorstellen, bei dem etwas ähnliches etwa mittels Seilübertragungen bewerkstelligt wird; derselbe würde uns dann also ein mechanisches Modell der Vorgänge darstellen, die wir in der Umgebung eines stromdurchflossenen Leiters sich abspielend denken müssen. Dabei brauchen wir keine Voraussetzung darüber zu machen, was sich bei diesen Elementarbewegungen drehen soll; selbst wenn nur ein Gas das Feldmedium bildet, brauchen wir um einen Träger der Erscheinung nicht in Verlegenheit zu sein; die kinetische Gastheorie erteilt schon seit langem den kleinsten Bausteinen aller Medien, den Molekülen, neben fortschreitenden und oscillierenden auch rotatorische Bewegungen zu und lehrt die relative Energie der letzteren beiden gegenüber der Gesamtenergie berechnen. Erinnern wir uns daran, dass nach dem Befunde der Elektrolyse an jeder chemischen Valenzstelle eines Moleküles eine bestimmte positive oder negative Elektrisitätsmenge haftet, so muss sich ein sich mit seinen elektrischen Ladungen rasch um eine Achse drehendes Molekül wie ein kleiner Kreisstrom verhalten. Wir brauchen nur anzunehmen, dass diese sich wie kleine Magnete verhaltenden Kreisströme in einem Magnetfelde eine bestimmte Anordnung ihrer Flächen und damit ihrer magnetischen Achsen erfahren, um sofort ein sehr plausibel erscheinendes Bild für das Zustandekommen solcher gerichteter und in gewisse Beziehung zu einander gesetzter elementarer Drehbewegungen in einem Magnetfelde zu erhalten. Wir kommen hier auf eine Vorstellung zurück, welche schon seit langer Zeit durch AMPÈRE entwickelt, von W. WEBER weiter gebildet worden ist. Wir heben hervor, dass wir etwaige „Ätherdrehungen" *nicht* einführen, da wir ihrer nach dem eben ausgeführten nicht bedürfen.

Solche Systeme von einander abhängiger „gekuppelter" Drehbewegungen behandelt nun in sehr allgemeiner Weise die von H. VON HELMHOLTZ entwickelte sogenannte „Cykeltheorie" oder „Theorie der cyklischen Bewegungen". *Unter einer cyklischen Bewegung versteht* HELMHOLTZ *ganz allgemein eine solche, bei der in jedem Augenblicke irgend ein seinen*

Ort verlassendes materielles Teilchen durch ein anderes gleichbeschaffenes und gleichbewegtes Teilchen ersetzt wird. Ein sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Achse drehender homogener Rotationskörper, eine in einem in sich zurücklaufenden Kanale strömende Flüssigkeit sind Beispiele solcher cyklischen Bewegungen. Man übersieht aber sofort, dass Systeme, wie sie der Maschinenbauer unendlich oft anwendet, auch mit unter jenen Begriff gebracht werden können. Jede Welle mit Riemenscheiben stellt bei konstanter Rotationsbewegung einen Cykel dar. Kuppeln wir mehrere Achsen durch Riemen, so gilt auch für diese Bewegungssysteme die HELMHOLTZsche Definition: Im Riemen folgt an jeder Stelle Teilchen auf Teilchen in gleicher Weise; wenn für die Riemenscheiben die Definition in aller Strenge freilich nur auf den Mantel und die Nabe anwendbar ist, dazwischen aber der Wechsel von Speichen und Zwischenräumen einen Wechsel verschiedener materieller Teilchen bedingt, so ist die Abweichung vom „echten“ Cykel doch augenscheinlich von untergeordneter Bedeutung; denn nach kurzen Zeitintervallen besitzt das ganze Massensystem immer wieder die ganz gleiche Konfiguration, und das Spiel beginnt immer wieder in der gleichen Weise aufs neue. In der That nimmt HELMHOLTZ auch solche „unechte Cykel“ in seine Theorie mit auf und man wird sehen, dass die folgenden Betrachtungen in der That ganz allgemein auch für Systeme der eben genannten Art, damit aber auch für alle Zahnradübertragungen, ja selbst Systeme, welche hin- und hergehende Teile, wie bei der Dampfmaschine enthalten, gelten. Alle diese Systeme haben das gemeinsam Charakteristische, dass trotz der Bewegung sich die eizelnen materiellen Teile nicht unbegrenzt von einander entfernen, sondern dass nach kurzer Zeit, jedenfalls nach Ablauf einer Periode, die gesamte räumliche Anordnung aller bei der Bewegung beteiligt gewesener Massen wieder genau dieselbe geworden ist. Dass der Begriff der cyklischen Bewegungen, wie er hierdurch festgelegt ist, ein sehr allgemeiner und umfassender ist, sieht man am besten daraus, dass sich sogar die sogenannten Wärmebewegungen der materiellen Teile, z. B. eines Gases, unter diesen Begriff subsummieren lassen. In einem Gase denkt man sich die Teilchen alle in sehr rascher Durcheinanderbewegung begriffen; sie stossen überaus oft gegeneinander und gegen die Wände des Gefässes an, von einander und von diesen nach den Gesetzen des Stosses zurückprallend. So regellos dieses Bewegungssystem auf den ersten Blick ist, so fällt es doch unter die gegebene Definition. Denn wird ein Teilchen von seinem Orte fortgestossen, so ist unter den zahllos vielen, welche in demselben Augenblicke gegen diesen Ort hinfliegen, sicher eines, welches dieselbe Geschwindigkeit und dieselbe Bewegungsrichtung wie das eben fortgestossene besitzt; da nun alle Gasmoleküle einander gleichen, so vermag das neu hinzufliegende Teilchen das eben entfernte vollkommen zu ersetzen. Gleiches müssen wir uns fortwährend an jedem Orte vorkommend denken, der mittlere Bewegungszustand des ganzen Molekülhaufens ändert sich also nicht (so lange natürlich die äusseren Bedingungen, Druck, Volumen u. s. w. die gleichen bleiben). Die Anwendungen seiner Theorie auf die Wärmeerscheinungen stehen in den HELMHOLTZschen Abhandlungen in dem Vordergrunde. Wir wollen nur die für die Feldtheorien wichtigen Gesichtspunkte hervorheben.

§ 51. Cyklische Grundgleichungen; die cyklische Intensität.

Nachdem wir den allgemeinen Begriff eines cyklischen Systems festgestellt haben, wollen wir einige allgemeine analytische Eigenschaften eines solchen Systems ableiten. Um die Vorstellungen zu fixieren, denken wir uns an der Achse A_1 (Fig. 17) einen Antriebsmechanismus, etwa die Pleuelstange eines Dampfcylinders, in der Einheit der Entfernung am Punkte a wirksam. Die Lage des ganzen um A_1 drehbaren Systems ist dann durch die Bogen-

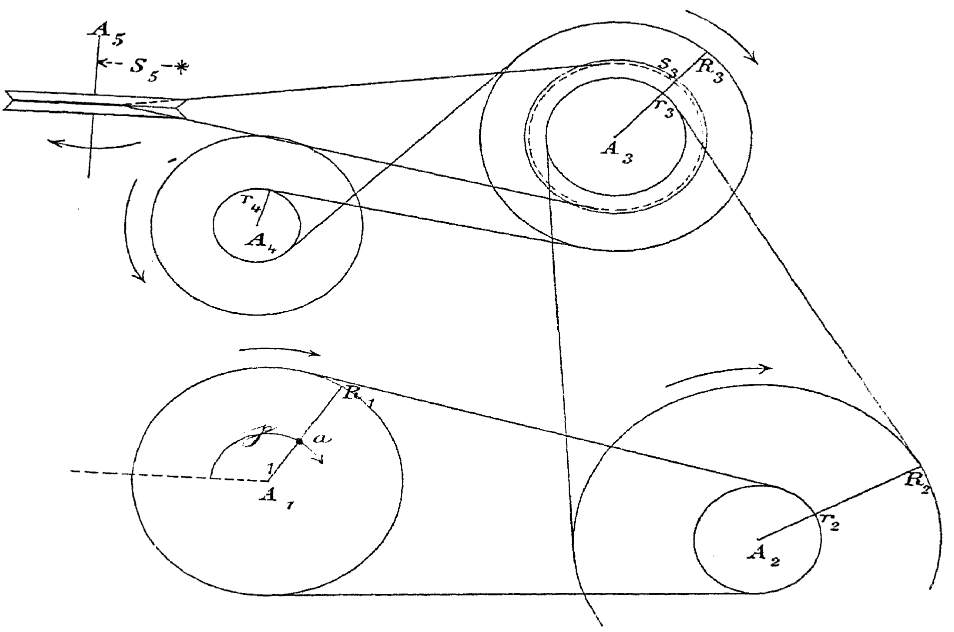


Fig. 17.

entfernung $\mathfrak{p}$ des „Antriebspunktes a“ von irgend einer Anfangslage, etwa der Horizontalen links, vom Todpunkte aus bestimmt. Die Grösse $\mathfrak{p}$ bestimmt dann zugleich die ganze augenblickliche Lage des ganzen Cykelsystems A_1; diese ändert sich mit der Zeit; wir haben daher $\mathfrak{p}$ als Funktion der Zeit t aufzufassen $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}\,(t)$. Man nennt $\mathfrak{p}$ einen Lagenparameter oder eine allgemeine (Lagrangesche) Koordinate; sie bestimmt den Zustand des Systems, hier die Lage aller auf die Achse A_1 aufgekeilten materiellen Teile. Eine gewöhnliche (Cartesische) Koordinate stellt den vertikalen Abstand eines Punktes von einer der Koordinatenebenen dar; wir bedürfen hier allgemeinerer Bestimmungsstücke zur Charakterisierung des Zustandes eines Systems; man behält auch für diese die Bezeichnung „Koordinate“ bei, wiewohl dieselbe durchaus nicht immer eine gerade Strecke, ja nicht einmal eine Raumabmessung zu sein braucht. So sind Temperatur, Feldstärke unter Umständen Lagrangesche Koordinaten.

Die Welle A_1 läuft mit einer bestimmten konstanten Geschwindigkeit um. Da der Antriebspunkt a in der Einheit der Entfernung gedacht ist, so ist eine Geschwindigkeit $\mathfrak{q} = d\mathfrak{p} / dt$ in der Bahn des Kreises vom Radius 1 zugleich die Winkelgeschwindigkeit $\mathfrak{q}_1$ aller um A_1 sich drehenden Teile und es ist

$$d\mathfrak{p} = \mathfrak{q} \cdot dt \quad \ldots \ldots \ldots \quad (33)$$

Mit der Achse A_1 kuppeln wir nun eine andere A_2: wir setzen auf A_1 eine grosse Riemenscheibe vom Radius R_1 und gehen mit einem Treibriemen von hier auf eine Scheibe vom Radius r_2 über, die auf A_2 sitzt. Dann besitzt der Teil A_2, der etwa als Vorgelege für weitere, in cyklischer Bewegung begriffene Teile gelten kann, eine Winkelgeschwindigkeit

$$\mathfrak{q}_2 = \mathfrak{q}_1 \frac{R_1}{r_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (34)$$

Gehen wir von dem Vorgelege A_2 auf die Transmissionswelle A_3, so wird die Winkelgeschwindigkeit

$$\mathfrak{q}_3 = \mathfrak{q}_2 \frac{R_2}{r_3} = \mathfrak{q}_1 \frac{R_1}{r_2} \cdot \frac{R_2}{r_3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (34')$$

Die durch Kuppelung neu angeschlossenen Einzelcykel brauchen durchaus nicht im gleichen Drehungssinne umzulaufen. Denn auch wenn wir den Riemen schränken, bleibt die Definition (S. 59) in Geltung. So gilt für A_4:

$$\mathfrak{q}_4 = \mathfrak{q}_3 \frac{R_3}{r_4} = \mathfrak{q}_1 \frac{R_1}{r_2} \cdot \frac{R_2}{r_3} \cdot \frac{R_3}{r_4} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (34'')$$

Auch brauchen die Achsen nicht einander parallel zu sein. Wir können durch Seilscheiben s_3 und S_5 mittels eines Seilbetriebes aus einer Drehbewegung um A_3 eine andere von irgend einer Winkelgeschwindigkeit um irgend eine Achse herleiten, z. B. um A_5, für welche dann

$$\mathfrak{q}_5 = \mathfrak{q}_3 \frac{s_3}{S_5} = \mathfrak{q}_1 \frac{R_1}{r_2} \cdot \frac{R_2}{r_3} \cdot \frac{s_3}{S_5} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (34''')$$

ist.

Betrachten wir die hier hingeschriebenen Bewegungsgleichungen (34), so fällt zweierlei auf:

1) Der Parameter $\mathfrak{p}$ selbst kommt nirgends in den Gleichungen vor: dies ist eine notwendige Konsequenz der Definition des Cykelbegriffes. Denn, wenn jedes Teilchen in dem rotierenden System dem anderen gleicht, oder wenn wir die kleinen Abweichungen vernachlässigen, kann es nicht auf die spezielle Lage des Systems, *also auch nicht auf den individuellen Wert von* $\mathfrak{p}$ ankommen.

2) Alle Drehgeschwindigkeiten lassen sich durch $\mathfrak{q}_1$, die Winkelgeschwindigkeit des Antriebspunktes a ausdrücken: in den Gleichungen kommen ausser $\mathfrak{q}_1$ nur noch konstante Abmessungen des Systems vor. Man nennt $\mathfrak{q}_1$ die cyklische Geschwindigkeit des Systems oder seine cyklische Intensität (wegen der bald hervortretenden Analogie mit der galvanischen

Stromintensität). Wir wollen diese Intensität am Antriebspunkte, von der alles andere abhängt, mit $\mathfrak{q}$ ohne Index bezeichnen.

Die eben gemachten Bemerkungen gelten für alle cyklischen Systeme ganz allgemeiner Natur.

§ 52. Der Energieinhalt cyklischer Systeme.

Wir wollen ausrechnen, wieviel Energie das Cykelsystem (Fig. 17) vermöge seiner Bewegung enthält, wieviel kinetische Energie also das System bei gegebener Intensität $\mathfrak{q}$ fasst. Zu dem Zwecke bezeichnen wir mit m_{i_1} die Masse irgend eines materiellen Teilchens, welches in dem ersten Teilcykel um die Achse A_1 herumgeführt wird; sein Abstand von dieser Achse A_1 sei r_{i_1}; dann ist seine Bahngeschwindigkeit $\mathfrak{q} r_{i_1}$ und seine kinetische Energie

$$\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{q}^2 \cdot m_{i_1}\,(r_{i_1})^2.$$

Irgend ein Teilchen im zweiten Teilcykel mit der Masse m_{i_2} und dem Abstande r_{i_2} von der Drehungsachse A_2 hat die Geschwindigkeit $\mathfrak{q}_2 r_{i_2}$ und die kinetische Energie

$$\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{q}_2^2 \cdot m_{i_2} \cdot r_{i_2}^2$$

oder mit Rücksicht auf (34)

$$\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{q}^2 \left(\frac{R_1}{r_2}\right)^2 m_{i_2}\, r_{i_2}^2$$

u. s. w. Die gesamte kinetische Energie werden wir erhalten, wenn wir die Summe über alle bewegten Massen m_i bilden, wobei wir der Einfachheit halber die in den kuppelnden Riemen und Seilen bewegten Massen vernachlässigen. Bei dieser Summenbildung tritt bei allen Teilcykeln die Grösse $\frac{1}{2}\,\mathfrak{q}^2$ als Faktor heraus.

Bezeichnet also T die Summe

$$T = \text{Summe}\left[m_{i_1} r_{i_1}^2 + \left(\frac{R_1}{r_2}\right)^2 m_{i_2} r_{i_2}^2 + \left(\frac{R_1}{r_2}\,\frac{R_2}{r_3}\right)^2 m_{i_3} r_{i_3}^2 + \left(\frac{R_1}{r_2}\,\frac{R_2}{r_3}\,\frac{R_3}{r_4}\right)^2 m_{i_4} r_{i_4}^2 + \left(\frac{R_1}{r_2}\,\frac{R_2}{r_3}\,\frac{s_3}{S_5}\right)^2 m_{i_5} r_{i_5}^2\right] \quad . \; . \; . \quad (35)$$

so ist die gesuchte kinetische Energie des ganzen Systems

$$\mathfrak{L} = \tfrac{1}{2}\,T\mathfrak{q}^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (36)$$

Hätten wir nur einen Teilcykel, mithin nur eine Drehungsachse, so würde sich die Summe für T auf das erste Glied reduzieren. Die durch dasselbe dargestellte Summe aller einzelnen Massen, jede in das Quadrat ihres Abstandes von der Drehungsachse multipliziert, nennt man das Trägheitsmoment des ganzen um A_1 bewegten Massensystems. So kommen auch in dem allgemeinen Ausdruck für T die Trägheitsmomente aller einzelnen Teilcykel, jedes mit einem Faktor multipliziert vor, welcher von der Art der Kuppe-

lung, der Verknüpfung mit dem Antriebspunkte abhängt. Wir können T als ein „verallgemeinertes Trägheitsmoment" ansehen. Der Ausdruck für $\mathfrak{L}$ ist dann ein sehr einfacher und genau demjenigen analog gebaut, der die kinetische Energie einer einzelnen Masse angiebt: $\frac{1}{2}mv^2$; an Stelle der einfachen Masse ist bei den Cykelsystemen das verallgemeinerte Trägheitsmoment T getreten, an Stelle der *Lineargeschwindigkeit* die Cykelgeschwindigkeit oder Intensität $\mathfrak{q}$.

Auch hier fällt auf, wie der für das Folgende wichtigste Allgemeinbegriff, der Energieinhalt des Cykels $\mathfrak{L}$, nur von $\mathfrak{q}$, nicht aber mehr von $\mathfrak{p}$ abhängt (vergl. S. 62).

§ 53. Einführung des cyklischen Momentes.

Die Cykelenergie $\mathfrak{L}$ ist nach (36) eine quadratische Funktion der Intensität $\mathfrak{q}$. Als Koeffizient tritt eine *Grösse T auf*, welche nicht mehr von $\mathfrak{q}$, sondern nur noch von den bewegten Massen und der Art ihrer Verknüpfung mit dem allen gemeinsamen Antriebe, also von dem die Bewegung jedem einzelnen Teilchen vermittelnden Zwischenmechanismus abhängig ist.

Differenzieren wir die Energie nach der unabhängigen Variabeln $\mathfrak{q}$, so erhalten wir eine neue wichtige Grösse, die wir mit $\mathfrak{i}$ bezeichnen wollen: wir stellen also für diese neue Grösse die Definitionsgleichung auf:

$$\mathfrak{i} = \frac{d\mathfrak{L}}{d\mathfrak{q}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

Diese Grösse nennt man das cyklische Moment des Systems.

Da

$$\mathfrak{i} = \frac{d(\frac{1}{2}T\mathfrak{q}^2)}{d\mathfrak{q}} = T\mathfrak{q} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

so kann man die Energie $\mathfrak{L}$ auch schreiben:

$$\mathfrak{L} = \tfrac{1}{2}\mathfrak{q}\mathfrak{i} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

d. h. der Ausdruck für die Energie besteht aus zwei Faktoren, von denen der eine die Intensität des Systems misst, ganz ähnlich wie wir die gewöhnliche kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ in die Faktoren $\frac{1}{2}uv$ zerlegen können, wo $u = mv$ das sogenannte Bewegungsmoment darstellt.

Alle Formeln finden weiter unten Anwendung, da sie, wie später gezeigt werden soll, in der elektrischen Theorie wiederkehren.

§ 54. Erweiterung des Cykelbegriffes: Langsame Änderungen der cyklischen Intensität.

In der Grunddefinition eines cyklischen Systems (S. 59) war gefordert, dass gleichbeschaffene Teilchen immer mit gleicher Geschwindigkeit einander folgen sollen. Wie wir nun schon von der ersten Bedingung etwas

ein gerader ist, sondern etwa als Stück eines Kreisbogens erscheint. Bezeichnen wir also durch $\mathfrak{P}$ jene Wirkung auf den Antriebspunkt, welche ihn um $d\mathfrak{p} = \mathfrak{q} \cdot dt$ (nach 33) bei einer Arbeitsleistung von $d\mathfrak{A}$ verschiebt, so ist $\mathfrak{P}$ als Kraft durch die Gleichung:

$$\mathfrak{P} = \frac{d\mathfrak{A}}{d\mathfrak{p}} \quad . \tag{47}$$

oder

$$\mathfrak{P} \cdot d\mathfrak{p} = d\mathfrak{A} \tag{48}$$

definiert. Setzen wir für $d\mathfrak{p}$ seinen Wert $\mathfrak{q} \cdot dt$, für $d\mathfrak{A}$ einen seiner im vorigen Paragraph berechneten Werte, z. B. $\mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{s}$ (46), so ist

$$\mathfrak{P} \cdot \mathfrak{q} \cdot dt = \mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{s}$$

oder

$$\mathfrak{P} = \frac{d\mathfrak{s}}{dt} = T\frac{d\mathfrak{q}}{dt} \quad . \tag{49}$$

Die an der cyklischen Koordinate wirkende Kraft ist durch die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit des cyklischen Momentes bestimmt.

Denken wir uns der Cykel ruhe zunächst; durch Einwirken einer Kraft (etwa der Dampfkraft) auf den Antriebspunkt wird ihm Arbeit mitgeteilt, die sich in ihm in kinetische Energie umsetzt. Dann ist in jedem Augenblicke die Arbeitsleistung

$$d\mathfrak{A} = \mathfrak{P} \,.\, d\mathfrak{p} = \mathfrak{P}\mathfrak{q}\,dt = \mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{s} = T\mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{q} = \mathfrak{s} \cdot d\mathfrak{q} = d\mathfrak{L}.$$

Ist schliesslich die gesamte Arbeit $\mathfrak{A}$ hineingegeben worden, welche ihn auf die schliessliche Intensität $\mathfrak{Q}$, sein Moment auf den Betrag $\mathfrak{S}$ gebracht hat, so ist

$$\mathfrak{A} = \tfrac{1}{2}\, T\mathfrak{Q}^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \tag{50}$$

oder

$$\mathfrak{A} = \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{Q}\mathfrak{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \tag{51}$$

der gesamte in dem Cykel aufgespeicherte Arbeitsvorrat. Er hat kinetische Form. Dieser Arbeitsvorrat kann dem Cykel durch Bremsung bei Aufhebung der Cykelbewegung wieder entnommen werden. Dabei sinkt die cyklische Intensität von ihrem Höchstwerte $\mathfrak{Q}$ allmählich wieder bis auf Null herab.

§ 57. Die langsam veränderlichen Parameter.

Wir haben bisher angenommen, dass die Achsenlager unseres Cykelmechanismus fest, und dass alle einzelnen Teile unveränderlich seien. Der allgemeine Cykelcharakter wird nicht verändert, wenn wir endlich auch diese Voraussetzung noch fallen lassen und annehmen, dass die Richtung unserer Cykelachsen sich mit der Zeit ändert, und dass auch Änderungen in der Konfiguration der einzelnen Teile innerhalb jedes einzelnen Cykels eintreten können. Nur müssen diese Änderungen äusserst langsam von statten

gehen. Das Mass des langsam und schnell bildet hier die Periodendauer der cyklischen Bewegung selbst. Die sich täglich einmal um ihre Achse drehende Erde können wir als HELMHOLTZschen Cykel auffassen. Wir wissen, dass die Erdachse nicht eine konstante Richtung gegen das Fixsternsystem beibehält, sondern infolge der Nutation in 18,7 Jahren einmal den Mantel eines Kegels umläuft, infolge der Präzession aber in 26000 Jahren einen weiteren Kegelmantel beschreibt. Hier können wir die Nutations- und Präzessionsbewegungen des Erdkörpers als langsam im Vergleich zu seiner Achsendrehung ansehen. In unseren Gleichungen ist dann T nicht mehr eine vollkommene Konstante; die Änderungen des T mit der Zeit sind aber als so klein vorausgesetzt, dass bei der Differentiation die dT / dt als verschwindend klein gegenüber den $d\mathfrak{p} / dt = \mathfrak{q}$ angesehen werden können und etwa von derselben Grössenordnung wie die $d\mathfrak{q} / dt$ einzuschätzen sind.

Dadurch, dass wir neben der cyklischen Koordinate $\mathfrak{p}$ noch solche langsam veränderliche Parameter p zulassen, erhält der Cykelbegriff eine ausserordentlich grosse Allgemeinheit.

§ 58. Monocykel, Dicykel, Polycykel.

Auch hinsichtlich der Zahl der beteiligten cyklischen Intensitäten können wir Verallgemeinerungen eintreten lassen. In dem oben betrachteten Beispiele waren alle in Betracht kommenden Grössen nur von einer cyklischen Intensität $\mathfrak{q}$ abhängig; solche Systeme bezeichnen wir mit HELMHOLTZ als „Monocykeln“. Wir können aber sehr leicht Kuppelungen von Drehbewegungen herstellen, bei denen die Geschwindigkeit einer jeden Masse von zwei von einander unabhängigen cyklischen Geschwindigkeiten abhängt. Jedes Planetenradgetriebe bietet hierfür ein Beispiel. Die Winkelgeschwindigkeit der mittleren Teile ist hier gleich der mittleren Geschwindigkeit der beiden treibenden Aussenteile:

$$v_i = r_i \frac{\mathfrak{q}_1 + \mathfrak{q}_2}{2},$$

wo hier $\mathfrak{q}_1$ und $\mathfrak{q}_2$ natürlich eine andere Bedeutung als in § 51 haben. Man kann also hier schreiben:

$$v_i = \frac{r_i}{2} \mathfrak{q}_1 + \frac{r_i}{2} \mathfrak{q}_2.$$

Eine solche Cykelbewegung mit zwei Antriebspunkten nennt man eine „dicyklische“ (nicht bicyklische) und das System selbst einen „Dicykel“ (nicht Bicykel). Der Dicykel ist durch die allgemeine Eigenschaft charakterisiert, dass die Geschwindigkeit v_i jeder Masse m_i durch zwei von einander unabhängige Intensitäten $\mathfrak{q}_1$ und $\mathfrak{q}_2$ eindeutig und vollkommen bestimmt ist.

Die Art der Abhängigkeit ist in dem speciellen Falle cyklischer Bewegung, der in der Elektrizitätslehre vorliegt, einfach eine homogene lineare:

$$v_i = a_i \mathfrak{q}_1 + b_i \mathfrak{q}_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (52)$$

wo die Koeffizienten a_i und b_i von der Art der Verknüpfung der Masse m^i mit den beiden Antriebspunkten abhängen. In diesen Koeffizienten können auch die langsam veränderlichen Parameter p vorkommen; die a und b sind also im allgemeinen irgendwelche Funktionen dieser näheren Bestimmungsstücke p des dicyklischen Systems.

Ein System, welches von mehr als zwei von einander unabhängigen Intensitäten $\mathfrak{q}_1$, $\mathfrak{q}_2 \cdot \mathfrak{q}_3 \ldots$ abhängt, nennt man allgemein ein „polycyklisches System“ oder einen „Polycykel“. Sein analytisches Bild ist

$$v_i = a_i \mathfrak{q}_1 + b_i \mathfrak{q}_2 + c_i \mathfrak{q}_3 \tag{53}$$

Das elektromagnetische Feld einer beliebigen Anzahl von galvanischen Strömen ist, wie wir später sehen werden, ein Beispiel einer solchen polycyklischen Verknüpfung unendlich vieler einzelner Zustandsgrössen mit den das Feld erzeugenden Stromesintensitäten.

§ 59. Eine Stromschleife als Monocykel.

Wird ein geradliniger Leiter von einem Strome von der Intensität i durchflossen, so ist in dem rings um ihn sich ausbildenden Kraftliniensysteme die Feldstärke an jeder Stelle von i abhängig und dieser Grösse proportional:

$$\mathfrak{H} = \frac{2}{r}\, i$$

nach (15) S. 19. Wenn wir die magnetische Kraft nach Maxwell durch Drehbewegungen darstellen und die an jeder Stelle herrschende Feldkraft $\mathfrak{H}$ der Winkelgeschwindigkeit der cyklischen Elementarbewegung proportional zu setzen haben, wie Maxwell fand, vergl. § 45, so ist auch die cyklische Intensität eines jeden solchen Elementarcykels an jeder Stelle des Kraftfeldes der Intensität i proportional. Wir haben hier also ein System von Einzelcykeln vor uns, deren Intensitäten alle einer und derselben Grösse i proportional sind. Es ist dies ein Fall monocyklischer Verknüpfung, wie wir ihn in § 51 und den folgenden Paragraphen studiert haben. Was dort die Grösse $\mathfrak{q}$ bedeutete, tritt uns hier als Stromstärke i entgegen. Der Wert der Proportionalitätsfaktoren hängt dort wie hier von der Art der Verknüpfung mit dem den ganzen Cykel in Bewegung erhaltenden Antriebsorte, hier der Strombahn, ab.

An dieser Betrachtung wird nichts geändert, wenn wir den Leitungsdraht zu einer Stromschleife umbiegen: Wir schnüren dadurch nur eine grössere Anzahl einzelner Kraftlinien im Innern der Schleife zusammen. Die Feldstärke in jeder Stelle ist auch hier wieder der Stromstärke i direkt proportional; bei einer ebenen, kreisförmigen Schleife vom Radius R in der Mitte z. B. gleich

$$\frac{2\pi}{R} \cdot i;$$

der Proportionalitätsfaktor $2\pi / R$ enthält auch hier eine Raumabmessung. Ebenso ist die gesamte umschlossene Kraftlinienzahl n bei jeder beliebigen

Gestalt der Strombahn der Stromstärke i proportional. Nennen wir den Proportionalitätsfaktor L, so ist

$$n = Li \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

Man nennt n das „elektromagnetische Moment" der Stromschleife; das gesamte Stromfeld der Schleife stellt sich uns als Monocykel mit der cyklischen Intensität i dar. L ist ebenso wie $\mathfrak{H}$ vom Feldmedium abhängig, da nach § 15 im Medium von der Permeabilität μ die Stromfeldstärke den μ-fachen Wert in derselben Entfernung r hat:

$$\mathfrak{H} = \frac{2\mu}{r} i.$$

§ 60. Der Koeffizient der Selbstinduktion.

Ändert sich die Stromstärke, so wird die Zahl n der von der Stromschleife umfassten Kraftlinien vermehrt oder vermindert. Bei dieser Änderung macht sich nach § 19 eine elektromotorische Kraft e in der Strombahn selbst geltend, deren Grösse durch die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit der Kraftlinienzahl gemessen wird:

$$e = \frac{dn}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Man nennt diesen Vorgang die Selbstinduktion und die dabei auftretende Grösse e die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. Nach (54) ist

$$e = \frac{dn}{dt} = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

d. h. Selbstinduktion kann sowohl bei konstant erhaltener Stromschleife und unverändertem Feldmedium (L konstant) durch Änderung der Stromstärke (erstes Glied) erhalten werden, als auch bei konstant erhaltenem Strome (i konstant) durch Bewegen, Vergrössern oder Verkleinern der Leiterschleife (etwa mit Hilfe von in sie eingefügten und bewegten Gleitstücken) oder Änderung der Feldsubstanz (zweites Glied). Im allgemeinen wirken beide Ursachen immer zusammen. Wir wollen hier nur die erste, also die Wirkung der Selbstinduktion betrachten, welche in einer unverändert gelassenen Leitungsbahn bei Variation der Stromstärke i auftritt (dL / dt wird also gleich Null gesetzt). Man hat dann

$$e = \frac{dn}{dt} = L\frac{di}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

Die Grösse L stellt sich dann also als der Faktor dar, mit dem man die Änderungsgeschwindigkeit der Stromstärke di / dt zu multiplizieren hat, um die Grösse der geweckten elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion zu erhalten. Man nennt L daher auch den „Koeffizienten der Selbstinduktion".

Eine merkliche Selbstinduktion verzögert bekanntlich in einem Leitungskreise den Ausgleich von Stromstärkeschwankungen, sie verleiht dem Stromphänomen etwas, was sich wie die „Trägheit“ bei mechanischen Systemen verhält. Beim Schliessen des Stromes wächst die Intensität erst allmählich bis zu dem der wirkenden EMK und dem vorhandenen Widerstande entsprechenden Höchstwerte an, bei der Stromöffnung wird der Stromablauf verlängert.

§ 61. Elektromagnetische Feldenergie, welche in der Umgebung einer Leiterschleife bei gegebener Stromstärke vorhanden ist.

Ändert sich die Stromstärke in der kurzen Zeit dt um den Betrag di, so dass sie vom Wert i in den Wert $i + di$ übergeht, so wirkt dieser Änderung während der ganzen Dauer dt nach (57) eine elektromotorische Kraft

$$e = dn \,/\, dt = L di \,/\, dt$$

entgegen. Wird diese Änderung aber trotzdem durch eine äussere elektromotorische Kraft, etwa diejenige eines galvanischen Elementes zu stande gebracht, und die Stromstärke um di erhöht, so muss dieses Element eine elektrische Arbeit leisten, welche durch die drei Faktoren: Stromstärke i, elektromotorische Kraft e und Zeit dt (während der der Strom als konstant betrachtet werden darf) wie jede elektrische Arbeit bestimmt ist; es ist demnach

$$dA = i e\, dt \quad \ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

oder mit Rücksicht auf (57)

$$dA = i L \frac{di}{dt} dt = L i \cdot di \quad \ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

oder nach (54)

$$dA = n \cdot di \quad \ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

oder

$$dA = i \cdot dn \quad \ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

da wir L als konstant annahmen. Wird die Stromstärke i von dem Anfangswerte $i = 0$ bis zu einem Endorte $i = J$ gesteigert, bei dem sie dann konstant erhalten werden soll, so ist die Gesamtarbeit

$$A = \int_{i=0}^{i=J} L i \cdot di = \tfrac{1}{2} L J^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

aufzuwenden. Ist N die der Stromstärke J entsprechende umschlossene Kraftlinienzahl, so können wir hierfür auch schreiben, da $N = LJ$ ist:

$$A = \tfrac{1}{2} J N \quad \ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

Wo ist diese bei der Ausbildung des Stromes aufzuwendende Arbeit hingeraten? Sie ist in dem Magnetfelde aufgespeichert, welches den strom-

durchflossenen Draht umgiebt. In der That bremsen wir den Strom, d. h. unterbrechen wir ihn, indem wir den Draht an einer Stelle zerschneiden und hier ein Dielektrikum einfügen, so erhalten wir diese Arbeit A in der Form der elektrischen Energie des „Öffnungsstromes" wieder. Meist setzt sich diese im Öffnungsfunken in Wärme um und ist dann nicht wieder in elektrische Energie rückverwandelbar; aber die bei der Strombildung im Felde aufgespeicherte elektromagnetische Energie wird wieder voll und ganz in Stromenergie umgewandelt. Erinnern wir uns, dass dieses Feld ganz einem Monocykel glich, so können wir die Sache so auffassen: Beginnt der Strom von 0 an zu wachsen, so muss die ganze Feldmaschinerie in Bewegung versetzt werden; jedem einzelnen Teilchen, welches sich auf irgend einer Kraftlinie befindet, muss Energie drehender Bewegung mitgeteilt werden. Zur Speisung der einzelnen Feldelemente mit dieser cyklischen Energie ist eben jene Arbeit A aufzuwenden, ebenso wie beim in Bewegung setzen eines mechanischen Monocykels und bei erstrebter Steigerung seiner cyklischen Intensität. Wird der Cykel an seinem Antriebspunkte, d. h. in der Strombahn gebremst, der Strom also unterbrochen, so wandert umgekehrt die ganze Energie aus dem Felde wieder heraus; sie ist völlig ausgegeben, wenn jeder einzelne Cykel wieder still steht, das ganze, die Strombahn begleitende magnetische Phänomen wieder verschwunden ist.

Auch bei konstantem Strome, also bei konstanter Drehgeschwindigkeit in jedem Feldpunkte wird bekanntlich bei dem hier betrachteten Monocykel Arbeit verbraucht und in der Leiterbahn in sogenannte Joulesche Wärme verwandelt. Es ist daher eine fortwährende Zufuhr von Energie nötig, um das Stromphänomen dauernd zu erhalten. Dies zeigt, dass der Monocykel nicht vollkommen reibungslos arbeitet. Da indessen gut gehärtete Magnetstäbe ihr Feld viele Jahre fast ungeschwächt mit sich herumführen können, so müssen wir daraus schliessen, dass die Cykelbewegungen im freien Felde ohne Energieverlust vor sich gehen, dass dagegen am und im Leitungsdrahte ein fortwährendes Degradieren der Energie geordneter Bewegung in diejenige ungeordneter Bewegungen, d. h. in Wärme stattfindet. Denn nur hier bemerken wir in der That allein eine entsprechende Temperaturerhöhung. Wir wollen diese Umwandlung hier ausser acht lassen. Die Vorstellung, dass die Feldbewegungen ohne Reibung vor sich gehen, kann keine begrifflichen Schwierigkeiten bieten; in der Welt der Moleküle hört eben die Reibung auf, denn unter Reibung verstehen wir ja jene Vorgänge, durch die die Bewegung sicht- und greifbarer Massen in Molekularbewegungen, d. h. Wärme umgesetzt wird.

§ 62. Parallelismus zwischen mechanischem Monocykel und elektromagnetischem Felde.

Dass wir in der cyklischen Theorie der elektromagnetischen Vorgänge mehr als ein blosses Bild, oder gar eine Hypothese vor uns haben, wird ausser den direkten experimentellen Beweisen und den anderen in den § 49 durchgeführten Betrachtungen durch den vollkommenen Parallelismus ersichtlich gemacht, welcher zwischen den die beiden Phänomene beschreibenden Hauptgleichungen besteht. Wir haben sie im vorhergehenden ab-

geleitet und stellen sie hier nochmals übersichtlich nebeneinander. Es entsprechen sich beim

Mechanischen Monocykel:	Elektromagnetischen Phänomen:
die cyklische Intensität $\mathfrak{q}$	die Stromesintensität i
das cyklische Moment	das elektromagnetische Moment
$\mathfrak{f} = T\mathfrak{q}$	$n = Li$
$\mathfrak{S} = T\mathfrak{Q}$	$N = LJ$
das Trägheitsmoment T	der Selbstinduktionskoeffizient L
die an der cyklischen Koordinate angreifende Kraft	die in der Strombahn auftretende elektromotorische Kraft
$\mathfrak{P}$	e
wo $\mathfrak{P} = \frac{d\mathfrak{f}}{dt} = T\frac{d\mathfrak{q}}{dt}$	$e = \frac{dn}{dt} = L\frac{di}{dt}$
die am Antriebspunkte geleistete mechanische Arbeit	die in der Strombahn geleistete elektrische Arbeit
$d\mathfrak{A} = \mathfrak{P}\mathfrak{q}\,dt$	$dA = e\,i\,dt$
$= \mathfrak{f}\cdot d\mathfrak{q}$	$= n\cdot di$
$= \mathfrak{q}\cdot d\mathfrak{f}$	$= i\cdot dn$
$= T\mathfrak{q}\cdot d\mathfrak{q}$	$= Li\cdot di$
die gesamte im Cykel aufgespeicherte Arbeit	die gesamte im Magnetfelde aufspeicherte Arbeit
$\mathfrak{A} = \frac{1}{2}T\mathfrak{Q}^2$	$A = \frac{1}{2}LJ^2$
$= \frac{1}{2}\mathfrak{Q}\mathfrak{S}$	$= \frac{1}{2}JN.$

§ 63. Die Induktionswirkungen zweier Stromkreise aufeinander unter dem Bilde dicyklischer Verknüpfung.

Nicht nur die Erscheinungen der Selbstinduktion in einem Stromkreise, sondern auch das Phänomen der wechselseitigen Induktionswirkungen zweier Strombahnen aufeinander wird durch die Cykeltheorie vollkommen dargestellt. Wir haben dann nach dem Vorigen von einer dicyklischen Verknüpfung zweier von einander unabhängiger Einzelcykel auszugehen. Sind i_1 und i_2 die Stromstärken in beiden Stromkreisen, so geht die Formel für den Dicykel (52) S. 68 über in

$$v_r = a_r\, i_1 + b_r\, i_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (64)$$

wo die Koeffizienten a und b von der Gestalt und Grösse der Leitungsbahnen abhängen; sie enthalten ausserdem die Lagenparameter der Stromleiter.

Um zunächst den gesamten Energieinhalt K des von beiden Strömen erregten Magnetfeldes zu berechnen, führen wir die Massen m_i ein, wodurch zugleich der magnetischen Beschaffenheit des Feldmediums Rechnung getragen wird. K ist dann als Summe aller Grössen $\frac{1}{2} m_i v_i^2$ des ganzen Feldes zu betrachten.

Führen wir die Quadrierung an dem Ausdrucke in (64) rechts durch, ziehen die Faktoren i^2_1, i_2^2 und $i_1 i_2$ heraus, und bezeichnen die Summen, in welche diese Grössen multipliziert erscheinen mit

$$L_1 = \text{Summe}\,(m_i a_i^2)$$

$$L_2 = \text{Summe}\,(m_i b_i^2)$$

$$M_{12} = \text{Summe}\,(m_i a_i b_i),$$

so können wir die Feldenergie K schreiben:

$$K = \tfrac{1}{2} L_1 i_1^2 + \tfrac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{12} i_1 i_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65)$$

Hier ist L_1 eine Grösse, welche die Art der Verknüpfung aller Feldpunkte mit der ersten Leiterbahn charakterisiert (denn in ihr kommen nur die a vor), L_2 eine entsprechende Grösse für die zweite Leiterbahn (denn in ihr treten nur die b auf), endlich M_{12} eine Grösse, welche die Beziehungen angiebt, in welcher die beiden Strombahnen zueinander stehen.

Bezeichnen wir die Momente der beiden Strombahnen mit n_1 und n_2, so müssen wir nach Analogie mit dem Monocykel (§ 53) setzen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial i_1} &= n_1 = L_1 i_1 + M_{12} i_2 \\ \frac{\partial K}{\partial i_2} &= n_2 = L_2 i_2 + M_{12} i_1 \end{aligned}\right\} \quad (66)$$

Multiplizieren wir die erste dieser Gleichungen mit i_1, die zweite mit i_2 und addieren wir sie beide, so erhalten wir beim Vergleich mit (65) das bemerkenswerte Resultat

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 2 K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Die in den beiden Kreisen auftretenden elektromotorischen Kräfte sind

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \frac{dn_1}{dt} = \frac{d\,(L_1 i_1 + M_{12} i_2)}{dt} \\ e_2 &= \frac{dn_2}{dt} = \frac{d\,(L_2 i_2 + M_{12} i_1)}{dt} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Bleiben die Grössen, Gestalt und Lagen der beiden Stromkreise völlig ungeändert, so dass L_1, L_2, M_{12} konstant sind, so gehen die vorhergehenden Gleichungen in die speziellen über

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} \\ e_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

Rücken wir die beiden Stromkreise soweit auseinander, dass ihre dicyklische Verknüpfung als aufgehoben betrachtet werden kann und sie gar nicht mehr aufeinander wirken, also M_{12} gleich 0 wird, so können wir jeden für sich betrachten und erhalten

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \qquad e_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}.$$

Wir erkennen hier die Formel (57) wieder und bemerken, dass L_1 und L_2 die Selbstinduktionskoeffizienten der beiden Leitungsbahnen sind. Die wechselseitige Induktion wird durch Glieder

$$\frac{d\,(M_{12}\, i_2)}{dt}, \quad \frac{d\,(M_{12}\, i_1)}{dt}$$

in den allgemeinen Formeln (68) dargestellt. Man nennt darum auch M_{12} den „wechselseitigen Koeffizienten der beiden Stromkreise aufeinander“.

Die Gleichungen (68) stellen den allgemeinsten Ausdruck für den Induktionsvorgang zwischen zwei galvanischen Strömen dar.

In dem Abschnitte über mechanische Modelle ist gezeigt worden, dass in der That alle wesentlichen Züge der Induktion durch einen sehr einfachen, ein Planetengetriebe benutzenden Mechanismus erhalten werden.

§ 64. Das allgemeine Induktionsgesetz.

Wir können die im vorigen Paragraphen durchgeführten Betrachtungen leicht verallgemeinern und auf den Fall anwenden, dass beliebig viele Ströme mit den Intensitäten i_1, i_2, i_3, ... den Zustand in jedem Punkte des Feldes bestimmen. Es ist hier die für Polycykel geltende Beziehung

$$v_i = a_i\, i_1 + b_i\, i_2 + c_i\, i_3 + \ldots.$$

in Anwendung zu bringen.

Bilden wir hier für jedes Feldelement m_i den Ausdruck für die kinetische Energie $\frac{1}{2}\, m_i\, v_i^2$ und addieren wir alle diese Beträge, so treten Summen von der Form auf:

$$L_1 = \text{Summe } (m_i a_i^2)$$
$$L_2 = \text{Summe } (m_i b_i^2)$$
$$L_3 = \text{Summe } (m_i c_i^2) \text{ u. s. w.}$$
$$M_{12} = \text{Summe } (m_i a_i b_i)$$
$$M_{13} = \text{Summe } (m a_i c_i)$$
$$M_{23} = \text{Summe } (m_i b_i c_i) \text{ u. s. w.}$$

Die L sind die Selbstinduktionskoeffizienten der einzelnen Leiterbahnen, die $\boldsymbol{M}$ die wechselseitigen Induktionskoeffizienten. Die gesamte Feldenergie hat den Betrag

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{K} = \tfrac{1}{2} \boldsymbol{L}_1 \boldsymbol{i}_1^2 + \tfrac{1}{2} \boldsymbol{L}_2 \boldsymbol{i}_2^2 + \tfrac{1}{2} \boldsymbol{L}_3 \boldsymbol{i}_3^2 + \ldots \\ + \boldsymbol{M}_{12} \boldsymbol{i}_1 \boldsymbol{i}_2 + \boldsymbol{M}_{13} \boldsymbol{i}_1 \boldsymbol{i}_3 + \ldots\ldots\ldots \\ + \boldsymbol{M}_{23} \boldsymbol{i}_2 \boldsymbol{i}_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (70)$$

Die einzelnen Momente dieses Polycykels sind

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial i_1} &= n_1 = L_1 i_1 + M_{12} i_2 + M_{13} i_3 + \ldots\ldots \\ \frac{\partial K}{\partial i_2} &= n_2 = L_2 i_2 + M_{21} i_1 + M_{23} i_3 + \ldots\ldots \\ \frac{\partial K}{d i_3} &= n_3 = L_3 i_3 + M_{31} i_1 + M_{32} i_2 + \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (71)$$

u. s. w.

wobei wieder

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 + n_3 i_3 + \ldots\ldots = 2 K \quad \ldots\ldots \quad (72)$$

ist.

Die elektromotorischen Kräfte sind

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \frac{d n_1}{d t} \\ e_2 &= \frac{d n_2}{d t} \\ e_3 &= \frac{d n_3}{d t} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

u. s. w.

Diese Gleichungen stellen die allgemeinste Form des Induktionsgesetzes dar, wie es schon 1845 von Franz Neumann, freilich auf einem ganz anderen Wege abgeleitet wurde.

Wie man hier die Gesetze für einzelne geschlossene Strombahnen aus der Cykeltheorie ableiten kann, so erhält man aus ihr auch die allgemeinen Feldgleichungen, welche den Ausdruck der Maxwellschen Theorie ausmachen. Da die Ableitungen indessen einen grösseren Aufwand von Rechnungen er-

fordern, so geben wir sie hier nicht, sondern begnügen uns, auf die Möglichkeit dieser Ableitung an dieser Stelle hinzuweisen.[1])

Man ersieht aus den im vorhergehenden durchgeführten Beispielen, dass die HELMHOLTZ-HERTZsche Cykeltheorie in der That im stande ist, gewisse Erscheinungen direkt aus den Grundgleichungen der Mechanik abzuleiten. Diese Theorie ist gewissermassen eine Weiterbildung und Verallgemeinerung der MAXWELLschen Lehre von den molekularen Drehbewegungen oder Wirbeln in einem Magnetfelde, welche durch die im Anfange des Kapitels näher geschilderten Beobachtungsthatsachen gestützt wird.

§ 65. Weiterführung der Theorie.

Die im Vorhergehenden durchgerechneten Beispiele dürften zur Genüge erläutert haben, wie es mit Hilfe der Cykeltheorie möglich wird, die die elektrischen Vorgänge darstellenden Gleichungen durch Betrachtungen der „reinen Dynamik“ abzuleiten. Es soll damit nicht gesagt sein, dass damit die Mechanik der elektrischen und magnetischen Phänomene oder gar das „Wesen“ derselben selbst aufgeklärt sei; denn es ist nicht anzunehmen, dass die Natur in diesem Falle mit ebenso einfachen Elementenpaaren arbeitet, wie wir es bei den sich voneinander abwickelnden Scheiben und Riemen gethan haben, um die Grundbegriffe erläutern und die Ausgangsgleichungen (54, 64 u. s. w.) aufstellen zu können. Immerhin gewährt diese mechanische Ableitung der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes den grossen Vorteil einer ausserordentlichen Anschaulichkeit; denn man wird leicht Mechanismen ersinnen können, welche den genannten Grundgleichungen Genüge leisten, und die darum auch die Vorgänge elektromagnetischer Wechselwirkung, der Induktion u. s. w. mehr oder weniger vollkommen nachzubilden gestatten, wie dies in § 58 für den Dicykel (zwei Stromkreise) bereits angedeutet wurde und in dem Abschnitte des Handbuches über mechanische Modelle näher ausgeführt ist. Wir dürfen darin L. BOLTZMANN unbedingt beistimmen, dass wir in diesen dynamischen Ableitungen der elektrischen Gleichungen mehr als nur „mechanische Analogien“ zu erblicken haben, dass die Ähnlichkeit im Baue der beschreibenden analytischen Ausdrücke auf eine tiefer liegende, innere Verwandtschaft hinweist.

In den vorangehenden Paragraphen haben wir im wesentlichen nur die Gleichungen für die durch Änderungen im Felde induzierten elektromotorischen Kräfte abgeleitet. Man kann aber auch die Ausdrücke für die ponderomotorischen Kräfte aus rein mechanischen Betrachtungen mittels der

1) Diese Ableitungen sind durchgeführt in der Arbeit des Verfassers: „Zur Theorie der magnetischen und elektrischen Erscheinungen.“ WIEDEMANNS Annalen der Physik und Chemie. Bd. 51, S. 268—301, 1894. Vergleiche auch die Arbeit: „Über die Bewegungsformen, welche den elektromagnetischen Erscheinungen zu Grunde gelegt werden können“, ebenda Bd. 52, S. 417—431, 1894.

Cykeltheorie erhalten; dieselben sind stets als Kräfte zu betrachten, welche an „langsam veränderlichen Koordinaten p“ § 57 angreifen. In Bezug auf diese hat man dann den Ausdruck für den Energieinhalt des Systems zu variieren. Wir verweisen in Bezug auf diese Weiterführung der Rechnungen auf die Originalarbeiten von Helmholtz, Boltzmann und Hertz und heben bezüglich derselben nur noch das Folgende hervor: Lagrange hat die Gleichungen der Dynamik in eine Form gebracht, in der sie unmittelbar für „allgemeine Koordinaten“ verwendbar sind, wie wir sie hier in § 51 S. 61 eingeführt haben (sog. II. Form der Grundgleichungen der Mechanik). Dieselben nehmen sowohl für die cyklischen Koordinaten wie für die Parameter eine sehr charakteristische und einfache Gestalt an, wenn man die in §§ 51, 54 und 57 für diese Variablen eingeführten Festsetzungen berücksichtigt; die ersteren gehen selbst überhaupt nicht in die Bewegungsgleichungen ein; alle Ausdrücke, speziell die für die (kinetische) Energie des Systems sind von den $\mathfrak{p}$ unabhängig, und nur die zeitlichen Ableitungen derselben, die Intensitäten $\mathfrak{q}$ kommen vor, wobei aber die $d\mathfrak{q}/dt$ wieder unendlich klein sind. Bei den Parametern ist es umgekehrt; hier gehen die Werte der p in die Gleichungen ein, die $q = dp/dt$ sind klein von der Ordnung der $d\mathfrak{q}/dt$, die dq/dt sind klein von höherer Ordnung. Hat man die Lagrangeschen Gleichungen mit Rücksicht hierauf umgestaltet, so stellen sie fast unmittelbar die Gleichungen für die elektromotorischen Kräfte einerseits und für die ponderomotorischen Wirkungen andererseits dar. Bei den Arbeiten von Helmholtz über „die Statik monocyklischer Systeme“, welche viele von den grundlegenden Betrachtungen enthalten, sind die so vereinfachten Lagrangeschen Gleichungen an die Spitze gestellt. Statt von diesen Gleichungen kann man auch von einem ihnen mehr oder weniger äquivalenten sog. „Integralprincipe der Mechanik“ ausgehen, z. B. von dem Hamiltonschen Prinzipe oder von dem „Prinzipe der kleinsten Wirkung“, welches von Helmholtz ausserordentlich verallgemeinert worden ist und von ihm als das umfassendste Prinzip der ganzen Physik, welches wir zur Zeit aufzustellen vermögen, angesehen wird. So sind es denn auch die Arbeiten, welche sich um dieses Prinzip gruppieren, die weitere wichtige Beiträge zur Cykeltheorie enthalten. —

In neuester Zeit gewinnt die sog. „corpusculare“ Vorstellung vom Wesen der Elektrizität immer weiteren Boden. Schon Helmholtz schloss aus den Faradayschen Gesetzen der Elektrolyse, dass dasjenige, was wir Elektrizität nennen, atomistisch aufgeteilt sei, dass die Elektrizität aus zwar sehr kleinen, aber doch bestimmten Elementarquanten zusammengesetzt sei, ähnlich wie wir uns die Materie aus Atomen, nicht weiter teilbaren Einzelmassen, aufgebaut denken. Haften solche bestimmte elektrische Ladungen an der Valenzstelle eines körperlichen Atoms, so machen sie dieses zu einem „Ion“, welches unter der Wirkung einer äusseren elektromotorischen Kraft zu wandern vermag. Es ist bekannt, von welch hoher Bedeutung diese Auffassung für das Verständnis der Elektrolyse, der elektrolytischen Leitung, der galvanischen Polarisation, der Vorgänge in der galvanischen Kette u. s. w. gewesen ist. Nun haben wir es auch in den Kathodenstrahlen offenbar mit solchen fortgeschleuderten kleinsten Elektrizitätsmengen zu thun. Wenn dieselben hier auch an Massen gebunden zu sein scheinen, die etwa noch tausendmal kleiner als selbst das Wasserstoffatom sind, und dadurch zunächst eine neue Schwierigkeit sich ergiebt, so kann es doch keinem Zweifel unterliegen, dass solche

abgewichen sind, indem wir einen gewissen Wechsel der Teilchen zuliessen, ohne damit den Charakter der cyklischen Bewegungen aufzuheben, so können wir auch die Geschwindigkeit der einander folgenden Teilchen ein wenig verändern. Wenn der Cykel hunderte oder tausende von Malen abläuft und dabei die cyklische Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$ eine kleine Änderung erfährt, in dem Beispiele, welches Fig. 17 darstellen soll, etwa dadurch, dass wir kleine Umstellungen an der Drosselklappe der Antriebsmaschine vornehmen, so wird der Charakter der echt cyklischen Bewegung noch immer gewahrt bleiben. Diese Voraussetzung läuft darauf hinaus, dass wir in unseren Gleichungen hinfort $\mathfrak{q}$ nicht mehr als vollkommen konstant ansehen, sondern ein wenig mit der Zeit t veränderlich, also $\mathfrak{q}$ ebenfalls als Funktion der Zeit betrachten

$$\mathfrak{q} = \mathfrak{q}\,(t),$$

doch so, dass die Änderungsgeschwindigkeit $d\mathfrak{q}\,/\,dt$ nur sehr klein ist.

Diese Voraussetzung hat zunächst rein analytisch zur Folge, dass wir die Gleichungen weiter differenzieren können. Es ist nach (38)

$$d\mathfrak{f} = T \cdot d\mathfrak{q} \quad . \qquad (40)$$

also nach (36) und (38)

$$d\mathfrak{L} = T\mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{q} = \mathfrak{f} \cdot d\mathfrak{q} \qquad (41)$$

oder aber auch mit Rücksicht auf (40)

$$d\mathfrak{L} = \mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{f} \quad . \qquad (42)$$

Die Trägheitsmomente und alle Kuppelungen bleiben ungeändert, wenn unsere Maschinerie langsamer oder schneller läuft, wenn wir von der Riemengleitung, die etwas auch von $\mathfrak{q}$ abhängen wird, absehen; bei allen Differentiationen beteiligt sich also in der That T als Konstante.

§ 55. Arbeitsleistung an cyklischen Systemen bei Steigerung der cyklischen Intensität.

Selbst wenn unser Cykel vollkommen reibungslos liefe, was wir voraussetzen wollen, würde doch eine gewisse Arbeit notwendig sein, um seine Intensität zu steigern. Es muss ja dann jedem einzelnen Teilchen eine grössere kinetische Energie einverleibt werden. Ebenso müssen wir eine Arbeit leisten, wenn wir den in Bewegung befindlichen Cykel bremsen wollen. Wir können uns diese Arbeit am Antriebspunkte a verrichtet denken. Da wir von Reibungskräften und sonstigen Wirkungen einer Geschwindigkeitssteigerung in unserem Cykel absehen, so kann eine zugeführte Arbeitsgrösse $d\mathfrak{A}$ nur zur Steigerung der kinetischen Energie $\mathfrak{L}$ des Cykels verwendet werden. Denken wir uns diese Steigerung nicht plötzlich, sondern allmählich im Laufe vieler Einzelumgänge unseres Cykels hervorgebracht, so können wir auf sie die Formeln des vorigen Paragraphen anwenden und damit $d\mathfrak{A}$ leicht berechnen. Es ist einfach

$$d\mathfrak{A} = d\mathfrak{Q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

und damit

$$d\mathfrak{A} = T\mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

$$d\mathfrak{A} = \mathfrak{f} \cdot d\mathfrak{q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

$$d\mathfrak{A} = \mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Besonders von der Formel $d\mathfrak{A} = \mathfrak{q} \cdot d\mathfrak{f}$ werden wir eine wichtige Anwendung machen; sie sagt aus, dass die zur Steigerung des Energieinhaltes eines cyklischen Systemes demselben zuzuführende Arbeitsgrösse gleich der cyklischen Intensität, bei der die Arbeit zugeführt wird mal dem Differentiale des cyklischen Momentes ist.[1])

§ 56. Einführung der cyklischen Kraftmomente oder der Kräfte, welche auf cyklische Koordinaten wirken.

Wir hatten oben als eine Koordinate ganz allgemein eine Grösse bezeichnet, welche in irgend einer Weise die Lage eines Antriebspunktes bestimmt, also z. B. eine Längenabmessung auf einem Bogen, wie bei unserer Koordinate $\mathfrak{p}$ § 51. Um eine solche Koordinate abzuändern, müssen wir eine Kraft an ihr wirken lassen. Die Wirkung der Kraft wird dann immer in zweierlei bestehen:

1) die Koordinate ändert sich um einen gewissen Betrag: bei uns etwa um die Grösse $d\mathfrak{p}$;

2) es wird an dem betreffenden Antriebspunkt eine Arbeit $d\mathfrak{A}$ geleistet.

Es war nun eine wichtige Verallgemeinerung des gewöhnlichen Kraftbegriffes, die Helmholtz vornahm, als er als Mass der „Kraft in der Richtung einer allgemeinen Koordinate" das Verhältnis von Arbeitsleistung zur Koordinatenänderung einführte. Er nannte diese Grösse zunächst ein „Kraftmoment", schlug aber selbst schon den einfacheren Ausdruck „Kraft" dafür vor. Man überzeugt sich leicht, dass dieser neue Begriff den alten einfacheren Kraftbegriff mit umfasst; denn da Arbeit gleich Kraft mal Weg ist, so muss die Kraft durch Division durch das Wegelement aus der Arbeit hervorgehen. Der Helmholtzsche Begriff aber ist insofern allgemeiner, als er auch auf Fälle passt, wo der Weg des Angriffspunktes nicht mehr

1) In der Thermodynamik besitzt dieser Satz in der Form

$$\frac{d\mathfrak{A}}{\mathfrak{q}} = d\mathfrak{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46')$$

eine grosse Bedeutung; dort bedeutet $d\mathfrak{A}$ eine zugeführte Wärmemenge, die ja in der That einer Arbeitsgrösse äquivalent ist, $\mathfrak{q}$ die absolute Temperatur und $\mathfrak{f}$, der Faktor, der mit $\mathfrak{q}$ zusammen nach § 53, S. 64 die Energie des Systems bestimmt, die Entropie. Unsere Formel zeigt, dass immer der Betrag einer zugeführten Arbeitsmenge $d\mathfrak{A}$ durch Division durch $\mathfrak{q}$ (die absolute Temperatur bei den Wärmeerscheinungen) auf die Form eines exakten Differentiales $d\mathfrak{f}$ (der Entropie) gebracht werden kann (II. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie).

Elementarquanta der Elektrizität — nennen wir sie etwa Elektrons — in der Natur wirklich vorkommen. Sie spielen bei der metallischen Leitung und allen Erscheinungen, die mit ihr im Zusammenhange stehen, offenbar eine wichtige Rolle; ferner gelang es LORENTZ, auf Grund der Elektronentheorie Neues vorauszusehen, nämlich die ganze Gruppe von Phänomenen, welche, von verschiedenen Forschern gefunden, an die Entdeckung von ZEEMAN anknüpfen.

Ein Elektron, welches sich um eine Achse herumbewegt, verhält sich nach aussen wie ein Kreisstrom oder ein System solcher Ströme und stellt sich daher als Element eines magnetischen Kraftlinienbündels dar, § 12, S. 15; es ist aber auch ein elementarer (unechter) Cykel im Sinne des § 50, S. 60. Ein System solcher kreisender elektrischer Elementarladungen, solcher Elektrons, kann daher als HELMHOLTZscher Cykel angesehen werden. Auf ihn finden die Cykelgleichungen Anwendung. Und jede Theorie, welche die elektromagnetischen Feldzustände allgemein darstellen soll, muss schliesslich auf jene Gleichungssysteme führen, welche wir im III. Kapitel zusammengestellt und deren Gesamtheit das ausmacht, was wir als „MAXWELLsche Theorie“ zu bezeichnen haben. Daher werden auch in den neuen Systemen die oben auseinandergesetzten Theorien nicht überflüssig gemacht. Dagegen ist durch Hinzunehmen der corpuscularen Vorstellungen ein neuer Ausgangspunkt gewonnen, der auch in Phänomene nähere Einsicht gewährt, welche die MAXWELL-HELMHOLTZschen Betrachtungen zunächst noch nicht mit berührten.

Somit stehen wir gerade jetzt in einem neuen sehr interessanten Stadium der theoretischen Entwickelung unseres Gebietes, und die neuen Probleme erheischen neue Arbeitskräfte. Wird es doch auch hier nicht anders als in allen anderen Arbeitsgebieten gehen, dass eine tiefere theoretische Erkenntnis auch zugleich fruchtbarste Keime zu neuen technischen Verwertungen in sich schliesst.

Namen- und Sachregister.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten.)